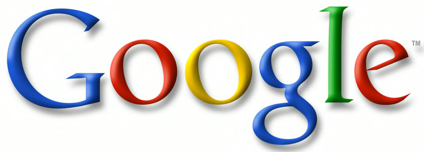
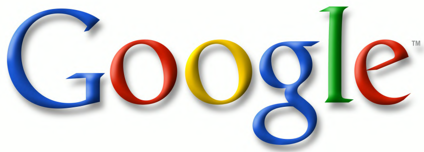




Binding T&.
+ Bosanquet. p. 190
Kirchoff's Law. p. 346.

John O. Reed.
Jena, 1897.

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

GRAHAM-OTTO'S

AUSFÜHRLICHES

LEHRBUCH DER CHEMIE.

ERSTER BAND.

IN DREI ABTHEILUNGEN.

PHYSIKALISCHE UND THEORETISCHE CHEMIE

VON

DR. A. HORSTMANN,
Professor an der Universität Heidelberg

DR. H. LANDOLT,
Geh. Reg.-Rath, Professor an der Landwirthschaftlichen Hochschule Berlin

UND

DR. A. WINKELMANN,
Professor der Physik an der Akademie Hohenheim.

MIT ZAHLREICHEN HOLZSTICHEN.

ERSTE ABTHEILUNG.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1885.

LEHRBUCH

DER

PHYSIKALISCHEN UND THEORETISCHEN

CHEMIE

VON

Dr. A. HORSTMANN,
Professor an der Universität
Heidelberg

Dr. H. LANDOLT,
Geh. Reg.-Rath, Professor an der Landwirthschaftlichen Hochschule Berlin

UND

Dr. A. WINKELMANN,
Professor der Physik an der Akademie Hohenheim.

DRITTE, GÄNZLICH UMGEARBEITETE AUFLAGE
DES IN DEN FRÜHEREN AUFLAGEN VON
BUFF, KOPP UND ZAMMINER
BEARBEITETEN WERKES.

IN DREI ABTHEILUNGEN.

ERSTE ABTHEILUNG.

PHYSIKALISCHE LEHREN

VON

Dr. A. WINKELMANN,
Professor der Physik an der Akademie Hohenheim.

MIT ZAHLREICHEN HOLZSTICHEN UND EINER FARBIGEN TAFEL.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1885.

VORWORT.

Das vorliegende Buch, welches in seinen beiden ersten Auflagen von den Professoren *Buff*, *Kopp* und *Zamminer* bearbeitet worden ist, wurde von der Verlagshandlung im Einverständnisse mit dem Herrn Geheim-Rath *Kopp* dem Unterzeichneten zur Neubearbeitung übertragen. Dasselbe stellt sich in erster Linie die Aufgabe, speciell dem *Chemiker* eine Physik zu bieten. Es sind daher jene Abschnitte der Physik in grösserer Ausdehnung behandelt, welche für den Chemiker ein besonderes Interesse haben. Wenn es überhaupt schwierig ist, in einem Lehrbuche das richtige Maass in den einzelnen Capiteln einzuhalten, so wird durch die specielle Bestimmung dieses Buches diese Schwierigkeit noch beträchtlich erhöht. So mag Manchem die einem Gegenstande gewidmete Darstellung noch nicht ausführlich genug erscheinen, während ein Anderer schon mit einer knapperen Besprechung zufrieden gewesen wäre. Indessen hofft der Unterzeichnete doch, im Grossen und Ganzen den berechtigten Wünschen nachgekommen zu sein.

Die Literaturangaben machen keinen Anspruch auf Vollständigkeit; sie verfolgen nur den Zweck, dem Leser das Material an die Hand zu geben, welches ihn in das betreffende Capitel näher einführt. Gleichzeitig geben sie in den den Publicationen beigefügten Jahreszahlen einen Anhalt über die Zeit, wann die einzelnen Resultate ermittelt sind. Die Literatur ist bis zum Jahre 1882 berücksichtigt; von den späteren Ergebnissen konnte nachträglich nur Weniges beigefügt werden.

In dem kurzen der Krystallographie gewidmeten Capitel am Anfange des Buches sind nur wenige Aenderungen gegenüber der früheren Fassung angebracht; dieselben rühren fast ausschliesslich von Herrn Professor Dr. Nies her, dem der Unterzeichnete auch an dieser Stelle seinen besten Dank ausspricht.

Um das Auffinden einzelner Gegenstände zu erleichtern, ist dem Buche am Schlusse ein alphabetisches Sachregister beigefügt. Ueber das bearbeitete Material giebt das Inhaltsverzeichniss eine vollständige Auskunft.

Hohenheim, Januar 1885.

A. Winkelmann.

INHALTSVERZEICHNISS.

Von den Gasen.

Wärme.

EINLEITUNG.

Es giebt gewisse Eigenschaften, welche jedem Körper zukommen; so ist z. B. jeder Körper ausgedehnt, ferner ist jeder Körper schwer u. s. w.

Ausser diesen allgemeinen Eigenschaften haben die Körper noch besondere, deren Untersuchung einzelne Körper als im Wesentlichen übereinstimmend, andere als ungleichartig betrachten lässt. Die Untersuchung der besonderen Eigenschaften eines Körpers lehrt bald, zwei Classen von Eigenschaften zu unterscheiden. Einige lassen sich erkennen und feststellen, ohne dass die Totalität der besonderen Eigenschaften eines Körpers irgend oder erheblich geändert würde; diese werden physikalische Eigenschaften genannt. Andere lassen sich nur in der Art wahrnehmen, dass dabei Aenderung aller besonderen Eigenschaften hervorgebracht wird, und dann die der Untersuchung ursprünglich unterworfene Substanz gar nicht mehr als solche existirt; diese Eigenschaften werden chemische genannt.

Wir können an einem Stücke metallischen Eisens die Härte, die Festigkeit, das specifische Gewicht, die Ausdehnung, die Einwirkung auf eine Magnetnadel, das Leitungsvermögen für Elektricität und Wärme und viele andere Eigenschaften untersuchen, und die Substanz bleibt immer metallisches Eisen; diese Eigenschaften sind physikalische. Wir können an dem metallischen Eisen die Eigenschaft, sich in Salzsäure zu lösen, oder aus einer Lösung von Kupfervitriol metallisches Kupfer auszufällen, constatiren, aber das Eisen, welches uns diese Eigenschaften zeigt, hört mit der Aeusserung derselben auf, metallisches Eisen zu sein; diese Eigenschaften sind chemische. Wir können an dem Wasser die Ablenkung der Bahn eines auf dasselbe auffallenden Lichtstrahles, das Gefrieren, die Umwandelung in Dampf und das Verdichten des abkühlenden Dampfes zu Wasser constatiren — physikalische Eigenschaften, sofern das Wasser bei der Erforschung derselben immer Wasser bleibt; aber sobald Wasser als aus Wasserstoff und Sauerstoff zusammengesetzt nachgewiesen wird, hört in dem Moment der Nachweisung dieser chemischen Eigenschaft, im Augenblick, wo Wasserstoff und Sauerstoff für sich wahrnehmbar gemacht werden, das Wasser auf, als solches zu existiren.

Die Physik umfasst die Erkenntniss der physikalischen, die Chemie die Erkenntniss der chemischen Eigenschaften der Körper. Jeder dieser Wissenschaften ist es Aufgabe, kennen zu lehren, wie die betreffenden

Eigenschaften der Körper constatirt werden, das bezüglich Einer Eigenschaft bei vielen Körpern sich gemeinsam Zeigende als ein allgemeiner gültiges Gesetz zu formuliren, und den Zusammenhang, welcher zwischen verschiedenen Eigenschaften statt hat, nachzuweisen. Jede dieser Wissenschaften hat für die in ihr Gebiet einschlagenden Erscheinungen Erklärungen zu geben oder zu erstreben, d. h. den Nachweis, wie das Statthaben einer Erscheinung eine nothwendige Folge davon ist, dass etwas anderes, die Grundlage der Erklärung, stattfindet. Die Grundlage einer Erklärung kann etwas thatsächlich Nachgewiesenes sein, oder eine Voraussetzung. In dem letzteren Falle, wo auf Grund einer Hypothese eine Erklärung versucht wird, ist der Werth der Erklärung und die Wahrscheinlichkeit der Hypothese abhängig davon, in welcher Uebereinstimmung mit dem thatsächlich Nachweisbaren alle Folgerungen aus der Hypothese stehen, und in welchem Umfange sich die Folgen aus der Hypothese thatsächlich prüfen lassen.

Das Aufsuchen des Gemeinsamen, des Gesetzmässigen, in thatsächlich festgestellten Erscheinungen, die Erkenntniss des Zusammenhanges verschiedener Erscheinungen, die Erklärung der Erscheinungen — darin beruht, was man den theoretischen Theil der Naturwissenschaften nennt, im Gegensatz zu der empirischen Erkenntniss. Die empirische Forschung ermittelt stets zur Zeit nur Eine Thatsache; wo mehrere, eine nach der anderen, jede einzelne für sich. Die theoretische Forschung kann nie auf eine vereinzelte Thatsache gehen; sie erstreckt sich stets auf mehrere, entweder bei gleichartigen das Gesetzmässige, Gemeinsame zu suchen, oder bei ungleichartigen festzustellen, wie sie sich gegenseitig bedingen.

Empirisch durch einzelne Beobachtungen und Messungen war festgestellt, in welcher Weise ein Lichtstrahl bei dem Auffallen unter verschiedenen Winkeln auf Glas, auf Wasser u. a. von seiner bisherigen Bahn abgelenkt wird; eine theoretische Erkenntniss begann, als man ersah, dass bei derselben das Licht brechenden Substanz der Sinus des Einfallwinkels zu dem Sinus des Brechungswinkels in einem constanten Verhältnisse steht; die Theorie der Erscheinung wurde weiter ausgebildet, indem man dieses Gesetz als eine nothwendige Folge davon erkannte, wie sich die Schwingungen des Lichtäthers fortpflanzen, wenn sie auf die ebene Grenzfläche zweier Körper treffen, in welchen der Lichtäther ungleiche Beschaffenheit hat.

Empirisch war erkannt, dass Lösungen von kohlensaurem Ammoniak und salpetersaurem Kalk sich unter Bildung von kohlensaurem Kalk und salpetersaurem Ammoniak zersetzen; dass Auflösungen von schwefelsaurem Natron und essigsaurem Baryt sich unter Bildung von schwefelsaurem Baryt und essigsaurem Natron zersetzen. Es war ein Schritt in der theoretischen Erkenntniss, zu finden, dass in solchen Fällen dann vollständige Zersetzung eintreten kann, wenn das eine der aus den vorhandenen Säuren und Basen entstehen könnenden Salze unlöslich ist, und dass die Zersetzung überhaupt mit der Unlöslichkeit eines der möglichen Zersetzungsproducte in Zusammenhang steht.

Bei der Darlegung der Kenntnisse, welche die Physik angehäuft hat, lässt man die theoretische Seite dieser Wissenschaft die Classification des Stoffes bedingen; die einzelnen theoretischen Lehren, das in Beziehung auf einzelne Eigenschaften Erkannte wird hier erörtert, und das von einzelnen

Körpern thatsächlich Festgestellte wird für diese Lehren als Beispiel und Beweis mitgetheilt. — In der Chemie ist das in Beziehung auf die einzelnen Substanzen empirisch Festgestellte so umfangreich, und die Theorie in mannigfacher Rücksicht so wenig sicher festgestellt, dass eine zweifache Eintheilung des chemischen Wissens Bedürfniss geworden und geblieben ist. In der allgemeinen oder theoretischen Chemie wird abgehandelt, was an allgemeineren Sätzen erkannt ist und welche theoretischen Ansichten Anerkennung gefunden haben oder Berücksichtigung erheischen; in der speciellen Chemie wird Alles mitgetheilt, was hinsichtlich der einzelnen Substanzen nachgewiesen worden ist.

Die theoretische und die specielle Chemie sind nicht scharf zu trennen; specielle chemische Thatsachen müssen als Beweise und Beispiele für die Sätze der theoretischen Chemie angeführt und erörtert werden; die Sätze der theoretischen Chemie geben umgekehrt oft die Controle für die Richtigkeit einzelner Bestimmungen ab, welche zunächst für die specielle Erkenntniss einer einzelnen Substanz ausgeführt wurden. Einzelne theoretische Sätze sind so mit der speciellen Untersuchung einzelner Körpergruppen verwebt, dass sie jetzt noch besser bei der Betrachtung der letzteren, in der speciellen Chemie, Besprechung finden.

Andererseits ist überhaupt die Betrachtung der physikalischen Eigenschaften von der der chemischen nicht scharf zu trennen, weder in der speciellen, noch in der theoretischen Chemie. Die Angabe der physikalischen Eigenschaften ist fast unerlässlich, wenn überhaupt eine Vorstellung von einem bestimmten Körper, auch nur um seine chemischen Eigenschaften zu beschreiben, gegeben werden soll. Häufig ist ein Zusammenhang zwischen physikalischen Eigenschaften und der chemischen Zusammensetzung nachweisbar, und eine genaue Bestimmung der ersteren kann in manchen Fällen eine Controle für die richtige Ermittelung der letzteren abgeben, so dass die Kenntniss der physikalischen Eigenschaften geradezu als die der chemischen Eigenschaften bestätigend betrachtet werden kann.

Die Erkenntniss der chemischen Eigenschaften bewegt sich wesentlich in zwei Richtungen: Erkenntniss der Zusammensetzung der verschiedenen Substanzen, und Erkenntniss der Veränderungen in den Zusammensetzungen, wenn die verschiedenen Substanzen auf einander einwirken, d. i. der Reactionen derselben.

In der vorliegenden Schrift sollen die wichtigsten Resultate dargelegt werden, zu denen man in der theoretischen und der sogenannten physikalischen Chemie gekommen ist, welche letztere die Beziehungen zwischen chemischen und physikalischen Eigenschaften umfasst. Wir nehmen hier die Grundlagen für die letztere Erkenntniss auf: die Sätze der Physik, welche für die Chemie besonders wichtig geworden sind, und was zum klaren Verständniss derselben gehört und ihre Anwendung gerade in Rücksicht chemischer Forschungen fördert. Wir haben zu betrachten die allgemeinen Gesetze, welche bezüglich der Zusammensetzung und bezüglich der Reactionen aufgefunden sind; die Beziehungen zwischen Zusammensetzung und Reactionen, auf welche sich wesentlich die chemische Classification und die Ansichten über die innere Constitution der Körper gründen; die Beziehungen zwischen der Zusammensetzung und den physikalischen Eigenschaften.

Krystallographie.

§. 1.

Die äussere Begrenzung eines festen leblosen Körpers kann eine ihm künstlich gegebene oder eine für ihn wesentliche, d. h. mit seinen physikalischen und chemischen Eigenschaften im Zusammenhange stehende sein. Wenn die wesentliche Form eines Körpers zugleich eine regelmässig (durch ebene, nach bestimmten Symmetriegesetzen geordnete Flächen) begrenzte ist, so sagt man von dem Körper, er sei krystallisirt. Ein Krystall lässt sich somit allgemein definiren als ein fester lebloser Körper mit wesentlicher regelmässiger Begrenzung.

Es ist von Wichtigkeit, das Wesentliche in der Form eines Körpers von dem Unwesentlichen zu unterscheiden; an demselben Stück Substanz können beide Arten von Raumbegrenzung sich zeigen (an einem aus einer Flüssigkeit gebildeten Krystall z. B. wesentlich-regelmässige Raumbegrenzung da, wo er sich in der Flüssigkeit frei ausbilden konnte; unwesentliche oder zufällige, wo er auf der Unterlage aufsitzt). — Das Wesentliche in der Form zeigt sich darin, dass bei gleicher Zusammensetzung der Substanz in der Regel wieder dieselbe Art der Raumbegrenzung (wenn nicht genau dieselbe Form, doch in nächstem Zusammenhange stehende Formen) sich zeigt, und dass häufig bei Einer chemischen Verbindung die Krystallform dieselbe oder eine sehr ähnliche ist, wie bei einer anderen ähnlich zusammengesetzten Verbindung. Es zeigt sich ein Zusammenhang der Form mit den physikalischen Eigenschaften; dass z. B. bei Würfeln von Bleiglanz sich Spaltbarkeit in der Richtung der Würfelflächen durch die ganze Masse hindurch zeigt, weist unbedingt auf einen solchen Zusammenhang hin.

Die Entstehung der Krystalle, der Gegensatz zwischen den krystallinischen Substanzen und denjenigen, welchen eine Begrenzung durch ebene Flächen wesentlich nicht zukommt (den amorphen Substanzen), wird in einem späteren Abschnitte dieses Buches besprochen. Es soll hier nur über die Resultate, zu welchen man bei der Betrachtung der äusseren Begrenzung von Krystallen gekommen ist, Einiges mitgetheilt werden. Ohne einige Kenntniss bezüglich dieses Gegenstandes lassen sich mehrere der wichtigsten Capitel der theoretischen Chemie nicht mit Klarheit begreifen; nur so viel für diesen Zweck und für das Verständniss einiger wichtigen Lehren der physikalischen Chemie nothwendig ist, mag von der Krystallographie hier dargelegt werden.

Die von der Natur uns dargebotenen und die künstlich dargestellten Krystalle zeigen uns die grösste Mannigfaltigkeit in der Art der äusseren Erscheinung. Als Begrenzungselemente nehmen wir an allen wahr die ebenen Flächen, die Durchschnittslinien je zweier Flächen (die Kanten), die Durchschnittspunkte von drei oder mehr Flächen (die Ecken). Die Zahl und Form der die Krystalle bildenden Flächen, die Ordnung, wie gleichgestaltet aussehende Flächen an einander gelagert sind, der Winkel, unter welchem zwei Flächen in ihrer Kante zu einander geneigt sind, die Zahl und Art der Ecken ist höchst verschieden. Tausende von Krystallformen sind beobachtet. In dieses scheinbare Chaos von Beobachtungsmaterial hat die Krystallographie die grösste Ordnung in einfachster Weise gebracht, indem sie vorzugsweise Beachtung den Ausbildungsrichtungen oder Axen schenkte. Man versteht hierunter Linien oder Richtungen durch den Mittelpunkt eines Krystalles so gelegt gedacht, dass die vorhandenen Flächen in Beziehung auf diese Linien oder Richtungen symmetrisch liegen. Ob nun ein Krystall nach verschiedenen Richtungen hin gleichartig ausgebildet ist (an den Enden dieser Richtungen dieselben Begrenzungselemente zeigt) oder nicht, nach wie viel verschiedenen Richtungen er gleichartig ausgebildet ist, welche Winkel die vorzugsweise auftretenden Ausbildungsrichtungen unter sich machen — das sind die Punkte, deren Beachtung die grosse Zahl verschiedener Krystallformen in wenige Classen mit grosser Einfachheit und Bestimmtheit ordnen

Fig. 1.

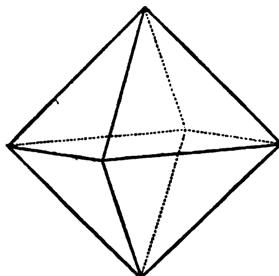
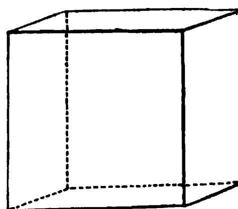
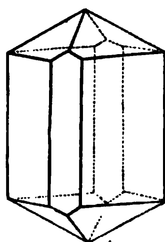


Fig. 2.



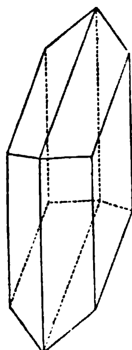
lässt. An den in den Figuren 1 und 2 dargestellten Formen bemerken wir z. B., dass jede derselben nach drei verschiedenen Richtungen, nach oben und unten, nach links und rechts, nach vorn und hinten, gleichartige Ausbildung (Fig. 1 ganz gleichartige vierflächige Ecken, Fig. 2 gleichartige quadratische Flächen) zeigt und dass diese drei Ausbildungsrichtungen oder Axen rechtwinkelig zu einander stehen. Die in Fig. 3 dargestellte Krystallform zeigt hingegen nach drei zu einander rechtwinkelig stehenden Axen verschiedene Ausbildung, nämlich oben und unten Ecken, vorn und hinten Flächen, links und rechts Kanten; und es ist unmöglich, an ihr nach drei zu einander rechtwinkelig stehenden Axen gleichartige Ausbildung aufzufinden. In Fig. 4 (a. f. S.) endlich zeigt sich, dass die Ausbildungsrichtungen nicht mehr sämmtlich rechtwinkelig

Fig. 3.



zu einander stehen; die Ausbildungsrichtung oder Axe von oben nach unten ist schief geneigt zu der von hinten nach vorn sich erstreckenden.

Fig. 4.



Diese Beispiele genügen, zu zeigen, was man unter verschiedenen Axensystemen versteht. Die Form Fig. 4 gehört in ein anderes System als Fig. 3, und Fig. 1 und 2 gehören wieder einem anderen, und zwar beide dem nämlichen Axensysteme an. In dasselbe Axensystem rechnet man alle diejenigen Krystallformen, welche nach demselben Symmetriegesetz ausgebildet sind, sofern die Symmetrie durch die Zahl der vorzugsweise deutlich hervortretenden Ausbildungsrichtungen oder Axen, durch die Gleichartigkeit oder Ungleichartigkeit derselben und durch die Neigung derselben unter einander charakterisirt sind.

Innerhalb eines und desselben Axensystems können die Krystallformen sehr verschiedenartig aussehen. Krystallformen zweier verschiedener Axensysteme können auf den ersten Blick einander ganz ähnlich erscheinen, Krystallformen desselben Systems ganz unähnlich. Aber die Aufsuchung der Symmetriegesetze, wodurch die Ausbildung bedingt ist, lehrt die Verschiedenheit der ersteren, das Gleichartige in den letzteren Krystallformen kennen.

Die verschiedenen Krystallsysteme und die in ihnen vorkommenden Krystallformen sollen im Folgenden durchgegangen werden. Wir betrachten hier die sogenannten einfachen Krystallformen, d. h. solche, an welchen sich nur (nach Form und Lage) gleichartige Flächen vorfinden, und nur einige einfachere unter den zahlreichen möglichen Combinationen der ersteren. Unter Combinationen versteht man Krystallformen mit ungleichartigen Flächen. Denkt man sich je eine Art von Flächen bis zum Verschwinden der übrigen vergrössert, so kommt man auf eine einfache Form; führt man dies für jede Art von Flächen aus, die sich an einer Combination vorfinden, so erfährt man, aus welchen einfachen Formen eine Combination zusammengesetzt ist. Denkt man sich z. B. in der Combination Fig. 5 die viereckigen Flächen gehörig vergrössert, so entsteht eine einfache Form wie Fig. 6; denkt man sich die

Fig. 5.

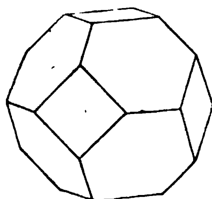
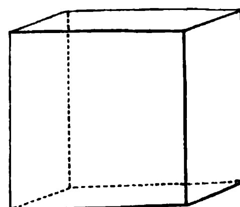


Fig. 6.



sechseckigen Flächen in Fig. 5 oder 7 gehörig vergrössert, so entsteht eine einfache Form wie Fig. 8; die Combination Fig. 5 oder 7 betrachtet man als aus den einfachen Formen Fig. 6 und 8 zusammengesetzt. Man kann sich die Beziehungen einer Combination zu den daran vorkommenden einfachen Formen leicht vorstellen, wenn man sich mehrere einfache

Formen über denselben Mittelpunkt construirt denkt, so dass einzelne Theile der einen über Flächen der anderen hervorragen; als Combination

Fig. 7.

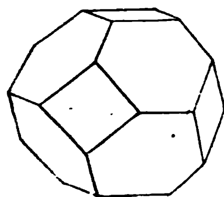
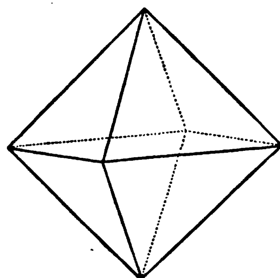


Fig. 8.



erscheint der Theil des Raumes, welcher in jeder der vorhandenen einfachen Formen enthalten ist. Die Combination Fig. 9 wird in dieser Beziehung durch Fig. 10 erläutert, wo die beiden sie zusammensetzenden Formen (auch wieder Fig. 6 und 8, doch in anderem Grössenverhältnisse als bei der Combination Fig. 5 oder 7) vollständig angedeutet sind; als

Fig. 9.

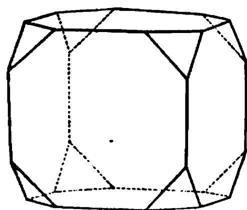
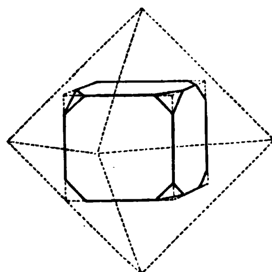


Fig. 10.



Combination erscheint der Raum so weit, als er in jeder der zusammensetzenden einfachen Formen gemeinsam enthalten ist.

Bei Combinationen zeigt sich in der Regel Symmetrie in den Abänderungen, welche durch die Flächen einer einfachen Form an einer anderen einfachen Form hervorgebracht werden (in der Combination Fig. 9 z. B. sind sämmtliche Ecken des Würfels durch dreieckige Flächen ersetzt). Dies kann nur dann der Fall sein, wenn die in einer Combination zusammen auftretenden einfachen Formen sämmtlich nach demselben Symmetriegesetze ausgebildet sind. Nur solche einfache Formen, welche in dasselbe Krystallsystem gehören, sind unter einander combinationsfähig.

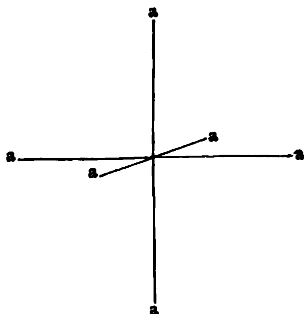
Tesserales (reguläres, isometrisches) System.

§. 2.

Alle Krystallformen, welche hierher gehören, zeigen das Gemeinsame, dass sie nach drei zu einander rechtwinkelig stehenden Richtungen gleich-

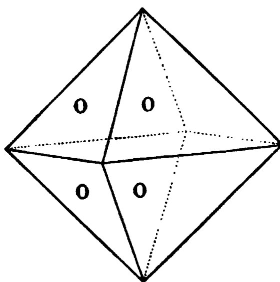
artig ausgebildet sind; sie können so gestellt werden, dass sie oben und unten dieselben Begrenzungselemente zeigen wie links und rechts und wie vorn und hinten. Charakteristisch sind also für die Krystalle des regulären Systems drei gleichartige und zu einander rechtwinkelig stehende Axen, Fig. 11. Man gibt diesen Axen, weil sie gleichartig sind, dasselbe Zeichen *a*. Die Lage einer Fläche gegen die Axen drückt man aus durch Angabe der Abstände vom Mittelpunkte, in welchen eine Fläche die drei Axen schneidet oder bei gehöriger Vergrösserung schneiden würde. Schneidet z. B. eine Fläche die drei Axen gleich weit vom Mittelpunkte, so drückt man das so aus, sie schneide die drei Axen im Verhältniss (der Abstände vom Mittelpunkte) $a : a : a$; erstreckt sich eine Fläche von einem bestimmten Abstand vom Mittelpunkte von Einer Axe aus nach dem zweifachen Abstande auf der zweiten und nach dem vierfachen Abstande auf der dritten Axe hin, so drückt man diese Lage aus durch das Zeichen $a : 2a : 4a$. Diese Zeichen (Parameter) repräsentiren zunächst die Lage einer Fläche, werden aber in einer abgekürzten Form auch zur Bezeichnung aller Flächen gleicher Lage, d. i. des gesammten Krystallkörpers angewandt.

Fig. 11.



Folgende sind die einfachen Formen, welche sich im regulären System construiren lassen durch Legen von Flächen in verschiedenen Richtungen, und zwar so, dass immer alle Flächen, die man sich nach bestimmten Richtungen gelegt denken kann, auch wirklich an der entstehenden Form zum Vorschein kommen.

Fig. 12.



Flächen, deren jede die drei Axen in demselben Abstande vom Mittelpunkte schneidet, kann man 8 legen, und diese begrenzen das Oktaëder (Achtflächner), Fig. 12, an welchem sich acht gleichseitig-dreieckige Flächen, zwölf gleichartige Kanten (in allen stossen die Flächen unter $109^0 28'$ zusammen) und sechs gleichartige Ecken (jedes durch vier gleichartige Flächen und durch vier gleichartige Kanten gebildet) befinden. Das Zeichen für die Lage jeder Oktaëderfläche und für das ganze Oktaëder ist $a : a : a$. Den Inbegriff aller für dieses Parameterverhältniss möglichen Flächen bezeichnet man mit O, dem Anfangsbuchstaben des durch die Gesammtheit dieser Flächen gebildeten Körpers, des Oktaëders. An den verschiedenen Alaunarten, Kaliumplatinchlorid, Magneteisen u. a. zeigt sich das Oktaëder gewöhnlich allein oder vorherrschend.

Flächen, deren jede Eine Axe in einem gewissen Abstande *a* vom Mittelpunkte schneidet und mit den beiden anderen Axen parallel geht, d. h. sie in der Unendlichkeit schneidet, kann man 6 legen und diese begrenzen den Würfel oder das Hexaëder (Sechsflächner), Fig. 13, an

welchem sechs quadratische Flächen, zwölf gleichartige Kanten (in allen stossen die Flächen unter 90° zusammen) und acht gleichartige Ecken (jedes durch drei gleichartige Flächen und drei gleichartige Kanten gebildet) sich vorfinden. Das Zeichen für die Lage jeder Würfelfläche ist $a : \infty a : \infty a$, oder was dasselbe ist $\infty a : a : \infty a$. Um den aus der Gesammtheit aller Flächen, welche für dieses Parameterverhältniss möglich sind, bestehenden Körper zu bezeichnen, fügt man dem Symbol des Oktaëders die beiden unterscheidenden Werthe ∞ bei, also: $\infty O \infty$. Der Würfel ist eine am Chlornatrium, Jodkalium, Bleiglanz und vielen anderen Substanzen oft vorkommende Form.

Fig. 13.

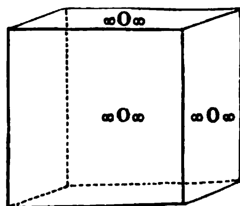
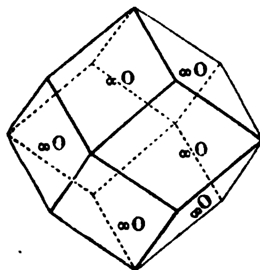


Fig. 14.



Flächen, deren jede zwei Axen in demselben Abstande vom Mittelpunkte schneidet und mit der dritten Axe parallel sich erstreckt, lassen sich 12 legen, welche das Rhombendodekaëder (Zwölfflächner), Fig. 14, begrenzen; dieses hat zwölf rhombische Flächen mit ebenen Winkeln von 109° 28′ und 70° 32′, 24 gleichartige Kanten (in allen stossen die Flächen unter 120° zusammen), sechs vierflächige und acht dreiflächige Ecken. Das Zeichen für die Lage jeder Fläche ist $a : a : \infty a$ oder $\infty a : a : a$, woraus sich das Zeichen des Körpers ∞O ergiebt. Am Granat ist das Rhombendodekaëder die gewöhnlichste Form. Oktaëder, Hexaëder und Rhombendodekaëder sind Körper, die keine Varietätenbildung zulassen. Die einzelnen Individuen des Oktaëders, Hexaëders und Rhombendodekaëders unterscheiden sich nur durch die absolute Grösse, nicht aber durch die verschiedene Lage der zusammensetzenden Flächen von einander. Die Flächengleichungen und Körpergleichungen der betreffenden Formen drücken dies dadurch aus, dass sie keine variablen Grössen — wie diejenigen der noch zu besprechenden tesseralen Formen — enthalten.

Flächen, deren jede Eine Axe in einem gewissen Abstande vom Mittelpunkte und (hinlänglich vergrössert gedacht) die beiden anderen Axen in dem *m*fach grösseren Abstande schneidet, können 24 um das Axenkreuz gelegt werden. Der Werth von *m* kann verschieden sein; doch kommen nur solche Werthe vor, welche einfache Verhältnisse ausdrücken. In der Natur finden sich meist Formen mit Flächen, welche von a auf der einen Axe sich in der Richtung nach $2a$ auf den beiden anderen Axen erstrecken, und Formen mit Flächen, deren Richtung $a : 3a : 3a$ ist. Alle diese Formen nennt man Ikositetraëder (Vierundzwanzig-Flächner) oder nach der Form der zusammensetzenden Flächen Trapezoëder. Fig. 15 zeigt ein solches mit der Lage der Flächen $a : 2a : 2a$ oder $2a : a : 2a$, und dem Zeichen $2O2$; Fig. 16 ein Ikositetraëder $a : 3a : 3a$

oder $3a:a:3a$, und dem Zeichen 303; das erstere kommt unter Anderen am Analcim und Granat, das letztere, seltenere, am Salmiak, Gold u. s. w. vor.

Fig. 15

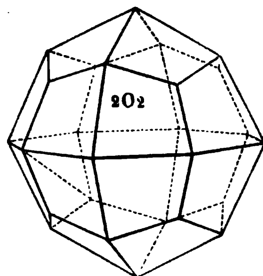
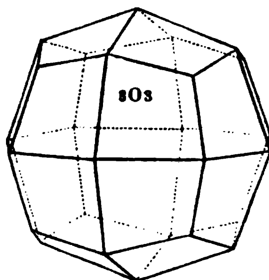
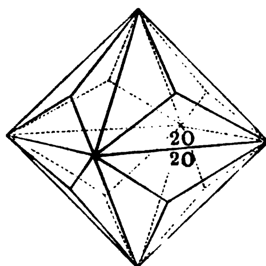


Fig. 16.



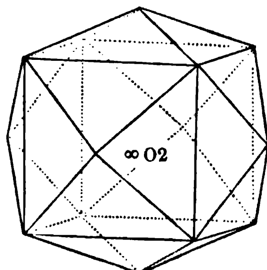
Auch von den Flächen, deren jede zwei Axen in demselben Abstande a und (hinlänglich vergrössert) die dritte in dem $m$fach grösseren schneidet, können mehrerlei Formen gebildet werden, je nach dem Werth von m, welcher indess auch stets in einem einfachen Verhältniss grösser als 1 ist (nämlich $^3/_2$, oder 2, oder 3). Die durch Flächen (24 finden um das Axenkreuz herum Platz) von der Lage $a : a : ma$ oder $ma : a : a$, mit dem Zeichen mO, gebildeten Formen haben alle das ungefähre Ansehen, wie Fig. 17, welche beispielsweise die Form 2O, aus Flächen mit dem Parameterverhältniss $2a : a : a$ zusammengesetzt, darstellt; sie werden Triakisoktaëder (Dreimal-Achtflächner) oder Pyramidenoktaëder genannt, und sind an chemischen Producten niemals vorherrschend vorkommend beobachtet, unter den Mineralien z. B. am Bleiglanze.

Fig. 17.



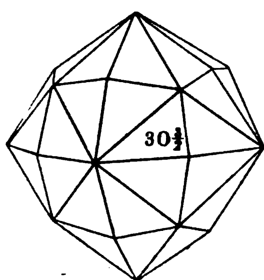
Flächen, deren jede von dem Abstande vom Mittelpunkte a auf Einer Axe sich nach dem grösseren Abstande na auf einer zweiten Axe hin erstreckt und mit der dritten Axe parallel ist, können ebenfalls 24 gelegt werden und diese geben ein Tetrakishexaëder (Viermal-Sechsflächner) oder einen Pyramidenwürfel. Das Parameterverhältniss der Flächen ist $a : na : \infty a$ oder $\infty a : a : na$; das Zeichen der Formen hiernach ∞On, und das Aussehen derselben im Allgemeinen, wie Fig. 18 zeigt. Je nach dem verschiedenen Werthe von n (ob es $= {}^3/_2$, oder $= 2$, oder $= 3$ ist) stossen die Flächen unter verschiedenen Winkeln zusammen und tritt die eine Art von Ecken oder die andere stärker hervor; Fig. 18 stellt beispielsweise die Form ∞O2 dar, welche am Gediegen-Golde und am Gediegen-Kupfer sowie am Flussspath beobachtet wurde.

Fig. 18.



Flächen endlich, deren jede, gehörig vergrössert, die drei Axen wirklich in verschiedenen Abständen vom Mittelpunkte schneidet, oder sich von dem Abstande a auf der Einen Axe nach dem $m$fachen Abstande auf der zweiten und nach dem $n$fachen Abstande auf der dritten Axe hin erstreckt, lassen sich 48 legen. Sie begrenzen dann die als Hexakisoktaëder (Sechsmal-Achtflächner) bezeichnete Krystallform, ihr Parameterverhältniss ist $a : ma : na$, worin $m > n$, das allgemeine Zeichen der Formen ist mOn. Neigungen der Flächen an diesen Formen können auch wieder verschieden sein, je nachdem die Werthe von m und n verschieden sind. Fig. 19 zeigt beispielsweise $3O\,^3/_2$ (dessen Flächen sich also in den Richtungen $a : {}^3/_2 a : 3a$ erstrecken); sonst kommen noch $4O2$, $4O\,^4/_3$ u. a., doch fast immer nur untergeordnet in Combinationen (Granat, Flussspath) vor.

Fig. 19.



Anmerkung. Die im Obigen gegebene Ableitung und Bezeichnung der Formen rührt von Naumann her und hat sich in den deutschen Lehrbüchern fast ausnahmslos eingebürgert. Die von Dana und den Amerikanern gebrauchten Zeichen schliessen sich der Naumann'schen Bezeichnung nahe an; nur gebraucht Dana die Buchstaben i (infinitive) für ∞, O für den Würfel, 1 für das Oktaëder und J für das Rhombendodekaëder, ferner lässt derselbe im Interesse einer möglichst gedrängten Darstellung das O der Zeichen fort, so dass z. B. nach Dana $i-2$ gleich $\infty O2$ nach Naumann ist. — Weiss und seine Schüler nehmen die Parameterverhältnisse der Flächen direct auch für die Bezeichnung der durch Zusammentritt der Flächen resultirenden Körper, und zwar wenden sie entweder die oben entwickelten Naumann'schen Zahlen direct an, oder sie wählen im Gegensatze zu Naumann nur echte Brüche, so dass z. B. das Ikositetraëder $2O2$ Naumann's bei den Einen das Zeichen $a : 2a : 2a$, bei den Anderen $a : a : {}^1/_2 a$ trägt. — In englischen Werken, neuerdings aber auch in deutschen Lehrbüchern, wird eine wesentlich abweichende Bezeichnungsweise angewendet, welche von Grassmann herrührt, gewöhnlich aber nach Miller benannt wird. Die Parameterverhältnisse werden auf die Form $\frac{1}{h} : \frac{1}{k} : \frac{1}{l}$ gebracht, worin h, k, l, die Indices der Flächen darstellen, ganze Zahlen oder Null sind, dabei aber immer $h > k > l$ ist. Zur Bezeichnung der Form dienen die an einander gereihten Flächenindices; dieselben sind den Naumann'schen Parameterzahlen umgekehrt proportional. Bringt man daher Naumann's allgemeinstes Parameterverhältniss $1 : n : m$ durch Division mit $m \,.\, n$ in die Form

$$\frac{1}{m\,.\,n} : \frac{1}{m} : \frac{1}{n},$$

so ist

$$h : k : l = m\,.\,n : m : n \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

ein Verhältniss, welches im concreten Falle auf seinen einfachsten Ausdruck zu bringen ist. Hiernach setzt sich z. B. Naumann's Zeichen $4O\frac{4}{3}$ um in

$$h : k : l = 4 \cdot \frac{4}{3} : 4 : \frac{4}{3} = 16 : 12 : 4 = 4 : 3 : 1;$$

daher ist das entsprechende Miller'sche Zeichen 431.

Oder für $\infty O\frac{4}{3}$ Naumann's hat man

$$h : k : l = \infty \cdot \frac{4}{3} : \infty : \frac{4}{3} = 4 \cdot \infty : 3 \cdot \infty : 4 = 4 : 3 : 0;$$

daher ist das entsprechende Miller'sche Zeichen 430.

Die Formeln, welche zur Umrechnung der Miller'schen Zeichen in Naumann'sche erforderlich sind, erhält man aus der Gleichung 1), nämlich:

$$h : k = m \cdot n : m = n : 1,$$

daher

$$n = \frac{h}{k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Ferner

$$k : l = m : n = m : \frac{h}{k},$$

daher

$$m = \frac{k}{l} \cdot \frac{h}{k} = \frac{h}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Miller's Zeichen hkl für einen 48 Flächner verwandelt sich demnach in das Naumann'sche $\frac{h}{l} O \frac{h}{k}$.

Die Rückübersetzung der oben angegebenen Beispiele ergiebt:

Miller		Naumann
431	=	$4 O \frac{4}{3}$
430	=	$\frac{4}{0} O \frac{4}{3} = \infty O \frac{4}{3}$.

Die folgende Tabelle giebt die Zeichen der oben angeführten Formen nach Naumann, Dana, Weiss und Miller.

	Naumann	Dana	Weiss (Rose)	Miller
Oktaëder	O	1	$a : a : a$	111
Hexaëder	$\infty O \infty$	O	$\infty a : a : \infty a$	100
Rhombendodekaëder . .	∞O	J	$\infty a : a : a$	110
Ikositetraëder	$2 O 2$	$2 - 2$	$a : a : \frac{1}{2} a$	211
„	$3 O 3$	$3 - 3$	$a : a : \frac{1}{3} a$	311
Triakisoktaëder	$\frac{3}{2} O$	$\frac{3}{2}$	$a : \frac{2}{3} a : \frac{2}{3} a$	332
„	$2 O$	2	$a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} a$	221
„	$3 O$	3	$a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} a$	331
Tetrakishexaëder	$\infty O \frac{3}{2}$	$i - \frac{3}{2}$	$a : \frac{2}{3} a : \infty a$	320
„	$\infty O 2$	$i - 2$	$a : \frac{1}{2} a : \infty a$	210
„	$\infty O 3$	$i - 3$	$a : \frac{1}{3} a : \infty a$	310
Hexakisoktaëder	$3 O \frac{3}{2}$	$3 - \frac{3}{2}$	$a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{3} a$	321
„	$4 O 2$	$4 - 2$	$a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{4} a$	421
„	$4 O \frac{4}{3}$	$4 - \frac{4}{3}$	$a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{4} a$	431

Die im Vorstehenden aufgezählten einfachen Formen des tesseralen Systems bilden unter einander zahlreiche **Combinationen**, von welchen hier nur einige beispielsweise aufgezählt werden mögen. In Fig. 20, 21 und 22 sind Combinationen von Oktaëder und Würfel dargestellt, wo in

Fig. 20.

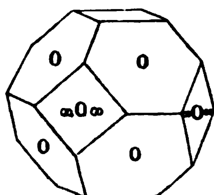


Fig. 21.

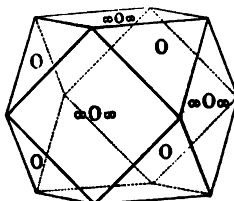


Fig. 20 die Oktaëderflächen, in Fig. 22 die Würfelflächen vorherrschen, während in Fig. 21 (Mittelkrystall) die Flächen der beiden einfachen Formen

Fig. 22.

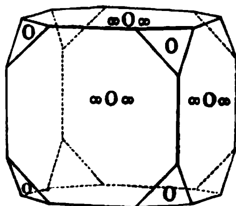
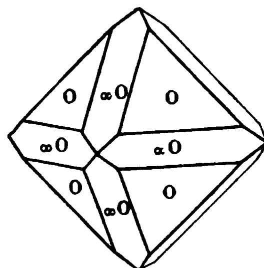


Fig. 23.



in gleichem Grade des Vorherrschens, im Gleichgewicht, auftreten. Die Krystallform Fig. 20 zeigt sich gewöhnlich beim Alaun, Fig. 21 am Bleinitrat, Fig. 22 am Bleiglanz. Bei der Bezeichnung der Combinationen wird das Zeichen der vorwaltenden, den Habitus der Combination bestimmenden Form zuerst aufgeführt; daran schliessen sich durch einen Punkt getrennt die Zeichen der untergeordneten Formen. Daher ist Fig. 20 $= O \,.\, \infty O \infty$; Fig. 21 $= O \,.\, \infty O \infty$ im Gleichgewicht; Fig. 22 $= \infty O \infty \,.\, O$. — Fig. 23 zeigt ein Oktaëder, dessen 12 Kanten durch die 12 Flächen des Rhombendodekaëders abgestumpft sind ($O \,.\, \infty O$), und Fig. 24 an der-

Fig. 24.

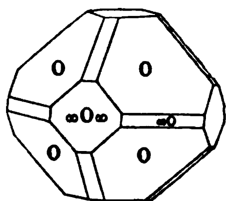
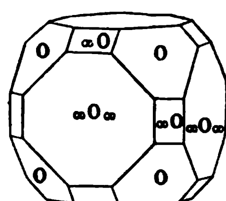


Fig. 25.



selben Combination auch noch Würfelflächen, welche die Oktaëderecken abstumpfen ($O \,.\, \infty O \infty \,.\, \infty O$); die Combination Fig. 25 unterscheidet sich

von der in Fig. 24 dargestellten nur dadurch, dass die Würfelflächen in Fig. 25 viel vorherrschender sind (∞O∞ . O . ∞O). Auch diese Formen

Fig. 26.

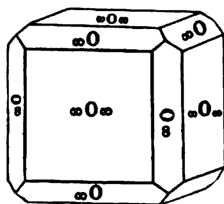
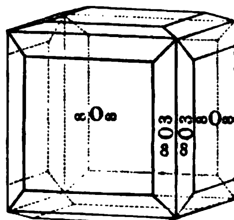


Fig. 27.



zeigen sich am Alaun, und zwar die Würfelflächen um so vorherrschender, je mehr Kali zu der Alaunlösung gesetzt war; die Form Fig. 25 ist auch bei dem Bleiglanz sehr gewöhnlich. — Fig. 26 (diese Form kommt manchmal am Alaun, auch am Flussspath vor) zeigt einen Würfel, dessen zwölf Kanten durch die zwölf Flächen des Rhombendodekaëders abgestumpft sind (und zwar g e r a d e abgestumpft, weil jede Abstumpfungsfläche zu den zwei anliegenden Würfelflächen unter demselben Winkel geneigt ist (∞O∞ . ∞O); Fig. 27 (Flussspath) einen Würfel, dessen Kanten durch Flächen des Pyramidenwürfels zugeschärft sind (∞O∞ . ∞O3). — An dem Rhombendodekaëder bringen Flächen des Oktaëders Abstumpfung der dreiflächigen Ecken hervor (Magneteisen); diese Form, Fig. 28 (∞O . O), unterscheidet sich von der in Fig. 23 dargestellten nur dadurch, dass in Fig. 28 die Dodekaëderflächen, in Fig. 23 die Oktaëderflächen vorherrschen. Die 24 Flächen des Ikositetraëders 2O2 stumpfen die 24 Kanten des Rhombendodekaëders, wie in Fig. 29 (Granat ∞O.2O2), ab. Die Ecken eines Oktaëders werden durch die Flächen eines Ikositetraëders vierflächig zugespitzt (die in Fig. 30 dargestellte Combination

Fig. 28.

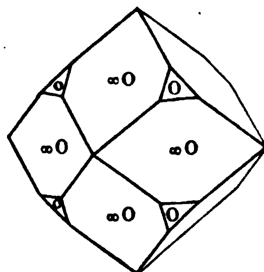


Fig. 29.

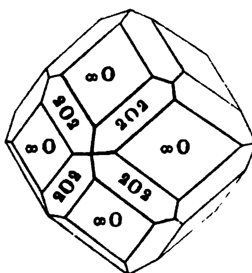
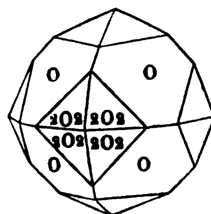


Fig. 30.



(O . 2O2) zeigt sich manchmal am Chromalaun); die Ecken eines Würfels werden durch die Flächen eines Ikositetraëders dreiflächig (Fig. 31,

Analcim) ($\infty O \infty . 2O2$), durch die Flächen eines Hexakisoktaëders sechsflächig (Fig. 32, Flussspath) ($\infty O \infty . 4O2$) zugespitzt.

Fig. 31.

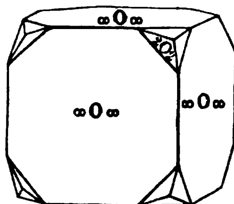
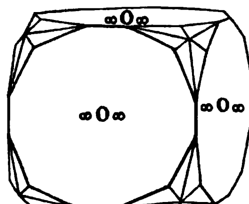


Fig. 32.

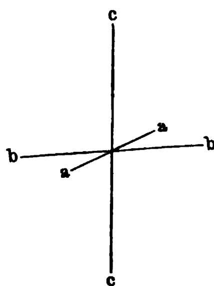


Quadratisches (tetragonales, zwei- und einaxiges) System.

§. 3.

In das sogenannte quadratische System rechnet man diejenigen Krystalle, welche nach drei zu einander rechtwinkelig stehenden Richtungen ausgebildet sind, doch nur nach zwei derselben gleichartig, nach der dritten aber ungleichartig; sie sind also charakterisirt durch zwei gleichartige und eine ungleichartige Axe, welche alle zu einander rechtwinkelig stehen. Man betrachtet die Krystalle des quadratischen Systems so gestellt (Fig. 33), dass von den beiden gleichartigen Axen a (den sogenannten Nebenaxen) eine sich in der Richtung von links nach rechts, die andere in der Richtung von vorn nach hinten erstreckt, und die ungleichartige Axe c (welche als Hauptaxe bezeichnet wird) von oben nach unten gerichtet ist.

Fig. 33.



Die ungleichartige Axe unterscheidet sich von den gleichartigen hauptsächlich dadurch, dass an den Enden der ersteren sich andere Begrenzungselemente finden, als an den Enden der letzteren; ausserdem aber auch noch in der Länge. Bei jeder quadratisch krystallisirenden Substanz ist das Grundverhältniss der Axen ein anderes; bei dem quadratisch krystallisirten Nickelsulfat ist z. B. die Hauptaxe 1,9061 mal so gross, bei dem sauren Kaliumphosphat nur 0,664 mal so gross, als eine Nebenaxe. Man drückt dies so aus: das Normalverhältniss der Axen ist

bei dem Nickelsulfat . . . . $a : a : c = 1 : 1 : 1{,}9061$,
bei dem sauren Kaliumphosphat . . $a : a : c = 1 : 1 : 0{,}664$.

Folgende einfache Formen kommen in dem quadratischen System vor.

Flächen, welche die drei Axen in dem Normalverhältniss $a : a : c$ schneiden, und deren acht um das Axensystem gelegt werden können, begrenzen eine quadratische Pyramide, die als Grundform bezeichnet wird. Das Zeichen dieser Flächen ist demnach $a : a : c$; das Zeichen des Inbe-

griffs aller für dieses Verhältniss möglichen Flächen, d. h. der quadratischen Pyramide, ist P. Je nach der relativen Länge der Hauptaxe ist die quadratische Pyramide eine stumpfe (wenn die Hauptaxe kürzer ist als eine Nebenaxe, Fig. 34) oder eine spitze (wenn die Hauptaxe länger ist als eine Nebenaxe, Fig. 35). Zwischen ihnen steht das Oktaëder des tesseralen Systems; diese Form widerspricht aber dem Grundgesetze des quadratischen Systems und ist daher für dasselbe unmöglich. An jeder solchen quadratischen Pyramide sind acht gleichartige gleichschenkelige-dreieckige Flächen vorhanden; zwei unter sich gleichartige Ecken an den Enden der Hauptaxe (Endecken, Polecken oben und unten), die von den vier, unter sich wiederum gleichartigen Ecken an den Enden der Nebenaxen (Seitenecken) verschieden sind; vier gleichartige Seitenkanten, deren jede zwischen zwei Seitenecken liegt, und acht davon verschiedene, aber unter sich gleichartige Endkanten (Polkanten), deren jede zwischen einem Seiteneck und einem Endeck liegt.

Fig. 34.

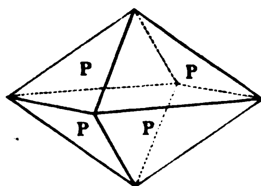
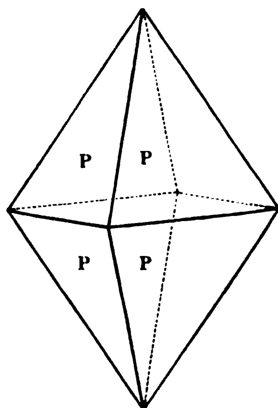


Fig. 35.



An einer und derselben Substanz, oder selbst an einem und demselben Krystall, können aber verschiedene Pyramiden vorkommen; ausser der Grundform $a : a : c$ oder P nämlich auch noch solche, an welchen die Hauptaxe *m*fach grösser oder *m*fach kleiner ist (d. h. im Verhältniss zu der Grösse einer Nebenaxe), als an der als Grundform betrachteten Pyramide. Der Werth *m* ist ein solcher, welcher ein einfaches Verhältniss ausdrückt; z. B. 3, 2, $^1/_2$, $^2/_3$ u. s. w. Krystalle des Nickelsulfats zeigen z. B. häufig die in Fig. 36 dargestellte Form, eine Combination, welche, wie aus Fig. 37 sich deutlich ersehen lässt, aus zwei Pyramiden zusammengesetzt ist, deren Hauptaxen verschieden gross sind. In der spitzeren Pyramide, deren Flächen in Fig. 36 oder 38 vorherrschen und welche als Grundform betrachtet wird, ist die Hauptaxe 1,906 mal so gross als eine Nebenaxe; in der stumpferen Pyramide, welche in dieser Figur als eine Zuspitzung der Endecken der Grundform auftritt, ist die Hauptaxe 0,953 mal so gross als eine Nebenaxe. In der letzteren Pyramide ist also die Hauptaxe im Vergleich zu der Länge einer Nebenaxe nur halb so gross als in der Grundform; wird das Axenverhältniss der Flächen

Fig. 36.

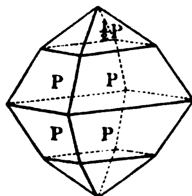
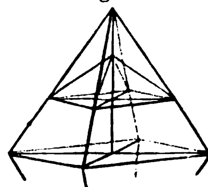
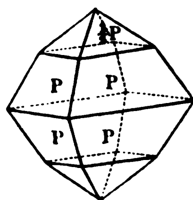


Fig. 37.



der Grundform durch $a : a : c$ ausgedrückt (in diesem speciellen Falle $a:a:c = 1:1:1,906$), so ist das Axenverhältniss der anderen Pyramide $a:a:{}^1/_2c$, und der letztere Ausdruck giebt auch das krystallographische Zeichen für die Flächen dieser Pyramide ab. Gewöhnlich bezeichnet man abgekürzt die Grundform mit P, eine andere Pyramide mit (im Verhältniss zur Länge einer Nebenaxe) *m*fach längerer oder *m*fach kürzerer Hauptaxe, als die der Grundform ist, mit *m*P (man lässt allgemein das Zeichen vor P ausdrücken, wie vielmal grösser oder kleiner in einer zu bezeichnenden Pyramide die Hauptaxe ist, als in der Grundform). Die in der Fig. 36 oder 38 dargestellte Combination ausser der Grundform P noch auftretende quadratische Pyramide ist nach dem eben angeführten mit $^1/_2$ P zu bezeichnen. Man nennt die Pyramiden *m*P (wo *m* grösser oder kleiner als 1) und die Grundform P selbst im Allgemeinen Pyramiden erster Ordnung.

Fig. 38.



Es kommen noch andere quadratische Pyramiden vor, deren Hauptunterschied gegenüber der Grundform nicht in der Verschiedenheit der relativen Grösse der Hauptaxe, sondern in der Lage der Flächen zu den Nebenaxen begründet ist. Jede Pyramide erster Ordnung, wie auch die Grundform, schneidet die beiden Nebenaxen in gleichem Abstande vom Mittelpunkte. Es kommen aber auch an Krystallen des quadratischen Systems Combinationen vor, wie z. B. Fig. 39 eine zeigt, wo sich ausser den Flächen der Grundform (P) noch andere (hier mit P∞ bezeichnete) vorfinden, die für sich vergrössert eine einfache Form von der Gestalt und Stellung wie in Fig. 40 geben. Die Beziehungen dieser einfachen Formen zu der Grundform ersieht man leicht aus Fig. 41, wo die letztere in die

Fig. 39.

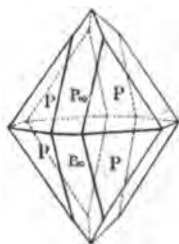


Fig. 40.

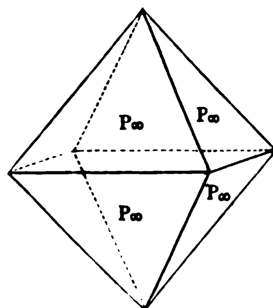
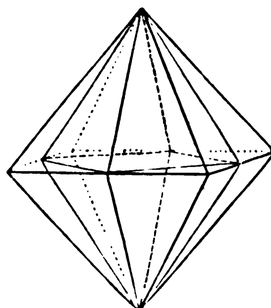


Fig. 41.



erstere hineingezeichnet ist. Die Flächen der mit P∞ bezeichneten Form schneiden die eine Nebenaxe und die Hauptaxe in demselben Verhältniss wie die Flächen der Grundform, erstrecken sich aber parallel mit der zweiten Nebenaxe; das Zeichen ihrer Flächen ist $a : \infty a : c$, und das der Gesammtform, indem man hinter P die Veränderungen der Nebenaxen notirt, P∞. Solche Pyramiden, von deren Flächen jede sich mit Einer Nebenaxe parallel erstreckt, nennt man quadratische Pyramiden zweiter Ordnung. Es kommen auch solche vor, welche die Hauptaxe in dem *m*fach

grösseren oder kleineren Abstande vom Mittelpunkte schneiden, als es (für gleiche Länge der Nebenaxen) bei der Grundform der Fall ist. Nach den entwickelten Grundsätzen ist das Zeichen ihrer Flächen $a : \infty a : mc$, das der Gesammtform $mP\infty$. So können auch vorkommen die Pyramiden zweiter Ordnung $3P\infty$, $2P\infty$, $\frac{1}{2}P\infty$ u. a.

Ausser diesen verschiedenen Arten von quadratischen Pyramiden sind von einfachen Formen im quadratischen System noch wichtig die quadratischen Prismen und die Endfläche. Die quadratischen Prismen sind ungeschlossene oder offene Formen (solche, die selbst bei noch so weit fortgesetzter Vergrösserung der Flächen den Raum nie vollständig begrenzen) mit vier gleichartigen, der Hauptaxe parallel sich erstreckenden und unter Winkeln von 90° zu einander geneigten Flächen. Es ist, den verschiedenen Pyramiden entsprechend, zu unterscheiden das quadratische Prisma erster Ordnung (Fläche $a : a : \infty c$; Form ∞P), von dessen Flächen jede die beiden Nebenaxen gleich weit vom Mittelpunkte schneidet, und das quadratische Prisma zweiter Ordnung (Fläche $a : \infty a : \infty c$; Form $\infty P\infty$), von dessen Flächen jede eine Nebenaxe schneidet und sich der anderen parallel erstreckt. Das Endflächenpaar, welches oben und unten auftritt und gleichfalls eine ungeschlossene Form ist, schneidet die Hauptaxe und erstreckt sich den beiden Nebenaxen parallel. Das Zeichen der beiden Flächen ist hiernach $\infty a : \infty a : c$; als Symbol des Flächenpaares pflegt man 0P zu benutzen, was im strengen Sinne eine Fläche bezeichnet, welche durch die Nebenaxen gelegt ist, usuell dient aber das Zeichen 0P zur Bezeichnung eines der genannten Fläche parallel laufenden Flächenpaares. Die Stellung dieser Prismen und die Lage ihrer Flächen wie auch der Endfläche geht aus Fig. 42 und 43 her-

Fig. 42.

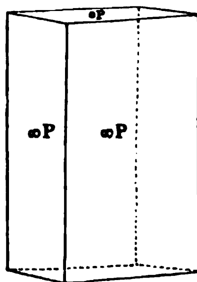
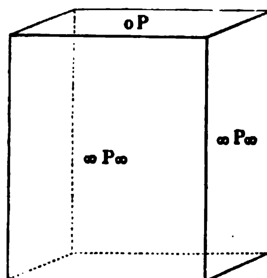


Fig. 43.



vor, deren erstere das Prisma erster Ordnung und die Endfläche ($\infty P . 0P$), die letztere das Prisma zweiter Ordnung und die Endfläche ($\infty P\infty . 0P$) in Combination zeigt.

Sonst noch vorkommende einfache Formen des quadratischen Systems sind die achtseitigen Pyramiden, welche 16 Flächen haben, deren jede sich von a auf einer Nebenaxe nach dem $n$fach (z. B. $\frac{3}{2}$fach) grösseren Abstande na auf der anderen Nebenaxe und nach irgend einem Punkte mc auf der Hauptaxe erstreckt (Zeichen der Fläche $a : na : mc$, der Form mPn), und die achtseitigen Prismen, deren acht Flächen in Beziehung auf die Nebenaxen ebenso liegen, aber der Hauptaxe sich parallel erstrecken

(Zeichen der Fläche $a : na : \infty c$, der Form ∞Pn). Diese Formen kommen zu selten vor, als dass wir ihnen hier weitere Beachtung zu schenken brauchten.

Anmerkung. Zum Verständniss der folgenden Tabelle wird nach der ausführlichen Darstellung bei dem tesseralen System (§. 2) genügen, darauf hinzuweisen, dass auch hier Miller's Zeichen hkl, in welchem sich h und k auf die Nebenaxen a, l auf die Hauptaxe c bezieht, dem Naumann'schen $\frac{h}{l}P\frac{h}{k}$ entspricht, und dass Weiss' und Dana's Zeichen sich ebenfalls nach den dort fixirten Principien gestalten.

	Naumann	Dana	Weiss	Miller
Grundpyramide	P	1	$a : a : c$	111
Spitzere Pyramide . . .	$\frac{5}{2}$P	$\frac{5}{2}$	$a : a : \frac{5}{2}c$	552
" " . . .	7P	7	$a : a : 7c$	771
Stumpfere Pyramide . .	$\frac{1}{4}$P	$\frac{1}{4}$	$a : a : \frac{1}{4}c$	114
" " . .	$\frac{3}{5}$P	$\frac{3}{5}$	$a : a : \frac{3}{5}c$	335
Prisma 1. Ordnung . . .	∞P	i	$a : a : \infty c$	110
Basisches Flächenpaar .	0P	0	$\infty a : \infty a : c$	001
Achtseitige Pyramide . .	P3	1 — 3	$a : 3a : c$	313
" " . .	3P$\frac{3}{2}$	3 — $\frac{3}{2}$	$a : \frac{3}{2}a : 3c$	321
Achtseitiges Prisma . . .	∞P2	i — 2	$a : 2a : \infty c$	210
" " . .	∞P$\frac{3}{2}$	i — $\frac{3}{2}$	$a : \frac{3}{2}a : \infty c$	320
Pyramide 2. Ordnung . .	P∞	1 — i	$a : \infty a : c$	101
" 2. " . .	5P∞	5 — i	$a : \infty a : 5c$	501
Prisma 2. Ordnung . . .	∞P∞	i — i	$a : \infty a : \infty c$	100

Von den Combinationen des quadratischen Systems mögen folgende, als Beispiele für die wichtigsten Fälle, betrachtet werden.

Fig. 44.

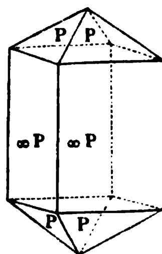
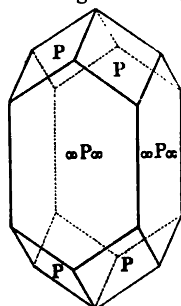


Fig. 45.



An einem quadratischen Prisma bringt die Endfläche gerade Abstumpfung der Enden hervor (vergl. Fig. 42 und 43), eine Pyramide Zuspitzung der Enden, wo die Pyramidenflächen auf den Prismaflächen aufsitzen, wenn Pyramide und Prisma gleicher Ordnung sind (Fig. 44, saures Kaliumphosphat, Zirkon), auf den Prismakanten, wenn Pyramide und Prisma entgegengesetzter Ordnung sind (Fig. 45, Zirkon, Apophyllit). — An einem Prisma bringt das Prisma entgegengesetzter Ordnung Abstumpfung der Kanten hervor; so an ∞P∞ in Fig. 46 (a. f. S.) das

Prisma ∞P, wie Fig. 47 (Kupfercalciumacetat) zeigt. Die Combinationskanten zwischen der Endfläche und einem Prisma werden durch Flächen

Fig. 46.

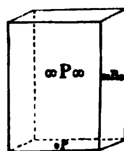


Fig. 47.

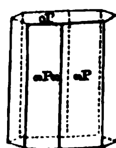
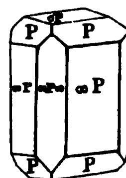


Fig. 48.



einer Pyramide, die gleicher Ordnung mit dem Prisma ist, abgestumpft (Fig. 48, Kupfercalciumacetat).

An einer quadratischen Pyramide bringt die Endfläche Abstumpfung der Endecken hervor (Fig. 49, Ferrocyankalium), das Prisma gleicher Ord-

Fig. 49.

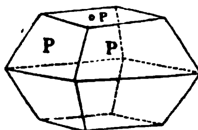


Fig. 50.

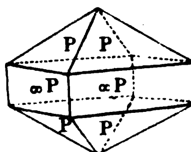
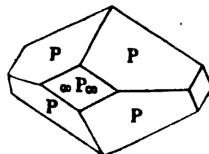


Fig. 51.



nung Abstumpfung der Seitenkanten (Fig. 50, Zinnstein), das Prisma entgegengesetzter Ordnung Abstumpfung der Seitenecken (Fig. 51, Honig-

Fig. 52.

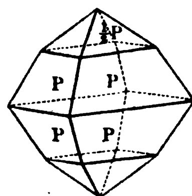


Fig. 53.

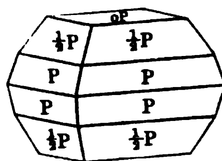
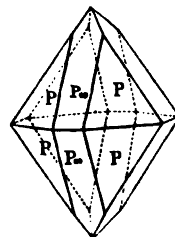


Fig. 54.



stein). — Mehrere Pyramiden gleicher Ordnung zeigen ihre Flächen über einander (Fig. 52 und 53, Nickelsulfat). Bei dem Zusammentreten von

Fig. 55.

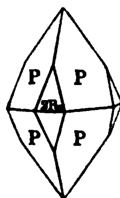


Fig. 56.

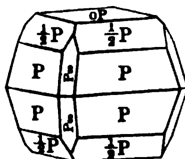
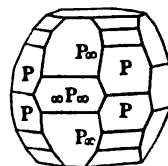


Fig. 57.



Pyramiden entgegengesetzter Ordnung zeigen sich die Flächen der einen an der Stelle der Endkanten oder an den Seitenecken der anderen; Fig. 54

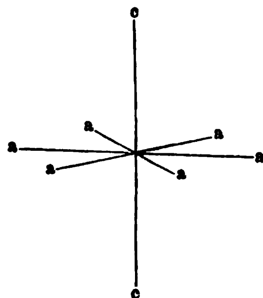
zeigt, für die Form des Nickelsulfats, an der Grundform P die Flächen der Pyramide zweiter Ordnung $P\infty$, welche in derselben Richtung liegen, wie die Endkanten von P; Fig. 55 zeigt an einer Grundform P die Seitenecken durch je zwei Flächen ersetzt, welche einer spitzeren Pyramide zweiter Ordnung ($2P\infty$) angehören (Anatas). Das Zusammenvorkommen mehrerer Pyramiden verschiedener Ordnung ist auch in Fig. 56 und 57, Formen des Nickelsulfats, dargestellt; in Fig. 57 sind die unbezeichneten, zwischen P und 0 P liegenden Flächen $^1/_2$P und $^1/_3$P.

Hexagonales (drei- und einaxiges, monotrimetrisches) System.

§. 4.

Die Krystalle des hexagonalen Systems zeigen vier charakteristische Ausbildungsrichtungen, Fig. 58, von welchen drei (a) in Einer Ebene liegen und unter Winkeln von 60° zu einander geneigt sind, die vierte (c) aber zu den drei vorhergehenden rechtwinkelig steht. Die drei gleichartigen Axen a nennt man die Nebenaxen, die vierte, in Beziehung auf die vorhergehenden ungleichartige Axe c die Hauptaxe. Die Krystalle des hexagonalen Systems haben insofern Aehnlichkeit mit denen des quadratischen Systems, als auch sie nach mehreren in Einer Ebene liegenden Axen gleichartig, nach einer darauf rechtwinkelig stehenden Axe aber ungleichartig ausgebildet sind; bei den quadratischen Krystallen giebt es indessen vier Stellen, wo gleichartige Ausbildung ist (an den vier Enden der zwei gleichartigen Axen), bei den hexagonalen Krystallen sechs (an den sechs Enden der drei gleichartigen Axen). Die einfachen Formen des hexagonalen Systems sind daher denen des quadratischen Systems in gewissem Sinne entsprechend; es giebt auch hier Pyramiden erster und zweiter Ordnung, ein Prisma erster und ein Prisma zweiter Ordnung, und, den symmetrisch-achtseitigen Formen entsprechend, symmetrisch-zwölfseitige Formen.

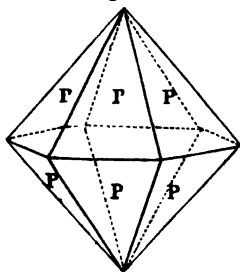
Fig. 58.



Wie in dem quadratischen Systeme giebt es auch in dem hexagonalen für jede darin krystallisirende Form ein besonderes Axenverhältniss; bei dem Quarz z. B. ist die Hauptaxe 1,0999 mal so gross, bei dem Beryll 0,4990 mal so gross, als eine Nebenaxe. Flächen, welche zwei Nebenaxen in gleichem Abstande vom Mittelpunkte ($a : a$) schneiden, mit der dritten Nebenaxe parallel gehen (∞a), und die Hauptaxe in dem (für jede Substanz verschiedenen) relativen Abstande c vom Mittelpunkte schneiden, begrenzen die Grundform, eine hexagonale Pyramide. Diese kann, je nach der Länge der Hauptaxe, eine stumpfe oder eine spitze sein; Fig. 59 zeigt die Grundform des Quarzes. Das Symbol für die Lage der Flächen an der Grundform ist $a : a : \infty a : c$, als Symbol für die Grundform selbst gebraucht man P. An dieser einfachen Krystallform finden

sich zwölf gleichschenkelig dreieckige Flächen, zwei sechsflächige Endecken und sechs vierflächige Seitenecken, sechs gleichartige Seitenkanten (zwischen je zwei Seitenecken) und zwölf unter sich gleichartige End- oder Polkanten (jede zwischen einem Seitenecke und einem Polecke liegend).

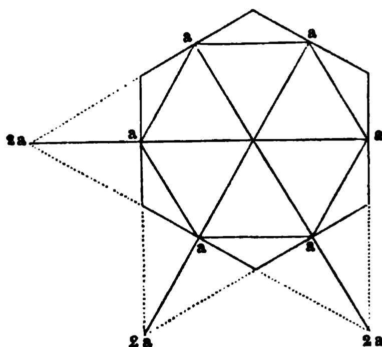
Fig. 59.



Wie im quadratischen Systeme, kommen auch an Krystallen des hexagonalen Systems noch andere Pyramiden gleicher Ordnung mit der Grundform vor, die sich von dieser dadurch unterscheiden, dass bei ihnen die Hauptaxe *m*fach grösser oder *m*fach kleiner ist, als bei der Grundform (*m* bedeutet auch hier wieder einen, ein einfaches Verhältniss ausdrückenden Zahlenwerth, z. B. 3, 2, $^1/_2$, $^1/_3$ u. s. w. Die hexagonalen Pyramiden erster Ordnung haben die Flächengleichung $a : a : \infty a : mc$, und das Zeichen *m*P (man deutet auch hier durch ein Zeichen vor P an, wie die Hauptaxe im Vergleich mit den Dimensionen der Grundform abgeändert ist).

Die hexagonalen Pyramiden zweiter Ordnung haben Flächen, welche die eine Nebenaxe in einem gewissen Abstande (a) vom Mittelpunkte schneiden, sich nach dem doppelten Abstande ($2a$) auf den beiden anderen Axen hin erstrecken, und die Hauptaxe entweder in dem durch die Normallänge der Hauptaxe c angegebenen Abstande oder in dem *m*fach grösseren oder *m*fach kleineren schneiden. Wie die Flächen einer Pyramide zweiter Ordnung zwischen den Nebenaxen liegen, ersieht man leicht aus Fig. 60, wo das einbeschriebene Sechseck *aaa* . . . die Lage der Seitenkanten der Grundform (und allgemein einer Pyramide erster Ordnung), das umbeschriebene Sechseck die Lage der Seitenkanten einer Pyramide zweiter Ordnung veranschaulicht. Das Zeichen der Pyramiden zweiter Ordnung ist im Allgemeinen, — der Flächengleichung $a : 2a : 2a : mc$ entsprechend —, *m*P2 (hinter P schreibt man, nach welchem Abstande auf einer der beiden anderen Nebenaxen eine von dem Abstende a auf der einen Nebenaxe ausgehende Fläche sich erstreckt).

Fig. 60.



Die Flächengleichung und das Zeichen für das hexagonale Prisma erster Ordnung, $a : a : \infty a : \infty c$ und ∞P, die Flächengleichung und das Zeichen für das hexagonale Prisma zweiter Ordnung, $a : 2a : 2a : \infty c$ und ∞P2, und die Flächengleichung und das Zeichen der Endfläche, $\infty a : \infty a : \infty a : c$ und 0P, bedürfen nach dem Vorhergehenden keiner weiteren Erörterung.

Die zwölfseitigen Formen, deren Flächen, von dem Abstande a auf einer Nebenaxe ausgehend, sich nach verschiedenen Abständen auf den anderen Axen hin erstrecken, kommen zu selten vor, als dass hier

bei ihnen zu verweilen wäre. Es giebt auch wieder Pyramiden und Prismen von dieser Art, entsprechend wie in dem quadratischen Systeme (vergl. §. 3).

Anmerkung. Weiss und Miller (oder vielmehr Bravais, dessen Modification der Miller'schen Zeichen allgemein angenommen ist) geben vier Parameter- (resp. Indices-) grössen an, den vier Axen des hexagonalen Systems entsprechend. Bei den Weiss'schen Zeichen der zwölfseitigen Figuren ergiebt sich für die Nebenaxen, dass wenn die erste in a und die zweite in der grössten Entfernung na geschnitten wird, der Parameter der dritten $n' = \frac{n}{n-1}$ sein muss, wobei $n > 2$, $n' > 1$ und < 2 ist. Bravais bezieht die drei ersten Indices auf die Nebenaxen und bedient sich gleicher Vorzeichen für diejenigen Hälften derselben, die um 120^0 aus einander liegen; die Indices der Fläche ABC sind hiernach $+h$, $+k$, $-l$, $+i$, ein Verhältniss, welches er $hk\bar{l}i$ schreibt und in welchem stets $h + k + l = 0$ ist.

	Naumann	Dana	Weiss	Miller (Bravais)
Grundpyramide	P	1	$a : a : \infty a : c$	$10\bar{1}1$
Spitzere Pyramide . . .	4 P	4	$a : a : \infty a : 4c$	$40\bar{4}1$
Stumpfere Pyramide . .	$^1/_2$ P	$^1/_2$	$a : a : \infty a : {}^1/_2 c$	$10\bar{1}2$
Prisma 1. Ordnung . . .	∞ P	i	$a : a : \infty a : \infty c$	$10\bar{1}0$
Basisches Flächenpaar .	0 P	0	$\infty a : \infty a : \infty a : c$	0001
Zwölfseitige Pyramide .	3 P $^3/_2$	$3 - {}^3/_2$	$3a : a : {}^3/_2 a : 3c$	$21\bar{3}1$
Zwölfseitiges Prisma . .	∞ P $^3/_2$	$i - {}^3/_2$	$3a : a : {}^3/_2 a : \infty c$	$21\bar{3}0$
Pyramide 2. Ordnung . .	P 2	1 — 2	$2a : a : 2a : c$	$11\bar{2}2$
„ 2. „ . .	4 P 2	4 — 2	$2a : a : 2a : 4c$	$22\bar{4}1$
Prisma 2. Ordnung . . .	∞ P 2	i — 2	$2a : a : 2a : \infty c$	$11\bar{2}0$

Bezüglich der Combinationen der eben erörterten einfachen Formen des hexagonalen Systems ist das Meiste dem bei dem quadratischen

Fig. 60 a.

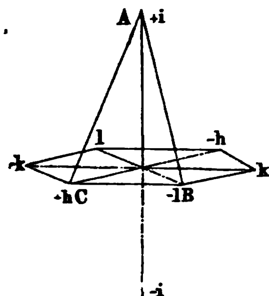


Fig. 61.

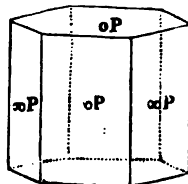
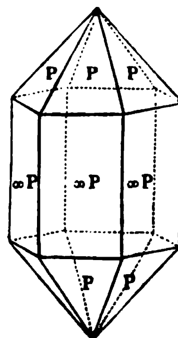


Fig. 62.



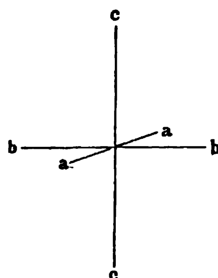
Systeme Erläuterten so entsprechend, dass ein ausführlicheres Eingehen nicht nöthig ist. Zwei der einfachsten und gewöhnlichsten Combinationen sind in Fig. 61 und 62 (a. v. S.) dargestellt: eine Combination des Prismas erster Ordnung mit der Endfläche (Beryll), und eine Combination des Prismas erster Ordnung mit der Grundform (Quarz) oder überhaupt einer Pyramide gleicher Ordnung.

Rhombisches (ein- und einaxiges, prismatisches) System.

§. 5.

Die Krystalle des rhombischen Systems sind, wie die des regulären und die des quadratischen Systems, nach drei zu einander rechtwinkelig stehenden Richtungen ausgebildet, aber nach jeder dieser Richtungen anders. Charakteristisch sind also für die Formen des rhombischen Systems drei zu einander rechtwinkelig stehende, aber sämmtlich ungleichartige Axen (Fig. 63): unter ihnen wird eine Axe willkürlich ausgewählt, senkrecht gestellt und als **Hauptaxe** (*c*) bezeichnet; von den beiden anderen Axen (Nebenaxen) nennt man die kürzere (*a*, hier immer in der Richtung von vorn nach hinten gestellt) die **Brachydiagonale**, die längere (*b*, hier immer in der Richtung von links nach rechts gestellt) die **Makrodiagonale**. Diese drei Axen sind ungleich gross, und für jede einzelne im rhombischen System krystallisirende Substanz ist durch besondere Messungen und Berechnungen zu ermitteln, wie das Grössenverhältniss der Brachydiagonale zur Makrodiagonale zur Hauptaxe, *a* : *b* : *c*, ist. An dem Schwefel ist es z. B. wie 0,8130 : 1 : 1,9037, an dem salpetersauren Kalium 0,5843 : 1 : 0,7028.

Fig. 63.

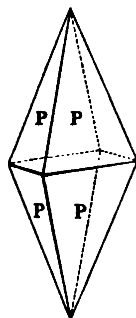


In den Krystallen des quadratischen und in denen des hexagonalen Systems ist die Hauptaxe so ausgezeichnet, dass ihre Feststellung keinem Bedenken unterliegt; bei diesen Krystallen ist die Hauptaxe eine Ausbildungsrichtung, an deren Enden sich Begrenzungselemente vorfinden, welche sonst nicht wieder an dem Krystall vorkommen, und sie ist auch die einzige Ausbildungsrichtung dieser Art. Man nennt eine Axe oder Ausbildungsrichtung, die in einer Krystallform ihres Gleichen nicht hat, eine einzelne Axe. Die Krystalle des regulären Systems haben gar keine einzelne Axe, sondern an jedem Krystall dieses Systems lassen sich für jede Ausbildungsrichtung noch andere ganz gleichartige auffinden. Bei den Krystallen des quadratischen und des hexagonalen Systems giebt es nur Eine einzelne Axe, die Hauptaxe; bei den Krystallen des rhombischen Systems und der folgenden Systeme giebt es aber mehrere einzelne Axen oder Ausbildungsrichtungen, die in dem Krystall einzig in ihrer Art sind. Bei den rhombischen Krystallen ist z. B. die Makrodiagonale ebensowohl eine einzelne Axe, wie die Brachydiagonale, und diese ebensowohl wie die Hauptaxe. Es ist bei den Krystallen des quadratischen und des hexagonalen Systems die Hauptaxe von der Natur selbst angedeutet, bei denen des

rhombischen Systems und der folgenden Systeme aber ist sie conventionell, sofern unter den verschiedenen einzelnen Axen eigentlich jede mit demselben Rechte (doch nicht immer mit derselben Zweckmässigkeit für die möglichst klare Veranschaulichung der an derselben Substanz auftretenden Krystallformen) als Hauptaxe genommen werden kann. Die möglichen Formen des rhombischen Systems ergeben sich nun leicht, wenn man bedenkt, dass an diesen Krystallen *jede* Axe solche Veränderungen erfahren kann, wie sie bei den quadratischen Krystallen die Hauptaxe zeigte.

Es sei für eine Substanz das Grössenverhältniss der Axen $a : b : c$ festgestellt, und a als Brachydiagonale, b als Makrodiagonale, c als Hauptaxe betrachtet; wir wollen dieses Grössenverhältniss als Normalverhältniss (für jede rhombisch-krystallisirende Substanz ist dieses ein anderes) bezeichnen. Flächen, welche die drei Axen in diesem Normalverhältnisse schneiden, begrenzen die *Grundform*, P, eine rhombische Pyramide (Fig. 64, Grundform des Schwefels), mit acht gleichartigen ungleichseitig-dreieckigen Flächen, mit sechs Ecken und zwölf Kanten; von den sechs Ecken sind immer nur je zwei sich gegenüberliegende gleichartig; von den zwölf Kanten sind immer nur je vier in Einer Ebene liegende gleichartig, und zwar unterscheidet man die in der Ebene der Nebenaxen liegenden Seitenkanten von den zwischen der Brachydiagonale und der Hauptaxe liegenden brachydiagonalen Endkanten und den zwischen der Makrodiagonale und der Hauptaxe liegenden makrodiagonalen Endkanten.

Fig. 64.



Ausser der Grundform können an einer rhombisch krystallisirenden Substanz noch viele andere *secundäre rhombische Pyramiden* vorkommen, deren Flächen die Axen in abgeänderten Verhältnissen schneiden; für die abgekürzte Bezeichnung dieser und der folgenden Formen ist zu beachten, dass man *vor* P angiebt, in welchem Verhältniss die Hauptaxe, *hinter* P aber angiebt, ob und in welchem Verhältniss eine Nebenaxe abgeändert ist, und dass man durch das Zeichen ⌣ oder — über P ausdrückt, ob die Veränderungszahl hinter P sich auf die Brachydiagonale oder auf die Makrodiagonale bezieht; die Veränderungszahlen drücken, wie in dem vorhergehenden Systeme, immer einfache Verhältnisse aus. (Das Zeichen $3\breve{P}2$ würde z. B. eine Form mit Flächen bedeuten, deren jede von der Distanz b auf der Makrodiagonale ausgehend die Hauptaxe in der Distanz $3c$ und die Brachydiagonale in der Distanz $2a$ vom Mittelpunkte schneidet; es wird hierbei stets die Kenntniss einer Grundform und des für sie geltenden Normalverhältnisses $a : b : c$ vorausgesetzt.) Es giebt nun ausser der Grundform noch Pyramiden, die sich von der ersteren dadurch unterscheiden, dass die Hauptaxe $m$mal grösser oder kleiner ist: $a : b : mc$ oder mP; Pyramiden, die im Vergleich zu der Grundform eine $n$fach grössere oder kleinere Brachydiagonale haben: $na : b : c$ oder $\breve{P}n$; Pyramiden, die im Vergleich zu der Grundform eine $n$fach grössere oder kleinere Makrodiagonale haben: $a : nb : c$ oder $\bar{P}n$. Und von den Pyramiden der beiden letzteren Arten lassen sich noch andere durch Veränderung der Hauptaxe auf das $m$fache ableiten: $na : b : mc$ oder $m\breve{P}n$, und $a : nb : mc$ oder $m\bar{P}n$.

In der Richtung jeder Axe können prismatische Formen sich erstrecken, welche alle ungeschlossene Formen mit vier gleichartigen Flächen sind, deren jede zwei Axen schneidet und sich der dritten Axe parallel erstreckt. Man nennt gewöhnlich nur die sich der Hauptaxe parallel erstreckenden Formen der Art Prismen, die sich einer Nebenaxe parallel erstreckenden aber Domen. Von der Grundform aus leiten sich zunächst ab das Prisma ∞P mit den Flächen $a : b : \infty c$, das brachydiagonale Doma $\breve{P}\infty$ mit den Flächen $\infty a : b : c$, das makrodiagonale Doma $\bar{P}\infty$ mit den Flächen $a : \infty b : c$. Bei jeder dieser drei Formen werden noch zwei Axen in dem Normalverhältnisse der Grundform geschnitten, aber es kommen auch solche vor, welche, sich einer Axe parallel erstreckend, die beiden anderen Axen in einem anderen Verhältnisse als das der Grundform schneiden, z. B. Prismen, welche die Brachydiagonale in dem $n$fach vergrösserten Abstande ($na : b : \infty c$ oder $\infty\breve{P}n$), oder die Makrodiagonale in dem $n$fach vergrösserten Abstande schneiden ($a : nb : \infty c$ oder $\infty\bar{P}n$), und Domen, welche die Hauptaxe in dem um das $m$fache abgeänderten Abstande schneiden ($\infty a : b : mc$ oder $m\breve{P}\infty$ und $a : \infty b : mc$ oder $m\bar{P}\infty$).

Endlich zeigen sich noch Endflächen, deren jede sich mit zwei Axen parallel erstreckt: die basischen Endflächen parallel mit den beiden Nebenaxen (mit der Flächengleichung $\infty a : \infty b : c$ und dem Zeichen $0P$), die brachydiagonalen Endflächen parallel mit der Brachydiagonale und der Hauptaxe ($\infty a : b : \infty c$; $\infty\breve{P}\infty$) und die makrodiagonalen Endflächen parallel mit der Hauptaxe und der Makrodiagonale ($a : \infty b : \infty c$; $\infty\bar{P}\infty$).

Anmerkung. Die Vergleichung der Dana'schen und Weiss'schen Zeichen mit denen Naumann's bietet keinerlei Schwierigkeit dar. Hinsichtlich der Miller'schen ist nur zu bemerken, dass er selbst und Viele nach ihm (besonders Engländer) mit a nicht die Brachydiagonale, sondern die Makrodiagonale bezeichnet, wonach sich auch die Anordnung der Indices ändert. In der folgenden Tabelle bezieht sich dagegen (nach dem Vorgange namentlich der deutschen Krystallographen) der erste Index auf die Brachydiagonale, der zweite auf die Makrodiagonale, der dritte auf die Hauptaxe.

	Naumann	Dana	Weiss	Miller
Grundpyramide	P	1	$a : b : c$	111
Spitzere Pyramide	$2P$	2	$a : b : 2c$	221
Stumpfere Pyramide	$^2/_5 P$	$^2/_5$	$a : b : {^2/_5}c$	225
Prismapyramide	∞P	i	$a : b : \infty c$	110
Basisches Flächenpaar	$0P$	0	$\infty a : \infty b : c$	001
Brachydiagonale Pyramide . . .	$3\breve{P}3$	$3 - \breve{3}$	$3a : b : 3c$	131
Brachydiagonales Doma	$^1/_2 \breve{P}\infty$	$^1/_2 - \breve{i}$	$\infty a : b : {^1/_2}c$	012
Brachydiagonales Flächenpaar .	$\infty\breve{P}\infty$	$i - \breve{i}$	$\infty a : b : \infty c$	010
Makrodiagonale Pyramide . . .	$\bar{P}\,^3/_2$	$1 - \overline{^3/_2}$	$a : {^3/_2}b : c$	323
Makrodiagonales Doma	$^2/_5 \bar{P}\infty$	$^2/_5 - \bar{i}$	$a : \infty b : {^2/_5}c$	205
Makrodiagonales Flächenpaar . .	$\infty\bar{P}\infty$	$i - \bar{i}$	$a : \infty b : \infty c$	100

Aus diesen einfachen Formen — Pyramiden, Prismen und Domen, und Endflächen — setzen sich zahlreiche Combinationen des rhombischen Systems zusammen, deren einige beispielsweise hier erörtert werden mögen. An der Grundform P bringt eine stumpfere Pyramide mP Zuspitzungen der Endecken hervor (so $^1/_3$P in Fig. 65, Schwefel), das Prisma ∞P Abstumpfungen der Seitenkanten, das Doma $\breve{P}\infty$ Abstumpfungen der makrodiagonalen Endkanten, das Doma $\bar{P}\infty$ Abstumpfungen der brachydiagonalen Endkanten (Fig. 66, Schwefel), die basischen Endflächen 0P Abstumpfungen der Endecken, die brachydiagonalen Endflächen $\infty\breve{P}\infty$ Abstumpfungen der an den Enden der Makrodiagonale liegenden Seitenecken, und die makrodiagonalen Endflächen $\infty\bar{P}\infty$ Abstumpfungen der an den Enden der Brachydiagonale liegenden Seitenecken. — An dem Prisma ∞P bringt die Grundform P eine Zuspitzung der Enden hervor (Fig. 67, Zinksulfat), die brachydiagonalen Endflächen $\infty\breve{P}\infty$ eine Abstumpfung der an den Enden der Makrodiagonale liegenden (schärferen) Prismakanten (Fig. 69, Zinksulfat), die makrodiagonalen Endflächen eine Abstumpfung der an den Enden der Brachydiagonale liegenden (stumpferen) Prismakanten (Fig. 68, Zinksulfat). An dem Prisma ∞P bewirkt das Auftreten eines brachydiagonalen oder eines makrodiagonalen Domas Zuschärfung der Enden, und zwar sind im ersteren Falle die zuschärfenden Domaflächen auf den an den Enden der Makrodiagonale liegenden (schärferen) Prismakanten aufgesetzt (Fig. 71, a. f. S., saures äpfelsaures Calcium), im letzteren Falle auf den an den Enden der Brachydiagonale liegenden (stumpferen) Prismakanten (Fig. 72, a. f. S., ameisensaurer Baryt). — Zwei Arten von Endflächen können vorherrschen und eine gleichsam prismatische Form bilden, an welcher die Flächen unter rechten Winkeln zu einander geneigt

Fig. 65.

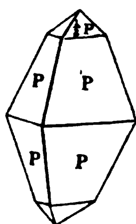


Fig. 66.

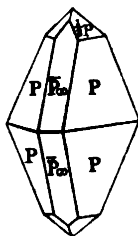


Fig. 67.

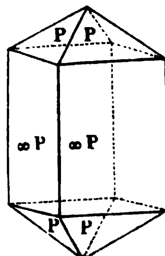


Fig. 68.

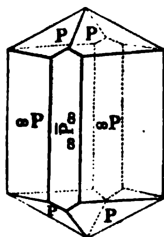


Fig. 69.

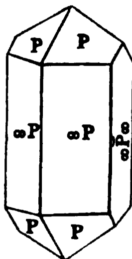
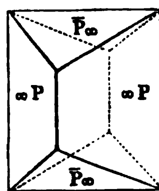


Fig. 70.



sind'; doch sind hier immer nur zwei sich parallele Flächen gleichartig (Fig. 72 zeigt eine solche Combination der beiden sich in der Richtung

Fig. 71.

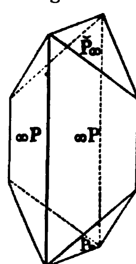


Fig. 72.

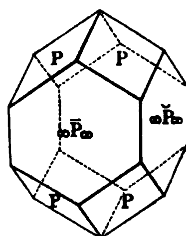
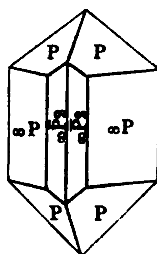


Fig. 73.



der Hauptaxe erstreckenden Endflächen mit der Grundform; salpetersaures Uran). — An dem Prisma ∞P bewirkt ein Prisma mit relativ grösserer Makrodiagonale Zuschärfung der an den Enden der Brachydiagonale liegenden (stumpferen) Prismakanten (Fig. 73). Ein secundäres Prisma (dessen Flächen die Nebenaxen in einem anderen Verhältnisse schneiden, als das der Grundform ist) kann auch vorherrschen; ist an ihm die Brachydiagonale vergrössert, so kann es an den Enden der letzteren die

Fig. 74.

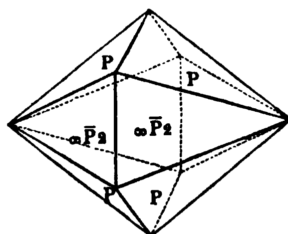


Fig. 75.

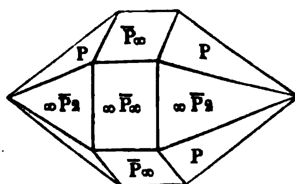


Fig. 76.

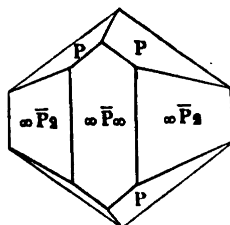
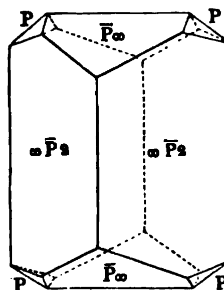


Fig. 77.



schärferen Kanten haben, während bei ∞P die schärferen Kanten an der Makrodiagonale, die stumpferen an der Brachydiagonale liegen, wie auch an der Grundform P die schärferen Endkanten nach der Makrodiagonale, die stumpferen nach der Brachydiagonale gehen. Die Figuren 74 bis 79, welche die wichtigsten Formen des Kaliumsulfats darstellen, geben Beispiele für das vorherrschende Auftreten des secundären Prismas ∞P̄2 ab;

sie zeigen zugleich, wie einzelne Formen des rhombischen Systems hexagonalen Formen gleichen (wenn man in Fig. 74 und 75 sich die Krystalle

Fig. 78.

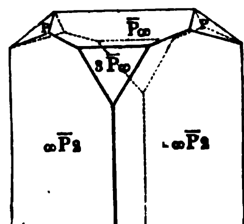
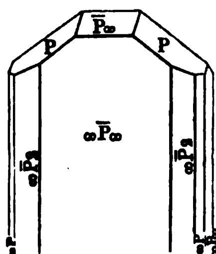


Fig. 79.



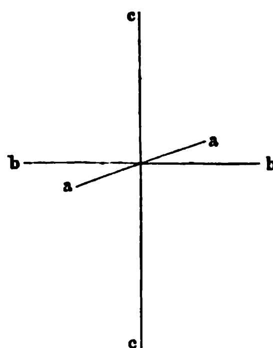
so gedreht denkt, dass die hier von links nach rechts gehende Richtung von oben nach unten geht), während andere Formen derselben Substanz unverkennbar den Charakter des rhombischen Krystallsystems zeigen.

Monoklinisches (zwei- und eingliederiges, klinorhombisches) System.

§. 6.

Krystalle des monoklinischen (einfach-schiefwinkeligen) Systems nennt man solche, welche nach drei Richtungen ungleichartig ausgebildet sind, und an welchen zwei dieser Ausbildungsrichtungen schief zu einander stehen. Diese Krystalle haben somit drei ungleichartige Axen, wie die rhombischen Krystalle; aber während die Axen bei den letzteren alle rechtwinkelig zu einander stehen, bilden bei den monoklinischen Krystallen die Axen zweimal rechte, einmal schiefe Winkel (Fig. 80; *cc* steht rechtwinkelig zu *bb*, schiefwinkelig zu *aa*; *bb* steht rechtwinkelig zu *aa*). Die Axe *cc* denken wir uns vertical gestellt; dann bilden die beiden anderen Axen die Diagonalen der schiefen Basis. Die Axe *bb*, welche senkrecht zur Verticalaxe *cc* steht, und in der Figur von links nach rechts horizontal gezeichnet ist, heisst die Orthodiagonale; die Axe *aa*, welche schief zur Verticalaxe *cc* steht und in der Figur von vorn nach hinten aufsteigt, wird die Klinodiagonale genannt. Für jede in dem monoklinischen Systeme krystallisirende Substanz gilt ein besonderes Grössenverhältniss der drei Axen, und eine besondere (hier, auf der Seite des spitzeren Winkels, immer mit *L* bezeichnete) schiefe Neigung der Hauptaxe zur Klinodiagonale.

Fig. 80.



Bei dem Eisensulfat (Eisenvitriol) ist z. B.

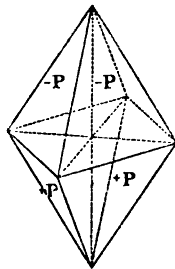
$$a : b : c = 1{,}1704 : 1 : 1{,}5312$$
$$L = 76^0\ 33'.$$

Beim Gyps ist

$$a : b : c = 0{,}6891 : 1 : 0{,}4156$$
$$L = 81^0\ 5'.$$

Die Grundform P, die durch Flächen begrenzt wird, welche die drei Axen in dem für die betreffende Substanz gültigen Normalverhältnisse $a : b : c$ schneiden (Fig. 81), hat acht ungleichseitig-dreieckige Flächen, welche aber nicht mehr alle gleichartig sind. Die vier Flächen, von welchen zwei gegenüber dem oberen und zwei gegenüber dem unteren spitzeren Winkel zwischen b und c liegen, sind unter sich gleichartig, aber verschieden von den vier Flächen, von welchen zwei gegenüber dem oberen und zwei gegenüber dem unteren stumpferen Winkel zwischen der Klinodiagonale b und der Hauptaxe c liegen; man bezeichnet die ersteren mit + P, die letzteren mit — P, und eine dieser beiden Arten Flächen tritt, als Hemipyramide (Hälfte einer Pyramide) in Combinationen ganz unabhängig von der anderen Art Flächen oder der entgegengesetzten Hemipyramide auf. Von den sechs Ecken der Grundform sind je zwei sich gegenüber liegende gleichartig. Von den zwölf Kanten der Grundform sind die vier zwischen der Orthodiagonale und der Klinodiagonale liegenden gleichartig; die vier zwischen der Orthodiagonale und der Hauptaxe liegenden sind auch unter sich gleichartig; aber von den vier zwischen der Klinodiagonale und der Hauptaxe liegenden sind nur je zwei sich parallele gleichartig.

Fig. 81.



In ganz entsprechender Weise, wie in dem rhombischen System durch Veränderung der Grösse jeder Axe andere Formen abgeleitet wurden, ist dieses auch für das monoklinische System zulässig. Zum Zweck der abgekürzten Bezeichnung schreibt man auch hier vor P, in welchem Verhältnisse die Hauptaxe, hinter P, in welchem Verhältnisse eine der Nebenaxen in einer secundären Form, im Vergleiche zu dem Normalverhältnisse der Axen in der Grundform, abgeändert ist, und ob die hinter P geschriebene Abänderungszahl sich auf die Klinodiagonale oder auf die Orthodiagonale bezieht, drückt man dadurch aus, dass man im ersteren Falle die ganze Bezeichnungsformel in Klammern einschliesst, im letzteren Falle aber nicht [1]).

Es genügt nach dem bei dem rhombischen Systeme Erörterten, hier anzuführen, dass von secundären monoklinischen Pyramiden vorkommen können: Pyramiden mP (mit der Lage der Flächen $a : b : mc$),

---

[1]) Manchmal auch in der Art, dass man, wenn die hinter P stehende Zahl sich auf die Orthodiagonale bezieht, P von einem horizontalen Strich (P̶), und wenn die hinter P stehende Zahl sich auf die Klinodiagonale bezieht, P von einem schiefstehenden Strich (P̸) durchzogen sein lässt. P̶ n ist gleichbedeutend mit Pn in der oben gebrauchten Bezeichnungsweise, und P̸n mit [Pn], ∞ P̶n mit ∞Pn, ∞ P̸ ∞ mit [∞P∞] u. s. w.

Pn (mit der Lage der Flächen $a : nb : c$), [Pn] (mit der Lage der Flächen $na : b : c$), mPn (mit der Lage der Flächen $a : nb : mc$) und [mPn] (mit der Lage der Flächen $na : b : mc$). Jede dieser Pyramiden zerfällt, wie die Grundform, in zwei bezüglich des Auftretens in Combinationen ganz unabhängige Hemipyramiden; jede Hemipyramide zeigt vier gleichartige Flächen, die in zwei Flächenpaaren (einem oberen und einem unteren) auftreten; bei den + Hemipyramiden liegt jedes Flächenpaar gegenüber einem der spitzeren, bei den — Hemipyramiden jedes Flächenpaar gegenüber einem der stumpferen Winkel zwischen der Hauptaxe und der Klinodiagonale.

Prismen und Domen sind auch hier Formen, von deren Flächen jede zwei Axen schneidet und der dritten Axe parallel sich erstreckt. In der Richtung der Hauptaxe erstrecken sich das Prisma $a : b : \infty c$ oder ∞P und secundäre Prismen $na : b : \infty c$ oder [∞Pn] und $a : nb : \infty c$ oder ∞Pn; in der Richtung der Klinodiagonale erstrecken sich klinodiagonale Domen $\infty a : b : c$ oder [P∞] und $\infty a : b : mc$ oder [mP∞]; in der Richtung der Orthodiagonale erstrecken sich orthodiagonale Domen $a : \infty b : c$ oder P∞ und $a : \infty b : mc$ oder mP∞. Von den Prismen und den klinodiagonalen Domen zeigt jedes vier gleichartige Flächen; von den vier Flächen eines orthodiagonalen Domas aber sind nur je zwei sich parallele gleichartig, und die, als + Hemidoma bezeichneten, gegenüber den spitzeren Winkeln des Axensystems liegenden zwei Flächen sind bezüglich des Auftretens in Combinationen ganz unabhängig von den, als — Hemidoma bezeichneten, gegenüber den stumpferen Winkeln des Axensystems liegenden Flächen.

Endflächen kommen auch hier dreierlei Arten vor; jede Art hat zwei Flächen, deren jede zwei Axen parallel liegt und die dritte Axe schneidet. Die basischen Endflächen 0P haben die Lage $\infty a : \infty b : c$, die klinodiagonalen Endflächen [∞P∞] haben die Lage $\infty a : b : \infty c$, die orthodiagonalen Endflächen ∞P∞ haben die Lage $a : \infty b : \infty c$[1]).

Alle in das monoklinische System gehörigen Krystalle sind, wenn rundum ausgebildet, Combinationen, denn es giebt hier keine Form mit gleichartigen Flächen, welche den Raum ringsum begrenzen könnte. Die monoklinischen Pyramiden selbst sind Combinationen der entgegengesetzten (+ und —) Hemipyramiden. Häufig herrschen an den Combinationen die Flächen des Prismas vor; zur Erläuterung des Charakters monoklinischer Combinationen mögen folgende Beispiele erörtert werden.

An einem monoklinischen Prisma ∞P bilden die basischen Endflächen schiefe Abstumpfungen der Enden (Fig 82, a. f. S., zeigt diese Combination mit den eingezeichneten Axen), so dass jede Endfläche in der Richtung der Klinodiagonale schiefwinkelig, in der Richtung der Orthodiagonale rechtwinkelig zur Hauptaxe steht. Die klinodiagonalen Endflächen stumpfen die an den Enden der Orthodiagonale liegenden Prismakanten ab (Fig 83, a. f. S., Gyps), die orthodiagonalen Endflächen die an den Enden der Klinodiagonale liegenden Prismakanten.

---

[1]) Siehe die Anmerkung bei triklinischem System.

Die schärferen Combinationskanten zwischen 0P und ∞P werden abgestumpft durch die + Flächen einer Pyramide, die stumpferen durch

Fig. 82.

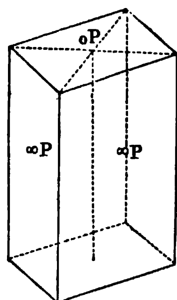
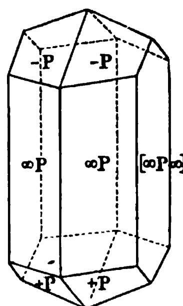


Fig. 83.



die — Flächen einer Pyramide. — Die vier durch 0P und ∞P gebildeten Combinationsecken, welche zwischen der Hauptaxe und der Orthodiagonale liegen, werden abgestumpft durch ein klinodiagonales Doma; von den vier zwischen der Hauptaxe und der Klinodiagonale liegenden Combinationsecken werden die zwei spitzeren abgestumpft durch die + Flächen (Fig. 84, Eisensulfat), die stumpferen durch die — Flächen eines ortho-

Fig. 84.

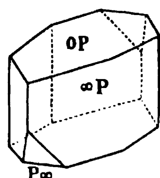
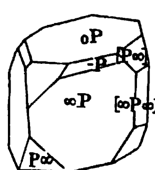


Fig. 85.



diagonalen Domas (gleichfalls Eisensulfat). — Wie alle diese verschiedenen Ecken sammt den Combinationskanten zwischen 0P und ∞P abgestumpft sein können, zeigt Fig. 85 (gleichfalls Eisensulfat).

An den Enden eines Prismas zeigt sich Zuspitzung durch das gleichzeitige Auftreten zweier entgegengesetzter Hemipyramiden, der + und — Flächen einer Pyramide (Fig. 86, Gyps). Zuschärfung kann hervorgebracht werden durch das Alleinauftreten Einer Hemipyramide (Fig. 87, Gyps; Fig. 88, Augit) oder durch ein klinodiagonales Doma (chlorsaures Barium).

Die Krystalle dieses Systems sind meistens in der Richtung der Hauptaxe vorzugsweise ausgebildet, manchmal indess auch in der Richtung der Klinodiagonale oder der Orthodiagonale. Bei derselben Substanz können durch dieselben Flächen verschieden aussehende Krystallformen gebildet werden, je nachdem die Ausbildung des Krystalls vorzugsweise in der Richtung der Hauptaxe oder in der Richtung der Klinodiagonale statt hat. Ausbildung in der Richtung der Orthodiagonale zeigt z. B. das wasserhaltige Natriumsulfat; die langen (in der Figur, weil von vorn nach

hinten gerichtet, verkürzt erscheinenden) Säulen dieses Salzes (Fig. 89 a.) werden durch die Flächen 0P, ∞P∞ und das untergeordneter auftretende

Fig. 86.

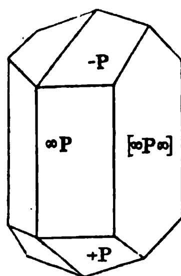


Fig. 87.

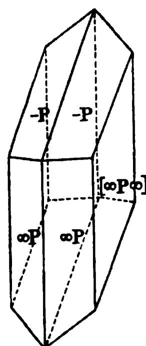
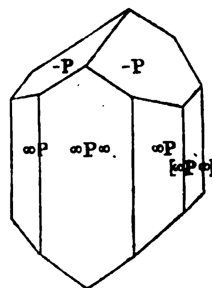


Fig. 88.



Hemidoma + P∞ gebildet. Andere Beispiele dafür, wie Krystalle des monoklinischen Systems in der Richtung der Orthodiagonale verlängert

Fig. 89 a [1]).

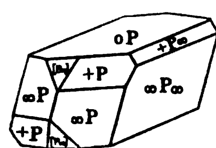


Fig. 89 b [1]).

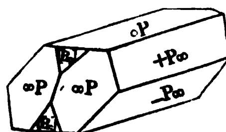
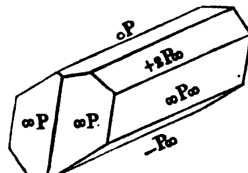


Fig. 90 [1]).



(prismatisch) ausgebildet sein können, bietennoch die Oxalsäure (Fig. 89 b.) und das zweifach-kohlensaure Kali (Fig. 90, Kaliumdicarbonat).

Triklinisches (ein- und eingliederiges, asymmetrisches klinorhomboidisches) System.

§. 7.

Für die Krystalle des triklinischen Systems sind drei ungleichartige Axen [2]) charakteristisch, die sämmtlich unter einander schief geneigt sind (Fig. 91 *aa*, a. f. S., steht schiefwinkelig zu *bb*, *bb* steht schiefwinkelig zu *cc*, *aa* steht schiefwinkelig zu *cc*). Für jede triklinisch krystallisirende

[1]) Die Figuren 89 a, 89 b und 90 sind so gezeichnet, dass die Orthodiagonale auf den Beschauer zuläuft.

[2]) Krystalle, an welchen drei ungleichartige Ausbildungsrichtungen einmal rechtwinkelig und zweimal schiefwinkelig zu einander geneigt sind, kommen, wenn sie sich vorfinden, im Wesentlichen, was die Symmetriegesetze ihrer äusseren Ausbildung betrifft, mit denen des triklinischen (dreifach-schiefwinkeligen) Systems überein.

Substanz sind die relativen Grössen der drei Axen und ihre drei Neigungen zu einander zu ermitteln. Die eine der Axen wählt man als Hauptaxe; von den beiden anderen bezeichnet man die grössere als Makrodiagonale, die kleinere als Brachydiagonale. Die möglichen Formen sind wieder ganz die, welche bei dem rhombischen Systeme besprochen wurden. Ausser den Flächen der Grundform P können noch solche vorkommen, welche secundären Pyramiden mP, $\bar{P}n$, $\breve{P}n$, $m\bar{P}n$ oder $m\breve{P}n$ angehören; Prismenflächen ∞P, $\infty\bar{P}n$ oder $\infty\breve{P}n$, Domenflächen $\bar{P}\infty$, $m\bar{P}\infty$, $\breve{P}\infty$ oder $m\breve{P}\infty$; Endflächen $0P$, $\infty\bar{P}\infty$, $\infty\breve{P}\infty$. Aber von allen diesen Formen sind immer nur je zwei sich parallele Flächen gleichartig. Die Grundform z. B., deren Flächen die drei Axen in dem Normalverhältnisse $a:b:c$ schneiden, hat acht Flächen, von denen nur je zwei parallel liegende gleichartig sind; sie zerfällt in vier von einander unabhängige Viertelspyramiden. Jedes Prisma und jedes Doma zerfällt in zwei von einander unabhängige Hemiprismen oder Hemidomen. Diese einzelnen Formen, deren jede nur zwei parallele gleichartige Flächen hat, bezeichnet man ihrer Lage nach durch Striche, welche andeuten, wo eine Art Flächen für eine bestimmte Stellung einer Krystallform sich an derselben vorn zeigt. P′ bezeichnet z. B. eine Fläche der Grundform, die vorn oben rechts auftritt (und die parallele an der entgegengesetzten Stelle des Krystalls), ,P eine solche Fläche, die vorn unten links auftritt; $\infty,'P$ die zwei Flächen des Prismas ∞P, deren vordere links auftritt; $m,\breve{P}'\infty$ zwei parallele Flächen eines brachydiagonalen Domas, die sich an dem Krystall oben rechts und unten links zeigen; $m,\bar{P},\infty$ zwei parallele Flächen eines makrodiagonalen Domas, deren vordere unten an dem Krystall auftritt u. s. f. Bezüglich der Stellung eines Krystalls ist hier Alles conventionell, und ebenso bezüglich der Betrachtung der Flächen. Die in Fig. 92 dargestellte Form kann man betrachten als durch die drei Endflächen $\infty\bar{P}\infty$, $\infty\breve{P}\infty$ und $0P$ gebildet, oder als eine Combination des Prismas mit der Endfläche ($\infty,'P . \infty P',. 0P$) oder man kann auch die obere Fläche als einer Viertelspyramide angehörig betrachten und die Combination bezeichnen als $\infty,'P . \infty P,' . 'P$. Wir verweilen deshalb nicht bei der Betrachtung der Combinationen dieses Systems, sondern geben nur durch Fig. 93 für das bekannteste hierher gehörige chemische Präparat, das Kupfersulfat (Kupfer-

Fig. 91.

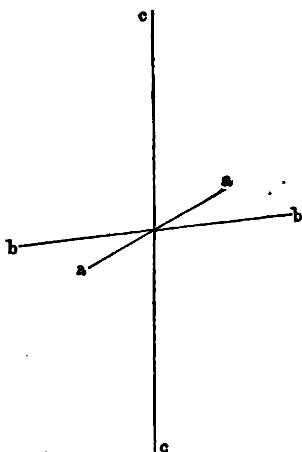


Fig. 92.

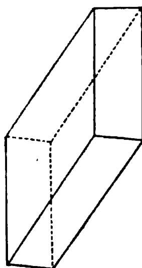
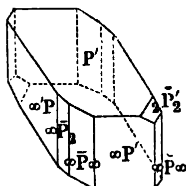


Fig. 93.



vitriol), an, wie man die an ihm fast stets vorherrschend oder deutlich ausgebildeten Flächen deutet.

Anmerkung. Die Dana'schen, Weiss'schen und Miller'schen Zeichen schliessen sich für das monokline und trikline System dem rhombischen auf das Engste an, so dass wir hier von einer tabellarischen Zusammenstellung Umgang nehmen können und nur zu betonen haben, dass Weiss und Miller im monoklinen Systeme die geneigte Axe mit *a* bezeichnen und dass sich Dana für die Veränderungen der Orthodiagonale keiner besonderen Bezeichnung bedient, Veränderungen der Klinodiagonale aber durch einen Accent andeutet; demnach z. B. $i - i = \infty P \infty$; $i - \grave{i} = [\infty P \infty]$.

Hemiëdrien und Tetartoëdrien.

§. 8.

Die im Vorhergehenden ausgeführten Betrachtungen erstreckten sich über alle möglichen Symmetriegesetze, welche sich bezüglich der Begrenzung der Krystalle durch Flächen finden können, und innerhalb eines jeden Systems über alle möglichen Lagen, in welchen Flächen vorkommen können. Doch lehrten sie noch nicht alle einfachen Formen und somit auch nicht alle Combinationen kennen, welche vorkommen. Flächen von derselben Lage gegen ein bestimmtes Axensystem können nämlich verschiedene Formen begrenzen, je nach der Zahl, in welcher diese Flächen auftreten. Wir haben in dem Vorhergehenden nur diejenigen einfachen Formen betrachtet, die gebildet werden durch gleichartige Flächen, welche in bestimmten Richtungen, aber in möglichst grosser Anzahl um das ganze Axensystem herum gelegt werden. Solche Formen, die durch Flächen gebildet werden, welche in so grosser Anzahl, als das ihre Lage bedingende Symmetriegesetz es nur zulässt, vorhanden sind, nennt man holoëdrische (vollflächige) Formen; solche, welche bei gleicher Lage nur in halb so grosser Anzahl vorhanden sind und doch eine einfache Form begrenzen, hemiëdrische (hälftflächige) Formen oder Hemiëdrien der ersteren; und ganz entsprechend giebt es auch tetartoëdrische (viertelsflächige) Formen. Ein Beispiel wird die Beziehungen zwischen holoëdrischen und hemiëdrischen Formen klar machen. Die in Fig. 94 und 95 dargestellten, so verschieden aussehenden Formen des tesseralen Systems werden beide durch Flächen begrenzt, deren jede die drei Axen in gleich grossem Abstande vom Mittelpunkte schneidet. Die Lage der Flächen gegen die Axen ist in beiden Krystallformen dieselbe, aber in Fig. 94 (a. f. S.) begrenzen acht Flächen — so viel als nur immerhin in der Art gelegt werden können, dass jede Fläche die drei Axen gleich weit vom Mittelpunkte schneide — die Krystallform, in Fig. 95 (a. f. S.) hingegen nur halb so viel. Fig. 94 stellt eine holoëdrische, Fig. 95 eine hemiëdrische Form vor; die in Fig. 95 dargestellte Form ist die Hemiëdrie der in Fig. 94 dargestellten.

Es hat für die Kenntniss der einfachen Formen eines Systems und der wichtigsten Combinationen allerdings Vortheile, wenn man bei der

Betrachtung jedes einzelnen Systems gleich auch auf die darin möglichen hemiëdrischen Formen Rücksicht nimmt. Wir handeln hier die hemiëdri-

Fig. 94.

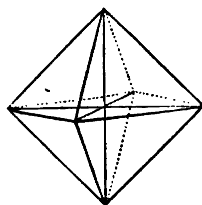
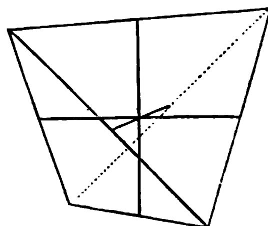


Fig. 95.



schen Formen aller Systeme zusammen ab, weil gewisse Eigenthümlichkeiten der Hemiëdrien, deren Erkenntniss in neuerer Zeit für einzelne Theile der Physik und der Chemie von grosser Wichtigkeit geworden ist, am deutlichsten bei der gemeinsamen Betrachtung der verschiedenen hemiëdrischen Formen hervortreten.

Hemiëdrische Formen des tesseralen Systems. — Ihre Flächen stimmen bezüglich der Lage gegen das Axensystem mit den Flächen einer der sieben holoëdrischen einfachen Formen überein, welche früher betrachtet wurden, treten aber nur in halb so grosser Anzahl auf. Man kann sich diese hemiëdrischen Formen am besten in der Art verdeutlichen, dass man sie von den holoëdrischen Formen ableitet, indem man sich an diesen die eine Hälfte der Flächen bis zur vollständigen Begrenzung des Raums vergrössert denkt.

Denkt man sich z. B. an dem Oktaëder, Fig. 94, von den vorderen Flächen die oben rechts und unten links, von den hinteren Flächen die oben links und unten rechts bis zur vollständigen Begrenzung des Raumes vergrössert, so entsteht die in Fig. 95 dargestellte Form, das Tetraëder. Dieses hat vier gleichseitig-dreieckige Flächen, vier gleichartige Ecken, sechs gleichartige Kanten. Man bezeichnet es, da es die Hälfte der Flächen des Oktaëders O zeigt, mit $\frac{O}{2}$. Bei seiner Ableitung von dem Oktaëder wurde die eine Hälfte der Flächen der letzteren wachsend, die andere verschwindend gedacht, in der Art, dass immer um eine sich vergrössernde Fläche drei (die in Kanten mit der ersteren zusammenstossenden) verschwindende liegen. Man kann natürlich einmal die eine, und einmal die andere Hälfte der Oktaëderflächen sich als wachsend denken, und demgemäss leiten sich von dem Oktaëder zwei der Stellung nach verschiedene Tetraëder ab. Das so wie in Fig. 96 gestellte und mit $+\frac{O}{2}$ bezeichnete Tetraëder entsteht aus dem Oktaëder, wenn die Oktaëderfläche vorn oben rechts unter den wachsenden Flächen ist; das so wie in Fig. 97 gestellte und mit $-\frac{O}{2}$ bezeichnete Tetraëder entsteht, wenn dieselbe Oktaëderfläche unter den verschwindenden ist. Diese zwei Tetraëder können bei ihrem Vorkommen in Combinationen, z. B. durch die Grösse der Flächen, die sie zeigen, unterscheidbar sein, oder durch physikalische Eigenschaften ihrer

Flächen (indem z. B. die Flächen des einen stets glänzend, die des anderen stets matt sein können), aber für sich sind sie geometrisch nicht unterscheidbar. Sie sind zwei ganz identische Formen, die nur in Fig. 96 und 97 verschieden gestellt sind; aber man kann die in Fig. 96 dargestellte

Fig. 96.

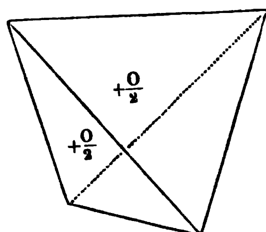
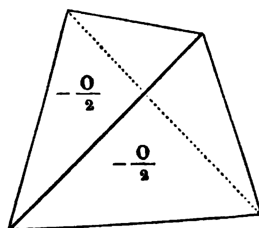


Fig. 97.



Form leicht so drehen, dass sie mit der in Fig. 97 dargestellten vollkommen übereinstimmend aussieht. Die beiden Tetraëder, welche aus dem Oktaëder abgeleitet werden können, geben ein Beispiel für das, was man congruente Hemiëdrien nennt; diese liegt vor, wenn die aus derselben holoëdrischen Form ableitbaren Hemiëdrien nur bezüglich der Stellung, nicht aber bezüglich der Gestalt verschieden sind, und wenn die eine in der Art das Ebenbild der anderen ist, dass sich beiden eine Stellung geben lässt, wo sie alle Begrenzungselemente übereinstimmend liegend zeigen.

Das Tetraëder bildet mit holoëdrischen Formen mannigfache Combinationen. Wo es untergeordnet auftritt, zeigen sich seine Flächen natürlich ganz so wie die des Oktaëders, doch nur in halb so grosser Anzahl. An dem vorherrschenden Tetraëder bringen die Flächen des Würfels Abstumpfung der Kanten hervor (Fig. 98, Boracit), das Rhombendodecaëder dreiflächige Zuspitzung der Ecken (Fig. 99, essigsaures Uran-Natrium),

Fig. 98.

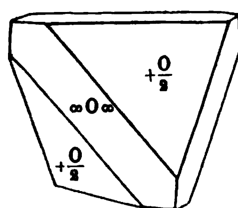


Fig. 99.

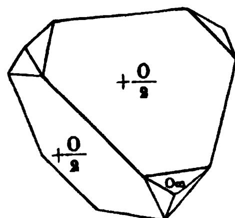
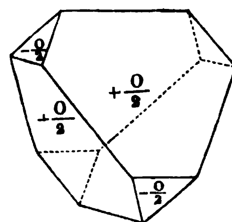


Fig. 100.



das entgegengesetzt gestellte Tetraëder Abstumpfung der Ecken (Fig. 100, Schwefelantimon-Schwefelnatrium).

An dem Tetraëder ist für keine Fläche eine parallele vorhanden; jeder Fläche liegt ein Eck gegenüber. Man nennt es deshalb eine geneigtflächige hemiëdrische Form. Ausser dem Oktaëder können noch mehrere andere einfache Formen des regulären Systems geneigtflächige Hemiëdrien bilden, indem ganze Flächengruppen, deren jede ähnlich liegt wie eine Oktaëderfläche, abwechselnd wachsen und verschwinden. Diese Hemiëdrien sind nicht so wichtig, dass hier dabei zu verweilen wäre.

Wichtig ist aber eine Hemiëdrie, welche sich von dem Tetrakishexaëder oder Pyramidenwürfel $\infty O n$ ableiten lässt. Denkt man sich an diesem (Fig. 101 zeigt $\infty O 2$) die Gesammtzahl der Flächen so in zwei Hälften (hier mit + und — unterschieden) zerlegt, dass jede Fläche der einen Art von drei Flächen der anderen Art umgeben ist, und nun die eine Art

Fig. 101.

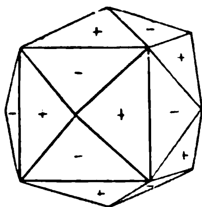


Fig. 102.

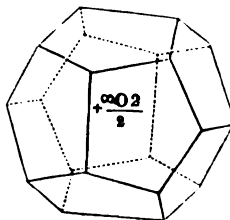
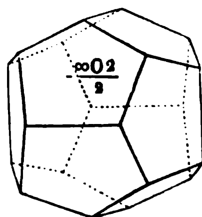


Fig. 103.



Flächen wachsend bis zur vollständigen Begrenzung des Raumes, so entsteht, je nachdem die + oder die — Flächen wachsende waren, die in Fig. 102 oder 103 dargestellte Form. Diese hemiëdrische Form, das Pentagonaldodekaëder, erhält das Zeichen $\frac{\infty O 2}{2}$ (allgemein: $\frac{\infty O n}{2}$, denn auch von anderen Pyramidenwürfeln, als $\infty O 2$, sind solche Hemiëdrien ableitbar), und ob sie die Stellung, wie in Fig. 102 oder wie in Fig. 103 hat, wird durch das Zeichen + oder — unterschieden. Die beiden Hemiëdrien, welche aus einem Pyramidenwürfel sich ableiten lassen, sind wiederum congruente; es kann die in Fig. 103 abgebildete Form so gedreht werden, dass sie mit der in Fig. 102 dargestellten ganz identisch ist. Das Pentagonal-Dodekaëder besitzt zwölf gleichartige Flächen, deren jede vier gleiche Seiten und eine ungleiche (die sogenannte Grundlinie) hat; sechs sogenannte Grundkanten, in deren jeder zwei Flächen mit den Grundlinien zusammenstossen, und 24 andere unter sich gleichartige Kanten; zwölf Ecken, in deren jedem eine Grundkante und zwei andere Kanten zusammenstossen, und acht Ecken, in deren jedem drei Kanten der letzteren Art zusammenstossen. Unter den Mineralien zeigt es namentlich der Eisenkies, allein und in Combination; an chemischen Präparaten kommt es nur selten

Fig. 104.

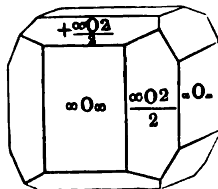
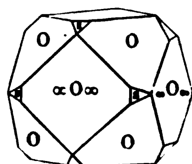


Fig. 105.



und untergeordnet vor. Fig. 104 zeigt eine Combination des Pentagonaldodekaëders mit dem Würfel (Eisenkies), worin ersteres die Kanten des letzteren schief abstumpft; die obere Fläche $+\frac{\infty O 2}{2}$ ist z. B. gegen die obere Würfelfläche unter einem stumpferen, gegen die vordere Würfelfläche

unter einem weniger stumpfen Winkel geneigt. Fig. 105 zeigt das untergeordnete Auftreten von Pentagonaldodekaëderflächen (s) an der Gleichgewichtscombination von Würfel und Oktaëder (Bleinitrat).

Das Pentagonaldodekaëder hat für jede seiner Flächen eine parallele; es ist eine parallelflächig-hemiëdrische Form. Ausser dem Tetrakishexaëder oder Pyramidenwürfel kann auch das Hexakisoktaëder eine, doch weniger wichtige, parallelflächige Hemiëdrie bilden.

Tetartoëdrische Formen des tesseralen Systems. — Die in Fig. 106 und 107 dargestellten Combinationen des Natriumchlorats lassen sich als $\infty O \infty \cdot \frac{\infty O 2}{2} \cdot + \frac{O}{2}$ und $\infty O \infty \cdot \frac{\infty O 2}{2} \cdot - \frac{O}{2}$ ausdeuten. Eine solche Auffassung widerspricht aber dem Erfahrungssatze, dass sich Formen der beiden verschiedenen Hemiëdrien des tesseralen Systems

Fig. 106.

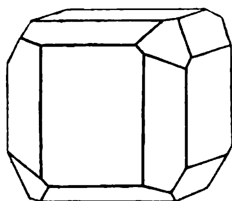
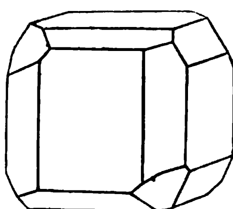


Fig. 107.



nicht mit einander combiniren. Man fasst deshalb neuerdings die betreffenden Pentagondodekaëder und Tetraëder nicht als Hemiëder, sondern als Tetartoëder auf. Die tetartoëdrische (viertelflächige) Entwickelung eines Hexakisoktaëders liefert nämlich ein von unsymmetrischen Fünfecken umschlossenes Dodekaëder. Man kann nun nachweisen, dass, wenn man den Pyramidenwürfel und das Oktaëder derselben Tetartoëdrie unterwirft, d. h. nur ein den einzelnen Flächen des Hexakisoktaëders entsprechendes Viertel der Flächen, respective Flächentheile stehen lässt, man aus ersterem einen äusserlich mit dem parallelflächig hemiëdrischen Pentagondodekaëder übereinstimmenden Körper, aus letzterem eine der Form nach dem geneigtflächig hemiëdrischen Tetraëder gleiche Figur enthält. — Die oben gegebenen Figuren zeigen, dass durch diese Tetartoëdrie Formen entstehen können (durch Entwickelung von Pentagonaldodekaëdern verschiedener Stellung combinirt mit Tetraëdern gleicher Stellung), welche nicht congruent sind; sie sind zwar aus derselben Anzahl derselben Flächen zusammengesetzt, aber die Ordnung, in welcher sich die Flächen an einander legen, ist in beiden Fällen nicht dieselbe. Wie man auch Fig. 106 drehen möge: wenn der Krystall so gestellt ist, dass eine Fläche des Pentagondodekaëders vorn oben gegen die obere Würfelfläche unter einem stumpferen Winkel geneigt ist als gegen die vordere, so hat man immer eine Tetraëderfläche vorn oben rechts; man kann den Krystall in keiner Weise so stellen, dass die Dodekaëderfläche die angegebene Lage habe und dabei eine Tetraëderfläche vorn oben links (wie in Fig. 107) sich zeige. Die Combinationen Fig. 106 und 107, welche beide sich, wie gesagt, an Krystallen des Natriumchlorats finden, sind nicht congruente tetartoëdrische Formen; sie verhalten sich wie links und rechts (wie die linke

und die rechte Hand z. B., welche auch von denselben Begrenzungselementen, aber in entgegengesetzter Ordnung an einander gereiht, begrenzt werden); die eine ist nicht das Ebenbild, sondern sie ist das Spiegelbild der anderen. Das Auftreten von nicht congruenten tetartoëdrischen Formen ist im Allgemeinen mit der Fähigkeit einer Substanz, auf die Polarisationsebene des Lichtes drehend einzuwirken, innig verbunden; wir werden in diesem Buche noch wiederholt auf die Beziehungen dieser beiden Classen von Erscheinungen unter einander zurückkommen.

Hemiëdrien des quadratischen Systems. — Die Pyramide P kann in derselben Weise hemiëdrisch werden, wie das Oktaëder des tesseralen Systems, und zwei tetraëderähnliche Formen, sogenannte quadratische Sphenoïde (Keilflächner) geben, welchen das Zeichen $+\frac{P}{2}$ und $-\frac{P}{2}$ beigelegt wird. Dieselben sind, wie die beiden Tetraëder, nur der Stellung nach verschieden; sie sind congruente hemiëdrische Formen. Sie treten nur selten auf, an dem Kupferkies z. B., manchmal an dem Cyanquecksilber.

Hemiëdrien und Tetartoëdrien des hexagonalen Systems. — Von den Pyramiden erster Ordnung, P und *m*P, leiten sich als hemiëdrische Formen die Rhomboëder ab. Wachsen z. B. an der in Fig. 108 dargestellten Pyramide die vorderen Flächen *saf*, *sbc*, *s'ba* und die mit diesen parallelen hinteren, so entsteht das in Fig. 109 dargestellte Rhomboëder.

Fig. 108.

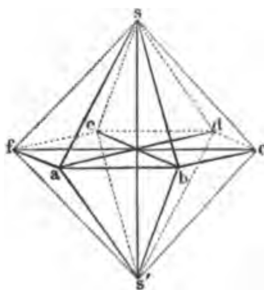
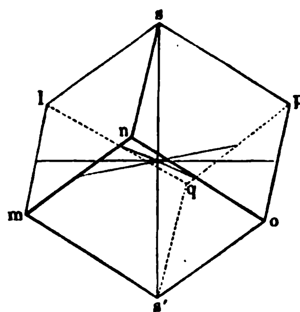


Fig. 109.



Ein Rhomboëder wird begrenzt durch sechs gleichartige rhombische Flächen; von den acht Ecken sind zwei Endecken *ss'* durch das Zusammenstossen der Flächen mit gleichen ebenen Winkeln gebildet, während in den sechs Seitenecken *lmnopq* drei Flächen mit zwei gleichen und einem davon verschiedenen ebenen Winkel zusammenstossen; drei obere und drei untere Endkanten verbinden je ein Seiteneck mit einem Endeck, sechs Seitenkanten verbinden je zwei Seitenecken. An den sogenannten stumpfen Rhomboëdern stossen in jedem Endeck drei Flächen mit drei gleichen stumpfen ebenen Winkeln, in jedem Seiteneck mit zwei spitzen und einem stumpfen ebenen Winkel, und in den Endkanten zwei Flächen unter einem stumpfen Winkel zusammen; bei einem sogenannten spitzen Rhomboëder stossen in jedem Endeck drei Flächen mit gleichen spitzen ebenen Winkeln, in jedem Seiteneck mit zwei gleichen stumpfen und einem spitzen Winkel,

und in den Endkanten zwei Flächen unter einem spitzen Winkel zusammen. — Das Zeichen eines von der Pyramide P sich ableitenden Rhomboëders wäre consequent $\frac{P}{2}$, das Zeichen eines von einer Pyramide mP sich ableitenden $\frac{mP}{2}$ zu schreiben; man kürzt gewöhnlich diese Bezeichnungen ab zu $R = \frac{P}{2}$ und zu $mR = \frac{mP}{2}$. Aus jeder Pyramide können endlich zwei, ihrer Stellung nach verschiedene Rhomboëder entstehen, die als + und — unterschieden werden (Fig. 110 und 111 zeigen die aus

Fig. 110.

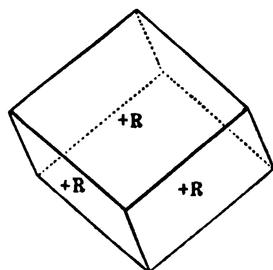
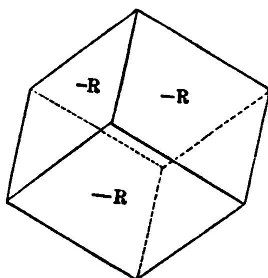


Fig. 111.



der in Fig. 108 dargestellten Pyramide P sich ableitenden Rhomboëder + R und — R); sie sind congruente hemiëdrische Formen, denn die eine kann so gedreht werden, dass alle ihre Begrenzungselemente mit denen der anderen vollkommen übereinstimmend liegen.

Wie an derselben Substanz verschiedene Pyramiden erster Ordnung vorkommen können, so ist dies auch mit den Hemiëdrien dieser Pyramiden, den Rhomboëdern, der Fall, und zwar tritt von einzelnen Pyramiden gewöhnlich die eine Art (+), von anderen die andere Art (—) Rhomboëder auf. Man nimmt Ein Rhomboëder (z. B. dasjenige, dessen Flächen parallel Spaltbarkeit stattfindet) als Hauptrhomboëder + R an; ausser diesem kann dann noch vorkommen das entgegengesetzte Rhomboëder

Fig. 112.

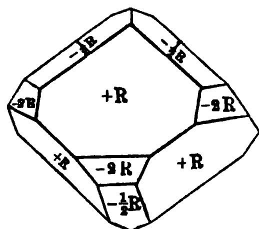
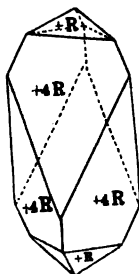


Fig. 113.



— R, stumpfere und spitzere Rhomboëder + mR und — mR, wo m wiederum einen ein einfaches Zahlenverhältniss ausdrückenden Werth bedeutet (z. B. 4, 2, $^1/_2$ u. s. f.). Beispielsweise zeigt Fig. 112 (Chabasit) das Auftreten mehrerer Rhomboëder entgegengesetzter Art, Fig. 113 (Kalkspath) das Auftreten eines spitzeren Rhomboëders derselben Art, wie das Hauptrhomboëder, und mit demselben; Fig. 114, a. f. S. (Kalkspath), zeigt die Combination eines Rhomboëders mit dem hexagonalen Prisma erster

Ordnung, Fig. 115 (Dioptas) die Combination eines Rhomboëders mit dem Prisma zweiter Ordnung.

Eine andere wichtige hemiëdrische Form des hexagonalen Systems ist in Fig. 116 dargestellt; sie wird als Skalenoëder bezeichnet und ist eine Hemiëdrie einer zwölfseitigen Pyramide. Charakteristisch für diese Form ist, dass ihre Seitenkanten wie die eines Rhomboëders liegen;

Fig. 114.

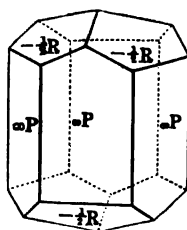
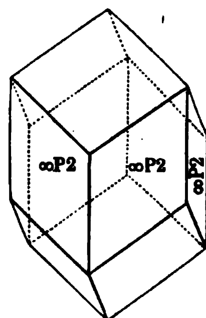
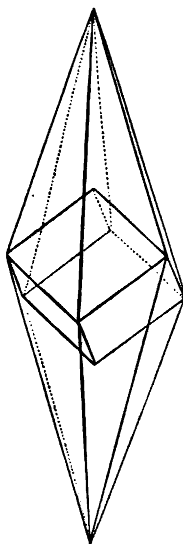


Fig. 115.



und jedes Skalenoëder kann man sich leicht so vorstellen, als ob durch die Seitenkanten eines Rhomboëders nach der *n*fach verlängerten Hauptaxe Flächen gelegt wären. In Fig. 116 (Kalkspath) ist das Hauptrhomboëder des Kalkspaths (+R) eingezeichnet, und die Flächen des Skalenoëders erstrecken sich durch seine Seitenkanten nach der dreifach verlängerten Hauptaxe (nach Punkten auf der Hauptaxe, welche von dem Mittelpunkte des Axensystems dreimal so weit abstehen, als die Endecken des Rhomboëders). Man bezeichnet ein Skalenoëder durch Angabe des Rhomboëders, aus welchem man es auf diese Art ableiten kann, und die Angabe, wie vielmal grösser die Axe in dem Skalenoëder ist als in diesem Rhomboëder; das eben betrachtete Skalenoëder wird demgemäss durch $+R^3$ (Fig. 116) bezeichnet. — Die zwei Skalenoëder, welche aus derselben zwölfseitigen Pyramide entstehen (oder von zwei sonst identischen, aber in entgegengesetzter Stellung befindlichen Rhomboëdern durch gleiche Vergrösserung der Hauptaxe abgeleitet werden können), sind congruente hemiëdrische Formen.

Fig. 116.



Doch können in dem hexagonalen Systeme auch Formen vorkommen, die aus denselben Begrenzungselementen gebildet doch nicht congruent sind. Dies ist z. B. der Fall bei den in Fig. 118 und 119 dargestellten Formen des Quarzes, welche bei Vergleichung mit der einfachen Combination Fig. 117 sich leicht verstehen lassen. Es zeigen sich an diesen Formen einzelne Combinationsecken zwischen ∞P und P schief abgestumpft. Bei möglichst vollzähligem Auftreten müssten sich an jeder Combinationsecke zwei solche Flächen (nach jeder der anliegenden Flächen ∞P hin eine) zeigen,

im Ganzen 6×2 oben und 6×2 unten. Nur der vierte Theil dieser 24 Flächen (welche, wenn vollzählig, einer zwölfseitigen Pyramide angehören würden) tritt aber in Fig. 118 und 119 auf. Und zwar sind diese beiden tetartoëdrischen Formen nicht congruent; man kann die in Fig. 118

Fig. 117.

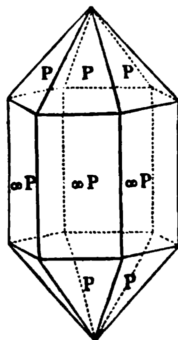


Fig. 118.

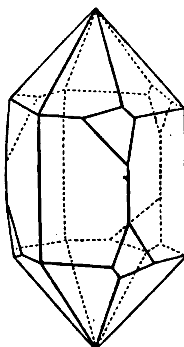
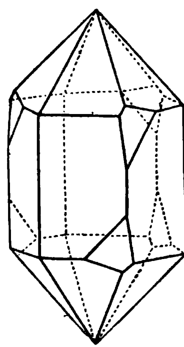


Fig. 119.



dargestellte Form z. B. niemals so drehen, dass eine schiefe Abstumpfungsfläche oben rechts (wie in Fig. 119) an einer Prismakante erschiene; die eine dieser Formen ist nur das Spiegelbild, nicht das Ebenbild der anderen. Auch hier ist — wie bei der Tetartoëdrie des Tesseralsystems — das Auftreten nicht congruenter Formen mit der Fähigkeit, der Substanz, auf die Polarisationsebene des Lichtes drehend einzuwirken, verbunden.

Hemiëdrien des rhombischen Systems. — Auch hier können von einer rhombischen Pyramide sich Hemiëdrien ableiten, wie von dem Oktaëder das Tetraëder, von einer quadratischen Pyramide ein quadratisches Sphenoïd; nämlich, indem die eine Hälfte der Pyramidenflächen wächst, die andere Hälfte dagegen verschwindet. Hemiëdrische Ausbildung in dieser Art zeigt z. B. Magnesiumsulfat (Bittersalz). Die vollflächige Combination Fig. 120 zeigt sich hier seltener; gewöhnlich fehlen vier Pyramidenflächen ganz und die anderen vier sind so vergrössert, wie dies in Fig. 121 dargestellt ist.

Fig. 120.

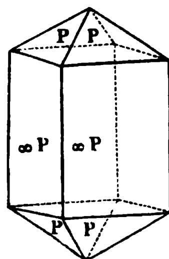
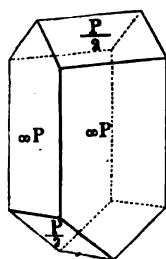


Fig. 121.



Aus jeder rhombischen Pyramide können wiederum, je nachdem die eine oder die andere Hälfte der Flächen wächst, zwei tetraëderähnliche Hemiëdrien, sogenannte rhombische Sphenoïde, entstehen. Aber diese beiden hemiëdrischen Formen sind nicht congruent. Von den beiden aus einer rhombischen Pyramide, Fig. 122 (a. f. S.), sich ableitenden rhombischen Sphenoiden, Fig. 123 und 124 (a. f. S.), kann man keineswegs das eine so drehen, dass es ganz identisch mit dem anderen würde, sondern beide verhalten sich wie die linke Hand zur rechten Hand, wie Gegenstand zum Spiegelbild.

Je nachdem das eine oder das andere dieser Sphenoïde an sonst gleichartig gestalteten Formen auftritt, giebt es natürlich ungleichartige Com-

Fig. 122.

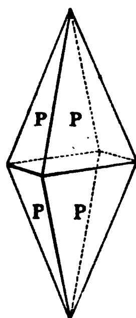


Fig. 123.

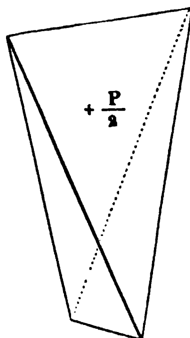
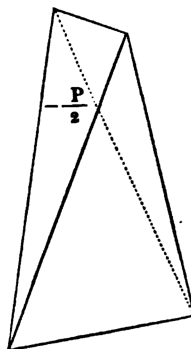


Fig. 124.



binationen, die zwar aus denselben Flächen zusammengesetzt sind, diese aber ungleich auftretend zeigen. Neutralisirt man z. B. Traubensäure zur Hälfte mit Natron, zur Hälfte mit Ammoniak, und lässt die gemischte Flüssigkeit krystallisiren, so bilden sich theils Krystalle von der Form wie Fig. 125, theils von der Form wie Fig. 126. Diese beiden Arten Kry-

Fig. 125.

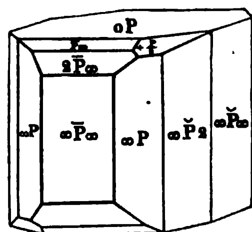
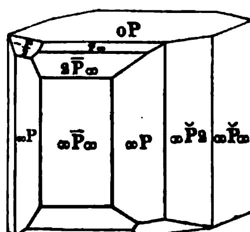


Fig. 126.



stalle haben viel Uebereinstimmendes: Säulenform, hervorgebracht durch zwei verschiedene rhombische Prismen und die zwei Arten Endflächen des rhombischen Systems, welche sich der Hauptaxe parallel erstrecken; oben und unten ist die Säule gerade abgestumpft durch die basische Endfläche. Meistens sehr deutlich sichtbar ist zwischen 0P und einer der die Säule bildenden Flächen, $\infty\bar{P}\infty$, die Combinationskante durch zwei Flächen ersetzt, welche in den Figuren mit $\bar{P}\infty$ und $2\bar{P}\infty$ bezeichnet sind. Stellt man nun eine Anzahl Krystalle, die aus jener gemischten Flüssigkeit anschossen, so vor sich, dass jeder oben vorn diese zwei Flächen dem Beobachter zugewendet zeigt, so sieht man an einzelnen Krystallen **rechts** (Fig. 125), an anderen **links** (Fig. 126) von diesen zwei Flächen eine andere meist schmale Fläche, welche in Fig. 125 mit $+\frac{P}{2}$, in Fig. 126 mit $-\frac{P}{2}$ bezeichnet ist. Diese letzteren Flächen gehören rhombischen

Sphenoïden an; und zwar zeigen sich an den zwei oben dargestellten Krystallformen die beiden entgegengesetzten Sphenoïde; man kann unmöglich die Combination mit dem einen Sphenoïd (Fig. 125) so stellen, dass sie mit der das andere Sphenoïd zeigenden Combination (Fig. 126) identisch aussähe. Die Combinationen sind nicht congruente Formen. In den zweierlei Formen sind auch zweierlei Substanzen enthalten; die Traubensäure spaltet sich bei der Krystallisation des Natronammoniak-Doppelsalzes. In der Fig. 125 dargestellten Combination sind die Basen mit gewöhnlicher (sogenannter optisch-rechtsdrehender) Weinsäure verbunden, in der Fig. 126 dargestellten mit einer der Weinsäure in chemischer Beziehung ganz entsprechenden, aber durch ihre Krystallform und ihre Einwirkung auf das polarisirte Licht davon verschiedenen Säure, der sogenannten optisch-linksdrehenden Weinsäure.

Hemiëdrien des monoklinen und triklinen Systems sind zwar mathematisch construirbar, aber bisher an Beispielen natürlich vorkommender oder künstlich dargestellter Krystalle nicht beobachtet.

Anmerkung. Hemiëdrische Formen werden von Dana mit den Zeichen ihrer holoëdrischen Stammformen, von Weiss durch Vorsetzung des Bruches $1/2$ vor das in Klammer eingeschlossene Zeichen des Holoëders, von Miller durch Beifügung des Buchstabens $\varkappa$, oder — falls es sich um zweierlei Hemiëdrien handelt — auch des Buchstabens π.

§. 9.

Hemimorphie.

Eine von der Hemiëdrie wesentlich verschiedene, übrigens auf nur wenig nicht tesseral krystallisirende Substanzen beschränkte Erscheinung ist die der Hemimorphie. Während bei der Hemiëdrie die allein entwickelte Hälfte der Flächen des Holoëders symmetrisch um die Axen vertheilt auftritt, findet sich hier an dem einen Ende einer Axe eine Form entwickelt, während die ihr entsprechende Hälfte an dem anderen Ende derselben Axe vollkommen fehlt. Ganz gewöhnlich verbunden mit der Hemimorphie ist die Eigenschaft der betreffenden Substanzen, durch Erwärmung polar-elektrisch zu werden, d. h. an den morphologisch entgegengesetzt entwickelten Enden entgegengesetzte Elektricitäten zu entwickeln. So zeigt das quadratisch krystallisirende Jodsuccinimid (Fig. 127, a. f. S.) am oberen Ende 2P allein entwickelt, während am unteren Ende diese Form nur ganz untergeordnet auftritt und die Hauptbegrenzung von der am oberen Ende vollkommen fehlenden Pyramide P gebildet wird. — Der hexagonale Turmalinkrystall (Fig. 128, a. f. S.) wird nach oben von R und -2R, nach unten von 0P begrenzt; seitlich ist $\infty P2$ vollzählig, ∞P dagegen nur als trigonales Prisma entwickelt, bei welchem die jeder einzelnen Fläche entsprechende Parallelfläche fehlt. — Im rhombischen Systeme bietet das Kieselzink ein Beispiel hemimorpher Entwickelung dar. Der in Fig. 129 (a. f. S.) abgebildete Krystall zeigt seitlich $\infty P . \infty \breve{P}\infty . \infty \bar{P}\infty$, nach oben $3\bar{P}\infty . 3\breve{P}\infty . 0P$, nach unten dagegen $2\breve{P}2$. — Rohr-

zucker entwickelt die monokline Form, Fig. 130, deren Hemimorphie nach oben und unten, rechts und links aus den Bezeichnungen ersichtlich. —

Fig. 127.

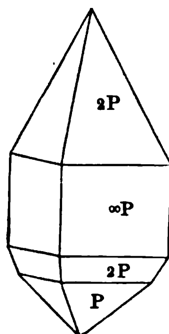


Fig. 128.

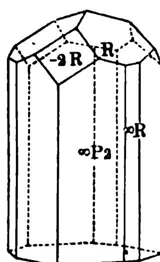


Fig. 129.

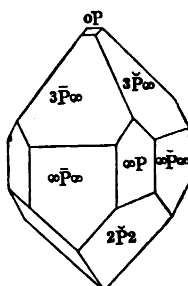


Fig. 130.

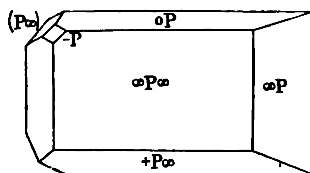
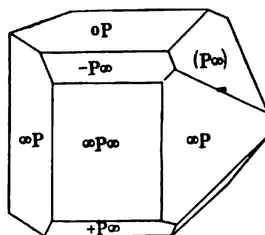


Fig. 130 a.



Die ebenfalls monokline Weinsäure zeigt nur oben 0P und nur rechts [P∞] (Fig. 130 a.).

Unvollkommene und verzerrte Krystalle.

§. 10.

Die Krystalle zeigen sich manchmal unvollkommen ausgebildet, nicht ringsum von Krystallflächen begrenzt. Gewöhnlich sind sie verzerrt, d. h. nicht alle gleichartigen Flächen erscheinen an ihnen auch gleich gross, sondern einzelne sind viel stärker ausgebildet als andere und können selbst mit anderer Form erscheinen. Aber die relative Lage der Flächen gegen die Axen und ihre Neigung unter einander bleibt unverändert. Man kann jede verzerrte Krystallform auf eine regelmässig ausgebildete beziehen, wenn man sich an dieser letzteren einzelne Flächen dem Mittelpunkte des Krystalls näher gerückt denkt, oder wenn man sich an ihr parallel mit einzelnen Flächen Stücke abgeschnitten denkt.

Oktaëdrische Krystalle, z. B. von Alaun, zeigen z. B. häufig nicht die regelmässige Oktaëderform, sondern nur die Hälfte eines Oktaëders (Fig. 131), wie wenn dieses parallel einer Oktaëderfläche halbirt wäre; oder nur

das Mittelstück (Fig. 132 und 133), wie wenn in der Richtung zweier paralleler Flächen Stücke abgeschnitten wären. Von der Gleichgewichts-combination (Mittelkrystall) des Würfels mit dem Oktaëder (Fig. 134) zeigt sich bei dem Bleinitrat häufig nur das Fig. 135 dargestellte Stück

Fig. 131.

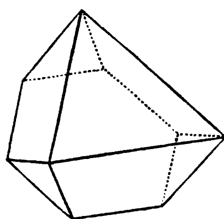


Fig. 132.

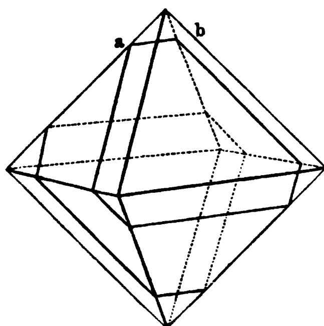
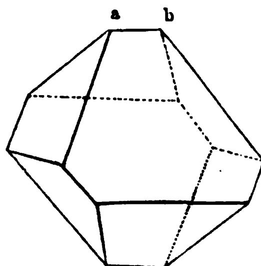


Fig. 133.



(die Krystalle sind dann mit der einer Oktaëderfläche parallelen Fläche *abcdef* aufgewachsen), welches auch durch stärkere Ausdehnung in Einer Richtung das Aussehen von Fig. 136 haben kann. Die Würfel des

Fig. 134.

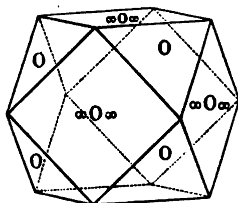


Fig. 135.

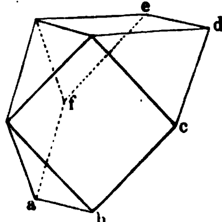
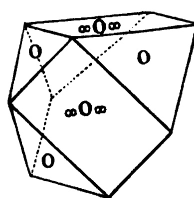


Fig. 136.



Chlorkaliums sehen, indem sie nach Einer Axe vergrössert ausgebildet sind, öfters aus wie quadratische Prismen; an anderen Substanzen können die Würfel, wenn sie nach Einer Axe weniger ausgebildet sind als nach den beiden anderen, wie quadratische Tafeln aussehen.

Solche Verzerrungen und unvollkommene Ausbildungen sind in dem tesseralen wie in den anderen Systemen sehr häufig. Nur einige Beispiele mögen hier noch angeführt werden. Die quadratische Combination, Fig. 137, erscheint bei dem Kupferchlorid-Chlorkalium fast stets so verzerrt, wie es Fig. 138 zeigt, durch Ausdehnung in der Richtung einer Endkante der Pyramide.

Fig. 137.

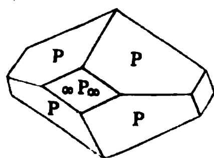
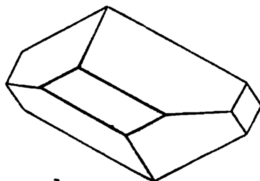


Fig. 138.



Die Flächen der hexagonalen Pyramide, welche zusammen mit einem hexagonalen Prisma am Bergkrystall sich zeigt, sind häufig nicht so gleich-

mässig ausgebildet, wie dies Fig. 139 darstellt, sondern so ungleichmässig, wie es Fig. 140 für das eine Ende sehen lässt. Das Rhomboëder (Fig. 141)

Fig. 139.

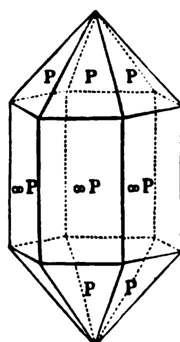
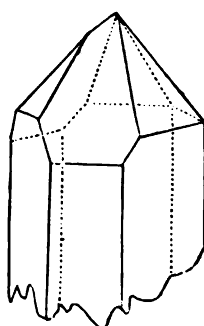


Fig. 140.



zeigt gewöhnlich zwischen zwei parallelen Flächen geringere Ausdehnung, als zwischen den anderen (Fig. 142), oder auch in der Richtung einer

Fig. 141.

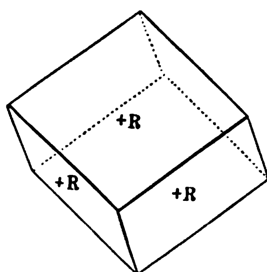


Fig. 142.

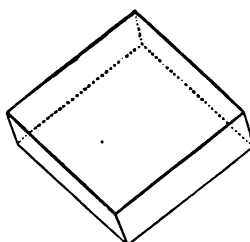
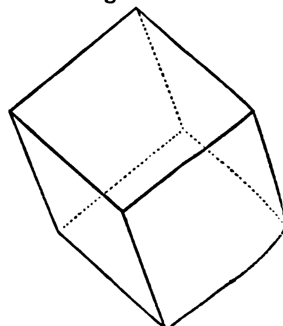


Fig. 143.



Kante eine vorzugsweise Ausbildung (Fig. 143), wo es dann tafelförmig oder säulenförmig aussieht.

Fig. 144.

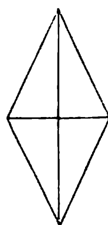


Fig. 145.

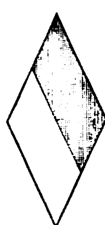


Fig. 146.

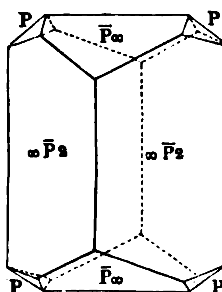
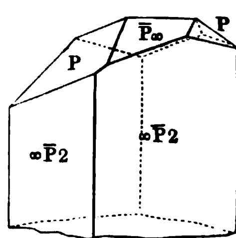


Fig. 147.



An den Krystallen des rhombischen Systems stehen sich oft zwei parallele Flächen eines Prismas näher als die beiden anderen; Fig. 144

zeigt den (durch die beiden Nebenaxen gelegten) Querschnitt eines solchen Prismas bei regelmässiger, Fig. 145 bei verzerrter Ausbildung desselben. — An dem Kaliumsulfat und -chromat, welche einerlei Form haben, zeigt sich die in Fig. 146 regelmässig ausgebildet gezeichnete Combination manchmal so verzerrt, wie es Fig. 147 darstellt, indem eine Pyramidenfläche P sehr stark, bis zum Verschwinden der anliegenden (hinteren) Pyramidenfläche ausgedehnt ist.

Zwillingskrystalle.

§. 11.

Einzelne Krystalle erscheinen manchmal fest und regelmässig mit einander verwachsen; man nennt solche Krystalle Zwillingskrystalle, und zwar Berührungszwillinge, wenn die beiden zusammengewachsenen Individuen sich nur bis zu der Zusammensetzungsebene erstrecken, Durchkreuzungszwillinge, wenn sie über diese Zusammensetzungsebene hinaus und durch einander ausgebildet sind. Die Zusammensetzungsebene ist immer einer, wirklich vorhandenen oder möglichen, Krystallfläche parallel; das eine der den Zwilling bildenden Individuen erscheint gegen das andere verdreht gestellt.

So zeigt im regulären Systeme das Oktaëder häufig (z. B. am Magneteisen, am Spinell u. a.) Berührungszwillinge, an welchen die Zusammensetzungsebene einer Oktaëderfläche parallel ist; zwei Oktaëderfragmente sind so verwachsen (Fig. 149), wie wenn ein Oktaëder parallel mit einer Fläche halbirt (Fig. 148) und die eine Hälfte gegen die andere Hälfte um

Fig. 148.

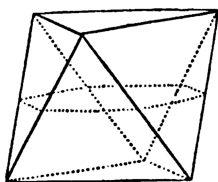
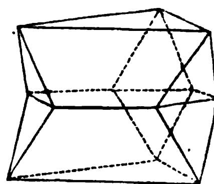


Fig. 149.



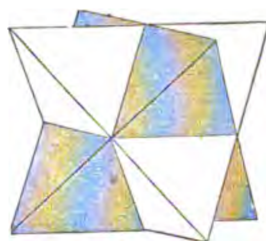
180° gedreht worden wäre. Der Würfel zeigt häufig (z. B. beim Flussspath, Salmiak, Chlorkalium u. a.) Durchkreuzungszwillinge (Fig. 150, a. f. S.), bei welchen auch die den beiden Krystallindividuen gemeinschaftliche (durch die sechs in Einer Ebene liegenden einspringenden Winkel gehende) Zusammensetzungsebene die Lage einer Oktaëderfläche hat. Bei diesen Zwillingen, und bei allen durch holoëdrische Formen gebildeten, sind die Individuen in der Art verwachsen, dass die Axensysteme derselben nicht parallel zu einander stehen. Von diesen Zwillingen mit geneigten Axensystemen unterscheidet man die, nur bei hemiëdrischen Formen möglichen, Zwillinge mit parallelen Axensystemen. Fig. 151 (a. f. S.) zeigt einen Durchkreuzungszwilling der letzteren Art, gebildet durch zwei über dasselbe Axensystem construirte, aber verdreht gegen einander gestellte Tetraëder (Fahlerz).

In dem quadratischen Systeme kommen besonders häufig Zwillinge vor, die in einer Ebene verwachsen sind, welche parallel mit sich selbst verschoben an jedem der zusammengewachsenen Individuen eine Endkante

Fig. 150.



Fig. 151.



der Grundform P gerade abstumpfen würde. Denkt man sich z. B. die in Fig. 152 dargestellte quadratische Form parallel einer (in der Figur nicht gezeichneten) Fläche halbirt, welche die Endkante oben links gerade

Fig. 152.

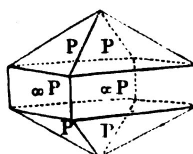
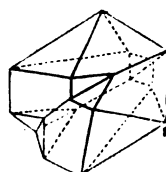


Fig. 153.



abstumpft, und die untere Hälfte um 180⁰ gedreht, so entsteht der bei dem Zinnstein häufige Berührungszwilling, Fig. 153.

In dem hexagonalen Systeme kommen Zwillinge vor, die nach verschiedenen Gesetzen (mit verschiedenen Zusammensetzungsebenen) gebildet sind. Besonders häufig zeigen sich solche, wo die Zusammensetzungsebene der Endfläche 0 P parallel ist. Ein solcher bei dem Kalkspath vorkommender Berührungszwilling lässt sich z. B. aus dem Skalenoëder, Fig. 116, leicht ableiten, wenn man sich dasselbe parallel 0 P (mittelst einer durch die drei Nebenaxen gehenden Ebene) halbirt und die eine Hälfte gegen die andere um 180⁰ gedreht denkt. Auch Durchkreuzungszwillinge, die nach diesem Gesetze gebildet sind, finden sich; ein aus zwei Rhomboëdern zusammengesetzter, ähnlich wie Fig. 150 aussehender, z. B. beim Chabasit.

In dem rhombischen Systeme sind die Zwillinge gewöhnlich mit einer Zusammensetzungsebene verwachsen, welche einer Fläche eines Prismas oder eines Domas parallel ist. Eine bei dem Arragonit, dem Kaliumnitrat u. a. vorkommende Zwillingsbildung wird durch die Fig. 154 und 155 verdeutlicht; denkt man sich die in Fig. 154 dargestellte Combination durch eine der vorn links liegenden Prismafläche (∞P) parallele Ebene halbirt und die eine Hälfte gegen die andere um 180⁰ gedreht, so entsteht der in Fig. 155 dargestellte Berührungszwilling. — An dem Kaliumsulfat zeigen sich Berührungszwillinge von der in Fig. 157 dar-

gestellten Form, in welcher die Zusammensetzungsebene parallel einer Fläche des brachydiagonalen Domas P̌∞ ist; denkt man sich die in

Fig. 154 *).

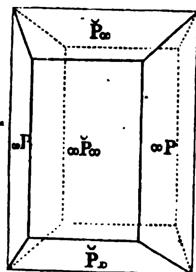


Fig. 155.

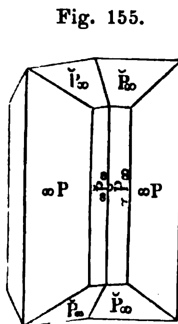


Fig. 156 *).

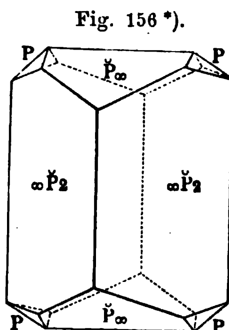


Fig. 156 dargestellte Combination parallel der vorn unten liegenden Fläche P̌∞ halbirt und die eine Hälfte gegen die andere um 180° gedreht, so entsteht der in Fig. 157 gezeichnete Zwilling.

Fig. 157.

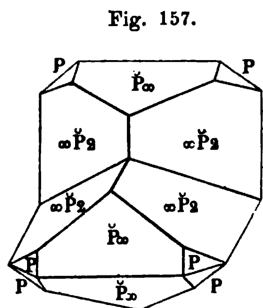


Fig. 158.

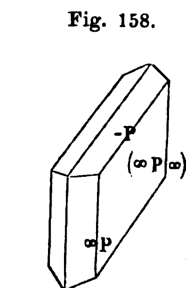
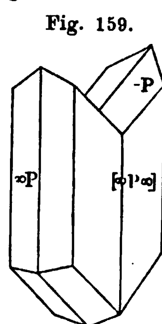


Fig. 159.



In dem monoklinischen Systeme ist die Zusammensetzungsebene gewöhnlich parallel der orthodiagonalen Endfläche ∞P∞, oder der basischen Endfläche 0P. Das erstere ist z. B. der Fall bei den Zwillingen des

Fig. 160.

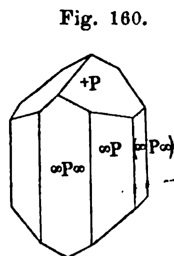


Fig. 161.

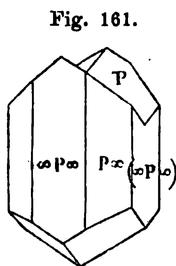
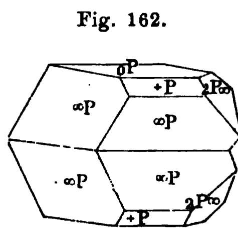


Fig. 162.



Gypses (Fig. 159), des Augits (Fig. 161) u. a. Denkt man sich die nebenstehenden einfachen Krystalle (Fig. 158, 160) mittelst einer durch die

*) Der bequemeren Darstellung wegen läuft in den Bildern die Brachydiagonale an dem Beschauer vorüber.

Hauptaxe und die Orthodiagonale gelegten Ebene halbirt und die eine Hälfte gegen die andere um 180° gedreht, so entstehen jene Zwillinge. — Zwillinge, an welchen die Zusammensetzungsebene parallel 0 P ist, zeigen sich z. B. bei dem essigsauren Kupfer (Fig. 162, a. v. S.).

Spaltbarkeit.

§. 12.

Es mag hier noch einiger Eigenschaften der Krystalle Erwähnung geschehen, welche auch in Rücksicht auf die Krystallographie von Wichtigkeit sind. Viele Eigenschaften der krystallisirten Substanzen stehen nämlich in nahem Zusammenhange mit der Krystallform, weshalb gerade die letztere eine wesentliche ist (vergl. S. 7). Von diesen Eigenschaften mögen einige hier genannt werden; bezüglich der weiteren Erörterung einiger hier nur kurz angedeuteten Beziehungen wird später Ausführlicheres mitgetheilt werden.

Die Krystallform steht in Beziehung zu den chemischen Eigenschaften. Zwar ist noch nicht nachgewiesen, wie bestimmte Krystallformen durch das Zusammentreten von Bestandtheilen in gewissen Verhältnissen hervorgebracht werden; dass aber ein Zusammenhang zwischen Zusammensetzung und Krystallform stattfindet, geht daraus hervor, dass ähnlich zusammengesetzte Verbindungen häufig gleiche Krystallform haben, und dass ein Bestandtheil manchmal durch einen anderen, aber ähnlichen, ohne Aenderung der Krystallform ersetzt werden kann.

Viele physikalische Eigenschaften stehen in nächster Beziehung zu der Krystallform, und es gilt hier im Allgemeinen die Regel, dass die physikalischen Eigenschaften in der Richtung gleichartiger Axen gleich sind, in der Richtung ungleichartiger Axen gewöhnlich verschieden sind.

Namentlich ist die Cohäsion der einzelnen Theilchen, aus welchen ein Krystall besteht, in verschiedenen Richtungen gewöhnlich verschieden. In einzelnen Richtungen ist oft die Trennung der Theilchen, die Theilbarkeit des Krystalles, viel leichter auszuführen, als in anderen. Diese vorzugsweise leichte Theilbarkeit, die Spaltbarkeit eines Krystalles, findet in Richtungen statt, welche wirklich vorhandenen oder doch möglichen Krystallflächen parallel sind. Die Aufsuchung der Spaltungsrichtungen ist deshalb oft ein wesentliches Hülfsmittel zur krystallographischen Bestimmung einer Substanz. Die Flächen selbst, nach welchen Spaltbarkeit stattfindet, präexistiren nicht in dem Krystall; nur die Fähigkeit, in der Richtung dieser Flächen leicht sich theilen zu lassen, ist in dem ganzen Krystall vorhanden, und zwar muss diese Fähigkeit selbst dem kleinsten Stückchen der Masse des Krystalles zukommen, damit man von wirklicher Spaltbarkeit sprechen könne.

An einzelnen Substanzen ist Spaltbarkeit nur in der Richtung Einer Art von Krystallflächen, an anderen in der Richtung mehrerer vorhanden. In den verschiedenen Richtungen, welche den verschiedenen Flächen einer und derselben einfachen Form entsprechen, ist die Spaltung mit gleicher Leichtigkeit auszuführen, die Spaltbarkeit gleich. In der Richtung der Flächen verschiedener einfacher Formen ist die Spaltbarkeit im Allge-

meinen ungleich. Bei einzelnen Substanzen ist die Spaltbarkeit auffallend leicht wahrzunehmen, bei anderen ist sie verschwindend klein und ihre Richtung nicht zu ermitteln.

Nach den vier Richtungen, welche den Flächen des Oktaëders entsprechen, lässt sich z. B. der Flussspath sehr leicht spalten; an dem Alaun zeigt sich, doch nur in sehr geringem Grade und undeutlich, Spaltbarkeit in denselben Richtungen. — Bei Bleiglanz und am Chlornatrium findet sich sehr vollkommene Spaltbarkeit in drei zu einander rechtwinkelig stehenden Richtungen, Würfelflächen entsprechend.

Das quadratisch krystallisirte Nickelsulfat lässt sich sehr leicht in Einer Richtung, entsprechend der der Endfläche 0 P, spalten; undeutlicher nach zwei zu einander rechtwinkelig stehenden Richtungen, welche den Flächen des quadratischen Prismas zweiter Ordnung, $\infty P \infty$, entsprechen.

Im hexagonalen Systeme findet sich Spaltbarkeit in der Richtung der Endfläche 0 P bei dem Glimmer, in den Richtungen der Flächen eines Rhomboëders bei dem Kalkspath und dem Natriumnitrat, in den Richtungen der Flächen eines hexagonalen Prismas bei dem Zinnober.

In ganz entsprechender Weise treten bei Substanzen, welche den anderen Systemen angehören, Spaltungsrichtungen auf, welche bestimmten Krystallflächen parallel sind. Wo die Aehnlichkeit von Krystallformen verschiedener Substanzen zu untersuchen ist, wird die Ermittelung der Spaltungsrichtungen von besonderer Wichtigkeit. Die Uebereinstimmung in den Krystallformen ist offenbar eine grössere, wenn sie nicht nur äusserlich, in der Zahl, Form und Neigung der vorhandenen Flächen, auftritt, sondern auch auf gleichartiger innerer Structur, so weit auf diese durch das Vorhandensein von Spaltbarkeit in denselben Richtungen geschlossen werden kann, beruht.

Wie die Spaltbarkeit, zeigen auch andere Eigenschaften Beziehungen zu den Krystallflächen oder, da die Lage der Krystallflächen immer eine symmetrische zu den Axen ist, zu den letzteren. Gleichartige Krystallflächen zeigen sich stets mit gleichem Glanz, mit gleicher Farbe, die Substanz hat an ihnen gleiche Härte; für ungleichartige Krystallflächen findet Alles dies oft nicht statt. In der Richtung gleichartiger Axen leitet ein Krystall die Wärme, die Elektricität in gleichem, in der Richtung ungleichartiger Axen in verschiedenem Grade. Die Fortpflanzung des Lichtes innerhalb eines Krystalles findet in der Richtung gleichartiger Axen mit gleicher, in der Richtung ungleichartiger Axen mit ungleicher Geschwindigkeit statt. Diese Ausführungen mögen genügen, zu zeigen, wie innig die Kenntniss der Krystallformen und der krystallographischen Gesetze mit der Erkenntniss der übrigen Eigenschaften eines Körpers verbunden ist.

Gleichgewicht und Bewegung der Körper.

§. 13.

Bewegung der Körper. — Ein Körper bewegt sich, wenn er seine Stellung im Raume ändert. Um die Stellung eines Körpers im Raume zu beurtheilen, genügt nicht der Körper allein, vielmehr sind noch andere Körper nothwendig, in Bezug auf welche die Stellung des ersten Körpers angegeben wird. Ebenso wie die Stellung ist auch die Aenderung der Stellung, oder die Bewegung, nur relativ zu fassen. Denkt man sich nur zwei Körper im Weltall, deren gegenseitige Entfernung sich vermindert, so könnte man, wenn man nur die Erscheinung der Bewegung ins Auge fasst, d. h. also nur auf die Ortsveränderung Rücksicht nimmt, drei von einander verschiedene Annahmen machen. Man könnte nämlich den Körper A als ruhend und den Körper B als bewegt, oder umgekehrt den Körper B als ruhend und den Körper A als bewegt betrachten; endlich könnte man auch jeden Punkt ausserhalb der beiden Körper als fest und dann beide Körper als in Bewegung begriffen ansehen.

Die Erde legt in jeder Secunde in Folge ihrer Bewegung um die Sonne einen ganz bestimmten Weg zurück, welcher durchschnittlich 30 000 m beträgt; bei dieser Angabe ist die Sonne als ruhend vorausgesetzt. Legt nun ein Meteor, welches aus dem Weltenraum zur Erde gelangt, in jeder Secunde 50 000 m zurück, wenn man wiederum die Sonne als ruhend betrachtet, so kann die Geschwindigkeit des Meteors zu der als ruhend gedachten Erde sehr verschieden sein. Bewegt sich das Meteor in derselben Richtung wie die Erde, so nähert oder entfernt sich dasselbe von der Erde in einer Secunde um 20 000 m. Bewegt sich dagegen das Meteor in entgegengesetzter Richtung wie die Erde, so nähert oder entfernt es sich in einer Secunde um 80 000 m. Erfolgt die Bewegung endlich nach einer anderen Richtung, so ist die Annäherung oder Entfernung desselben von der Erde grösser als 20 000 m und kleiner als 80 000 m in der Secunde. Aus diesen und ähnlichen Beispielen ersieht man von Neuem, dass der Begriff der Bewegung nothwendig ein relativer ist.

§. 14.

Gleichförmige Bewegung. — Man nennt die Bewegung eines Körpers gleichförmig, wenn letzterer in gleichen Zeiten gleich grosse Wege

zurücklegt. Der Quotient aus der Wegstrecke s und der Zeit t, in welcher erstere zurückgelegt wird, ist die Geschwindigkeit c:

$$c = \frac{s}{t} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Bestimmt man die Wegstrecke, welche in der Zeiteinheit von dem Körper durchlaufen wird, so erhält man in derselben ebenfalls, wie aus Gleichung 1) hervorgeht, die Geschwindigkeit.

Hat der Körper in der Zeit t_1 den Weg s_1 zurückgelegt und in der Zeit t_2 den Weg s_2, so hat er offenbar in der Zeit $(t_2 - t_1)$ den Weg $(s_2 - s_1)$ durchlaufen, daher ist seine Geschwindigkeit:

$$c = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich, dass man die Eigenschaft der Gleichförmigkeit der Bewegung auch so charakterisiren kann: die Geschwindigkeit ist an allen Stellen der Bahn dieselbe.

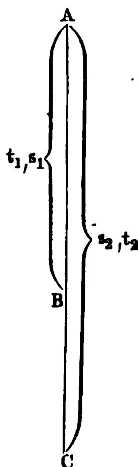
Nach der Gleichung 1) findet man den Weg s, den ein Körper bei gleichförmiger Bewegung innerhalb einer gewissen Zeit t zurücklegt, wenn man die Geschwindigkeit c mit der Zeit multiplicirt:

$$s = c \,.\, t \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

§. 15.

Ungleichförmige Bewegung. — Die Bewegung eines Körpers ist ungleichförmig, wenn derselbe in gleichen Zeiten verschieden grosse Wegstrecken zurücklegt. Da die Geschwindigkeit eines in ungleichförmiger Bewegung begriffenen Körpers nicht an allen Stellen der Bahn dieselbe ist, sondern sich fortwährend ändert, so lässt sich nur eine mittlere Geschwindigkeit während einer gewissen Zeit bestimmen. Diese mittlere Geschwindigkeit ist so gross, dass der Körper vermittelst derselben den gleichen Weg in einer bestimmten Zeit zurücklegen würde, den er thatsächlich mit seiner veränderlichen Geschwindigkeit in derselben Zeit zurückgelegt hat. Hat daher der Körper während der Zeit t_1 den Weg $s_1 = AB$, und während der Zeit t_2 den Weg $s_2 = AC$ zurückgelegt (Fig. 163), so hat er während der Zeit $(t_2 - t_1)$ den Weg $(s_2 - s_1) = BC$ durchlaufen. Bestimmt man nun eine Geschwindigkeit v durch die Gleichung:

Fig. 163.



$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

so würde der Körper, wenn er während der Zeit $(t_2 - t_1)$ sich mit dieser Geschwindigkeit gleichförmig bewegt hätte, ebenfalls den Weg $(s_2 - s_1)$ zurückgelegt haben. Es ist daher v die mittlere Geschwindigkeit des Körpers während der Zeit $(t_2 - t_1)$ auf der Wegstrecke BC. Diese Geschwindigkeit v hat der Körper that-

sächlich nur ein Zeitmoment wirklich besessen, vor und nach diesem Moment ist die Geschwindigkeit grösser oder kleiner gewesen. Je kleiner man die Wegstrecke BC wählt, um so geringer werden die Unterschiede sein, welche die wirkliche Geschwindigkeit an den verschiedenen Stellen dieser Strecke besitzt und wählt man endlich die Wegstrecke unendlich klein und bezeichnet diese mit ds, so wird diese auch in einer unendlich kleinen Zeit dt durchlaufen; man erhält dann als mittlere Geschwindigkeit auf dieser kleinen Wegstrecke den Werth

$$v = \frac{ds}{dt} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 5)$$

Diese mittlere Geschwindigkeit darf man aber auch als die wahre Geschwindigkeit in den Punkten B oder C, die jetzt unendlich nahe bei einander liegen, betrachten.

§. 16.

Beschleunigung. — Bei der ungleichförmigen Bewegung ändert sich, wie wir im vorigen Paragraphen sahen, fortwährend die Geschwindigkeit. Diese Aenderung der Geschwindigkeit ist in gewissem Sinne charakteristisch für die Bewegung, die Grösse derselben hängt offenbar von der Zeit ab, während welcher dieselbe beobachtet wird. Man bezeichnet nun den Quotienten aus dem Geschwindigkeitszuwachs, welchen der bewegte Körper während einer bestimmten Zeit erfährt, und aus dieser Zeit als die Beschleunigung. Hat ein Körper am Ende der Zeit t_1 die Geschwindigkeit v_1, am Ende der Zeit t_2 die Geschwindigkeit v_2, so ist seine Beschleunigung G gleich

$$G = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6)$$

Die Beschleunigung, welche ein Körper erhält, ist entweder constant, so dass der Geschwindigkeitszuwachs in gleichen Zeiten immer gleich gross ist, oder dieselbe ist veränderlich. Im ersteren Falle kann man die Beschleunigung, — wie sich aus Gleichung 6) ergiebt, wenn man den Nenner gleich 1 setzt, — auch als den Geschwindigkeitszuwachs definiren, den der Körper pro Zeiteinheit erhält.

Im zweiten Falle, in welchem die Beschleunigung veränderlich ist, kann man nur von einer mittleren Beschleunigung reden und erhält dann als Werth derselben jenen, welcher durch Gleichung 6) bestimmt ist. Um aber die Beschleunigung für eine unendlich kleine Zeit dt zu erhalten, hat man die entsprechende ebenfalls unendlich kleine Geschwindigkeitsänderung dv mit derselben zu verbinden, so dass sich ergiebt

$$G = \frac{dv}{dt} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 7)$$

Je nachdem die Beschleunigung constant oder veränderlich ist, wird die Bewegung gleichmässig beschleunigt oder ungleichmässig beschleunigt genannt. Tritt statt einer Geschwindigkeitszunahme eine Abnahme mit wachsender Zeit ein, so ist die Beschleunigung negativ.

§. 17.

Gleichmässig beschleunigte Bewegung. — Diese Bewegung ist dadurch charakterisirt, dass die Beschleunigung G constant ist. Um die Bewegung näher zu untersuchen, möge angenommen werden, dass die Geschwindigkeit zur Zeit 0 selbst 0 sei, dann ist

zur Zeit	die Geschwindigkeit v
0	0
1	G
2	$2G$
3	$3G$
⋮	⋮
t	tG

Man hat daher

$$v = G \,.\, t \qquad \qquad 8)$$

Um nun die Abhängigkeit des durchlaufenen Weges von der Beschleunigung und der Zeit zu finden, haben wir die mittlere Geschwindigkeit für die einzelnen Zeiträume zu bestimmen. Da die Beschleunigung constant gleich G ist, also die Geschwindigkeit in jedem Zeittheilchen um dieselbe Grösse wächst, so ist die mittlere Geschwindigkeit auf einer beliebigen Wegstrecke gleich dem arithmetischen Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit, welche der Körper auf dem betrachteten Wege besass. Die mittlere Geschwindigkeit

zwischen der Zeit	ist daher
0 und 1	$\frac{0 + G}{2} = \frac{G}{2}$
0 und 2	$\frac{0 + 2G}{2} = \frac{2G}{2}$
0 und 3	$\frac{0 + 3G}{2} = \frac{3G}{2}$
0 und 4	$\frac{0 + 4G}{2} = \frac{4G}{2}$
⋮	
0 und t	$\frac{0 + tG}{2} = \frac{tG}{2}$

Multiplicirt man die mittlere Geschwindigkeit mit der zugehörigen Zeit, so erhält man den in dieser Zeit zurückgelegten Weg.

Daher wird in der Zeit	der Weg zurückgelegt
von 0 bis 1	$\frac{G}{2} \cdot 1 = \frac{G}{1} \cdot 1^2$
„ 0 bis 2	$\frac{2G}{2} \cdot 2 = \frac{G}{2} \cdot 2^2$
„ 0 bis 3	$\frac{3G}{2} \cdot 3 = \frac{G}{2} \cdot 3^2$
⋮	
„ 0 bis t	$\frac{tG}{2} \cdot t = \frac{G}{2} \cdot t^2$

Die Beziehung von Weg, Beschleunigung und Zeit ist daher

$$s = \frac{G}{2} \cdot t^2 \qquad 9)$$

Durch die beiden Gleichungen 8) und 9) ist die gleichmässig beschleunigte Bewegung insofern charakterisirt, als sich aus ihnen in jedem Zeitpunkte sowohl die Geschwindigkeit des Körpers als auch die Länge des von demselben zurückgelegten Weges bestimmen lässt.

§. 18.

Kraft. — Die Ursache einer Bewegung ist die Kraft. Wir wissen, dass ein in Ruhe befindlicher Körper nur durch eine Kraft in Bewegung gesetzt werden kann. Andererseits ändert ein Körper seinen Bewegungszustand, also Richtung und Geschwindigkeit, ebenfalls nur durch eine Kraft. Wenn daher ein Körper durch irgend eine Kraft einmal in Bewegung gesetzt ist, und die anfänglich ihn bewegende Kraft zu wirken aufhört, so behält er so lange die einmal angenommene Geschwindigkeit bei, bis eine Kraft von Neuem auf ihn einwirkt. Umgekehrt hat man aus der Veränderung der Geschwindigkeit bei einer Bewegung auf das Vorhandensein einer Kraft zu schliessen. Nun geht aus dem Begriffe der Beschleunigung hervor, dass sie ein Maass für die Geschwindigkeitsänderung ist und da eine Geschwindigkeitsänderung nur durch eine Kraft hervorgerufen werden kann, so muss die Beschleunigung in einer nahen Beziehung zu der bewegenden Kraft stehen.

Zur Aufstellung dieser Beziehung ist es nothwendig, ein Maass für die Kraft anzugeben; als ein solches setzen wir den Druck, welchen ein Gewicht auf seine Unterlage ausübt. Als Einheit der Kraft wollen wir daher den Druck betrachten, den 1 Kilogramm ausübt. Wie wir später sehen werden, ist dieser Druck nicht überall auf der Erdoberfläche gleich gross; indessen sind die Unterschiede so gering, dass wir vorläufig davon absehen können.

Wenn nun eine Kraft dauernd auf einen Körper wirkt und diesem eine Beschleunigung ertheilt, so hängt diese letztere nicht allein von der Kraft, sondern auch von dem Körper selbst ab. Je grösser das Gewicht des Körpers ist, um so kleiner ist seine Beschleunigung, welche er unter der Einwirkung einer Kraft erhält. Andererseits wird die Beschleunigung um so grösser, je grösser die Kraft ist. Man hat daher folgenden Satz, wenn man beide Umstände gleichzeitig betrachtet: „die Beschleunigung G ist proportional der wirkenden Kraft K und umgekehrt proportional dem Gewichte P des bewegten Körpers“.

$$G = g \cdot \frac{K}{P} \qquad 10)$$

Hieraus folgt zunächst, dass, wenn die Kraft constant ist, auch die Beschleunigung constant ist und umgekehrt. In der obigen Gleichung sind K und P nach derselben Einheit 1 Kilogramm zu rechnen; der Factor g hängt von der Einheit ab, in welcher G, d. i. die Beschleunigung, gemessen wird. Wir wollen für diese Einheit das Meter als Längen-

einheit und die Secunde als Zeiteinheit annehmen; in diesem Falle wird $g = 9{,}81$ m, wie wir in dem folgenden Paragraphen zeigen werden. Eine bestimmte Definition von g erhält man in folgender Weise.

Setzt man in der obigen Gleichung 10) $K = P$, so erhält man:

$$G = g.$$

Die Bedeutung von g nach dieser Gleichung ist daher diese: „g ist die Beschleunigung, welche ein Körper erhält, wenn die ihn bewegende Kraft gleich seinem Gewichte ist“.

Führt man den Werth von G aus Gleichung 10) in die Gleichung 8) und (9) ein, so erhält man die folgenden:

$$\left.\begin{aligned} v &= G \cdot t = g \cdot \frac{K}{P} \cdot t \\ s &= \frac{g}{2} \cdot \frac{K}{P} \cdot t^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 11)$$

§. 19.

Schwere. Körper fallen zu Boden, wenn sie nicht unterstützt werden. Die Ursache hiervon ist das Gewicht der Körper und das Gewicht der Körper rührt her von der Schwerkraft. Je stärker ein Körper von der Erde angezogen wird, um so grösser ist sein Gewicht. Hieraus folgt aber nicht, dass der schwerere Körper schneller zur Erde fällt als ein leichterer. Vielmehr fallen alle Körper gleich schnell, wenn man nur dafür Sorge trägt, dass der Widerstand, den die Luft ausübt, nicht einwirkt. Sobald man einen luftleeren Raum mittelst der Luftpumpe herstellt, kann man diesen Satz experimentell beweisen. Jede Gewichtseinheit eines Körpers wird mit derselben Kraft von der Erde angezogen; denn das Gewicht eines Körpers ist der Druck, welchen derselbe in Folge der Schwerkraft auf seine Unterlage ausübt. Hat ein Körper mehrere Gewichtseinheiten, so verhält sich die Schwerkraft diesen gegenüber ebenso, wie wenn so viele Körper von der Gewichtseinheit vorhanden wären, als der erste Körper Gewichtseinheiten besitzt. Es ist also gleichgültig, ob die einzelnen Körper mit einander verbunden einen einzigen Körper darstellen, oder ob sie getrennt von einander sind.

Fällt ein Körper frei zu Boden, d. h. wirkt auf den Körper nur die Schwerkraft ein, und sehen wir von dem Widerstande der Luft ganz ab, so ist die treibende Kraft K gleich seinem Gewicht P. Wir erhalten dann aus der Gleichung

$$G = g\,\frac{K}{P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

welche im §. 6 sich ergab, die folgende:

$$G = g.$$

Es ist g die Beschleunigung, welche ein Körper beim freien Fall erhält; diese Beschleunigung beträgt 9,81 m pro Secunde, so dass

$$g = 9{,}81 \text{ m}.$$

Der Werth g der Beschleunigung ist nicht an allen Orten der Erde gleich gross, sondern veränderlich, weil die Erde keine vollkommene Kugel ist, keine ganz gleichmässige Zusammensetzung besitzt und um eine Axe rotirt. Aus dem gleichen Grunde ist auch das Gewicht eines Körpers an verschiedenen Orten der Erde verschieden. Das Gewicht oder der Druck, den der Körper auf seine Unterlage ausübt, hängt eben nicht allein von dem Körper ab, sondern auch von der Schwerkraft, welche auf den Körper wirkt. In Folge einer Veränderung der Schwerkraft ändert sich aber das Gewicht eines Körpers in ganz gleicher Weise wie die Beschleunigung g; daher erhält man eine constante Grösse, wenn man den Quotienten aus dem Gewichte und der Beschleunigung bildet:

$$\frac{P}{g} = M.$$

Dieser Quotient M hängt nur von dem Körper ab und man bezeichnet denselben als die Masse des Körpers.

Die Beschleunigung wächst von dem Aequator nach den Polen hin und man hat beispielsweise bei der

Breite	g
0^0 . . .	9,78 m
45^0 . . .	9,81 „
90^0 . . .	9,83 „

In dem gleichen Verhältnisse ändert sich auch der Druck eines Körpers auf seine Unterlage oder das Gewicht. Wenn daher eine vertical aufgehängte Feder durch ein bestimmtes daran hängendes Bleistück gespannt ist, so wird die Spannung immer mehr wachsen, wenn die Feder von dem Aequator zu den Polen getragen wird. Während hier die Aenderung nur etwa $^1/_2$ Proc. beträgt, würde eine ganz beträchtliche Vermehrung der Spannung eintreten, wenn die Feder an der Oberfläche der Sonne sich befände; hier übt das Bleistück einen etwa 28mal grösseren Zug als an der Oberfläche der Erde aus.

§. 20.

Zusammenstellung der Gleichungen und Folgerungen aus denselben.

Bedeutet, wie früher,

P das Gewicht des zu bewegenden Körpers,
K die bewegende Kraft, welche dauernd auf den Körper einwirkt,
t „ Zeit, während deren die Kraft K eingewirkt hat,
G „ nach der Zeit t erlangte Beschleunigung,
v „ „ „ „ t „ Geschwindigkeit,
s der „ „ „ t „ zurückgelegte Weg,

so ist

$$v = G \cdot t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

$$s = \frac{G}{2} \cdot t^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

$$G = g \cdot \frac{K}{P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

$$g = 9{,}81 \text{ m}$$

$$\frac{P}{g} = M \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 12)$$

daher erhält man, wenn man statt des Gewichtes P die Masse M mittelst Gleichung 12) einführt:

$$\left.\begin{aligned} G &= \frac{K}{M} \\ v &= \frac{K}{M} \cdot t \\ s &= \frac{K}{2M} \cdot t^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 13)$$

Die zweite dieser Gleichungen (13) lässt sich auch so schreiben:

$$M \,.\, v = K \,.\, t,$$

und sagt aus: „Das Product aus der bewegten Masse und der von ihr erreichten Geschwindigkeit ist gleich dem Producte aus der Kraft und der Zeit, während deren die Kraft gewirkt hat.“ Das Product aus Masse und Geschwindigkeit nennt man die Bewegungsgrösse der Masse M.

Aus den Gleichungen 13) erhält man ferner:

$$v^2 = \frac{K^2}{M^2} \cdot t^2 \text{ oder } t^2 = \frac{v^2 M^2}{K^2}.$$

Ebenso ist

$$t^2 = \frac{s \,.\, 2\,M}{K},$$

daher

$$\frac{v^2 M^2}{K^2} = \frac{s \,.\, 2 \,.\, M}{K}$$

oder

$$\frac{M \,.\, v^2}{2} = s \,.\, K \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

Das Product aus der Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit dividirt durch 2 nennt man die lebendige Kraft der bewegten Masse M.

Das Product aus der Kraft und dem Wege, auf welchem die Kraft gewirkt hat, nennt man die Arbeit der Kraft. Die Einheit der Arbeit hängt von der Einheit der Kraft und der Einheit des Weges ab. Da wir für die erstere Einheit das Kilogramm und für die letztere das Meter gewählt haben, so ist die Einheit der Arbeit 1 Kilogrammeter; es ist dies die Arbeit, welche erfordert wird, um einen fortdauernden Widerstand von 1 Kilogramm auf die Länge von 1 Meter zu überwinden. Bei der Hebung eines Gewichtes haben wir einen constanten Widerstand zu überwinden und daher können wir auch das Kilogrammeter dahin definiren, dass es die Arbeit ist, welche erforderlich ist, um 1 Kilogramm einen Meter hoch zu heben. Der Kürze wegen bezeichnen wir diese Arbeitseinheit mit kgm.

Nach obiger Definition ist zur Hebung von 9 kg auf 8 m die Arbeit von 72 kgm erforderlich; ebenso ist zur Hebung von 3 kg auf 24 m die Arbeit von 72 kgm nöthig. Die Wirkungen verschiedener Kräfte, oder die Arbeiten, sind also gleich, wenn die Producte der Kräfte in die bezüglichen Wege gleich sind.

Die Grösse einer Kraft darf man nicht mit der Grösse ihrer Wirkung, mit der Arbeit, verwechseln. Die letztere Grösse hängt, wie oben dargelegt, nothwendig mit dem Wege zusammen, durch welchen die Kraft wirkt. Kräfte arbeiten nur, wenn sie ihre Angriffspunkte in ihrer Richtung verrücken. Ein noch so grosses Gewicht durch eine Widerlage gehalten, leistet keine Arbeit; die Schwere einer auf wagrechter Ebene fortrollenden Kugel ist ebenfalls ohne Arbeitsleistung, weil der Körper im Sinne der Schwere ruht, denn er nähert sich weder noch entfernt er sich vom Mittelpunkte der Erde.

Wenn eine Kraft einen Körper bewegt, und dadurch eine Arbeit leistet, der Körper selbst aber bei seiner Bewegung keinen Widerstand findet, also einen solchen auch nicht überwindet, so leistet der Körper selbst keine Arbeit, statt dessen wird die Geschwindigkeit um so grösser, je länger die Kraft auf den Körper einwirkt. Die Arbeit, welche die Kraft geleistet hat, ist daher umgesetzt worden in Geschwindigkeit, und die Beziehung zwischen diesen Grössen gibt die Gleichung 14)

$$\frac{M \cdot v^2}{2} = K \cdot s \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

an. Die Grösse $\frac{M \cdot v^2}{2}$ ist also auch ein Maass für die von der Kraft K auf dem Wege s geleistete Arbeit, und es kann eine in Bewegung befindliche Masse M, welche die Geschwindigkeit v besitzt, dadurch, dass sie einen Widerstand überwindet und ihre Geschwindigkeit bis zu dem Werthe Null herabsinkt, eine Arbeit von $\frac{M \cdot v^2}{2}$ kgm leisten.

Um zu bestimmen, welche Arbeit ein fliessendes Wasser, welches in der Secunde den Weg von 0,2 m zurücklegt, im günstigsten Falle, d. h. wenn seine Geschwindigkeit ganz ausgenutzt wird, leisten kann, braucht man nur die Masse desselben zu kennen. Beträgt das Gewicht des Wassers, welches in einer bestimmten Zeit disponibel ist, 5000 kg, so ist die Arbeit, welche in dieser Zeit geleistet werden kann:

$$\frac{5000 \cdot (0{,}2)^2}{2 \cdot 9{,}81} = 10{,}16 \text{ kgm.}$$

Hat aber nach der Benutzung das Wasser noch eine Geschwindigkeit von 0,1 m, so ist die noch vorhandene lebendige Kraft

$$\frac{5000 \cdot (0{,}1)^2}{2 \cdot 9{,}81} = 2{,}54$$

und daher würde in diesem Falle die geleistete Arbeit nur

$$10{,}16 - 2{,}54 = 7{,}62 \text{ kgm}$$

sein.

Die Gleichung 14) enthält vier Grössen, und man kann daher mittelst derselben eine finden, wenn die drei anderen bekannt sind. Um an einem

Beispiel die Rechnung zu zeigen, möge angenommen werden, dass aus einem Geschützrohre von 2 m Länge eine Kugel von 5 kg geschossen werde und die Anfangsgeschwindigkeit im Moment, wo die Kugel das Rohr verlässt, zu 500 m bestimmt sei. Es soll berechnet werden, mit welcher Kraft die Pulvergase die Kugel getrieben haben, wenn vorausgesetzt wird, dass diese Kraft während der ganzen Zeit, in welcher die Kugel sich im Rohre befand, constant sei.

Bei dieser Annahme ist

$$M = \frac{5}{9{,}81}; \quad v = 500; \quad s = 2,$$

daher

$$K = \frac{M \,.\, v^2}{2 \,.\, s} = \frac{5 \,.\, (500)^2}{9{,}81 \,.\, 2 \,.\, 2} = 31\,855.$$

Die treibende Kraft ist also gleich 31 855 kg.

Um für das obige Beispiel die Zeit zu bestimmen, während welcher die Kraft gewirkt hat, die also gleichzeitig angiebt, wie lange die Kugel im Rohre war, hat man die Gleichung 8):

$$v = G \,.\, t \quad \text{oder} \quad t = \frac{v}{G}.$$

Hier ist

$$v = 500; \quad G = g \cdot \frac{K}{P} = 9{,}81 \cdot \frac{31\,855}{5}.$$

Also

$$t = \frac{500 \,.\, 5}{9{,}81 \,.\, 31\,855} = 0{,}008.$$

Die Kraft hat also 0,008 Secunden gewirkt.

§. 21.

Princip der Erhaltung der Energie. — Die Gleichung 14), welche wir im vorigen Paragraphen ableiteten, nämlich

$$\frac{M \,.\, v^2}{2} = K \,.\, s \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

haben wir noch in einer anderen Richtung zu discutiren, welche zwar schon angedeutet, aber noch nicht vollständig durchgeführt ist. Hat die Kraft K auf dem Wege s auf die Masse M gewirkt, so hat letztere, wenn sie während des Weges keinen Widerstand zu überwinden, also keine Arbeit zu leisten hatte, die Geschwindigkeit v erhalten. Die Kraft K hat in diesem Falle keine andere Arbeit geleistet, als der Masse M eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen, und es repräsentirt dann das Product $\frac{M \,.\, v^2}{2}$ die geleistete Arbeit. Die geleistete Arbeit ist also nicht verloren, denn die bewegte Masse ist im Stande, die gleiche Arbeit zu leisten, welche zu ihrer Bewegung verwandt worden ist. Die obige Gleichung sagt also aus, dass bei der Uebertragung der Kraft in Geschwindigkeit kein Theil der Kraft verloren geht, d. h. zu Nichts wird,

sondern dass die ganze Kraft in Form von Bewegungsenergie in der bewegten Masse aufgespeichert ist. In dieser Beziehung ist die Gleichung 14) der Ausdruck eines allgemeinen physikalischen Princips für einen speciellen Fall. Dieses Princip ist das Princip von der Erhaltung der Energie. Dasselbe sagt aus: es giebt keinen Process, durch welchen Energie verloren geht oder gewonnen werden kann; vielmehr bestehen alle Veränderungen, welche wir wahrnehmen, nur darin, dass die Form der Energie verändert wird und dass eine Uebertragung der Energie von einem Körper auf einen anderen stattfindet.

Es giebt zwei wesentlich verschiedene Formen der Energie: die Energie der Bewegung, welche auch actuelle oder kinetische Energie genannt wird, und die Energie der Lage, welche auch potentielle Energie heisst. In dem oben betrachteten Fall hat die Energie die Form der Bewegung; die mit der Geschwindigkeit v bewegte Masse M repräsentirt eine Bewegungsenergie, deren Grösse gleich $\frac{M.v^2}{2}$ Meter-Kilogramm ist. Hebt man dagegen ein Kilogramm auf die Höhe eines Meters und stellt dasselbe in dieser Höhe auf einen Tisch, so besitzt das auf dem Tische ruhende Kilogramm eine Energie der Lage und zwar eine Energie von einem Meterkilogramm, denn dasselbe ist im Stande, indem es in seine frühere Lage zurückkehrt, die Arbeit von einem Meter-Kilogramm zu leisten, z. B. durch Anwendung einer Welle wiederum 1 kg auf 1 m Höhe zu heben. Da das gehobene Kilogramm die ihm innewohnende Energie seiner Entfernung von der Erde, also seiner Lage verdankt, so nennt man diese Energie die Energie der Lage.

Ein einfaches Beispiel für den Uebergang der beiden Energieformen in einander, bietet ein senkrecht in die Höhe geworfener Stein. Ebenso wie die Geschwindigkeit desselben mit wachsender Höhe bis zu Null abnimmt, vermindert sich auch die Energie seiner Bewegung. Gleichzeitig wächst aber die Energie der Lage, und zwar so, dass die Summe beider Energien unveränderlich ist. Die Energie der Lage erreicht ihr Maximum im höchsten Punkte, wenn die Energie der Bewegung Null ist. Fällt der Stein mit wachsender Geschwindigkeit herunter, so nimmt die Energie der Lage in gleichem Maasse ab, wie die Energie der Bewegung wächst, so dass auch hier wieder die Summe beider Energien constant bleibt.

Man hat früher vielfach geglaubt, dass unter gewissen Umständen ein Theil der Energie wirklich zu Nichts werden könnte. So ist es bekannt, dass die Ueberwindung jeder Reibung einen gewissen Kraftaufwand erfordert. Dieser Kraftaufwand scheint zunächst in keiner Weise ein Aequivalent zu besitzen, ein Theil der Energie scheint verloren zu sein. Eine nähere Untersuchung zeigt aber, dass dem nicht so ist, dass vielmehr bei jeder Reibung Wärme auftritt, und ferner, dass die aufgetretene Wärme in einer ganz bestimmten Beziehung zu der Arbeit steht, welche zur Ueberwindung der Reibung erforderlich war; mit anderen Worten, es ist Energie nicht verloren gegangen, sondern hat nur eine Form angenommen, welche wir Wärme nennen. Diese Form der Energie ist auch eine Bewegungsform; denn, wie wir später sehen werden, ist die Wärme eine Bewegung der kleinsten Theile des Körpers. Bei der Reibung verwandelt sich daher die Energie einer sichtbaren Bewegung in die Energie einer unsichtbaren Bewegung.

Die verschiedenen Energiearten, welche wir kennen, lassen sich alle in andere umwandeln; so können wir z. B. die Energie der sichtbaren Bewegung in die Energie der Wärme, oder des Lichtes, oder des Schalles, oder der Elektricität u. s. w. umsetzen. Alle diese Umwandlungen werden aber von dem Gesetze der Erhaltung der Energie beherrscht; d. h. bei keiner Umwandlung wird die Summe der Energie verändert. Ebenso wenig wie man Materie schaffen oder in das Nichts zurückführen kann, kann man die im Weltall vorhandenen Energiesummen vermehren oder vermindern.

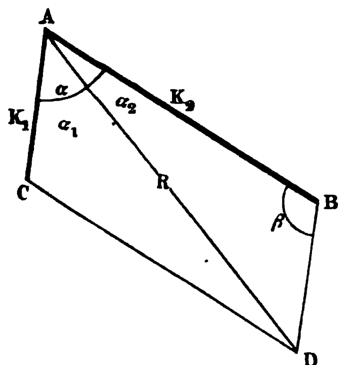
§. 22.

Wirkung mehrerer Kräfte, die den gleichen Angriffspunkt haben. Kräfteparallelogramm. — Wenn ein Körper gleichzeitig von mehreren Kräften angegriffen wird, die aber alle den gleichen Angriffspunkt haben, so ist in dem Falle, dass die Kräfte gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben, das Resultat, das gleiche, wie wenn der Körper von einer Kraft angegriffen wurde, die gleich der algebraischen Summe der Einzelkräfte ist. Denn zwei gleiche und entgegengesetzt wirkende Kräfte bringen keine Bewegung hervor; zwei Kräfte aber, die nach derselben Richtung wirken, summiren sich.

Wird aber ein Punkt des Körpers von mehreren Kräften angegriffen, deren Richtungen beliebige Winkel mit einander bilden, so bewegt sich der Körper im Allgemeinen in einer Richtung, die mit der Richtung keiner Einzelkraft zusammenfällt. Es ist unsere Aufgabe, die Grösse und Richtung der Kraft zu bestimmen, unter deren Einfluss der Körper sich gerade so bewegt, als unter der gleichzeitigen Einwirkung beliebig vieler gegebener Kräfte.

Wirken zwei Kräfte K_1 und K_2 auf den Körper ein, und bilden dieselben den Winkel α mit einander, so mögen die Kräfte in einer beliebigen Einheit gemessen, der Grösse und Richtung nach durch die Linien AB und AC dargestellt werden, Fig. 164. Es würde dann der Punkt A des Körpers unter alleiniger Wirkung der Kraft K_2 in einer bestimmten Zeit nach C gelangen; unter alleiniger Wirkung der Kraft K_2 in derselben Zeit nach B. Lässt man die Kräfte jetzt gleichzeitig so wirken, dass beim Fortschreiten des Punktes A die Richtung der Kräfte ihren ursprünglichen Richtungen immer parallel bleiben, so gelangt der Punkt A auf dem Wege AD nach D, und zwar in derselben Zeit, die nothwendig war, damit jede einzelne Kraft ihn nach C resp. B führte. Statt der beiden Kräfte K_1 und K_2 kann man daher die Kraft R wirken lassen, welche durch AD der Grösse und Richtung nach dargestellt ist, und erhält dann das gleiche Resultat. Man nennt deshalb R die resultirende

Fig. 164.



der beiden Kräfte K_1 und K_2. Die Grösse R ist dadurch bestimmt, dass $ABDC$ ein Parallelogramm ist, so dass R die Diagonale des Parallelogramms darstellt, in welchem die Kräfte K_1 und K_2 die Seiten bilden. Man hat daher folgende einfache Bezeichnung:

$$R^2 = K_1^2 + K_2^2 - 2\,K_1 \,.\, K_2 \,.\, \cos\beta,$$

oder da

$$\alpha = (180 - \beta)$$

$$\cos\alpha = -\cos\beta$$

$$R^2 = K_1^2 + K_2^2 + 2\,K_1 K_2 \cos\alpha \quad \ldots\ldots \quad 15)$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\alpha_1 &= \frac{K_2 \,.\, \sin\alpha}{R} \\ \sin\alpha_2 &= \frac{K_1 \,.\, \sin\alpha}{R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 16)$$

Nachdem durch die Gleichung (15) die Grösse der Kraft R bestimmt ist, giebt eine der beiden Gleichungen (16) die Richtung derselben an.

Sind mehr als zwei Kräfte vorhanden, so kann man je zwei Kräfte zu einer Resultirenden zusammensetzen und erhält dann schliesslich eine einzige Resultirende für alle Kräfte. Wollte man nach dieser Methode die Grösse und Richtung der resultirenden Kraft R bestimmen und in Zahlen angeben, so würde dies ein weitläufiger Weg sein; statt dessen kann man einen anderen Weg wählen, den wir im folgenden Paragraphen angeben werden.

§. 23.

Zerlegung von Kräften, Gleichgewicht. — Ebenso wie man für zwei oder mehrere Kräfte, welche an einem Punkte angreifend und nach verschiedenen Richtungen wirkend, eine resultirende Kraft finden kann, welche den Körper ebenso bewegt, wie alle anfänglichen Kräfte zusammengenommen, kann man auch jede Kraft als die Resultirende aus zwei oder aus mehreren Kräften ansehen. Da ferner eine Linie R die Diagonale zu unendlich vielen Parallelogrammen bilden kann, ist die Zerlegung einer Kraft auch in unendlich mannigfaltiger Weise möglich.

Es wird von der Zerlegung der Kräfte vielfach Gebrauch gemacht und daher möge hier ein Beispiel Platz finden. Angenommen der Körper B sei mit A durch AB sehr fest verbunden, so dass B nur eine drehende Bewegung um A auszuführen vermöge (Fig. 165). Wenn nun eine Kraft K_1 in der Richtung BC auf B einwirkt, so kann B dieser Kraft in der angegebenen Richtung nicht folgen.

Fig. 165.

Je mehr die Kraft in die Richtung AB fällt, um so weniger wird sie zur Drehung beitragen, so dass eine Kraft in der Richtung AB gar nicht mehr zur Wirkung gelangt. Eine Kraft, welche senkrecht zu AB wirkt, kommt dagegen vollständig zur Geltung. Man zerlegt daher die Kraft K_1 in zwei Kräfte, von denen die eine in die Richtung AB fällt, die andere

senkrecht dazu, und construirt aus diesen Seitenkräften ein Parallelogramm, in welchem AC die Diagonale bildet. Est ist dann $K_1 = BC$ in die Kräfte BE und BD zerlegt, von denen die erste gar nicht, die zweite aber vollständig zur Wirkung gelangt. Bildet $K = BC$ mit der Bewegungsrichtung BD den Winkel α_1, so ist

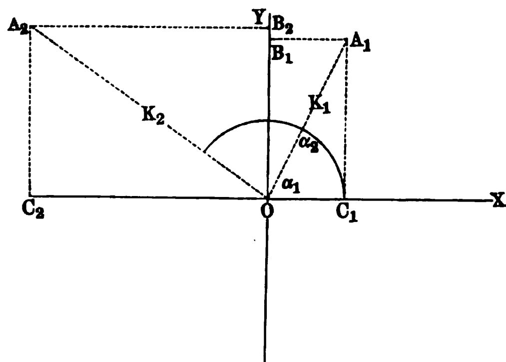
$$BD = K_1 \,.\, \cos\alpha_1.$$

Würden mehrere Kräfte $K_1, K_2, \ldots K_n$ auf B wirken, welche mit der Bewegungsrichtung BD, die resp. Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots \alpha_n$ bilden, so würde die wirksame Kraft gleich sein:

$$K_1 \,.\, \cos\alpha_1 + K_2 \,.\, \cos\alpha_2 + \cdots + K_n \,.\, \cos\alpha_n.$$

Wirken mehrere Kräfte in beliebigen Richtungen auf einen Punkt ein und liegen sämmtliche Richtungen in einer Ebene, so zerlegt man zur Auffindung der resultirenden Kraft jede anfängliche Kraft in zwei zu einander senkrecht gelegene Seitenkräfte. Die wirkenden Kräfte seien $K_1, K_2 \ldots K_n$, und ihre Richtung sei bestimmt durch die Winkel $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$, welche sie mit einer geraden Linie OX einschliessen. Construirt man dann OY senkrecht zu OX, so wird jede Kraft in zwei Seitenkräfte zerlegt, welche in die Richtung OX resp. OY fallen. So zerfällt (Fig. 166) $K_1 = OA_1$ in die Componenten OC_1 und OB_1, $K_2 = OA_2$ zerfällt in OC_2 und OB_2.

Fig. 166.



Diese Componenten lassen sich leicht ausdrücken; es ist

$$OC_1 = K_1 \,.\, \cos\alpha_1 \quad\Big|\quad OB_1 = K_1 \,.\, \sin\alpha_1$$
$$OC_2 = K_2 \,.\, \cos\alpha_2 \quad\Big|\quad OB_2 = K_2 \,.\, \sin\alpha_2.$$

Um nun die Resultirende aller Kräfte zu erhalten, hat man zunächst die algebraische Summe der Seitenkräfte zu bilden, welche derselben Richtung angehören. Man findet so für die Summe, welche der OX-Richtung angehört:

$$K_1 \cos\alpha_1 + K_2 \cos\alpha_2 + \cdots + K_n \cos\alpha_n = X,$$

und für die Summe, welche der OY-Richtung angehört:

$$K_1 \sin\alpha_1 + K_2 \sin\alpha_2 + \cdots + K_n \sin\alpha_n = Y.$$

Die resultirende Kraft R setzt sich aus diesen beiden Gesammtcomponenten X und Y zusammen, und es ist:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad . \;.\; .\; .\; .\; .\; .\; .\; . \quad 17)$$

Ferner bildet R mit der OX-Richtung den Winkel a, welcher durch die Gleichung

$$\cos a = \frac{X}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 18)$$

bestimmt ist.

In ganz ähnlicher Weise wird die Resultirende bestimmt, wenn die einen Punkt angreifenden Kräfte nicht in einer Ebene liegen. Es wird dann jede Kraft in drei zu einander senkrechte Richtungen zerlegt. Der Winkel XOY ist ein rechter und OZ steht senkrecht zu der Ebene XOY (Fig. 167). Die Kraft $OA = K$ wird in drei Componenten zerlegt, welche ihrer Richtung nach mit OX, OY, OZ übereinstimmen. Legt man durch OY und OA eine Ebene, so wird die Ebene XOZ in der Linie OD geschnitten; zieht man dann Senkrechte von A aus auf OY, nämlich AG, und auf OD, nämlich AD, so ist K in die beiden Componenten OG und OD zerlegt. Zerlegt man jetzt OD in die beiden Componenten parallel OX und OZ, so erhält man OC und OE. Es hat daher $K = OA$ die drei Componenten OC, OG und OE, welche man auch direct dadurch erhält, dass man von A aus auf die Linien OX, OY, OZ Senkrechte fällt. Die Grösse dieser Componenten ist bestimmt, sobald die Winkel bekannt sind, welche OA mit den drei Richtungen OX, OY, OZ bildet. Seien diese Winkel α, β, γ, so ist

Fig. 167.

$$OC = K \cdot \cos\alpha$$
$$OG = K \cdot \cos\beta$$
$$OE = K \cdot \cos\gamma.$$

Ferner ist

$$K = \sqrt{OC^2 + OG^2 + OE^2}.$$

Wirken jetzt mehrere Kräfte K_1, K_2 ... K_n auf den Punkt O ein, welche mit den Richtungen OX, OY, OZ die Winkel $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$; $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$; ... α_n, β_n, γ_n bilden, so sind die Componenten jeder Kraft

$$\begin{array}{lll} K_1 \cos\alpha_1; & K_1 \cos\beta_1; & K_1 \cos\gamma_1 \\ K_2 \cos\alpha_2; & K_2 \cos\beta_2; & K_2 \cos\gamma_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K_n \cos\alpha_n; & K_n \cos\beta_n; & K_n \cos\gamma_n. \end{array}$$

Ist die Resultirende aller Kräfte gleich R, so setzt sich dieselbe aus den Componenten zusammen, welche die algebraische Summe der Einzelcomponenten darstellen.

Die Componente nach der OX-Richtung ist:

$$K_1 \cos\alpha_1 + K_2 \cos\alpha_2 + \cdots + K_n \cos\alpha_n = X$$

nach der OY-Richtung:

$$K_1 \cos\beta_1 + K_2 \cos\beta_2 + \cdots + K_n \cos\beta_n = Y \quad . \quad . \quad 19)$$

nach der OZ-Richtung:

$$K_1 \cos\gamma_1 + K_2 \cos\gamma_2 + \cdots + K_n \cos\gamma_n = Z$$

Dann ist die Resultirende R:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

Bildet ferner R mit den Richtungen OX, OY, OZ die Winkel a, b, c, so ist

$$\cos a = \frac{X}{R}; \quad \cos b = \frac{Y}{R}; \quad \cos c = \frac{Z}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

Durch die Gleichung für R und die letzten Gleichungen ist die resultirende Kraft der Grösse und Richtung nach bestimmt.

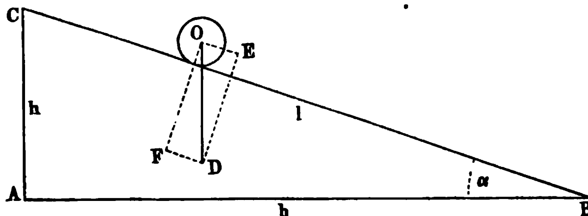
Soll zwischen den Kräften $K_1, K_2 \ldots K_n$ Gleichgewicht vorhanden sein, so muss $R = 0$ sein. Es ist dies nur möglich, wenn $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$ ist, wie aus Gleichung 20) hervorgeht. Da ferner die OX-Richtung ganz beliebig gewählt werden kann, so sieht man, dass Gleichgewicht nur dann bestehen kann, wenn Folgendes zutrifft:

Wählt man eine beliebige Richtung und bestimmt von jeder Kraft $K_1, K_2 \ldots K_n$ die Componente in dieser Richtung, so muss die algebraische Summe dieser Componenten gleich Null sein, wenn die Kräfte $K_1, K_2 \ldots K_n$ im Gleichgewicht stehen sollen.

§. 24.

Schiefe Ebene. — Schiefe Ebene nennt man eine Fläche, welche mit der horizontalen Ebene einen von Null verschiedenen Winkel bildet.

Fig. 168.



Stellt AB (Fig. 168) die Horizontalebene, BC die schiefe Ebene dar, so nennt man $h = AC$ die Höhe, $l = BC$ die Länge und $b = AB$ die Basis der schiefen Ebene. Das Verhältniss $\frac{h}{l}$ ist das Gefälle.

Befindet sich ein Körper O auf der schiefen Ebene, so gleitet oder rollt er, wenn die Reibung nicht zu gross ist, vermöge seines eigenen Ge-

wichtes herunter. Die beschleunigende Kraft ist indessen nicht gleich seinem ganzen Gewichte P, sondern kleiner. Um dieselbe zu berechnen, sei angenommen, dass nur die Schwerkraft auf den Körper wirkt; die Reibung, welche thatsächlich immer auftritt und der Schwerkraft entgegenwirkt, werde also gleich Null angenommen. Die Schwerkraft wirkt vertical nach unten, die Grösse derselben ist gleich dem Gewichte P des Körpers. Von dieser Kraft kann nur ein Theil zur Geltung kommen, und zwar derjenige, welcher CB parallel wirkt. Stellt daher OD die Schwerkraft P dar, so sei dieselbe nach dem Parallelogramm der Kräfte in OE, parallel zu CB, und in OF, senkrecht zu CB, zerlegt. Die Componente OF kann nichts zur Bewegung beitragen, weil die schiefe Ebene eine Bewegung in die Richtung dieser Componente verhindert; dagegen kommt die Componente OE vollständig zur Geltung. Bezeichnet man den Winkel $ABC = ODE$ mit α, so ist

$$OE = OD \,.\, \sin\alpha = P \,.\, \sin\alpha.$$

Die den Körper vom Gewichte P auf der schiefen Ebene, welche den Neigungswinkel α mit dem Horizont bildet, bewegende Kraft ist daher gleich $P \,.\, \sin\alpha$.

Nach Gleichung 10)

$$G = g \cdot \frac{K}{P}$$

finden wir daher für die Beschleunigung auf der schiefen Ebene:

$$G = g \cdot \frac{P \,.\, \sin\alpha}{P} = g \,.\, \sin\alpha.$$

Die Geschwindigkeit v nach Verlauf von t Secunden ist daher:

$$v = g \,.\, \sin\alpha \,.\, t,$$

und der in t Secunden zurückgelegte Weg:

$$s = \frac{1}{2} g \,.\, \sin\alpha \,.\, t^2.$$

Wenn der Körper den ganzen Weg CB durchläuft, so ist dieser Weg $CB = \frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{h}{\sin\alpha}$; daher:

$$\frac{h}{\sin\alpha} = \frac{1}{2} g \,.\, \sin\alpha \,.\, t^2.$$

Bestimmt man aus dieser Gleichung den Werth von t, so erhält man für die Zeit, welche der Körper braucht, um die schiefe Ebene zu durchlaufen, den Werth:

$$t = \frac{\sqrt{2gh}}{g \,.\, \sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 21)$$

Die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper in B ankommt, ist:

$$v = \sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 22)$$

Aus den Gleichungen 21) und 22) folgt daher:

Hat man mehrere schiefe Ebenen gleicher Höhe, aber verschiedener Neigung, so hängt die Zeit, welche der Körper zum Durchlaufen einer

schiefen Ebene braucht, von der Neigung ab (Gl. 21); die Geschwindigkeit aber, mit welcher der Körper an das Ende seiner Bahn kommt, ist für alle schiefe Ebenen die gleiche, und ebenso gross, wie wenn der Körper vertical herunter durch die Höhe h gefallen wäre (Gl. 22). Die Arbeit, welche nothwendig ist, um einen Körper eine schiefe Ebene von der Neigung α herauf zu befördern, ist gleich der Kraft multiplicirt mit dem Wege, also gleich:

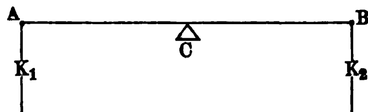
$$P \cdot \sin \alpha \cdot BC = P \cdot \sin \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = P \cdot h.$$

Aus dieser Gleichung ersieht man, dass man durch die schiefe Ebene nichts an Arbeit gewinnt; denn die Arbeit, welche nothwendig ist, um einen Körper vom Gewichte P auf die Höhe h zu heben, ist $P . h$, also ebenso gross wie bei der schiefen Ebene. Der Vortheil, den die schiefe Ebene gewährt, besteht darin, dass man kleinere Kräfte zur Bewegung anwenden kann; die anzuwendende Kraft $P . \sin \alpha$ wird um so kleiner, je kleiner α, also die Neigung der schiefen Ebene ist. Je kleiner aber die Kraft ist, um so grösser wird der Weg, $\frac{h}{\sin \alpha}$, auf welchem die Kraft zu wirken hat, um das gleiche Resultat, die Erhebung des Körpers auf die Höhe h, zu erreichen. Die zu leistende Arbeit $P . h$ hängt aber nicht von der Neigung der schiefen Ebene ab.

§. 25.

Gleichgewicht von Kräften, welche nicht an einem Punkte angreifen, aber in einer Ebene wirken. Die statischen Momente. Wenn zwei Kräfte an den Endpunkten der geraden Linie AB, Fig. 169, angreifen, so ist der einfachste Fall der, dass sie einander parallel, gleich gerichtet, senkrecht zu AB, und gleich gross sind. Diese Kräfte werden die Linie AB parallel mit sich selbst nach der Richtung der Kräfte fortbewegen. Um diese Bewegung zu verhindern, muss die Linie in ihrer Mitte bei C unterstützt werden; oder es muss in C eine Kraft angebracht werden, welche gleich der Summe der beiden Kräfte $K_1 + K_2$, und diesen entgegengesetzt gerichtet ist.

Fig. 169.



Wird die Linie AB in C unterstützt (Fig. 169), so dass sie nur eine drehende Bewegung um C, nicht aber eine fortschreitende Bewegung ausführen kann, so wird eine solche drehende Bewegung eintreten, sobald die beiden Kräfte K_1 und K_2 nich einander gleich sind.

Liegt der Unterstützungspunkt C der Linie AB in der Mitte (Fig. 170, a. f. S.), so kann nur Gleichgewicht vorhanden sein, d. h. es erfolgt keine Drehung, wenn die beiden Kräfte K_1 und K_2 nicht gleich sind. Um nun das Verhältniss der Kräfte K_1 und K_2 zu finden, werde angenommen, dass sie sich im Gleichgewicht halten. Es wird dann der geringste Zuwachs von K_1 eine Drehung hervorbringen, so dass A nach A_1 und B

nach B_1 kommt. Es hat hierbei die Kraft K_1 den Widerstand K_2 auf dem Wege BB_1 überwunden, also die Arbeit $K_2 \,.\, BB_1$ geleistet. Lässt man dann das System in die frühere Lage zurückkehren, indem man K_2 einen

Fig. 170.

ganz geringen Zuwachs ertheilt, so überwindet K_2 den Widerstand K_1 auf dem Wege AA_1, leistet also die Arbeit $K_1 \,.\, AA_1$. Diese beiden Arbeiten sind einander gleich, also

$$K_2 \,.\, BB_1 = K_1 \,.\, AA_1,$$

oder

$$K_2 : K_1 = AA_1 : BB_1 \quad \text{. . . . . } 23)$$

Da sich Kreisbögen, welche gleichen Winkeln angehören, wie die zugehörigen Radien verhalten, so ist

$$AA_1 : BB_1 = AC : BC.$$

Daher aus Gleichung 23)

$$K_2 : K_1 = AC : BC$$

oder

$$K_2 \,.\, BC = K_1 \,.\, AC \quad \text{. . . . . } 24)$$

Das Product $K_2 \,.\, BC$ nennt man das statische Moment oder das Drehungsmoment der Kraft K_2; das Product $K_1 \,.\, AC$ das statische Moment oder das Drehungsmoment der Kraft K_1. Nach der letzten Gleichung sind die statischen Momente der Kräfte K_2 und K_1, welche sich das Gleichgewicht halten, einander gleich.

Wir haben bisher vorausgesetzt, dass die beiden Kräfte rechtwinkelig zu AB wirken. Nehmen wir jetzt an, die Kraft K_1 (Fig. 171) bilde den Winkel α mit AE, und es sei AE senkrecht zu AC. Wie wir früher sahen (§. 23), kann nur ein Theil von K_1 zur Wirkung gelangen, nämlich die Componente, welche senkrecht zu AC steht; diese Componente ist $AE = K_1 \cos\alpha$. Die beiden Kräfte K_1 und K_2, von denen K_2 senkrecht zu AB wirkt, werden also im Gleichgewicht sein, wenn

$$K_1 \cos\alpha \,.\, AC = K_2 \,.\, CB$$

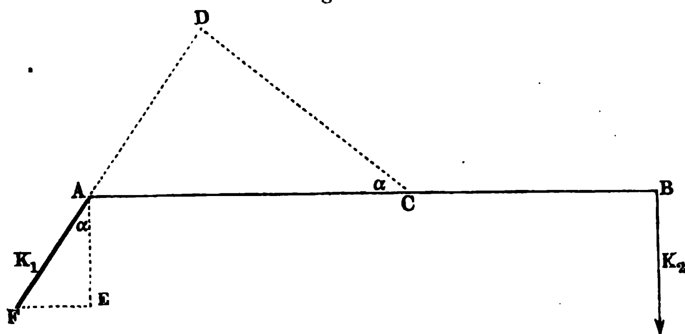
ist.

Verlängert man nun AF, welches die Richtung von K_1 angiebt, und zieht von C aus eine Senkrechte auf AF, so ist $\measuredangle ACD = \alpha$, und daher $AC \,.\, \cos\alpha = DC$. Daher kann man die vorige Gleichung auch so schreiben:

$$K_1 \,.\, DC = K_2 \,.\, CB.$$

Das Product $K_1 \cdot DC$ ist gleich der Kraft K_1, multiplicirt mit dem senkrechten Abstand derselben von der Drehungsaxe, und dieses Product

Fig. 171.



ist das statische Moment der Kraft K_1. Man hat daher den Satz: Zwei Kräfte, welche einem Körper eine entgegengesetzte Drehung zu ertheilen suchen, halten sich das Gleichgewicht, wenn sie sich umgekehrt verhalten wie ihre senkrechten Abstände von der Drehungsaxe, oder wenn ihre statischen Momente gleich sind.

Man kann diesem Satze eine andere Form geben, welche auch eine Anwendung auf mehr als zwei Kräfte zulässt. Wirken mehrere Kräfte auf die Linie AB in beliebigen Abständen von C ein, so sucht eine Anzahl von diesen Kräften die Drehung nach dem einen Sinne, die übrigen Kräfte aber die Drehung nach dem entgegengesetzten Sinne hervorzubringen. Giebt man nun den statischen Momenten der Kräfte verschiedene Vorzeichen, je nach dem Sinne der Drehung, welche sie zu erzeugen suchen, so dass z. B. die statischen Momente aller Kräfte, welche die Drehung nach rechts wie beim Uhrzeiger hervorbringen wollen, das positive Vorzeichen, alle übrigen das negative Vorzeichen erhalten, so ist die Bedingung des Gleichgewichts: Die Summe der statischen Momente muss gleich Null sein.

In der Fig. 172 (a. f. S.) sind die Angriffspunkte der Kräfte $K_1 \ldots K_5$, die Punkte $A_1, A_2 \ldots A_5$. Die senkrechten Abstände von der Drehungsaxe C sind $B_1 C$; $B_2 C$; ... $B_5 C$. Die Kräfte K_2 und K_5 suchen das System im Sinne des Uhrzeigers zu drehen, die übrigen Kräfte im entgegengesetzten Sinne. Es ist also Gleichgewicht vorhanden, wenn

$$- K_1 . (B_1 C) + K_2 . (B_2 C) - K_3 . (B_3 C) - K_4 . (B_4 C) + K_5 . (B_5 C) = 0$$

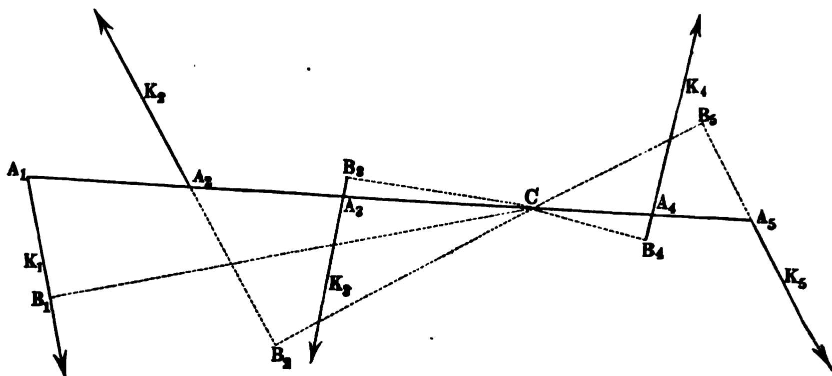
ist, denn dieses ist die Summe der statischen Momente.

Sind die Kräfte $K_1 \ldots K_5$ parallel gerichtet und ist die Summe der statischen Momente in Bezug auf die Drehungsaxe C gleich Null, so sind auch jetzt die Kräfte im Gleichgewicht, d. h. es tritt keine Drehung ein. Macht man aber C frei beweglich, so wird $A_1 A_5$ parallel mit sich selbst in der Richtung der wirkenden Kräfte verschoben. Um diese Bewegung zu verhindern, genügt es, in C eine Kraft anzubringen, deren Grösse gleich der Summe der Einzelkräfte ist und deren Richtung den Einzelkräften entgegengesetzt ist. Diese in C wirkende Kraft, welche allen

übrigen Kräften das Gleichgewicht hält, ist also der Grösse nach gleich der Resultirenden der Einzelkräfte, der Richtung nach aber dieser entgegengesetzt.

Es haben daher parallel wirkende Kräfte eine Resultirende, deren Angriffspunkt jener Punkt ist, in Bezug auf den die

Fig. 172.



Summe der statischen Momente gleich Null ist; die Grösse der Resultirenden ist gleich der Summe der parallelen Kräfte; die Richtung der Resultirenden ist der Richtung der Einzelkräfte parallel.

§. 26.

Schwerpunkt. — Die Schwerkraft wirkt auf den Körper dadurch ein, dass jedes Gewichtstheilchen des Körpers durch eine Kraft, welche gleich dem Gewichte des Theilchens ist, vertical abwärts gezogen wird. Der Körper wird also durch eine Anzahl paralleler Kräfte angegriffen. Nach dem vorigen Paragraphen haben diese Kräfte eine Resultirende, deren Angriffspunkt in dem Punkt liegt, für den die Summe der statischen Momente gleich Null ist. Dieser Punkt heisst der Schwerpunkt des Körpers. Man kann daher die parallelen Kräfte, welche von der Schwerkraft herrühren, und jedes Gewichtstheilchen des Körpers afficiren, sich ersetzt denken durch eine einzige Kraft, welche gleich dem Gewichte des Körpers ist, den Körper im Schwerpunkt angreift und vertical abwärts wirkt.

Experimentell kann man den Schwerpunkt eines Körpers dadurch bestimmen, dass man denselben an zwei verschiedenen Punkten an einem Faden aufhängt. Da der Schwerpunkt immer vertical unter dem Aufhängepunkt sich befindet, so wird der Schwerpunkt des Körpers in der Linie liegen, welche den verlängerten Faden darstellt. Hängt man also den Körper nach einander an zwei verschiedenen Punkten auf, so erhält man zwei Linien, welche den Schwerpunkt enthalten; der Durchschnittspunkt der Linien ist dann der Schwerpunkt. So findet man, dass der Schwerpunkt bei einem Dreiecke in dem Punkte liegt, in welchem sich

die von den Winkelspitzen zu den Mittelpunkten der gegenüberliegenden Seiten gezogenen Linien schneiden; bei einer Kugel liegt der Schwerpunkt im Mittelpunkte, bei einem geraden Cylinder auf der Mitte der Axe.

Da man sich das Gewicht des Körpers im Schwerpunkt vereinigt denken kann, so ist die Arbeit, welche erfordert wird, einen Körper zu heben, gleich seinem Gewichte multiplicirt mit dem senkrechten Höhenunterschiede des Schwerpunktes in beiden Lagen. Dieser Satz bleibt auch richtig, wenn während der Bewegung die einzelnen Theile des Körpers ungleiche Wege beschreiben, wenn z. B. die Bewegung von einer Drehung um den Schwerpunkt begleitet war. Denn, wenn irgend einer der schweren Punkte einen kleineren Weg zurücklegte, so hat ein anderer einen verhältnissmässig grösseren beschrieben.

§. 27.

Wirkung und Gegenwirkung; — Erhaltung des Schwerpunktes. Die Einwirkungen zwischen zwei Körpermassen sind immer wechselseitig und an Grösse gleich. Ein aufgehängter Faden wird durch ein unten befestigtes Gewicht gespannt, d. h. an allen Punkten des Fadens bis zum Aufhängepunkte sind zwei Kräfte thätig, welche entgegengesetzt gerichtet und gleich sind. Ein Gewicht, welches auf einer festen Unterlage liegt, drückt diese Unterlage mit einer Kraft, welche gleich dem Gewichte ist, ebenso stark wird das Gewicht von der Unterlage gedrückt. Zwei Schiffe, welche frei beweglich im Wasser sind, können nicht von einander abgestossen werden, ohne dass nicht beide gleichzeitig denselben Druck im entgegengesetzten Sinne erfahren, ohne dass nicht beide gleichzeitig bewegt werden.

Die Erde zieht die Körper in Folge der Schwerkraft an. Auch diese Kraft wirkt nicht einseitig; vielmehr ziehen die Körper auch die Erde an. Wenn daher ein Körper zur Erde fällt, so bewegt sich nicht der Körper allein, sondern es bewegt sich auch die Erde gegen den Körper hin. Diese letztere Bewegung ist zwar sehr gering, aber sie ist nicht gleich Null; die Geschwindigkeit derselben ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Befindet sich ein Körper in Bewegung, so kann die Bewegungsrichtung und die Geschwindigkeit des Schwerpunktes nur durch solche Kräfte, die ausserhalb des Körpers ihren Sitz haben, geändert werden. Der Grund liegt darin, dass innere Kräfte (Anziehungen und Abstossungen zwischen seinen Theilen), die etwa zur Thätigkeit kommen können, stets wechselseitig und an Grösse gleich sein müssen. Betrachtet man nun die Erde mit allen Körpern auf derselben als Ganzes, so ist die Lage ihres Schwerpunktes völlig unabhängig von allen auf ihr selbst vorgehenden Bewegungen. Fällt nun ein Körper auf der Erde von einer höheren Lage in eine niedrigere Lage, so ändert der Schwerpunkt der ganzen Erde mit Einschluss des Körpers seine Lage nicht. Damit dies aber geschehe, kann nicht der Körper allein sich bewegen, denn dies würde eine Lagenänderung des gemeinsamen Schwerpunktes zur Folge haben; vielmehr bewegen sich thatsächlich beide Theile, die Erde einerseits und der Körper andererseits gegen ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt und

zwar mit Geschwindigkeiten, die sich umgekehrt verhalten wie die beiden Massen.

Nach dem eben dargestellten Satze der Erhaltung des Schwerpunkts folgt auch, dass der Schwerpunkt einer Hohlkugel, welcher sich in einer bestimmten Bahn bewegt, diese Bewegung beibehält, wenn die Hohlkugel gesprengt wird und die Theile nach allen Seiten aus einander fliegen.

§. 28.

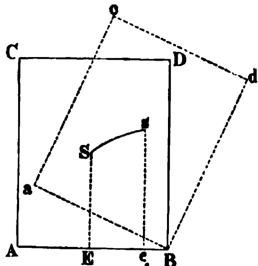
Gleichgewicht gestützter Körper; Standfähigkeit. — Der Schwerpunkt eines in Ruhe befindlichen Körpers kann in dreifach verschiedener Art mit dem Unterstützungspunkte oder der Unterstützungslinie (Drehungsaxe) in einer Verticalebene liegen. Je nach der Lage des Schwerpunkts unterscheidet man das Gleichgewicht des Körpers.

a) Der Schwerpunkt fällt mit dem Unterstützungspunkt oder der Drehungsaxe zusammen. Es halten sich dann die Theile des Körpers in jeder Lage das Gleichgewicht; dieses Gleichgewicht des Körpers heisst indifferent. Die geringste Kraft ausserhalb des Schwerpunkts angreifend, erhält daher ein genügendes Moment, um eine Drehung um diesen Punkt zu bewirken. Darauf beruht die Beweglichkeit richtig centrirter Rollen und Räder.

b) Der Schwerpunkt liegt senkrecht unter der Drehungsaxe. Wird der Körper aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, so kann dies nur dadurch geschehen, dass der Schwerpunkt in eine höhere Lage gebracht wird. Sobald die äussere Kraft zu wirken aufhört, kehrt der Schwerpunkt in Folge der Schwerkraft in die tiefste Lage und damit nach einigen Schwankungen in die Gleichgewichtslage zurück. Das Gleichgewicht heisst stabil.

c) Der Schwerpunkt liegt senkrecht über der Drehungsaxe. Der durch die geringste Kraft aus der Ruhelage gebrachte Körper fährt fort sich in demselben Sinne, in welchem er begonnen hatte, zu drehen. Der Schwerpunkt des Körpers hat sich durch die erste Bewegung gesenkt und er senkt sich dann weiter, bis er in die tiefste Lage kommt. Das Gleichgewicht des Körpers heisst labil; dasselbe geht in Folge der geringsten Schwankung des Körpers in das stabile Gleichgewicht über.

Fig. 173.



Ein Körper steht auf seiner Unterlage fest, d. h. er setzt der Veränderung seiner Stellung einen grossen Widerstand entgegen, wenn jede Lagenänderung eine Erhebung des Schwerpunkts nothwendig macht. Die Standfestigkeit ist um so grösser, je grösser die Kraft ist, welche erfordert wird, um seine Lage zu ändern. Diese Kraft erhält man in folgender Weise:

Es sei Fig. 173 B die Kante, um welche der Körper $ABCD$ gedreht werden soll, S sei der Schwerpunkt, und P das Gewicht des Körpers. Das Moment, welches von der Schwerkraft herrührt, ist dann

$$P \,.\, EB,$$

und es muss daher eine diesem Momente gleiche Kraft angewendet werden, um den Körper um B zu drehen. Je weiter der Körper in der Drehung vorschreitet, um so geringer wird das Moment, welches gleich dem Gewicht des Körpers multiplicirt mit dem senkrechten Abstande einer durch den Schwerpunkt gelegten Verticallinie von der Umdrehungskante ist. Hat der Körper die Stellung $aBcd$ erhalten, so ist das Moment:

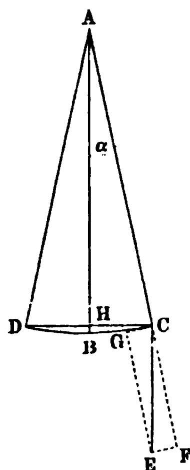
$$P \,.\, eB.$$

In jedem Falle ist das eben bestimmte Moment das Maass für die Stabilität oder Standfähigkeit eines Körpers in seiner jeweiligen Lage, und man sieht daher, dass die Standfähigkeit um so grösser ist, je grösser das Gewicht des Körpers ist, dass aber ferner die Standfähigkeit bei gleichbleibendem Gewichte des Körpers mit dem senkrechten Abstande der Schwerlinie (SE) von der Drehungsaxe wächst. Erfolgt durch den Angriff einer Kraft die Drehung nicht so weit, dass die Schwerlinie über die Drehungsaxe hinausgeht, so kehrt der Körper nach Aufhören der Kraft in seine frühere Lage zurück.

§. 29.

Mathematisches Pendel. — Unter einem mathematischen Pendel versteht man einen gewichtslosen Faden, der an dem einen Ende aufgehängt ist und an dem anderen Ende einen schweren Punkt trägt. In der Ruhelage stellt der Faden AB, Fig. 174, die Verticallinie dar. Bringt man AB in die Lage AC, so sucht der schwere Punkt C wieder in die ursprüngliche Lage B zurückzukehren. Die Kraft, welche drehend auf C einwirkt, erhält man durch folgende Zerlegung. Ist CE parallel AB, so wirkt die Schwerkraft in dieser Richtung auf C und es möge angenommen werden, dass CE das Gewicht des schweren Punktes der Grösse nach darstellt. Zerlegt man nun CE in zwei Componenten, von denen die eine in die Verlängerung von AC fällt, nämlich CF, die andere senkrecht zu CF wirkt, nämlich CG, so stellt CF die Kraft dar, mit welcher der Faden AC gespannt ist; CG giebt dagegen die Kraft an, welche drehend auf AC einwirkt und den schweren Punkt in die frühere Lage zurückzieht. Ist $\measuredangle\, CAB = DAB$, so ist DC senkrecht zu AB; daher sind die Dreiecke AHC und EGC ähnlich. Es verhält sich also:

Fig. 174.



$$HC : AC = CG : CE$$

oder

$$CG = CE \cdot \frac{HC}{AC}.$$

CE ist gleich dem Gewicht p des schweren Punktes, AC ist gleich der Länge l des Pendels, daher ist

$$CG = p \cdot \frac{HC}{l}.$$

Durch diese Gleichung ist die Kraft bestimmt, welche auf das Pendel einwirkt. Bei unverändertem Pendel bleibt p und l constant, HC (und damit die drehende Kraft) wird aber um so kleiner, je näher C an B kommt, bis schliesslich in B die drehende Kraft zu Null wird. Die Geschwindigkeit, mit welcher C den Weg CB beschreibt, wächst und erreicht in B ihren grössten Werth; in Folge dieser Geschwindigkeit geht der schwere Punkt über B hinaus, verliert dann allmälig seine Geschwindigkeit, bis diese in D zu Null wird. Es geht dann der schwere Punkt zurück und beschreibt in der gleichen Zeit denselben Weg DC wie früher, nur in umgekehrter Richtung. Diesen Weg nennt man eine Schwingung des Pendels. Die Zeit, welche das Pendel braucht, um eine Schwingung auszuführen, nennt man die Schwingungszeit T des Pendels. Den Winkel $BAC = \alpha$ nennt man die Amplitude der Schwingung.

Die Schwingungszeit T des Pendels hängt von der Länge l des Pendels und der Beschleunigung g ab und wird durch folgende Beziehung ausgedrückt:

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{. . . . .} \quad 25)$$

Es bedeutet hier T die Schwingungsdauer, gemessen in Secunden; l die Länge des Pendels, gemessen in derselben Einheit, in welcher die Beschleunigung gemessen wird (in Metermaass ist $g = 9{,}81$ zu setzen); π ist das Verhältniss des Umfanges zum Durchmesser des Kreises, und gleich 3,14.

Man erkennt aus vorstehender Formel, dass das Gewicht des Pendels ohne Einfluss auf die Schwingungsdauer ist. Das Gleiche finden wir beim freien Fall der Körper, indem die Fallgeschwindigkeit vom Gewichte des fallenden Körpers ganz unabhängig ist.

Bleibt g constant, so hängt die Schwingungsdauer nur von der Länge l des Pendels ab. Für zwei Pendel verschiedener Längen hat man nach Gleichung 25) die Beziehung:

$$T_1 : T_2 = \sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}$$

oder

$$T_1^2 : T_2^2 = l_1 : l_2 \quad \text{. . . . .} \quad 26)$$

Die Schwingungszeiten zweier Pendel verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Pendellängen.

Diese Beziehung gilt so lange, als die Beschleunigung g oder die wirkende Kraft constant bleibt, also für zwei Pendel an demselben Orte. Aendert sich dagegen g und bleibt l constant, so kann die Beobachtung der Schwingungszeit zur Bestimmung der Werthe von g dienen. Man hat nämlich:

$$T_1 : T_2 = \sqrt{\frac{1}{g_1}} : \sqrt{\frac{1}{g_2}}$$

oder

$$T_1^2 : T_2^2 = g_2 : g_1 \quad \text{. . . . .} \quad 27)$$

Die Quadrate der Schwingungszeiten zweier Pendel gleicher Länge verhalten sich umgekehrt wie die wirkenden Kräfte.

Aus der Beobachtung der Schwingungsdauer lässt sich mit grösserer Genauigkeit die Beschleunigung ableiten, als dies beim freien Fall möglich ist. Der französische Physiker Borda bestimmte im Jahre 1790 mit dieser Methode den Werth von g

$$g = 9{,}80896 \text{ m}$$

für die Breite von Paris und die Höhe des Meeres.

Für Orte anderer Breite ist g verschieden; man hat allgemein

$$g = 9{,}80853\,(1 - 0{,}00259 \,.\, \cos 2\,\beta)$$

für die Meereshöhe und einen Ort von der geographischen Breite β.

Um die Schwingungsdauer eines Pendels zu erhalten, welches dem mathematischen möglichst nahe kommt, wandte Borda die Methode der Coincidenzen an. Vor einer genau regulirten Pendeluhr, deren Pendel jede Secunde eine Schwingung macht, wurde ein Pendel aufgehängt, welches aus einem feinen Faden und einer Platinkugel bestand. Als die Länge dieses Pendels ist die Entfernung des Mittelpunktes der Platinkugel vom Aufhängepunkt zu betrachten, was um so eher zulässig ist, je geringer das Gewicht des Fadens im Verhältniss zum Gewichte der Kugel ist. Vor der Uhr wird in einer Entfernung von mehreren Metern ein Fernrohr so aufgestellt, dass man das Uhrpendel und das Fadenpendel gleichzeitig sieht. Werden jetzt beide Pendel in Schwingungen versetzt, so gehen beide Pendel nach einander durch das Gesichtsfeld des Fernrohres. Wenn dann das eine Pendel weniger schnell als das andere schwingt, so wird das erstere immer mehr zurückbleiben und schliesslich wird der Moment eintreten, wo beide den verticalen Faden des Fernrohrkreuzes gleichzeitig passiren; die Zeit dieser Coincidenz wird an der Uhr abgelesen. Hierauf bleibt das eine Pendel wieder weiter hinter dem anderen zurück, es kommt nochmals der Moment, wo beide gleichzeitig das Fernrohr passiren, aber in entgegengesetzter Richtung. Die Zeit dieser Coincidenz wird wieder abgelesen und es hat dann das eine Pendel eine Schwingung mehr gemacht als das andere. Angenommen das Fadenpendel schwinge schneller als das Uhrpendel und die Zeit der ersten Coincidenz sei bei $10^h\,5^m\,20^s$ beobachtet; die zweite Coincidenz aber bei $11^h\,16^m\,31^s$, so hat das Uhrpendel 4271 Schwingungen ausgeführt, das Fadenpendel in derselben Zeit von 4271 Secunden aber 4272 Schwingungen gemacht. Die Schwingungsdauer T des Fadenpendels ist dann

$$T = \frac{4271}{4272} = 0{,}999765 \text{ Sec.}$$

Die vorstehend mitgetheilte Methode lässt sich zur Ermittelung des Verhältnisses der Schwingungsdauer je zweier Pendel anwenden.

§. 30.

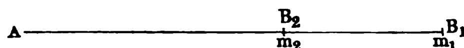
Das physische Pendel. — Das mathematische Pendel, — ein schwerer Punkt an einem gewichtslosen Faden hangend — ist nur ein mathematischer Begriff, da es einen gewichtslosen Faden nicht giebt. Jeder Theil des Pendels ist schwer, daher der Wirkung der Schwere unter-

worfen. Man kann deshalb das physische Pendel betrachten als eine Zusammensetzung sehr vieler mathematischer Pendel, von denen jedes eine andere Länge hat und für sich allein eine besondere Schwingungsdauer annehmen würde, die nach dem vorigen Paragraphen um so kleiner ist, je kürzer die betreffende Pendellänge sich darstellt. Da nun das ganze Pendel eine gemeinsame Winkelgeschwindigkeit hat, so ist die Schwingungsdauer des physischen Pendels nicht einfach die eines mathematischen Pendels von derselben Länge. Um die erstere zu erhalten, müssen wir zunächst die Frage beantworten, in welcher Weise sich bei einer drehenden Bewegung verschiedene Massen ersetzen können; wir erfahren dies durch die Lehre von den Trägheitsmomenten.

§. 31.

Das Trägheitsmoment. — Beim fallenden Körper und in vielen anderen Fällen kann man annehmen, dass die ganze Masse des bewegten Körpers in einem einzigen Punkte, im Schwerpunkte vereinigt sei. Bei der drehenden Bewegung ist diese Annahme nicht statthaft, wie man leicht sieht, wenn man AB, Fig. 175, als eine gewichtslose, unbiegsame Stange ansieht, welche um A drehbar ist und bei welcher in B_1 die Masse m_1 sich befindet, welche die Geschwindigkeit c_1 besitze.

Fig. 175.



Die lebendige Kraft, welche die Masse m_1 hat, ist dann $\frac{m_1 \cdot c_1^2}{2}$. Behält jetzt AB_1 dieselbe Winkelgeschwindigkeit bei, so hat B_2 eine kleinere fortschreitende Geschwindigkeit als B_1; nennt man die letztere c_2, so ist offenbar

$$c_1 : c_2 = AB_1 : AB_2.$$

Wenn eine Masse m_2, welche in B_2 sich befindet und die Geschwindigkeit c_2 besitzt, dieselbe lebendige Kraft haben soll, als die Masse m_1 in B_1, so muss

$$\frac{m_2 \cdot c_2^2}{2} = \frac{m_1 \cdot c_1^2}{2}$$

oder

$$m_2 \cdot AB_2^2 = m_1 \cdot AB_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 28)$$

Wenn daher eine Masse m_2 eine andere m_1 so ersetzen soll, dass die Winkelgeschwindigkeit die gleiche bleibt, so müssen die Producte der Massen in die Quadrate ihrer Entfernungen von der Drehungsaxe einander gleich sein. Das Product einer Masse m in das Quadrat der Entfernung von der Drehungsaxe nennt man das Trägheitsmoment der Masse m. Das Trägheitsmoment einer Masse m kann man selbst als eine Masse betrachten, welche im Abstande 1 von der Drehungsaxe die Masse m zu ersetzen im Stande ist.

Das Trägheitsmoment eines Körpers erhält man dadurch, dass man das Trägheitsmoment eines jeden Massentheilchens bildet und die Summe derselben addirt. Hat man die Massentheilchen m_1, m_2, m_3 . . ., welche

in den Abständen $r_1, r_2, r_3 \ldots$ sich befinden, so ist das Trägheitsmoment des ganzen Systems

$$m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots = \Sigma m r^2$$

wo das Summenzeichen Σ die Summe aller Glieder bedeutet.

Wir können jetzt die Schwingungsdauer eines physischen Pendels bestimmen. Die das Pendel treibende Kraft, das Gewicht p, hat seinen Angriffspunkt im Schwerpunkte der Pendelmasse. Angenommen, der Schwerpunkt des Pendels habe die Entfernung z von der Drehungsaxe, so kann man im Schwerpunkte sich eine Masse M vereinigt denken, deren Trägheitsmoment gleich dem Trägheitsmoment des ganzen Pendels ist; daher, wenn man letzteres durch $\sum m r^2$ bezeichnet,

$$M z^2 = \Sigma m r^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 29)$$

Diese Masse M ist immer grösser, als die wirkliche Masse des Pendels; hieraus folgt, dass ein physisches Pendel stets langsamer schwingen muss als ein mathematisches, dessen Länge gleich ist dem Abstande des Schwerpunktes des ersten Pendels von seinem Aufhängepunkt.

Die Beschleunigung G, welche der Masse M in Folge der treibenden Kraft p ertheilt wird, ist [nach Gleichung 13), §. 20]:

$$G = \frac{p}{M}.$$

Diese Beschleunigung G ist nicht gleich $g = 9{,}81$ m, weil M nicht die Masse des Pendels, also auch nicht die Masse des Gewichtes p darstellt. Die Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels von der Länge z ist bei der Beschleunigung G [nach Gleichung 25), §. 29]:

$$T = \pi \sqrt{\frac{z}{G}}$$

oder, indem man für G den obigen Werth einsetzt:

$$T = \pi \sqrt{\frac{z M}{p}}.$$

Setzt man endlich für M den Werth aus Gleichung 29)

$$M = \frac{\Sigma m r^2}{z^2}$$

ein, so erhält man:

$$T = \pi \sqrt{\frac{z \,.\, \Sigma m r^2}{p \,.\, z^2}} = \pi \sqrt{\frac{\Sigma m r^2}{p z}} \quad \ldots\ldots \quad 30)$$

als die Gleichung für die Schwingungsdauer eines physischen Pendels. Da $\Sigma m r^2$ das Trägheitsmoment des Pendels und $p \,.\, z$ das statische Moment des Pendels darstellt, so ist nach der obigen Formel die Schwingungsdauer des physischen Pendels gleich der Zahl π, multiplicirt mit der Wurzel aus dem Trägheitsmoment, dividirt durch das statische Moment des Pendels. Will man die Länge l eines mathematischen Pendels bestimmen, welches mit dem physischen Pendel isochron schwingt, so braucht man nur

$$\frac{l}{g} = \frac{\Sigma m r^2}{p \,.\, z}$$

zu setzen und hieraus l zu berechnen.

Der Punkt des physischen Pendels, welcher in der Entfernung l vom Aufhängepunkte sich befindet, heisst der Schwingungspunkt des Pendels. Es ist der einzige Punkt des physischen Pendels, in welchem man sich, gleich wie bei dem einfachen Pendel, Kraft und Masse concentrirt denken kann.

Das Trägheitsmoment lässt sich bei Körpern einfacher geometrischer Gestalt berechnen. Als Beispiel möge ein cylindrischer, dünner, homogener Stab dienen, dessen Schwingungsdauer als Pendel bestimmt werden soll, wenn er an dem einen Ende aufgehängt wird.

Denkt man sich den Stab der Länge nach in unendlich viele gleich grosse Theilchen zerlegt, deren Zahl n sei, so wiegt jedes Theilchen $\frac{p}{n}$, wenn das Gesammtgewicht des Stabes p ist; die Länge eines jeden Theilchens ist $\frac{l}{n}$, wenn l die Länge des ganzen Stabes bezeichnet. Es ist daher das Trägheitsmoment

des 1sten Theilchens:

$$\frac{p}{g \cdot n} \cdot \left(\frac{l}{n}\right)^2,$$

des 2ten Theilchens:

$$\frac{p}{g \cdot n} \cdot \left(\frac{2\,l}{n}\right)^2,$$

des 3ten Theilchens:

$$\frac{p}{g \cdot n} \cdot \left(\frac{3\,l}{n}\right)^2,$$

⋮

des $n$ten Theilchens:

$$\frac{p}{g \cdot n} \cdot \left(\frac{n\,l}{n}\right)^2.$$

Das Trägheitsmoment der ganzen Stange ist daher:

$$= \frac{p \cdot l^2}{g \cdot n} \left\{\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2}{n^3}\right\}.$$

Da nun der Klammerausdruck gleich $\frac{1}{3}$ ist, wenn n unendlich gross wird, so ist das Trägheitsmoment

$$= \frac{p \cdot l^2}{g \cdot 3}.$$

Der Schwerpunkt der Stange liegt in der Mitte derselben, also ist das statische Moment gleich

$$p \cdot \frac{l}{2}.$$

Die Schwingungsdauer der Stange ist daher:

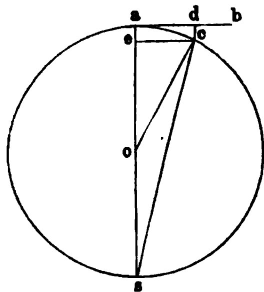
$$T = \pi \sqrt{\frac{\frac{p \cdot l^2}{g \cdot 3}}{p \cdot \frac{l}{2}}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{3}\,l}{g}}.$$

Eine Stange von cylindrischer Gestalt schwingt also isochron mit einem mathematischen Pendel, dessen Länge gleich $\frac{2}{3}$ der Stangenlänge ist; ebenso liegt der früher definirte Schwingungspunkt des Stangenpendels in einer Entfernung von der Drehungsaxe, die gleich $\frac{2}{3}$ ihrer Länge ist.

§. 32.

Centralbewegung. — Wenn ein Körper eine drehende Bewegung ausführt, so ändert er in jedem Momente die Richtung seiner Bewegung. Vermöge der Trägheit hat der Körper aber das Bestreben, in der vorhandenen Bewegungsrichtung zu verharren, d. h. in der jedesmaligen Tangente seiner Bahn sich zu bewegen. Soll also eine drehende Bewegung eintreten, so muss eine Kraft vorhanden sein, welche den Körper zwingt, in jedem Momente seine Bewegungsrichtung zu ändern. Diese Kraft heisst die Centripetalkraft; dieselbe ist gegen den Mittelpunkt der rotirenden Bewegung gerichtet. Der Centripetalkraft wird durch das Streben des Körpers, in der geradlinigen Bewegung zu verharren, gerade das Gleichgewicht gehalten, und dieses Streben, welches, wie erwähnt, eine Folge der Trägheit der Materie ist, führt den Namen „Centrifugalkraft“.

Fig. 176.



Die Grösse der Centripetalkraft lässt sich in folgender Weise ableiten. Es sei *acsa* (Fig. 176) die Bahn des rotirenden Körpers, *ac* der in der Zeit *t* beschriebene Kreisbogen; derselbe ist, wenn *v* die Geschwindigkeit bezeichnet, gleich

$$ac = v \, . \, t.$$

Nimmt man diese Zeit *t* und folglich auch den Bogen *ac* sehr kurz, so darf man letzteren als eine gerade Linie ansehen. Würde die Centripetalkraft nicht wirken, so wäre der Körper in der Zeit *t* von *a* nach *d* gelangt; unter Einwirkung der Centripetalkraft hat also der Körper den Weg $dc = ae$ in der Zeit *t* zurückgelegt.

Bezeichnet man daher die Centripetalkraft mit *F*, so ist nach Gleichung 13), §. 20:

$$ae = \frac{1}{2} \frac{F}{m} \cdot t^2,$$

wenn *m* die Masse des Körpers bezeichnet.

Nach einem Satze der Geometrie ist aber

$$ac^2 = as \, . \, ae$$

oder, wenn man $as = 2R$ setzt,

$$ac^2 = 2R \, . \, ae.$$

Setzt man in diese Gleichung für ac und ae die oben abgeleiteten Werthe ein, so erhält man

$$v^2 t^2 = 2 R \cdot \frac{1}{2} \frac{F}{m} \cdot t^2,$$

daraus folgt:

$$F = \frac{m \cdot v^2}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 31)$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, dass bei einer Kreisbewegung der Körper an jeder Stelle seiner Bahn mit einer Kraft nach dem Mittelpunkte gezogen wird, welche der Masse des Körpers und dem Quadrate der Geschwindigkeit direct, dem Radius des Kreises, in welchem der Körper sich bewegt, umgekehrt proportional ist.

Der obigen Gleichung kann man eine andere Gestalt geben, wenn man die Zeit einführt, in welcher der Körper eine vollständige Drehung ausführt; nennt man diese Umlaufszeit T, so ist

$$v \cdot T = 2 \pi R.$$

Eliminirt man jetzt aus Gleichung 31) die Grösse v, so erhält man

$$F = \frac{4 \pi^2 R \cdot m}{T^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32)$$

Bei gleich bleibender Umlaufszeit ist die Centripetalkraft also proportional dem Producte aus dem Radius und der Masse.

Wie erwähnt, ist die Centrifugalkraft der Centripetalkraft an Grösse gleich, der Richtung nach aber entgegengesetzt. Die Centrifugalkraft findet vielfache Anwendung. Durch dieselbe werden Körner und Mehl auf den Mühlsteinen von der Mitte nach der Peripherie und zur Ausgangsöffnung getrieben. Durch die rotirende Bewegung, welche man nassen Stoffen in der Centrifugaltrockenmaschine giebt, ist man im Stande, das Wasser fast bis auf den letzten Rest daraus zu entfernen, krystallinischen Zucker von anhängendem Syrup zu befreien und andere Scheidungen verwandter Art zu bewerkstelligen. Auch bei dem rotirenden Ventilator, dem Centrifugalgebläse, wird die Centrifugalkraft benutzt, um Luft zu verdichten und nach gewisser Richtung in Bewegung zu setzen.

Die von der Axendrehung der Erde abhängige Centrifugalkraft vermindert die Stärke der Schwere. Die Centrifugalkraft wirkt am Aequator der Schwere gerade entgegen, an anderen Orten der Erde bildet die Richtung derselben, da sie immer senkrecht zur Erdaxe ist, mit der Richtung der Schwere, welche nach dem Mittelpunkte der Erde gerichtet ist, einen Winkel, der gleich der Breite des Ortes ist. An diesen Orten wirkt also nur die in die Richtung der Schwere fallende Componente der Centrifugalkraft der Schwere entgegen. Schon aus diesem Grunde muss die Wirkung der Centrifugalkraft kleiner werden, wenn man sich vom Aequator aus den Polen nähert. Dazu kommt aber noch, dass die Centrifugalkraft selbst nach den Polen zu abnimmt; denn dieselbe hängt von dem Radius R ab, und dieser wird um so kleiner, je weiter man sich vom Aequator entfernt. Beide Ursachen wirken also in gleichem Sinne, um die Beschleunigung g um so mehr zu vermindern, je näher man dem Aequator kommt.

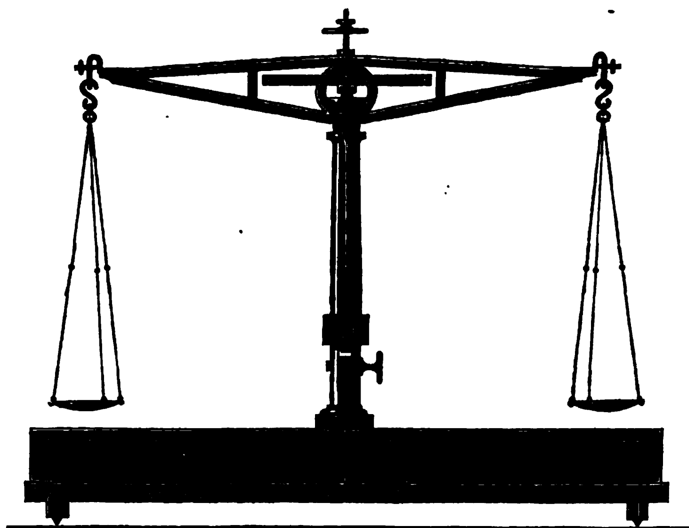
§. 33.

Die Wage. — Die Bestimmung der Wage ist die, das Gewicht eines Körpers durch Vergleichung mit bekannten Gewichtsstücken zu ermitteln. Es ist hierzu erforderlich, dass die Wage empfindlich und richtig construirt ist.

Befindet sich der abzuwägende Körper auf der einen Wagschale und wird derselbe durch aufgelegte Gewichte auf der anderen Wagschale im Gleichgewicht gehalten, so geben diese Gewichte nur dann das Gewicht des Körpers an, wenn gewisse Bedingungen erfüllt sind, welche im Folgenden entwickelt werden sollen.

Den Grad der Empfindlichkeit der Wage erkennt man aus ihrer Beweglichkeit und der Grösse des Ausschlages, d. h. der Abweichung des

Fig. 177.



Wagebalkens aus seiner Ruhelage durch ein in die eine Wagschale gebrachtes Uebergewicht. Um den Ausschlagswinkel sicher messen zu können, senkt sich aus der Mitte des Wagebalkens ein Zeiger herab, der sich vor einem an dem Träger der Wage befestigten Gradbogen bewegt (siehe Fig. 177). Je länger dieser Zeiger ist, um so deutlicher lässt sich jede Abweichung desselben aus der Ruhelage erkennen. Eine Wage ist als genügend empfindlich anzusehen, wenn die kleinsten beim Abwägen benutzten Gewichtstheile als Uebergewicht einen deutlichen Ausschlag geben. Bei den feinsten chemischen Wagen muss dies durch den zehnten Theil eines Milligrammes in unzweideutiger Weise geschehen können.

Die Richtigkeit der Wage wird durch folgende Proben erkannt:

1. Der Zeiger der unbelasteten Wage muss bei der Ruhelage auf Null hinweisen und, aus dieser Stellung entfernt, nach einer Reihe von Schwingungen in dieselbe zurückkehren.

2. Die beiden Arme der Wage müssen gleich lang sein. Man prüft diese Bedingung in folgender Weise. Legt man auf die Wagschale zur Linken das Gewicht L und zur Rechten das Gewicht R, welches den Zeiger auf Null bringt, so wird bei gleicher Länge der Arme wieder der Zeiger auf Null zeigen, wenn man L mit R vertauscht, also R zur Linken und L zur Rechten auflegt. Nennt man nämlich die Länge des linken Armes l, diejenige des rechten r, so halten sich in der ersten Lage L und R das Gleichgewicht und der Zeiger steht auf Null, wenn

$$L \cdot l = R \cdot r$$

oder

$$\frac{l}{r} = \frac{R}{L}$$

ist. Nach der Vertauschung von L und R ist die Bedingung des Gleichgewichts:

$$L \cdot r = R \cdot l$$

oder

$$\frac{r}{l} = \frac{R}{L}.$$

Aus der Vergleichung beider Werthe folgt:

$$\frac{l}{r} = \frac{r}{l}$$

oder

$$l = r,$$

also die Gleichheit der Wagebalken.

Wenn die Prüfung das Resultat ergeben hat, dass die Arme nicht gleich lang sind, so kann man das Längenverhältniss derselben leicht ermitteln.

Es zeige die Wage auf Null,

1) wenn links L und rechts R aufliegt,
2) „ „ R „ „ $L + d$ aufliegt.

Man hat dann die beiden Gleichungen:

$$L \cdot l = R \cdot r,$$
$$R \cdot l = (L + d) r.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{l^2}{r^2} = \frac{L + d}{L} = 1 + \frac{d}{L}$$

oder

$$\frac{l}{r} = \sqrt{1 + \frac{d}{L}} = 1 + \frac{d}{2L}.$$

Diesen letzteren Werth kann man statt der Wurzel einsetzen, unter der immer erfüllten Voraussetzung, dass $\frac{d}{2L}$ eine kleine Grösse sei. Ist z. B.:

$$L = 100 \text{ g},$$
$$d = 0{,}02 \text{ g},$$

so ist

$$\frac{l}{r} = 1{,}0001.$$

Hat man zwei gleiche Gewichte, weiss man z. B., dass $L = R$ ist, so genügt das einmalige Auflegen dieser Gewichte, um die Länge der Arme festzustellen.

Wenn durch die obige Untersuchung constatirt ist, dass die Arme verschiedene Länge besitzen, so kann man entweder diese Länge corrigiren, oder bei jeder Gewichtsbestimung eine Correction anbringen. Nach dem obigen Beispiel ist der linke Arm länger als der rechte; legt man daher die Gewichte auf die rechte Wagschale, so sind diese Gewichte jedesmal mit 1,0001 zu multipliciren, um das Gewicht des Körpers zu liefern.

3. Die Stützungslinie des Wagebalkens und die Anhängepunkte (oder Anhängelinien) der Schalen müssen in einer Ebene liegen. Sind die Arme der Wage gleich lang, so ist das Drehungsmoment bei gleicher Belastung auf beiden Seiten nur dann bei jeder Stellung der Wage gleich gross, wenn die obige Bedingung erfüllt ist.

Angenommen, es stelle a (Fig. 178) die Stützlinie des Balkens bc dar und die Verbindungslinie der beiden Anhängepunkte L, R falle oberhalb a. In der Ruhelage, wo bc horizontal steht, ist das Drehungsmoment der Belastung L gleich

$$L \,.\, ab,$$

und das Drehungsmoment der Belastung R gleich

$$R \,.\, ac.$$

Bei der Stellung de des Balkens ist das Drehungsmoment der Belastung L gleich

$$L \,.\, b'a,$$

und der Belastung R gleich

$$R \,.\, ac';$$

der Hebelarm, an welchem L wirkt, verkürzt sich daher von ab auf ab'; dagegen verlängert sich der Hebelarm, an welchem R wirkt, von ac auf ac', bei der in der Figur angenommenen Drehung.

Fig. 178.

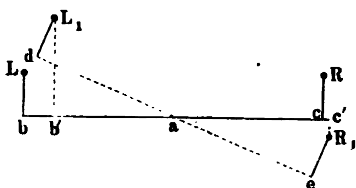
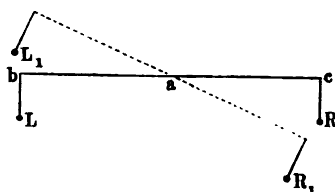


Fig. 179.



Wenn umgekehrt, wie in Fig. 179, die Verbindungslinie der beiden Anhängepunkte L, R unterhalb der Stützlinie a fällt, so verlängert sich der Hebelarm von L, während der Hebelarm von R verkürzt wird.

Soll daher bei jeder Neigung des Wagebalkens das Längenverhältniss der beiden Arme unverändert dasselbe bleiben, so müssen die Stütz-

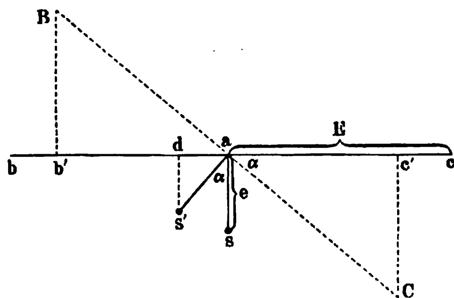
linie des Balkens und die Aufhängepunkte der Schalen in einer Ebene liegen.

Um zu erfahren, ob die vorstehende Bedingung erfüllt ist, braucht man nur die Empfindlichkeit der Wage bei verschiedenen Belastungen zu untersuchen, deren Besprechung sogleich folgt.

Die Empfindlichkeit der Wage wird durch die Länge der Hebelarme, das Gewicht des Wagebalkens und die Entfernung des Schwerpunktes der Wage von der Stützlinie bedingt.

Ist die Wage im Gleichgewicht, so kann der Schwerpunkt vertical unter der Stützlinie a, in derselben oder oberhalb derselben liegen. Soll die Wage brauchbar sein, so darf der Schwerpunkt nur die erste Lage haben. Denn läge der Schwerpunkt in der Stützlinie, so würde die Wage in jeder Stellung im Gleichgewicht sein, sowohl ohne Belastung als auch bei gleicher Belastung auf beiden Seiten. Das geringste Uebergewicht auf einer Seite würde aber den Wagebalken um 90° zu drehen suchen. Ebenso wenig darf der Schwerpunkt oberhalb der Stützlinie liegen, weil in diesem Falle das geringste Uebergewicht eine Drehung um 180° hervorrufen würde. In beiden Fällen wäre also ein Hin- und Herschwingen der Wage unmöglich und eine Wägung nicht ausführbar. Es bleibt daher nur übrig, dass der Schwerpunkt der Wage unter a liegt.

Fig. 180.



Die Ruhelage der Wage ohne Belastung werde in Fig. 180 durch bac dargestellt; das Gewicht der Wage, P, kann man sich im Schwerpunkt, der in s liegt, vereinigt denken. Wird jetzt die Schale zur Linken durch L, diejenige zur Rechten durch R belastet, und angenommen R sei grösser als L, so wird die Wage eine Neigung annehmen und in einer bestimmten Stellung im Gleichgewicht sein.

Dieses Gleichgewicht tritt ein, wenn die Summe der Momente Null ist. Für die Stellung BC des Balkens ist

das Drehungsmoment von R gleich	$R \cdot ac'$
„ „ „ L „	$-L \cdot ab'$
„ „ „ P „	$-P \cdot ad.$

Die Bedingung für das Gleichgewicht bei der Stellung BC ist also:

$$R \cdot ac' - L \cdot ab' - P \cdot ad = 0.$$

Ist die Wage gleicharmig, so ist $ab' = ac'$, und es wird die Bedingung des Gleichgewichts:

$$(R - L) ac' = P \cdot ad.$$

Nennt man den Neigungswinkel des Balkens gegen die Horizontale α, so ist

$$ac' = E \,.\, \cos\alpha$$

$$ad = e \,.\, \sin\alpha,$$

wenn E die Länge des Armes und e die Entfernung des Schwerpunktes von der Drehungsaxe bezeichnet.

Daher wird die Gleichung

$$(R - L) \,.\, E \,.\, \cos\alpha = P \,.\, e \,.\, \sin\alpha$$

oder

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha = \frac{(R - L)}{P} \,.\, \frac{E}{e}.$$

In vorstehender Gleichung bezeichnet $(R - L)$ das Uebergewicht auf der Schale zur Rechten. Dieses Uebergewicht bringt einen um so grösseren Ausschlag α hervor, je grösser $tg\alpha$ wird. Die Empfindlichkeit wird daher durch den Werth von $tg\alpha$ ausgedrückt, und die Gleichung sagt aus: die Empfindlichkeit der Wage ist um so grösser,

1) je grösser die Länge (E) der Arme,
2) je kleiner das Gewicht (P) der Wage,
3) je kleiner die Entfernung (e) des Schwerpunktes der Wage von der Drehungsaxe ist.

Die beiden ersten Bedingungen für die Empfindlichkeit können nicht von einander getrennt erfüllt werden. Das Minimalgewicht der Arme ist offenbar abhängig von der Länge derselben, denn die Arme müssen so construirt sein, dass selbst bei der grössten Belastung, welche die Wage zulässt, keine grössere Durchbiegung des Balkens eintritt. Man muss daher auf den Zusammenhang von Gewicht und Länge der Arme Rücksicht nehmen und kann dann der obigen Gleichung die folgende Gestalt geben:

$$tg\alpha = (R - L)\frac{1}{\frac{P}{E} \,.\, e} = \frac{R - L}{p \,.\, e}.$$

Hier ist $\frac{P}{E} = p$ gesetzt, und es bezeichnet p das Gewicht der Längeneinheit des Armes. Daher ist die Empfindlichkeit einer Wage um so grösser,

1) je kleiner das Gewicht der Längeneinheit des Armes,
2) je kleiner die Entfernung des Schwerpunktes der Wage von der Drehungsaxe ist.

Wie aus der obigen Gleichung hervorgeht, hängt der Ausschlagswinkel, und damit die Empfindlichkeit der Wage, nicht von der Belastung, sondern nur von dem Uebergewicht ab. Diese Unabhängigkeit gilt nur so lange, als ac' gleich ab' ist (siehe Fig. 180), oder das Verhältniss der beiden Armlängen der Wage mit der Neigung des Balkens sich nicht ändert. Wie früher gezeigt ist, tritt aber eine Aenderung dieses Verhältnisses ein, sobald die Stützlinie des Balkens und die Aufhängepunkte der Schalen nicht in einer Ebene liegen.

Liegt die Verbindungslinie der beiden Anhängepunkte oberhalb der Stützlinie, wie in Fig. 178, so bewirkt bei zunehmender Belastung das

gleiche Uebergewicht immer grössere Ausschläge und bei einer gewissen Grösse der Belastung schlägt die Wage plötzlich um. Die Empfindlichkeit einer solchen Wage wächst also mit zunehmender Belastung.

Liegt dagegen die Verbindungslinie der beiden Anhängepunkte unterhalb der Stützlinie, so wird der Ausschlag der Wage für dasselbe Uebergewicht mit zunehmender Belastung kleiner; die Empfindlichkeit der Wage nimmt also mit zunehmender Belastung ab. Jede Wage erhält aber bei grösseren Belastungen eine geringe Durchbiegung und wird dann eine geringere Empfindlichkeit zeigen. Da in Folge dieser Durchbiegung der Schwerpunkt der Wage gesenkt wird, so lässt sich die Empfindlichkeit wieder dadurch erhöhen, dass der Schwerpunkt gehoben wird. Um dies zu erreichen, wird eine Schraube, welche sich über der Mitte des Balkens befindet, in die Höhe gedreht.

§. 34.

Gebrauch der Wage. — Nachdem die Wage durch die Stellschrauben horizontal gestellt ist, untersucht man den Ruhepunkt der Wage bei unbelasteten Schalen. Diesen Punkt erhält man aus der Beobachtung von mindestens drei Schwingungen der Wage. Eine gut aufgehängte Wage kommt erst nach einer langen Reihe von Schwingungen zur Ruhe, und es würde einen grossen Zeitaufwand verursachen, wenn man diese Ruhe abwarten wollte. Dazu kommt noch, dass die Ruhelage sich genauer berechnen als direct beobachten lässt, da bei ganz kleinen Schwingungsweiten geringe Bewegungshindernisse die Ruhelage beeinflussen können. Ist die Theilung, vor welcher der Zeiger der Wage schwingt, von der Mitte aus nach beiden Seiten getheilt, so erhält man die Ruhelage durch eine einfache Rechnung, wie aus folgendem Beispiele ersichtlich ist.

Der Zeiger geht

	links bis	rechts bis
	5,0	4
	4,4	—
Mittel . .	4,7	4

$$\text{Ruhelage: } \frac{4,7 - 4}{2} = 0,35 \text{ links.}$$

Da die Weite der Schwingung mit jeder folgenden Schwingung abnimmt, so ist zur Ermittelung der Ruhelage immer eine ungerade Anzahl von Schwingungen erforderlich. Ist der Ruhepunkt der Wage verschieden vom Nullpunkte der Theilung, so kann man eine Correction des ersteren dadurch herbeiführen, dass man eine Schraube, welche an dem Ende des Armes sich befindet, etwas dreht, oder auch, wo diese Schrauben nicht vorhanden sind, dadurch, dass man eine kleine Messingfahne, welche über der Mitte des Wagebalkens sich findet, etwas nach der Seite wendet, auf welcher der beobachtete Ruhepunkt gefunden wurde. Die Bestimmung des Ruhepunktes der Wage ist vor jeder Wägung zu wieder-

holen, die nicht unmittelbar nach einer Bestimmung des Ruhepunktes gemacht wird.

Die Untersuchung der Länge der Arme wird nach dem im vorigen Paragraphen mitgetheilten Verfahren ausgeführt. Es ist dabei zu beachten, dass die beiden Arme gleich warm sein müssen, damit ihr Längenverhältniss ein unverändertes bleibt. Daher ist eine starke Bestrahlung durch ein Licht oder die directe Bestrahlung durch die Sonne zu vermeiden.

Um sich von dem Fehler, den die verschiedene Länge der Arme verursacht, unabhängig zu machen, kann man zwei Methoden anwenden.

1. Man legt den abzuwägenden Körper in die eine Schale und Schrot in die andere Schale, bis nahezu Gleichgewicht vorhanden; man lässt dann die Wage schwingen und legt so lange Papierstückchen zu dem Schrot, bis die Schwingungen um den Nullpunkt der Theilung ganz symmetrisch erfolgen. Darauf nimmt man den Körper fort und stellt statt seiner so viel Gewichte auf die Schale, bis wieder Gleichgewicht vorhanden ist. Es geben dann die aufgesetzten Gewichte auch dann das Gewicht des Körpers an, wenn die Länge der Arme verschieden ist.

2. Man legt auf die linke Schale den Körper und bestimmt das Gewicht p_1, welches, auf die rechte Schale gelegt, der Wage das Gleichgewicht giebt; darauf legt man den Körper in die rechte Schale und bestimmt das Gewicht p_2, welches, auf die linke Schale gelegt, der Wage das Gleichgewicht giebt.

Das wahre Gewicht P des Körpers ist dann

$$P = \frac{p_1 + p_2}{2}.$$

Ist nämlich die Länge des rechten Hebelarmes r, diejenige des linken l, so haben wir folgende Gleichungen:

$$P \,.\, l = p_1 \,.\, r$$

$$P \,.\, r = p_2 \,.\, l,$$

daraus

$$P^2 = p_1 \cdot p_2$$

$$P = \sqrt{p_1 \,.\, p_2}.$$

Wenn aber $p_1 - p_2$ eine kleine Grösse ist gegenüber p_1, was nach dem Obigen immer der Fall, so kann man statt $\sqrt{p_1 \,.\, p_2}$, ohne merklichen Fehler, die bequemere Form $\frac{p_1 + p_2}{2}$ setzen.

Die Wägung selbst lässt sich entweder so ausführen, dass man so lange Gewichte zulegt oder abhebt, resp. den Reiter verschiebt, bis Gleichgewicht vorhanden ist, die Schwingungen des Zeigers also ganz regelmässig um den Nullpunkt der Theilung erfolgen, oder auch so, dass man das genaue Gewicht des Körpers aus den Schwingungen berechnet.

Angenommen, es solle die Wägung eines Körpers bis auf Milligramme genau ausgeführt werden, und man habe gefunden, dass die Ruhelage des Zeigers bei p Centigramm Belastung zur Rechten vom Nullpunkte, und zwar bei dem Theilstrich 3,5 sich findet, dass dagegen die Ruhelage bei $(p + 1)$ Centigramm Belastung zur Linken vom Nullpunkte,

und zwar bei dem Theilstrich 2,3 sich findet, so bewirkt offenbar eine Belastung von 1 cg eine Verschiebung des Zeigers um 2,3 + 3,5 = 5,8 Theilstrichen. Es würde daher die Ruhelage mit dem Nullpunkte zusammenfallen, wenn die Belastung gleich

$$p + \frac{3,5}{5,8} = p + 0,6 \text{ cg}$$

wäre. Diese Berechnung setzt voraus, dass die Einstellung des Zeigers sich proportional der Gewichtsänderung verschiebt, was für kleine Ausschläge richtig ist.

Die zuletzt besprochene Art der Gewichtsbestimmung, bei der die Ruhelage des Zeigers niemals beobachtet, sondern stets berechnet, und bei der weiter das schliessliche Gewicht des Körpers ebenfalls berechnet wird, hat die Vortheile, welche schon oben hervorgehoben wurden; dasselbe gewährt nämlich Zeitersparniss und grössere Genauigkeit [1]).

Wegen Reduction der Wägungen auf den luftleeren Raum verweisen wir auf §. 171.

Elasticität starrer Körper.

§. 35.

Aus der Eigenschaft der Körper, sich verdichten und ausdehnen zu lassen, folgt, dass der Raum, den die Körper beanspruchen, nicht vollständig mit Materie angefüllt ist, dass vielmehr die Theilchen durch viele Zwischenräume, die sogenannten Poren, von einander getrennt sind. Es ist daher die wechselseitige Annäherung der Körpertheilchen, welche man Berührung nennt, keine wirkliche Berührung, sondern jedes Theilchen wird ringsum von einem, obschon für unsere Sinne nicht wahrnehmbaren, doch verhältnissmässig zu seinem Umfange ziemlich grossen, leeren Raume umgeben.

Die Theilchen des Körpers, oder die Molecüle, sind nicht in Ruhe, sondern in Bewegung und die Art dieser Bewegung wird durch den Aggregatzustand bedingt, in welchem sich der Körper befindet. In starrem Zustande bewegen sich die Molecüle um Gleichgewichtslagen herum, sie verlassen diese Gleichgewichtslagen erst vollständig, wenn äussere Kräfte die Molecüle dazu zwingen. So lange keine äusseren Kräfte zur Wirkung kommen, ist ein Molecül immer von denselben Nachbarmolecülen umgeben. Die Bewegung der Molecüle ist also eine schwingende.

Der flüssige Zustand ist gegenüber dem starren dadurch charakterisirt, dass die Molecüle keine bestimmte Gleichgewichtslage mehr haben. Dieselben besitzen daher ausser der schwingenden Bewegung auch eine fortschreitende, so dass ein Molecül nach und nach von verschiedenen Nachbarmolecülen umgeben ist. Die Kräfte, welche die Molecüle des starren Körpers gegenseitig auf einander ausüben, und wodurch deren Gleichgewichtslage bedingt wird, sind bei den Molecülen des flüssigen Körpers bedeutend schwächer, so dass sie nicht mehr im Stande sind, denselben bestimmte Gleichgewichtslagen zu erhalten.

---

[1]) Siehe F. Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik.

Im gasförmigen Zustande beeinflussen sich endlich die Molecüle nur mehr in geringem Grade; sie bewegen sich in fast geradlinigen Bahnen so lange, bis sie sich gegenseitig oder einen anderen Widerstand treffen. Nach dem Stosse fliegen sie nach einer anderen Richtung weiter [1]).

Die Kräfte, welche im starren Zustande die mittlere Gleichgewichtslage der Molecüle bedingen, äussern sich als anziehende und abstossende. Ebenso sind in den beiden anderen Aggregatzuständen beide Arten von Kräften thätig, kommen aber in verschiedenem Maasse zur Geltung. Die Eigenschaft, eine anziehende Wirkung auszuüben, kommt jedem materiellen Theilchen zu.

Der Anziehung entgegengesetzt wirkt eine andere Kraft, welche durch die Bewegung der Molecüle zur Geltung kommt. Diese Bewegung, deren Lebhaftigkeit von dem Wärmezustande des Körpers abhängt, bewirkt, dass die Molecüle nicht zu einer dauernden Berührung kommen, wie es geschehen müsste, wenn eine anziehende Kraft allein thätig wäre.

Zwischen den Theilchen eines starren Körpers wird das Gleichgewicht der Anziehungen und Abstossungen durch die geringste Verschiebung gestört. In Folge dieser Verschiebung tritt eine Kraft auf, welche die verschobenen Theilchen in ihre frühere Lagen zurückzuführen sucht und welche als elastische Kraft bezeichnet wird. Hört die Ursache der Verschiebung zu wirken auf, so kommt die genannte Kraft zur Geltung und bringt die Theilchen in ihre anfängliche Stellung zurück.

Je nach der Ursache, welche die Verschiebung der Theilchen hervorruft, unterscheidet man verschiedene elastische Kräfte und spricht daher von der Elasticität beim Zuge, beim Zusammendrücken, bei der Biegung und bei der Drehung.

Wird die Verschiebung der Theilchen durch eine äussere Kraft über eine gewisse Grösse ausgedehnt, so kehren die Theilchen nach Aufhören der Kraft nicht in ihre frühere Lage zurück, sondern nehmen eine neue Gleichgewichtslage an; es ist in diesem Falle die Grenze der Elasticität überschritten.

Die elastische Kraft sowie die Elasticitätsgrenzen der verschiedenen Körper sind überaus verschieden. Unter den Körpern, welche die Eigenschaft der Elasticität in hohem Grade besitzen, versteht man insbesondere solche, die eine bedeutende Verschiebung der Theile vertragen können, ohne dass diese darum die Fähigkeit verlieren, sich selbst überlassen, in ihre anfängliche Lage zurückzukehren. Dahin gehören: Federn von gehärtetem Stahl, dünne Streifen oder Fäden von Glas, geschwefelter Kautschuk u. s. w. Dagegen ist bei dem Golde, dem Blei, dem nassen Thon u. s. w. die Elasticität in sehr enge Grenzen eingeschlossen.

Starre Körper ohne irgend welche Elasticität giebt es nicht; auch ist ihr Vorkommen principiell ebenso undenkbar wie das von absolut starren Körpern, d. h. von solchen, deren Theile auch bei Einwirkung äusserer Kräfte eine völlige Unverrückbarkeit besitzen.

In der That, wie gross auch die elastische Kraft eines Körpers sein mag, so muss doch die allergeringste Einwirkung von aussen eine Störung des Gleichgewichtes und eine verhältnissmässige Verschiebung seiner Theile herbeiführen, indem ja der elastische Widerstand nur als eine Folge dieser

---

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 100 (1857).

Verschiebung zum Vorschein kommt. Es ist aus diesem Grunde ganz unrichtig, den absolut starren Körper, d. h. einen Körper von unmöglicher Beschaffenheit, als Typus des starren Zustandes zu bezeichnen. So lange die Elasticitätsgrenze nicht überschritten wird, vermehrt sich die Grösse des Widerstandes eines elastischen Theilchens um so mehr, je grösser die Entfernung aus seiner natürlichen Ruhelage wird. Dasselbe ist daher während der Rückkehr in diese Lage, ganz so wie das sinkende Pendel, einem, wenn auch abnehmenden, doch stetig wirkenden Drucke unterworfen, und wird demgemäss mit beschleunigter Bewegung getrieben. Es erreicht die Lage des Gleichgewichtes in dem Augenblicke, da seine Geschwindigkeit den grössten Werth erreicht hat, und muss folglich seinen Weg, jetzt aber auf der anderen Seite des natürlichen Ruhepunktes und allmälig verzögert fortsetzen. So kommt es, dass bei einem jeden Körper, bei welchem das Gleichgewicht der Molecularkräfte gestört worden ist, dem Rücktritte in den Ruhezustand eine Reihe von Schwingungen seiner kleinsten Theile vorausgeht; sie sind aus demselben Grunde, wie die des Pendels, gleichdauernd (isochron).

§. 36.

Elasticität beim Zuge. — Um die beim Zuge auftretende Elasticität zu messen, hängt man an das eine Ende des zu untersuchenden Körpers, der an dem anderen Ende befestigt ist, Gewichte und misst die Verlängerung, welche der Körper erfährt. Das Resultat dieser Untersuchung ist folgendes:

Die Verlängerung des Körpers ist direct proportional

1) der Länge l des Körpers,

2) der Grösse P des spannenden Gewichts;

dagegen umgekehrt proportional

dem Querschnitt q des Körpers.

Ausserdem ist die Verlängerung von der Natur des Körpers abhängig. Bezeichnet man die Verlängerung mit v, so ist

$$v = \frac{1}{E} \frac{p \cdot l}{q} \qquad \text{1)}$$

In dieser Gleichung ist der Factor E für den Körper charakteristisch, und man nennt denselben den Elasticitätscoefficienten. Hat ein Körper die Länge 1 und den Querschnitt 1, so ist ein Gewicht P_1 erforderlich, um dem Körper die Verlängerung 1 zu geben, und es ist dann nach der vorigen Gleichung:

$$1 = \frac{1}{E} \cdot P_1$$

oder

$$E = P_1.$$

Hiernach bezeichnet der Elasticitätscoefficient ein Gewicht, welches den obigen Bedingungen genügt. Man kann natürlich den Elasticitätscoefficienten nicht dadurch bestimmen, dass man die Verlängerung so weit treibt, bis dieselbe gleich der ursprünglichen Länge des Körpers wird, da in den meisten Fällen schon viel früher die Elasticitätsgrenze

überschritten wird. Zur Bestimmung des Coefficienten dient die Gleichung 1), aus der sich

$$E = \frac{p \cdot l}{v \cdot q} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

ergiebt, in welcher Gleichung alle Grössen der Messung unmittelbar zugänglich sind.

Für die Elasticitätscoefficienten einiger Metalle hat man folgende Werthe gefunden[1]), ausgedrückt in Kilogramm und bezogen auf den Querschnitt von 1 qmm:

Blei . . .	gezogen	1 883,	angelassen	1 727
Silber . . .	„	7 357,	„	7 140
Kupfer . .	„	12 449,	„	10 519
Eisen . . .	„	20 869,	„	20 794

Mittelst dieser Werthe lässt sich leicht die Verlängerung berechnen, welche ein Stab gegebener Dimensionen durch ein bestimmtes Gewicht erleidet. Hat der Stab die Länge von 1000 mm, den Querschnitt von 1 qmm, so ist die Verlängerung, welche er durch das Gewicht von 1 kg erhält:

bei Blei

$$v = \frac{1 \cdot 1000}{1883 \cdot 1} = 0{,}555 \ldots \text{mm},$$

bei Eisen

$$v = \frac{1 \cdot 1000}{20869 \cdot 1} = 0{,}048 \ldots \text{mm}.$$

Wie aus der Definition und ebenso aus diesen Werthen hervorgeht, ist die Verlängerung unter sonst gleichen Umständen um so kleiner, je grösser der Elasticitätscoefficient ist. Der Elasticitätscoefficient ist daher der elastischen Kraft eines Körpers proportional.

Die Grösse der elastischen Kraft ist nicht mit dem Umfange der Elasticität zu verwechseln. Das weiche Eisen z. B. hat eine sehr grosse elastische Kraft gegenüber dem Kautschuk, letzterer ist aber innerhalb viel weiterer Grenzen elastisch, als das Eisen.

§. 37.

Grenze der Elasticität; absolute Festigkeit. — Wird ein Körper mit immer grösseren Gewichten gespannt, so tritt nach Aufhören der wirksamen Kraft eine bleibende Dehnung ein. Es ist dann die Grenze der Elasticität überschritten. Diese Grenze ist nicht genau bestimmbar, weil auch die Zeitdauer der Spannung dabei von Einfluss ist. Während ein kleines Gewicht für einige Secunden Wirkens keine messbare dauernde Verlängerung hervorruft, ist dasselbe oft im Stande, unter der Wirkung von mehreren Stunden eine deutliche Verlängerung zu zeigen. Andererseits ist für die Grenzbestimmung von Wichtigkeit, welche Grösse der dauernden Verlängerung als entscheidend betrachtet werden soll. Gewöhnlich wird

---

[1]) Wertheim, Pogg. Ann. Erg. II (1848).

als Grenzgewicht jenes betrachtet, welches einem Stabe von 1 qmm Querschnitt und 1 m Länge eine dauernde Verlängerung von 0,5 mm ertheilt.

Ein Körper, welcher über seine Elasticitätsgrenze hinaus gedehnt wird, zerreisst bei einem bestimmten Gewichte. Dieses Gewicht wird als die absolute Festigkeit bezeichnet. Auch hier ist eine genaue allgemeine Bestimmung nicht möglich, weil die Grösse des Gewichtes davon abhängt, ob die Belastung schnell oder langsam wächst. Die folgenden Werthe beziehen sich auf Drähte vom Durchmesser 1 mm und geben die Elasticitätsgrenze und die absolute Festigkeit in Kilogrammen an, wenn die Belastung langsam wächst.

	Elasticitätsgrenze	Absolute Festigkeit (Gewichte beim Zerreissen)
Blei, gezogen	0,25	2,07
Silber, „	11,25	29,00
Kupfer, „	12,00	40,30
Eisen, „	32,5	61,10

Wie aus den obigen Zahlen hervorgeht, ist das Verhältniss zwischen absoluter Festigkeit und Elasticitätsgrenze für die verschiedenen Metalle sehr verschieden. Wenn beim Blei die Elasticitätsgrenze erreicht ist, so muss das Gewicht fast 10mal so gross werden, damit das Metall reisst. Beim Eisen dagegen genügt schon die Verdoppelung des Gewichtes, um nach Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze das Zerreissen eintreten zu lassen. Körper, bei denen man nicht weit über die Elasticitätsgrenze hinausgehen darf, ohne dass ein Zerreissen eintritt, nennt man spröde. Hierzu gehört das gezogene Eisen. Lässt man das Eisen durch Glühen an, so verliert es seine Sprödigkeit, wie folgende Zahlen beweisen:

	Elasticitätsgrenze	Absolute Festigkeit
Eisen, angelassen . . .	5,0 kg	46,88 kg.

Mit der grösseren Geschmeidigkeit, welche das Eisen durch Anlassen gewinnt, verliert es aber gleichzeitig an Elasticität, indem die Grenze derselben von 32,5 auf 5,0 herabsinkt.

§. 38.

Elasticität beim Zusammendrücken; rückwirkende Festigkeit. — Entgegengesetzt der elastischen Dehnung ist das Zusammendrücken. Körper in Gestalt von Stäben und Säulen werden dadurch innerhalb ihrer Elasticitätsgrenze in demselben Verhältnisse verkürzt, in welchem sie durch dehnende Kräfte verlängert werden. Die Formel (1) §. 36 für die Verlängerung gilt also auch für die Verkürzung.

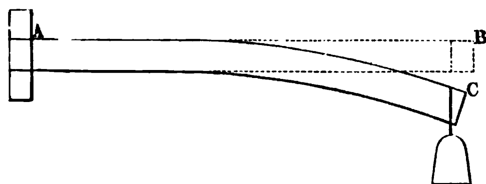
Bei der Dehnung wird der Querschnitt des gedehnten Körpers kleiner; das Volumen wird aber bei der Dehnung trotzdem grösser. Beim Zusammendrücken verhält sich der Körper umgekehrt; während in der Richtung des Druckes, also in der Länge eine Verkürzung eintritt, wird senkrecht zur Druckrichtung die Dimension, also der Querschnitt grösser. Das Volumen des Körpers wird hierbei kleiner. Die Zunahme der Dicke einer nur nach ihrer Längenrichtung zusammengedrückten Säule beweist, dass die Theilchen nicht nur in der Richtung des Druckes einander näher

rücken, sondern auch nach den Seiten auszuweichen und gleichsam wie Keile in die Zwischenräume anderer Theile einzudringen streben. Die Elasticität widersetzt sich diesem Streben. Werden ihre Grenzen überschritten, so treten bleibende Formveränderungen ein und endlich fallen die Theile ganz aus einander; der Körper wird zerdrückt. Die Grenze des Widerstandes gegen das Zerdrücken nennt man rückwirkende Festigkeit.

§. 39.

Elasticität bei der Biegung; relative Festigkeit. — Durch das Biegen werden die Körper an einzelnen Stellen gedehnt, an anderen zusammengedrückt. Am deutlichsten erkennt man dies bei vierseitigen Prismen mit vorherrschender Längenrichtung. Man denke sich einen solchen Körper (Fig. 181) an dem einen Ende eingeklemmt, am anderen mit Gewichten belastet; er wird sich biegen. Die gebildete Krümmung lässt sich immer als Bogenstück einer geschlossenen Curve betrachten; es ist somit einleuchtend, dass die innere oder hohle Seite des gebogenen Körpers kürzer sein muss, als die äussere oder erhabene Seite. Diese Aenderung kann aber nur durch Dehnung der äusseren Seite und gleichzeitige Zusammendrückung der inneren hervorgebracht sein, denn es ist unmöglich, den äusseren Bogen durch Dehnung zu spannen, ohne dass er, ähnlich wie der Reif eines Fasses, zusammendrückend auf den inneren wirkt. Da nun für gleiche Dehnung und Zusammendrückung innerhalb der Elasticitätsgrenzen ganz gleiche Kräfte in Anspruch genommen werden, so folgt, dass die hohle Seite sich um eben soviel verkürzt haben muss, wie die erhabene Seite länger geworden ist. Diese Folgerung kann natürlich nur so lange zutreffen, als der gebogene Stab auf beiden Seiten aus gleichartigem Stoffe besteht, und die Elasticitätsgrenze nicht überschritten wird.

Fig. 181.



An den beschriebenen Veränderungen der Aussenflächen des Stabes müssen die inneren Theile nothwendig sich betheiligen; die der hohlen Seite näher liegenden Theile werden ebenfalls zusammengedrückt, die der erhabenen Seite näher befindlichen gedehnt. Man übersieht aber sogleich, dass beides nach der Mitte hin in abnehmendem Verhältnisse geschehen muss, und dass an allen Punkten in der Mitte des Stabes weder Dehnung noch Zusammendrückung stattfinden kann. Die Biegung lässt sich also betrachten wie eine Drehung der äusseren Theile eines jeden Querschnittes des Stabes um die mittelsten. Dabei äussert jedes Theilchen einen Widerstandsmoment, dessen Grösse von seinem Abstande in doppelter Weise abhängig ist. Mit diesem Abstande wächst nämlich die Abweichung des Theilchens aus der Gleichgewichtslage, folglich derjenige Theil des elastischen Widerstandes, welcher in Anspruch genommen ist, gleichzeitig

wächst aber auch der Hebelarm, an dem diese Kraft zum Angriff kommt. Die Widerstände der einzelnen Theile gegen die Biegung verhalten sich daher wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Mitte und der Widerstand jeder Querschnittsfläche des Stabes ist dem Quadrate ihrer Höhe proportional. Man wird nach diesen Erläuterungen verstehen, warum stabförmige Körper der Biegung weit mehr durch ihre Höhe, als durch ihre Breite widerstehen; warum z. B. ein schmaler aber hoher Streifen Holz, ja selbst ein Streifen geleimten Papieres, im Sinne der Höhe vielleicht kaum eine Biegung gestattet, während derselbe im Sinne der Breite mit Leichtigkeit gebogen werden kann. Sind zwei Stäbe von ungleicher Länge da, so wird unter sonst gleichen Verhätnissen der längere am leichtesten gebogen. Ist der Stab ein Prisma von der Länge l, der Breite b und der Höhe h, welche vertical stehen soll, so ist die Strecke BC (siehe Fig. 181), um welche das Ende des Stabes unter der Wirkung des Gewichtes P sinkt, gleich

$$BC = \frac{4\ P\ .\ l^3}{E\ .\ b\ .\ h^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

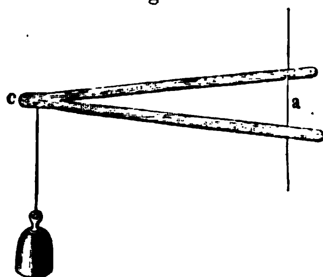
Würde man in die Formel den Querschnitt $q = b\ .\ h$ einführen, so erhielte sie die folgende Gestalt:

$$BC = \frac{4\ P\ .\ l^3}{E\ .\ q\ .\ h^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3a)$$

Diese Formel, in welcher E den früher bestimmten Elasticitätscoefficienten bezeichnet, beweist, dass die Höhe einen viel bedeutenderen Einfluss, als die Breite bei der Grösse der Biegung ausübt. Soll bei gleichbleibendem Gewicht P dieses bei längerem Stabe nicht weiter als bei kürzerem sinken, so zeigt die Formel 3), dass bei gleichbleibender Breite die Höhe des Prisma in dem gleichen Verhältnisse wie die Länge wachsen muss.

Da die mittleren Theile des Querschnittes in Bezug auf ihre Elasticität nur wenig in Anspruch genommen werden, so können sie verhältnissmässig auch nur wenig zu dem Widerstande beitragen, welcher gegen die Hebelwirkung des an dem einen Ende des Stabes angehängten Gewichte geleistet werden muss. Denkt man sich z. B. das mittlere Drittel der Stabmasse der ganzen Länge nach herausgeschnitten, die beiden äusseren Streifen aber genau in dem früheren Abstande gehalten, so würde dadurch die Widerstandsfähigkeit des Stabes gegen Biegung bei weitem nicht um $^1/_3$ seines früheren Betrages, sondern nur etwa um $^1/_8$ desselben vermindert werden. Dagegen muss eine bedeutende Vermehrung des Tragungsvermögens erzielt werden können, wenn man den Stab in der Mitte der Länge nach aufschlitzt und die beiden getrennten Theile an dem befestigten Ende aus einander spannt, in der Art wie Fig. 182 andeutet. Es ist klar, dass bei dieser Anordnung die Drehpunkte aller Querschnitte des Stabes während der Biegung in die Linie ac fallen, die den gebildeten Winkel halbirt.

Fig. 182.



Die Hebelarme des elastischen Widerstandes sind folglich überall um die Hälfte der Winkelöffnung vergrössert und zugleich die elastischen Kräfte des Stabes gleichförmiger als vorher in Anspruch genommen.

Die Anwendung dieses Satzes bei der Construction der Wage hat erlaubt, dieses Instrument mit einem Wagebalken zu versehen, der bei möglichst geringer Masse durch die erlaubte Belastung keine bemerkbare Biegung erleidet.

Bei fortgesetzter Biegung eines Körpers wird seine Widerstandsfähigkeit endlich erschöpft und er zerbricht. Die äusserste Grenze des Widerstandes, den ein Körper bei der Biegung dem Zerbrechen entgegenzusetzen vermag, nennt man seine relative Festigkeit.

§. 40.

Elasticität bei der Torsion. — Befestigt man einen Stab an dem einen Ende und dreht ihn mittelst eines Hebelarmes an dem anderen Ende, so entsteht dadurch ein elastischer Widerstand, dessen Grösse von den Dimensionen und der Natur des Stabes abhängt. Der Winkel, um welchen das untere Ende gedreht wird, heisst der Torsionswinkel. Dieser Winkel ist zunächst der Länge l des Stabes und dem wirkenden Drehungsmomente proportional. Wirkt die Kraft P, ausgedrückt in Kilogrammen, an dem Hebelarme von der Länge R, so ist das Drehungsmoment gleich dem Producte $P \, . \, R$. Der Torsionswinkel wird aber um so kleiner, je grösser der Querschnitt des tordirten Stabes ist. Ist der Stab cylindrisch, so ist der Torsionswinkel der vierten Potenz des Radius r umgekehrt proportional. Bezeichnet man daher den Torsionswinkel mit α, so ist

$$\alpha = \frac{1}{T} \frac{P \, . \, R \, . \, l}{r^4} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Die Grösse T hängt von der Natur des Stoffes ab und wird der Torsionscoefficient genannt.

§. 41.

Die Adhäsion. — Ausser der Cohäsionskraft, mit welcher die Theilchen eines und desselben Körpers zusammengehalten werden, giebt es eine Kraft, welche auftritt, wenn man zwei verschiedene Körper zur Berührung bringt, und welche Adhäsion genannt wird. Zwei ebene Platten von Glas oder Metall zur Berührung gebracht, haften mit einer grossen Kraft an einander. Diese Kraft ist durch die Anziehung der Massentheilchen bedingt und ist um so grösser, je mehr Massentheilchen und je inniger dieselben sich berühren. Es hängt daher die Grösse der Adhäsionskraft von der Glätte der sich berührenden Flächen und ferner von der Grösse dieser Flächen selbst ab. Die Adhäsion zweier gleichartiger Platten ist übrigens immer kleiner als die Cohäsion, welche auf gleich grosse Flächen desselben Körpers bezogen wird, weil die zwischen den Platten niemals vollständig fehlende Luft es verhindert, dass so viele Massentheilchen auf einander wirken, wie dies bei einem zusammenhängenden Körper für die gleiche Flächengrösse der Fall ist. Ferner ist die Adhäsionskraft, mit der zwei Körper zusammengehalten werden, keine

constante, sondern eine mit der Zeit abnehmende Grösse; die Ursache hiervon ist darin zu sehen, dass die äussere Luft allmälig durch die kleinen Canäle, welche immer sich noch vorfinden, zwischen den beiden adhärirenden Platten eindringt und so nach und nach die sich anziehenden Massentheilchen von einander entfernt. Nur wenn die Luft ausgeschlossen wird, ist die Adhäsion eine dauernde. Ein solcher Ausschluss lässt sich aber nicht zwischen zwei festen Körpern erreichen, wohl aber zwischen einem festen und einem flüssigen Körper. Hierauf beruht die Anwendung des Mörtels, Leimes und anderer Bindemittel, welche eine dauernde Adhäsion hervorbringen. Es kann dann sogar vorkommen, dass die Adhäsion des Bindemittes grösser, als die Cohäsion der Bestandtheile des Körpers ist, so dass bei einem Zerreissen der Zusammenhang dieses letzteren gelöst wird.

§. 42.

Reibung. — Beim Fortschieben eines Körpers über die horizontale Oberfläche eines anderen macht sich ein Widerstand geltend, den man als Reibung bezeichnet. Je nachdem die Bewegung eine gleitende oder rollende ist, unterscheidet man die gleitende und rollende Reibung. Die Reibung rührt von den Unebenheiten her, welche jede Oberfläche, auch die glätteste, besitzt; in diese greifen die Körper bei der Berührung wechselseitig ein und müssen während der Bewegung über dieselben gehoben werden.

Die Reibung ist dem Drucke proportional, aber unabhängig von der Grösse der Berührungsfläche, wenn der Gesammtdruck sich nicht ändert. Die verschiedenen Körper zeigen bedeutende Unterschiede in der Grösse der Reibung. Der Widerstand, der durch die Reibung hervorgerufen wird, ist bei der Druckeinheit

für Eiche	auf	Eiche	die	Fasern	parallel	=	0,48
„ „	„	„	„	„	gekreuzt	=	0,32
„ Buche	„	Buche	„	„	parallel	=	0,36
„ Eisen	„	Eiche	„	„	„	=	0,626
„ Kupfer	„	„	„	„	„	=	0,62
„ Eisen	„	Eisen	„	„	„	=	0,138

Die obigen Zahlen beziehen sich auf die gleitende Reibung, die rollende Reibung ist viel geringer. Auf einer gewöhnlichen horizontalen Strasse vermag eine Zugkraft etwa den 20fachen Betrag der Last und auf einer Eisenbahn etwa den 200fachen Betrag zu bewegen.

Die Reibung kann durch Anwendung von Fetten bedeutend vermindert werden, so dass sie nur mehr den fünften bis zehnten Theil des ursprünglichen Werthes darstellt.

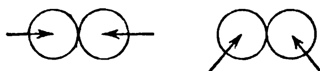
Durch die bedeutende Grösse der Reibung zwischen trockenen Flächen ist die Möglichkeit gegeben, die Dampfkraft der Locomotive zum Zuge zu verwenden und hierbei selbst geringe Steigungen zu überwinden.

§. 43.

Stoss der Körper. — Stoss ist das Zusammentreffen zweier Körper, welche sich entweder beide in Bewegung befanden, oder von welchen der

eine vor dem Stosse in Ruhe war. Dieses Zusammentreffen kann entweder in gerader oder in schiefer Richtung geschehen. Die Bewegungsbahnen der Schwerpunkte können in ihrer Verlängerung an einander vorübergehen, oder in einem Punkte zusammentreffen, oder ihrer ganzen Ausdehnung nach zusammenfallen (siehe Fig. 183). Im letzten Falle entsteht der geradlinigte, oder centrale Stoss. Wir werden hier nur die letzte Art des Stosses einer näheren Betrachtung unterwerfen.

Fig. 183.



Die unmittelbare Folge des Stosses ist Zusammendrückung, begleitet von einer Uebertragung der Bewegung des einen Körpers in die Masse des anderen, bis zur völligen Ausgleichung ihrer Geschwindigkeiten. Die Dauer dieses Vorganges, obgleich sehr kurz und gewöhnlich unmessbar für die Sinne, ist doch in keinem Falle Null.

Da der Stoss zunächst nur von den an der Oberfläche eines Körpers liegenden materiellen Theilen empfangen wird, so kann die Mittheilung nach Innen nur unter Mitwirkung der Molecularkräfte geschehen, gleich wie die Spannung des Fadens von dem angegriffenen Ende aus sich durch seine ganze Länge fortpflanzt und zuletzt alle Theile gleich stark auseinanderzieht. — Die Widerstandskraft der zuerst gestossenen Theile kann indessen erschöpft werden, bevor sie die erhaltene Bewegung auf die vor ihnen oder zur Seite liegenden Theile zu übertragen vermochten; dann wird ihr Zusammenhang mit diesen gelöst. Hierauf beruht die Wirkung des Hammers, der Keule, der Säge, der Feile u. s. w.

Die Bewegung, welche eine Körpermasse als Ganzes besitzt, die Bewegung ihres Schwerpunktes, kann nach dem Gesetze von der Erhaltung des Schwerpunktes (§. 27) nur durch Einwirkung von Aussen eine Veränderung erfahren. Zwei zusammenstossende Massen, als ein System betrachtet, sind, als Folge des Stosses, keiner Einwirkung von Aussen unterworfen. Nur die Molecularkräfte beider Massen werden in Anspruch genommen; nach dem Gesetze der Gleichheit von Druck und Gegendruck kann dadurch wohl die Bewegung einzelner Theile des Systems, nicht aber die Bewegung im Ganzen eine Aenderung erleiden. Die einander stossenden Massen müssen daher vor und nach dem Stosse genau gleiche Bewegungsgrösse besitzen. Haben die einen durch den Stoss an Bewegung gewonnen, so müssen die anderen ebensoviel an Bewegung verloren haben. Ist c resp. c' die Geschwindigkeit der Masse m resp. m' nach dem Stosse, so ist

$$m \cdot c \pm m' \cdot c' = m \cdot v \pm m' \cdot v' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

wenn v, resp. v' die Geschwindigkeit vor dem Stosse war.

§. 44.

Stoss unelastischer Körper. — Bei unelastischen Körpern tritt eine Trennung der Körper nach dem Stosse nicht ein, vielmehr setzen diese den weiteren Weg gemeinschaftlich fort. Es ist daher $c = c'$

und es möge diese gemeinsame Geschwindigkeit mit w bezeichnet werden. Man hat dann:

$$w(m + m') = m \,.\, v \pm m' \,.\, v',$$

daher:

$$w = \frac{m \,.\, v \pm m' \,.\, v'}{m + m'} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

Es werde z. B. auf der Eisenbahn ein Wagen von 15 000 kg Gewicht bei 5 m Geschwindigkeit von einem anderen eingeholt, der nur 10 000 kg wiegt, aber 7,5 m Geschwindigkeit besitzt, so ist ihre gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stosse:

$$w = \frac{15000 \,.\, 5 + 10000 \,.\, 7{,}5}{25000} = 6 \text{ m}.$$

Denkt man sich jedoch beide Wagen gegen einander fahrend, so müssten sich ihre Bewegungen, nach den obigen Angaben, einander aufheben und die Geschwindigkeit nach dem Stosse würde Null sein.

Die Bewegungserscheinungen nach dem Stosse im Einzelnen aufgefasst, werden selten, nur etwa bei weichen und sehr wenig elastischen Körpern, und auch bei diesen nur annähernd mit dem Ergebnisse der Rechnung übereinstimmen. Der Grund liegt in dem Einflusse der Molecularkräfte auf die Einzelbewegungen. Betrachtet man aber die auf einander stossenden Massen als ein zusammengehöriges System, welches einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt hat, so kann die Bewegung des letzteren keine andere sein, als die durch die entwickelte Formel im Allgemeinen bestimmte.

Angenommen, die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stosse sei gleich w, wie es die obige Formel fordert, so lässt sich doch leicht zeigen, dass ein Theil der lebendigen Kraft der Bewegung durch den Stoss für die Bewegung verloren gegangen ist. Die lebendige Kraft der beiden Massen vor dem Stosse ist:

$$\frac{m \,.\, v^2 + m' \,.\, v'^2}{2}.$$

1. Bewegen sich die beiden Körper in gleicher Richtung, so ist die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stosse

$$w = \frac{m \,.\, v + m'v'}{m + m'},$$

die lebendige Kraft nach dem Stosse ist also

$$\frac{(m + m')w^2}{2} = \frac{(mv + m'v')^2}{2(m + m')}.$$

Der Verlust an lebendiger Kraft in Folge des Stosses ist daher:

$$\frac{mv^2 + m'v'^2}{2} - \frac{(mv + m'v')^2}{2(m + m')} = \frac{m \,.\, m'(v - v')^2}{2(m + m')}.$$

Es tritt also nur dann kein Verlust an lebendiger Kraft ein, wenn die Geschwindigkeiten v und v' gleich sind; in diesem Falle ist auch w gleich v, so dass überhaupt der Stoss keine Geschwindigkeitsänderung zur Folge hat. Indessen ist zu bemerken, dass dieser Fall nicht möglich ist,

da zwei Massen, welche sich mit gleichen Geschwindigkeiten nach derselben Richtung bewegen, niemals einander einholen, also auch nicht stossen. Daraus folgt, dass bei jedem Stosse ein Verlust an lebendiger Kraft eintritt.

2. Bewegen sich die Körper in entgegengesetzter Richtung, so ist die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stosse:

$$w = \frac{mv - m'v'}{m + m'},$$

die lebendige Kraft nach dem Stosse ist also

$$\frac{(m + m')w^2}{2} = \frac{(mv - m'v')^2}{2(m + m')},$$

der Verlust an lebendiger Kraft in Folge des Stosses ist daher:

$$\frac{mv^2 + m'v'^2}{2} - \frac{(mv - m'v')^2}{2(m + m')} = \frac{m \,.\, m'(v + v')^2}{2(m + m')}.$$

Aus der letzten Gleichung ergiebt sich, dass in diesem Falle, in welchem die Körper sich gegen einander bewegen, der Verlust an lebendiger Kraft unter sonst gleichen Umständen grösser ist, als wenn die Körper sich nach derselben Richtung bewegen.

Die abgeleiteten Ausdrücke für den Verlust an lebendiger Kraft zeigen, ein wie grosser Antheil für die Bewegung der gestossenen Massen verloren ist. Dieser Antheil ist aber nicht in dem Sinne verloren, dass nichts Anderes dafür aufgetreten ist; denn davon kann nach dem früher dargelegten Princip der Erhaltung der Energie nicht die Rede sein. Die für die sichtbare Bewegung der Massen verlorene lebendige Kraft ist dazu verwandt worden, um Arbeit (Deformation, Zertrümmerung der Massen) zu leisten, oder eine unsichtbare Bewegung der Massentheilchen hervorzurufen, die als Wärme oder Schall oder Licht etc. sich zu erkennen giebt.

§. 45.

Stoss elastischer Körper. — Während unelastische Körper die vom Stosse herrührende Formveränderung auch nach dem Stosse behalten, erlangen die elastischen Körper ihre ursprüngliche Form wieder. Hierbei tritt für die elastischen Körper kein Verlust an lebendiger Kraft auf.

Haben zwei elastische Massen m und m' die Geschwindigkeiten v und v' vor dem Stosse und c und c' nach dem Stosse, so besteht zunächst die Gleichung 5), die im §. 44 abgeleitet wurde, und welche unabhängig davon ist, ob der Stoss sich auf elastische oder unelastische Körper bezieht. Diese Gleichung lautet:

$$m \,.\, c + m'c' = m \,.\, v + m'v' \quad \cdots\cdots \quad 5)$$

Da ferner der Stoss elastischer Körper keinen Verlust an lebendiger Kraft der Bewegung nach sich zieht, so hat man:

$$\frac{mc^2}{2} + \frac{m'c'^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{m'v'^2}{2}.$$

Bestimmt man aus diesen beiden Gleichungen c und c' nach dem Stosse, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} c &= \frac{2m'v' + (m - m')v}{m + m'} \\ c' &= \frac{2mv + (m' - m)v'}{m + m'} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 7)$$

Ist die Geschwindigkeit der Masse m' jener der Masse m entgegengesetzt, bewegen sich also die Massen gegen einander, so hat man das Zeichen von v' zu ändern und erhält dann

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= \frac{(m - m')v - 2mv'}{m + m'} \\ c_1' &= \frac{2mv + (m - m')v'}{m + m'} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 8)$$

Die Gleichungen 7) und 8) nehmen eine besonders einfache Gestalt an, wenn die Massen m und m' gleich sind; es wird dann

$$c = v'; \quad c' = v$$
$$c_1 = -v'; \quad c_1' = v$$

Hieraus folgt, dass, wenn zwei elastische Körper gleicher Masse sich stossen, nach dem Stosse die Geschwindigkeiten beider Massen ausgetauscht sind. Stösst also z. B. eine bewegte Masse auf eine gleich grosse ruhende Masse, so wird nach dem Stosse die frühere ruhende Masse die Geschwindigkeit der ersten erlangt haben, während diese selbst zur Ruhe gekommen ist.

Stösst eine elastische Masse gegen eine feste Wand, so besitzt sie nach dem Stosse eine ihr gleiche aber entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeit. Um dieses Resultat abzuleiten, braucht man nur $m' = \infty$ und $v' = 0$ zu setzen; man erhält dann

$$c = \frac{(m - m')}{(m + m')}v = \left(\frac{\frac{m}{m'} - 1}{\frac{m}{m'} + 1}\right)v = -v,$$

wodurch der Satz bewiesen ist.

Von den tropfbaren Flüssigkeiten.

§. 46.

Constitution und Gleichgewicht der tropfbaren Flüssigkeiten. — Die tropfbaren Flüssigkeiten haben keine feste Gestalt, wie die starren Körper; es ist dies durch die leichte Beweglichkeit und Verschiebbarkeit ihrer Theile bedingt. Gegenüber den nicht tropfbaren Flüssigkeiten, den Gasen und Dämpfen, unterscheidet sie sich durch ihr selbständiges Volumen. Um Gasen oder Dämpfen ein bestimmtes Volumen zu erhalten, ist ein allseitiger Abschluss von Aussen erforderlich; ist ein

solcher Abschluss nicht vorhanden, so bewegen sich die Theile nach allen Richtungen fort und verändern das Volumen des Ganzen. Den gedachten Abschluss kann man sich als einen Druck vorstellen, der von Aussen auf die Masse wirkt. Aber auch bei einer Flüssigkeit, welche, in einem Gefässe sich befindend, eine freie Oberfläche bildet, wird ein Druck auf diese Oberfläche ausgeübt [1]), ganz abgesehen von dem Drucke, den die Atmosphäre bewirkt. Dieser Oberflächendruck wird aber nicht von Aussen hervorgebracht, sondern durch Molecularkräfte der Flüssigkeit selbst bewirkt, wie wir später bei Betrachtung der Capillaritätserscheinungen näher sehen werden. Es befinden sich daher die Flüssigkeitstheilchen, welche die Oberfläche bilden, in einer anderen Lage, als die übrigen Theilchen; die ersteren sind Kräften unterworfen, welche bei den letzteren nicht zur Wirkung kommen, weil sie durch andere Kräfte compensirt werden. Denn aus der leichten Beweglichkeit der Theilchen im Inneren einer Flüssigkeit darf man nicht folgern, dass dieselben keinen Molecularkräften unterliegen, sondern nur schliessen, dass die Wirkungen der Molecularkräfte nach allen Richtungen gleich und von der Lage des Theilchens im Inneren der Masse unabhängig sind. Dass in der That auch bei den Flüssigkeiten Molecularkräfte vorhanden sind, folgt aus der bekannten Thatsache, dass die Beweglichkeit der einzelnen Theile bei den verschiedenen Flüssigkeiten sehr verschieden ist; man unterscheidet dünn- und dickflüssige Substanzen. Bei allen Flüssigkeiten nimmt ferner die Beweglichkeit der Theile zu, wenn sie erwärmt werden.

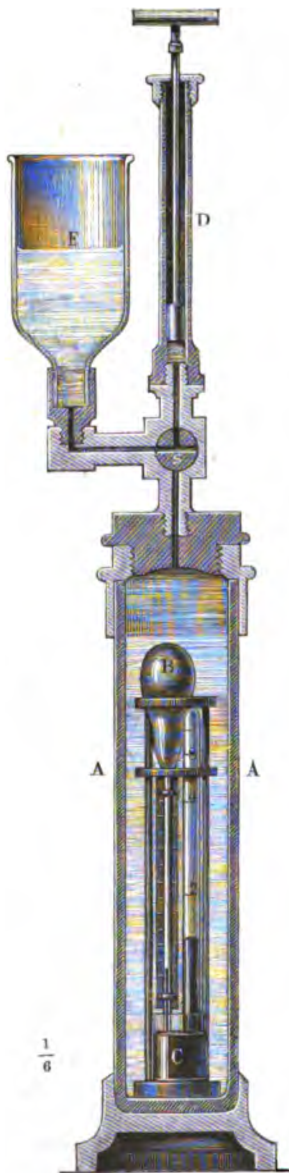
Im Ruhezustande haben grössere flüssige Massen eine ebene horizontale Oberfläche. Würde die Oberfläche schief sein, so würde das Theilchen, welches an dieser Oberfläche sich befindet, vermöge der Schwere hinuntergleiten, ebenso wie ein Körper auf einer schiefen Ebene abwärts sich bewegt, wenn er die Reibung zu überwinden im Stande ist. Selbst bei dickflüssigen Flüssigkeiten ist die Beweglichkeit der Theilchen noch gross genug, um sich, wenn auch langsam, zu bewegen und so eine horizontale Oberfläche herzustellen. Es möge hier gleich bemerkt werden, dass die Oberfläche der Flüssigkeiten in engeren Röhren und zwischen nahe liegenden Platten keine Ebene bilden, weil dort Kräfte auftreten, welche dieses verhindern. In jedem Falle stellt sich aber ein Oberflächenelement der Flüssigkeit senkrecht zu der Resultante der Kräfte, welche auf dasselbe wirken. Bei einer freien Flüssigkeitsoberfläche ist die Resultante der wirksamen Kräfte der Verticalen gleich gerichtet (sie setzt sich aus der Schwere der Flüssigkeitstheilchen, dem Druck der Atmosphäre und den Molecularkräften zusammen). Jedes Oberflächenelement steht daher senkrecht zur Richtung der Verticalen. Da ferner die Verticalen für nahe zusammenliegende Orte als gleich gerichtet betrachtet werden können, so kann man in gleichem Maasse die Oberfläche der Flüssigkeit als eine Ebene ansehen.

Denkt man sich in einer beliebigen Tiefe unterhalb der Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit eine horizontale Ebene gelegt, so erfährt jedes gleich grosse Stück dieser Ebene durch die darüber stehende Flüssigkeit den gleichen Druck. Denselben Druck erfährt jedes Flächenstück aber

[1]) Van der Waals, die Continuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes. Uebersetzt von F. Roth 1881.

auch von unten; denn wären diese beiden Drucke nicht einander gleich, so würde in Folge der leichten Beweglichkeit der Theilchen, das Flächenstück dem grösseren Drucke folgen und sich bewegen. In ganz gleicher Weise erkennt man, dass jedes Flächenstück nach einer beliebigen Richtung im Inneren der Flüssigkeit orientirt, von beiden Seiten einen gleich grossen Druck erfahren muss, wenn die Flüssigkeit in allen Theilen in Ruhe ist.

Fig. 184.



§. 47.

Zusammendrückbarkeit. — Wird auf eine in einem geschlossenen Gefässe befindliche Flüssigkeit an einer Stelle ein Druck ausgeübt, so pflanzt sich derselbe durch die ganze Flüssigkeit nach allen Richtungen fort, so dass jedes gleich grosse Flächenstück der abschliessenden Wand denselben Druckzuwachs erfährt und diesen Zuwachs auch wieder zurückgiebt. Es wird also die Flüssigkeit dann von allen Seiten einen Druck von gleicher Stärke erhalten. Um zu erfahren, ob und wie stark das Volumen der Flüssigkeit sich durch einen äusseren Druck vermindert, ist darauf zu achten, dass das Gefäss selbst, welches die Flüssigkeit enthält, durch den im Inneren einseitig stattfindenden Druck eine Volumvergrösserung erhält. Man vermeidet diesen Einfluss fast vollständig, wenn man dafür Sorge trägt, dass das Gefäss von Innen und von Aussen dem gleichen Drucke ausgesetzt wird. Dies ist erreicht bei dem Piezometer, welches in Fig. 184 abgebildet ist. Dasselbe besteht aus einer Glasbirne B, an welche ein enges Rohr angeschmolzen ist. Dieses Rohr mündet gleichzeitig mit einem Luftmanometer, welches zur Bestimmung des Druckes dient, in dem Gefässe C, welches mit Quecksilber gefüllt ist. Beide Theile stehen in dem dickwandigen Glascylinder A, auf welchem oben eine Compressionspumpe angeschraubt ist. Nachdem das Gefäss B mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, z. B. luftfreiem Wasser, gefüllt ist, wird es umgekehrt in den Apparat eingesetzt, so dass das Ende der Röhre unter Quecksilber steht. Alsdann wird die Birne etwas erwärmt, so dass etwas Wasser durch das Quecksilber austritt; nach dem Erkalten steigt etwas Quecksilber in das enge Rohr der Birne B. Der Cylinder A wird ebenfalls ganz mit Wasser gefüllt und einige Zeit gewartet,

bis das Ganze die gleiche Temperatur angenommen hat. Wird jetzt durch die Pumpe Wasser in den Cylinder A eingepresst, so erfährt die Birne B von Aussen denselben Druck wie von Innen und aus der Steighöhe des Quecksilbers lässt sich die Compression des Wassers in der Birne berechnen, sobald man das Volumen der Birne und der Röhre kennt. Bezeichnet man mit P den Druck, unter welchem das Volumen V die Volumverminderung w erfährt, so ist

$$w = \mu \cdot V \cdot P$$

oder

$$\mu = \frac{w}{V \cdot P}.$$

Die Grösse μ bezeichnet man als den Compressionscoefficienten der Flüssigkeit; derselbe ist gleich der Volumverminderung, welche die Volumeinheit der Flüssigkeit durch die Einheit des äusseren Druckes erfährt. Bestimmt man die Volumverminderung in derselben Einheit, wie das ursprüngliche Volumen, so ist der Compressionscoefficient von der Wahl der Volumeinheit unabhängig. Nimmt man als Druckeinheit den Druck einer Atmosphäre, oder 1,0333 kg pro Quadratcentimeter, so erhält man nach Grassi folgende Werthe für die Compressionscoefficienten [1].

		Temperatur
Wasser	0,0000503	0,0
„	480	10,0
„	441	53,0
Aether	1110	0,0
„	1400	14,0
Alkohol	828	7,3
„	904	13,1
Quecksilber . . .	029	0,0

Aus der vorstehenden Tabelle ergiebt sich, dass die Compressionscoefficienten von der Temperatur der Flüssigkeit nicht unabhängig sind. Beim Wasser nehmen die Coefficienten mit wachsender Temperatur ab, bei anderen Flüssigkeiten ist das Umgekehrte der Fall.

Ferner findet man, dass der Compressionscoefficient mit steigendem Drucke wächst.

Hört die Compression auf, so nimmt die Flüssigkeit ihr anfängliches Volumen wieder ein; in diesem Sinne besitzen also die Flüssigkeiten Elasticität. Wenn durch die Compression die Molecüle der Flüssigkeit einander genähert werden, so üben sie abstossende Kräfte aus, welche dem äusseren Drucke das Gleichgewicht halten. Nach Anfhören des äusseren Druckes stellt sich der ursprüngliche Abstand der Molecüle wieder her, ohne dass aber jedes Molecül nothwendig dieselbe Lage einnimmt, die es vor der Compression hatte.

§. 48.

Bodendruck. — Da jede Flüssigkeit schwer ist, so erfährt jede Schicht der Flüssigkeit in einem Gefässe einen Druck von der über der-

---

[1]) Grassi, Annales de chimie et de physique III sér. T. 31.

selben sich befindenden Masse, und daraus folgt unmittelbar, dass der Druck, welchen die Flüssigkeit durch ihr eigenes Gewicht erleidet, mit wachsender Tiefe der Schichten wächst.

Denkt man sich in der Entfernung *h* von dem oberen Niveau der Flüssigkeit (Fig. 185) diesem Niveau parallel eine Ebene durch die Flüssigkeit gelegt, so hat das Flächenstück *ab* dieser Ebene die Flüssigkeitsmasse zu tragen, welche senkrecht über *ab* sich befindet, also *abcd*. Der Druck, den *ab* erfährt, ist daher gleich dem Gewichte von *abcd*. Den gleichen Druck hat jedes gleich grosse Flächenstück der Ebene *ff* zu erleiden, gleichgültig welche Form das Gefäss besitzt. Denn würde an irgend einer Stelle der Druck grösser oder kleiner sein, als derjenige auf *ab*, so müsste sich dieser fortpflanzen und das Gleichgewicht wäre gestört.

Fig. 185.

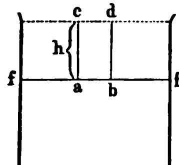
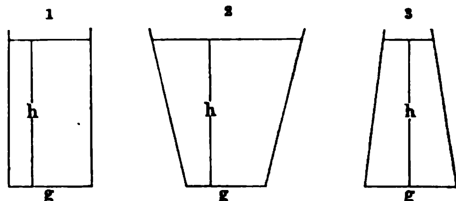


Fig. 186.



Hat man daher drei Gefässe (Fig. 186) von gleicher Grundfläche *g*, welche bis zu gleicher Höhe *h* mit derselben Flüssigkeit gefüllt sind, so hat jede Grundfläche denselben Druck auszuhalten, obschon die Gefässe verschiedene Gewichtsmengen Flüssigkeit enthalten. Dieser für alle drei Grundflächen gleiche Druck ist gleich dem Gewichte der Flüssigkeit im Gefässe 1, welches senkrechte Wände besitzt. Man hat daher folgendes Resultat:

Der Druck auf eine horizontale Ebene in beliebiger Tiefe unter dem Niveau einer Flüssigkeit ist gleich dem Producte aus dem Flächeninhalte der Ebene, dem senkrechten Abstande dieser von dem Niveau und dem Gewichte der Cubikeinheit der Flüssigkeit. Ist z. B. die Ebene 5 qcm gross, der Abstand gleich 6 cm, und wiegt ein Cubikcentimeter Flüssigkeit 0,9 g, so ist der Druck auf diese Ebene gleich $5 . 6 . 0{,}9 = 27{,}0$ g.

Da der Druck mit der Tiefe unter dem Niveau zunimmt und von der Gestalt und Weite der Gefässe ganz unabhängig ist, so kann man mit geringen Flüssigkeitsmengen eine sehr starke Pressung hervorbringen, z. B. in einem Gefässe, welches in ein enges aber hohes Rohr ausgeht, das mit der Flüssigkeit bis oben gefüllt ist.

§. 49.

Seitendruck. — Da der Druck in einer Flüssigkeit sich nach allen Richtungen fortpflanzt, so haben auch die Seitenwände des Behälters der Flüssigkeit einen Druck auszuhalten. Betrachtet man in der Seitenwand ein kleines Flächenstück, dessen Höhe gegen seine seitliche Ausdehnung sehr gering ist, so ist der Druck, den dieses Flächenstück auszuhalten hat, ebenso gross, wie jener, welchen ein horizontal in gleicher Tiefe unter dem Niveau

gelegtes ebenso grosses Flächenstück zu tragen hat. Bei grösseren Flächenstücken hat man darauf zu achten, dass die verschiedenen Theile desselben auch verschieden tief unter dem Niveau der Flüssigkeit liegen, und dass in Folge dessen die tiefer liegenden Theile auch einen grösseren Druck erfahren. Man findet aber den Gesammtdruck, den ein ebenes Flächenstück von beliebiger Gestalt und Lage in der Flüssigkeit auszuhalten hat, wenn man den Flächeninhalt mit dem Abstande des Schwerpunktes der Fläche vom Niveau der Flüssigkeit und ferner mit dem Gewichte der Cubikeinheit der Flüssigkeit multiplicirt. Der so bestimmte Druck steht senkrecht zu der Fläche, welche ihn zu tragen hat. Man erkennt, dass die im vorigen Paragraphen gegebene Druckbestimmung auf eine horizontale Ebene als ein Specialfall des zuletzt aufgestellten Satzes betrachtet werden kann.

Bei schiefen Seitenwänden kann man sich den Druck, welcher senkrecht auf dieselben wirkt, und dessen Grösse nach dem Obigen leicht bestimmbar ist, nach dem Parallelogramm der Kräfte in einen verticalen und horizontalen Druck zerlegt denken.

Ist ad die schiefstehende Wand und s ihr Schwerpunkt, der um h unter dem Niveau der Flüssigkeit liegt (siehe Fig. 187), so ist der Druck P senkrecht zur Wand ad gleich

$$P = g \,.\, h \,.\, d,$$

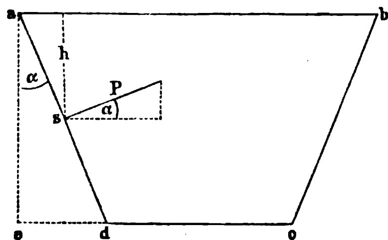
wenn g den Flächeninhalt der Wand ad und d das Gewicht der Volumeinheit der Flüssigkeit bezeichnet.

Bildet P mit der Horizontalen den Winkel α, so ist

der Horizontaldruck gegen die Wand $= P \cdot \cos\alpha$
der Verticaldruck gegen die Wand $= P \cdot \sin\alpha$.

Man erhält dieselben Werthe für diese Drucke, wenn man sich die Wand ad auf die Verticalebene ae und auf die Horizontalebene ed projicirt denkt und dann die Drucke berechnet, welche diese Ebenen auszuhalten haben. Der Horizontaldruck gegen die Wand ad ist also gleich dem Gewichte der Flüssigkeitssäule, die den Flächeninhalt der Verticalprojection, nämlich $g \,.\, \cos\,\alpha$, zur Grundfläche und den Abstand des Schwerpunkts vom Niveau, nämlich h, zur Höhe hat. Ebenso ist der Verticaldruck gegen die Wand ad gleich dem Gewichte der Flüssigkeitssäule, die den Flächeninhalt der Horizontalprojection, nämlich $g \,.\, \sin\alpha$, zur Grundfläche und den Abstand des Schwerpunkts vom Niveau, nämlich h, zur Höhe hat.

Fig. 187.

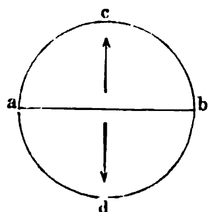


Da man gekrümmte Oberflächen als eine Zusammensetzung einer grossen Zahl ebener Flächenelemente betrachten kann, so gilt die obige Betrachtung auch für diese. Ebenso wie bei den ebenen Flächen, erhält jedes Flächenelement bei der krummen Oberfläche einen normalen Druck; da aber hier die Richtung der verschiedenen Flächenelemente eine verschiedene ist, so ist auch die Druckrichtung für jedes Element eine andere. Geht man nun von einem Flächenelement und dem dazu gehörigen Druck

aus, so kann man für die übrigen Flächenelemente die Druckcomponenten berechnen, welche dem zuerst angenommenen Druck parallel sind und erhält hierdurch den Paralleldruck. Denkt man sich durch den Mittelpunkt einer im Wasser befindlichen Kugel eine Ebene gelegt, so ist der Paralleldruck der Kugel gleich dem Drucke, der senkrecht zu der angegebenen Schnittebene steht und diese belastet. Ist die Kugel und das Wasser in Ruhe, so erhält die Durchschnittsebene der Kugel von beiden Seiten den gleichen Druck. In ähnlicher Weise erhält man für einen Cylinder den Paralleldruck, wenn man durch die Cylinderaxe eine Ebene legt und den Druck bestimmt, den diese Durchschnittsebene erfährt.

Ebenso wie der Paralleldruck berechnet wird, den ein in einer Flüssigkeit befindlicher Körper mit krummer Oberfläche von Aussen erfährt, wird auch dieser Druck für den Fall bestimmt, dass der Körper im Innern mit Flüssigkeit gefüllt ist. Hat man z. B. einen Cylinder vom Durchmesser *ab* und der Länge *l* mit Wasser gefüllt, so ist *ab* . *l* gleich der Querschnittsfläche, welche durch die Axe des Cylinders gelegt ist. Der Druck des Wassers gegen die Fläche *ab* . *l* giebt dann den Paralleldruck an, den die Cylinderwand *acb*, resp. *adb* (Fig. 188) auszuhalten hat. Dieser Druck wirkt senkrecht zu *ab*, und es muss die Cohärenz der Glastheile in *a* und *b* dem ganzen Cylinder entlang grösser als der fragliche Druck sein, wenn der Cylinder nicht aus einander gesprengt werden soll. Hat der Cylinder die Wandstärke δ, so ist die Glasfläche, auf welcher der Paralleldruck wirkt, gleich l . δ. Die Widerstandskraft des Cylinders ist also der Glasdicke proportional; andererseits wächst aber der Paralleldruck oder die zerreissende Kraft gleichzeitig mit dem Cylinderdurchmesser. Daraus folgt unmittelbar, dass cylindrische Gefässe nur dann eine gleiche Widerstandsfähigkeit besitzen, wenn sie bei zunehmender Weite auch entsprechend dickere Wandstärken erhalten. Enge Glasröhren ertragen aus diesem Grunde eine viel stärkere Pressung von Innen nach Aussen, als weitere Röhren von gleicher Glasdicke.

Fig 188.



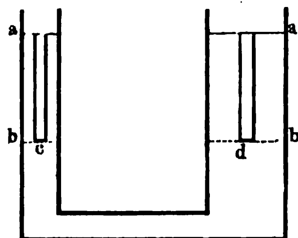
Im Innern eines Behälters halten sich die Paralleldrucke, welche durch das Gewicht der Flüssigkeit ausgeübt werden, das Gleichgewicht, indem sie der Richtung nach entgegengesetzt und der Grösse nach gleich sind. Befindet sich auf der einen Seite des Gefässes eine Oeffnung, durch welche die Flüssigkeit ausströmt, so fehlt auf dieser Seite der dem Flächeninhalte der Oeffnung entsprechende Paralleldruck und ist folglich auf der anderen Seite im Uebergewicht. In Folge dieses Uebergewichtes, der sogenannten rückwirkenden Kraft, können leicht bewegliche Wasserbehälter in Bewegung gesetzt werden; letztere erfolgt dann im entgegengesetzten Sinne des ausströmenden Wassers.

§. 50.

Communicirende Behälter. — Zwei Wasserbehälter, die unterhalb der Oberfläche zusammenhängen, lassen sich als einen einzigen betrachten,

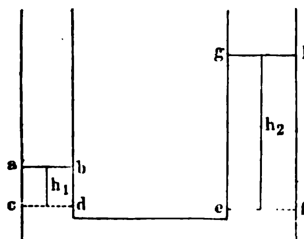
der durch Einschieben fester Wände in zwei Abtheilungen getheilt worden ist. Die Spiegel beider Behälter liegen, wenn Ruhe eingetreten ist, in derselben Horizontalebene, und gleiche Flächenstücke in beliebiger aber gleicher Tiefe unter dem Spiegel des einen, wie des andern Behälters erleiden gleichen Druck. Denn es sei D der Druck auf die Flächeneinheit in der Ebene bb in dem linken Schenkel des Gefässes (Fig. 189), so muss sich derselbe durch die flüssige Masse nach allen Richtungen und folglich auch bis zur Stelle d nach dem andern Schenkel fortpflanzen. Hat nun die Flächeneinheit bei d durch das darüber stehende Wasser einen grösseren oder geringeren Druck als den Druck D auszuhalten, so ist das Gleichgewicht gestört. Die Flüssigkeit muss sich daher heben oder senken, bis der Druck auf alle Punkte der Ebene bb gleich geworden ist, folglich die beiden über c und d sich erhebenden Wassersäulen gleiche Höhe haben. Diese Folgerungen gelten für verbundene Behälter aller Art und Gestalt, ihre Wände mögen eine senkrechte oder geneigte Lage haben, so lange alle Behälter gleich dichte Flüssigkeit enthalten.

Fig. 189.



Enthält aber ein Behälter eine dichtere Flüssigkeit, als der andere, so müssen die Oberflächen verschiedene Höhen haben, und zwar steht die dichtere Flüssigkeit niedriger als die weniger dichte. Angenommen, in dem linken Schenkel (Fig. 190) befinde sich die dichtere Flüssigkeit bis ab und fülle den rechten Schenkel durch das untere Verbindungsstück bis ef; oberhalb ef befinde sich die leichtere Flüssigkeit bis gl. Wenn jetzt Gleichgewicht vorhanden ist, muss in jedem Flächenstück einer Horizontalebene, welche durch die Flüssigkeiten gelegt wird, der Druck von oben und unten gleich gross sein. Denkt man sich eine Horizontalebene durch die Trennungsfläche ef der beiden Flüssigkeiten gelegt, so schneidet diese den linken Schenkel in cd. Der Druck, den die Flächeneinheit in ef von oben zu tragen hat, ist gleich $h_2 \cdot d_2$, wenn mit d_2 das Gewicht der Volumeinheit der Flüssigkeit im rechten Schenkel bezeichnet wird. Der Druck, den die Flächeneinheit in ef von unten auszuhalten, ist gleich dem Drucke, der von der Flächeneinheit in cd getragen wird. Dieser Druck ist aber gleich $h_1 d_1$, wenn d_1 das Gewicht der Volumeinheit der Flüssigkeit im linken Schenkel darstellt. Da die Drucke gleich sind, so ist

Fig. 190.



$$h_2 \cdot d_2 = h_1 d_1$$

oder

$$h_2 : h_1 = d_1 : d_2.$$

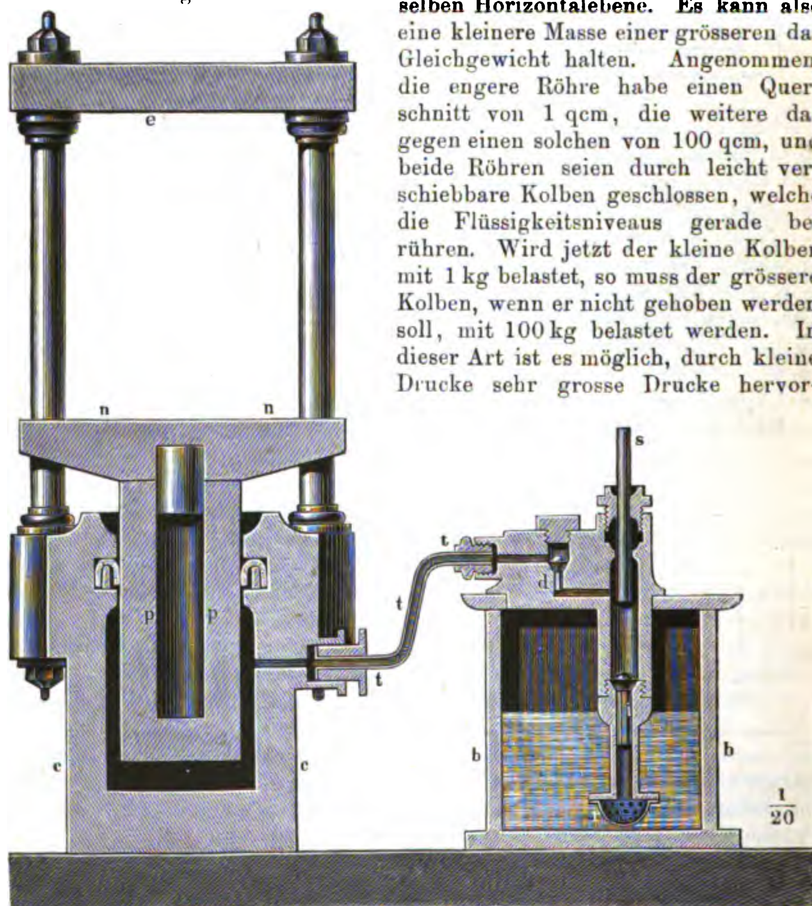
Die Höhen, welche verschieden dichte Flüssigkeiten in communicirenden Behältern oberhalb ihrer Trennungsfläche besitzen, verhalten sich also

umgekehrt wie ihre Dichtigkeiten. Es ist dieser Satz auch zu beachten, wenn die gleiche Flüssigkeit in communicirenden Röhren sich befindet, dieselbe aber nicht in allen ihren Theilen die gleiche Temperatur besitzt, da mit der Temperatur auch die Dichte der Flüssigkeit eine Aenderung erleidet.

§. 51.

Die hydraulische Presse. — Hat man zwei communicirende Röhren, so stehen unabhängig von der Weite der Röhren die Niveaus der Flüssigkeiten in beiden Röhren in derselben Horizontalebene. Es kann also eine kleinere Masse einer grösseren das Gleichgewicht halten. Angenommen, die engere Röhre habe einen Querschnitt von 1 qcm, die weitere dagegen einen solchen von 100 qcm, und beide Röhren seien durch leicht verschiebbare Kolben geschlossen, welche die Flüssigkeitsniveaus gerade berühren. Wird jetzt der kleine Kolben mit 1 kg belastet, so muss der grössere Kolben, wenn er nicht gehoben werden soll, mit 100 kg belastet werden. In dieser Art ist es möglich, durch kleine Drucke sehr grosse Drucke hervor-

Fig. 191.



zurufen; nur ist zu beachten, dass man auch hier keine Arbeit ersparen kann. Denn wenn der kleine Kolben 1 cm sinkt, so wird der grosse Kolben nur um $^1/_{100}$ cm gehoben. Das Product aus dem Druck und dem

Wege, auf welchem der letztere zur Geltung kommt, ist für beide Cylinder gleich gross. Eine Anwendung der obigen Darlegung ist in der hydraulischen Presse gemacht (Fig. 191).

In dem Gefässe *bb* befindet sich Wasser, welches durch das Ventil *i* bei Hebung des Kolbens *s* in den engen Cylinder tritt. Bei Niedergang des Kolbens *s* schliesst sich das Ventil *i* und es öffnet sich das Ventil *d*, um das Wasser durch die Röhrenleitung *t* in den Cylinder *cc* eintreten zu lassen. Hier überträgt sich der Druck auf den grösseren Kolben und hebt dann die Platte *nn*. Um auf den Kolben *s* einen starken Druck

Fig. 192.



auszuüben, ist noch ein Hebel angebracht, der mit der schon beschriebenen Druckpumpe in Fig. 192 abgebildet ist. Zur Bestimmung des Druckes, den die hydraulische Presse ausübt, braucht man nur die Dimensionen der einzelnen Theile zu kennen. Angenommen, es wirke auf *l* die Kraft *K*, und es sei *R* die Länge des ganzen Hebels, *r* die Länge des Armes, so wirkt auf den Kolben *s* die Kraft:

$$K \frac{R}{r}.$$

Hat ferner der kleinere Kolben (*s*) den Durchmesser *d*, der grössere Kolben den Durchmesser *D*, so verhalten sich die Durchschnittsflächen

derselben wie D^2 zu d^2 und daher ist endlich die Kraft, welche die Presse ausübt, wenn auf l die Kraft K wirkt gleich

$$K_1 = K \cdot \frac{D^2}{d^2} \cdot \frac{R}{r}.$$

Die wirkliche Leistung der Presse ist in Folge des Reibungswiderstandes, den die Kolben wegen der Nothwendigkeit des ganz dichten Anschlusses ausüben, nicht ganz so gross, als die obige Gleichung dieselbe ergiebt.

§. 52.

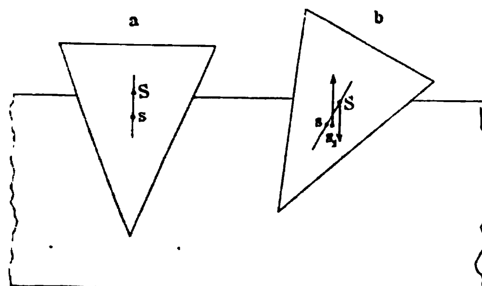
Archimedisches Princip. Schwimmende Körper. — Ein in einer Flüssigkeit eingetauchter Körper erfährt von allen Seiten einen Druck gegen seine Oberfläche. Jedes Oberflächenelement erhält einen Druck, welcher senkrecht gegen das Element gerichtet ist, und dessen Grösse gleich dem Gewicht einer Flüssigkeitssäule ist, deren Grundfläche gleich dem Oberflächenelement und deren Höhe gleich dem Abstande des Elements von dem Niveau der Flüssigkeit ist. Zerlegt man alle Druckkräfte in zwei zu einander senkrechte Componenten, eine verticale und eine horizontale, so fragt es sich, wie gross diese Componenten sind. Um diese Frage zu beantworten, denke man sich an der Stelle des eingetauchten Körpers die flüssige Masse selbst von gleicher Grösse und gleicher Form, wie solche der Körper besitzt, dieselbe aber von der übrigen Flüssigkeit isolirt. Diese flüssige Masse befindet sich in der Flüssigkeit im Gleichgewicht. Es wird daher ihrer Schwere durch den Druck der Flüssigkeit das Gleichgewicht gehalten. Die verticale Druckcomponente ist deshalb gleich dem Gewichte der isolirt gedachten Flüssigkeitsmasse, sie ist von unten nach oben gerichtet und geht durch den Schwerpunkt der Masse. Die horizontale Druckcomponente ist gleich Null. Wenn daher ein Körper in einer Flüssigkeit sich befindet, so bewirken die Seitendrucke nur, dass eine Zusammenpressung des Körpers stattfindet; die Resultirende aller Seitendrucke ist gleich Null. Die Resultirende aller Verticaldrucke ist dagegen von Null verschieden und so gross, wie das Gewicht der Flüssigkeit, welches der Körper aus der Stelle verdrängt hat. Da ferner dieser Verticaldruck von unten nach oben wirkt, so verliert der Körper in der Flüssigkeit gerade so viel an Gewicht, wie die Flüssigkeit wiegt, welche er verdrängt. Dieser Satz wird nach seinem Entdecker das Archimedische Princip genannt.

Aus dem Vorstehenden folgt unmittelbar das Verhalten der Körper in verschiedenen Flüssigkeiten. Ist ein Körper schwerer als ein gleich grosses Volumen Flüssigkeit, so wird er untersinken, wenn er in die Flüssigkeit gebracht ist. Die den Körper nach unten treibende Kraft ist gleich der Gewichtsdifferenz des Körpers und des gleich grossen Volumens der Flüssigkeit. Ist dagegen der Körper leichter, so wird er nach dem Untertauchen wieder in die Höhe steigen und zwar so weit aus der Flüssigkeit hervorragen, dass das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit dem Gewicht des Körpers gleich ist.

Der Auftrieb, den ein Körper erfährt, geht durch den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeitsmasse. Ein schwimmender Körper wird also

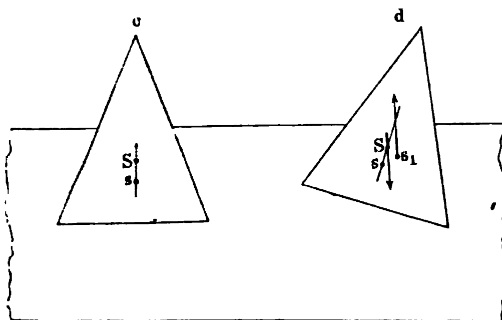
im Gleichgewicht sein, wenn der Schwerpunkt S des Körpers mit dem Schwerpunkt s der verdrängten Flüssigkeitsmasse in derselben Verticallinie liegt. Damit dieses Gleichgewicht ein gesichertes, also stabiles sei, ist noch eine weitere Bedingung erforderlich. Diese Bedingung ist die, dass bei jeder Schwankung des schwimmenden Körpers der Schwerpunkt desselben gehoben wird. In Fig. 193 *a* ist S der Schwerpunkt des Körpers und s der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Bei einer anderen Stellung, Fig. 193 *b*, ist der Schwerpunkt S unverändert an demselben Punkte des Körpers geblieben, der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit hat aber eine andere Stellung, nämlich s_1 angenommen. In s_1 greift eine Kraft an, welche nach oben wirkt, in S eine Kraft, welche nach unten wirkt; diese beiden Kräfte suchen eine Drehung des Körpers in dem gleichen Sinne hervorzubringen, und zwar so, dass der Körper nicht in seine frühere Lage zurückkehrt. Die Stellung des Körpers in *a* entspricht also nicht einem stabilen, sondern einem labilen Gleichgewicht.

Fig. 193.



Hat hingegen der Körper die Gleichgewichtslage *c* (Fig. 194), so hat bei der Stellung *d* der Schwerpunkt des Körpers die Lage S und der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit die Lage s_1. Das Gewicht des Körpers, in S nach unten wirkend, und der Auftrieb, in s_1 nach oben wirkend, suchen jetzt zusammen den Körper in seine frühere Lage zurückzubringen. Das Gleichgewicht des Körpers in *c* ist also ein stabiles. Vergleicht man die beiden Stellungen *b* und *d* mit einander, so sieht man, dass in beiden Fällen die Linie Ss, welche die Schwerpunkte verbindet, die der Ruhelage entsprechen, von der Richtungslinie des Auftriebes geschnitten wird. In *b* erfolgt dieser Schnitt aber unterhalb des Schwerpunktes S des Körpers, in *d* dagegen oberhalb desselben. Den gedachten Schnittpunkt nennt man das Metacentrum, und es ist daher nach dem Obigen für die stabile Gleichgewichtslage eines schwimmenden Körpers nothwendig und genügend, dass das Metacentrum höher als der Schwerpunkt des Körpers liegt. Es ist aber für die Stabilität nicht erforderlich, dass der Schwerpunkt des Körpers tiefer als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit liegt, wenn auch

Fig. 194.



die Stabilität um so grösser wird, je tiefer der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers gelegen ist. Bei Areometern, die bei sehr verschiedenen Einsenkungstiefen sicher, d. h. ohne umzufallen, schwimmen sollen, muss der Schwerpunkt stets unter demjenigen der verdrängten Flüssigkeiten liegen.

§. 53.

Adhäsion und Cohäsion der Flüssigkeiten. — Taucht man einen starren Körper in eine Flüssigkeit, so bleibt beim Herausziehen des Körpers aus der Flüssigkeit entweder ein Theil der Flüssigkeit mit dem Körper verbunden, oder es kommt letzterer ganz frei zum Vorschein und die ganze flüssige Masse ist zurückgeblieben. Welcher von beiden Fällen eintritt, hängt sowohl von der Natur des starren Körpers, als von jener der Flüssigkeit ab. So wird z. B. Glas von Wasser, aber nicht von Quecksilber benetzt; das Quecksilber benetzt dagegen viele Metalle, wie Blei, Silber und Zinn.

Hält der starre Körper beim Herausziehen aus der Flüssigkeit einen Theil der flüssigen Masse fest, so beweist dies, dass die Adhäsion zwischen der Flüssigkeit und dem starren Körper grösser ist als die Cohäsion der flüssigen Theilchen unter einander.

Tritt der zweite Fall ein, so darf man nicht etwa schliessen, dass keine Adhäsionskräfte vorhanden sind, sondern nur folgern, dass die Cohäsion der flüssigen Theilchen unter einander grösser ist, als die Adhäsion zwischen den verschiedenen Körpern. Dass in der That auch zwischen Glas und Quecksilber, bei denen keine Benetzung stattfindet, Adhäsion vorhanden ist, lässt sich leicht durch einen einfachen Versuch nachweisen. Hängt man eine Glasplatte horizontal an einer Wage auf und schiebt dann unter dieselbe so ein Quecksilberniveau, dass das letztere von der Glasplatte berührt wird, so bedarf es eines starken Uebergewichtes auf der anderen Wagschale, um die Platte vom Quecksilber abzureissen.

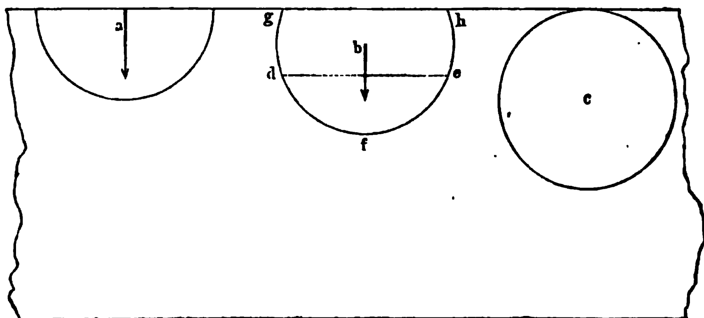
§. 54.

Verhalten der horizontalen Oberfläche der Flüssigkeiten. — Die freie Beweglichkeit der Theile, welche dem flüssigen Zustande eigenthümlich ist, findet sich bei den Flüssigkeiten nur im Inneren, nicht aber an der Oberfläche derselben. Die Molecüle der Flüssigkeiten üben eine gegenseitige Anziehung auf einander aus; das Resultat dieser Anziehung ist verschieden, je nachdem das betrachtete Molecül im Inneren der Flüssigkeit sich befindet, so dass es von allen Seiten von Nachbarmolecülen umgeben ist, oder in der Nähe der begrenzenden Oberfläche seine Stellung einnimmt, bei der die Umgebung nach allen Seiten keine gleichmässige mehr ist.

Diejenigen Molecüle, welche in der Nähe der Wand des Behälters die Oberfläche der Flüssigkeit bilden, erfahren neben der Anziehung, welche von ihren Nachbarmolecülen ausgeht, auch noch eine weitere Einwirkung durch die Molecüle der starren Wand, indem hier die Adhäsion sich geltend macht. Sehen wir von diesen Molecülen zunächst ab und

betrachten wir solche Molecüle, welche die Mitte einer grossen horizontalen Flüssigkeitsoberfläche bilden. Es wird dann jedes Molecül von einer Anzahl seiner Nachbarmolecüle, welche innerhalb einer gewissen Entfernung von ihm liegen, angezogen, und ebenso äussert das erstere seine anziehende Kraft bis zu derselben Entfernung. Wie gross diese Entfernung, die Wirkungssphäre des Molecüls ist, lässt sich nicht genau bestimmen, jedenfalls ist sie nur sehr klein. In Fig. 195 stellen *a*, *b*, *c* drei Molecüle dar, die in verschiedenen Entfernungen von der Oberfläche

Fig. 195.



der Flüssigkeit sich befinden; die zugehörigen Kreise sollen den Bereich darstellen, innerhalb dessen noch eine Einwirkung von den Nachbarmolecülen stattfindet.

Das Molecül *a* hat die höchste Lage, es befindet sich gerade in der Oberfläche. Die Anziehungskräfte der Nachbarmolecüle kann man in horizontale und verticale Componenten zerlegen. Die Resultante der ersten ist Null, da seitlich keine Richtung vor einer anderen hervortritt. Die Verticalcomponente ist dagegen von Null verschieden, da den Anziehungen, die von den unterhalb *a* in dem Kreisabschnitt gelegenen Molecülen ausgehen, keine anderen gegenüberstehen, die diesen das Gleichgewicht halten. Es wird daher *a* von einer Kraft angegriffen, die vertical nach unten gerichtet ist.

Das Molecül *b* befindet sich so tief unter der Oberfläche, dass schon die grössere Hälfte der Wirkungssphäre zur Geltung kommt. Legt man parallel zur Oberfläche unterhalb *b* eine Ebene *de* so durch die Flüssigkeit, dass *b* gleich weit von dieser Ebene wie von der Oberfläche entfernt ist, so befinden sich die anziehenden Kräfte, welche von den Molecülen ausgehen, die innerhalb *ghed* liegen, gegenüber *b* im Gleichgewicht. Es bleibt also nur noch der Theil *def* übrig, der einseitig zur Geltung kommt. Auch hier ist die horizontale Componente Null, während die Verticalcomponente ebenfalls nach unten gerichtet ist. Es wird also auch *b* von einer Kraft angegriffen, die vertical nach unten gerichtet ist; nur ist diese Kraft nicht so stark als jene, die auf das Molecül *a* wirkt.

Das Molecül *c* endlich ist von allen Seiten gleichmässig umgeben; die anziehenden Kräfte befinden sich im Gleichgewicht; die verticale Componente ist ebenso wie die horizontale gleich Null.

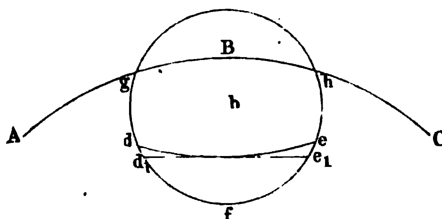
Das Resultat der vorigen Betrachtung lässt sich dahin aussprechen: Alle Molecüle, deren Abstand von der horizontalen Oberfläche kleiner als der Radius der Wirkungssphäre ist, werden mit einer Kraft vertical abwärts gezogen, und zwar ist diese Kraft um so grösser, je kleiner der gedachte Abstand ist.

Man kann diese Kraft als einen Druck ansehen, der auf der Flüssigkeitsoberfläche lastet und senkrecht zu derselben nach dem Inneren der Flüssigkeit gerichtet ist. Vergl. §. 46.

§. 55.

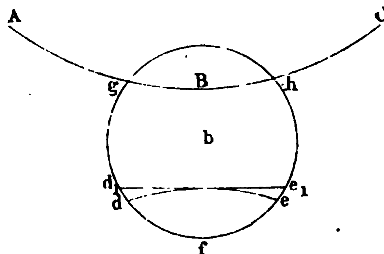
Verhalten gekrümmter Oberflächen der Flüssigkeit. — Durch die Krümmung der Oberfläche der Flüssigkeit wird der Druck, welcher von Molecülen einer horizontalen Oberfläche herrührt, vermehrt oder vermindert, je nach dem Sinne der Krümmung. Betrachten wir zunächst eine convexe Oberfläche, die durch ABC (Fig. 196) dargestellt werde; das Molecül b befinde sich in dem Abstande Bb von derselben. Die Wirkung der Molecüle, welche sich innerhalb des Raumes $ghed$ befinden, ist gegenüber dem Molecüle b gleich Null, indem die anziehenden Kräfte im Gleichgewicht sind. Es kommen daher nur die anziehenden Kräfte zur Geltung, welche von den Molecülen ausgehen, die unterhalb de liegen.

Fig. 196.



Würde durch B eine horizontale Oberfläche gehen, so kämen nur die Molecüle zur Wirkung, die unterhalb $d_1 e_1$ liegen. In diesem Falle sind also die Molecüle, welche innerhalb des Raumes $ded_1 e_1$ liegen, von der Wirkung ausgeschlossen. Hieraus folgt, dass bei einer convexen Oberfläche der Druck, welcher senkrecht zur Oberfläche nach dem Inneren gerichtet ist, grösser ist als bei der horizontalen Oberfläche.

Fig. 197.



Betrachtet man zweitens eine concave Oberfläche ABC (Fig. 197), so erkennt man, dass hier weniger Molecüle (entsprechend dem Raume def) als bei der horizontalen Oberfläche (entsprechend dem Raume $d_1 e_1 f$) zur Wirkung gelangen. Bei einer concaven Oberfläche ist daher der Druck, welcher senkrecht zur Oberfläche nach dem Inneren gerichtet ist, kleiner als bei einer horizontalen Oberfläche. Es tritt also in gekrümmten Oberflächen eine besondere Spannung auf, welche den Druck, den horizontale Oberflächen erleiden,

vermehrt oder vermindert, je nachdem die Oberfläche concav oder convex ist. Man nennt diese Spannung die Oberflächenspannung.

§. 56.

Niveaudifferenzen. — In Folge der Verschiedenheit des Druckes, den horizontale und gekrümmte Oberflächen erfahren, müssen Niveaudifferenzen entstehen, sobald die Oberflächen der einzelnen Niveaus eine verschiedene Gestalt besitzen. Denn wenn in der engen capillaren Röhre *ab* (Fig. 198) sich eine concave Oberfläche *cd* der Flüssigkeit bildet, so ist der Oberflächendruck hier kleiner, als für das gleiche Flächenstück *ik* der horizontalen Oberfläche. Betrachtet man daher unterhalb *cd* und *ik* die gleichen Flächenstücke *ef* und *gh*, welche in derselben Horizontalebene liegen, so ist der Druck, welcher auf *ef* lastet, kleiner als jener, den *gh* zu tragen hat. Es kann also kein Gleichgewicht bestehen; dieses wird erst eintreten, wenn die Flüssigkeit in *ab* so hoch gestiegen ist, etwa bis *c'd'*, dass *ef* und *gh* einen gleichen Druck erfahren. Es giebt daher das

Fig. 198.

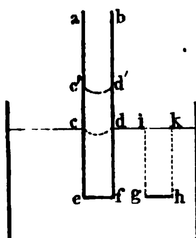
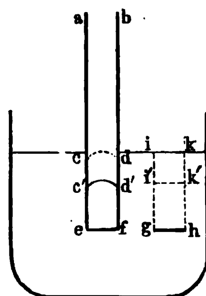


Fig. 199.



Gewicht der Flüssigkeitssäule *cdc'd'* die Grösse des Druckes an, um welche der Oberflächendruck der concaven Oberfläche *c'd'* kleiner ist, als jener in *ik*.

Würde sich andererseits in *cd* (Fig. 199) eine convexe Oberfläche bilden, so würde hier der Oberflächendruck grösser sein als in *ik*. Damit daher *ef* und *gh* wieder den gleichen Druck erfahren, muss das Niveau in *ab* sinken, etwa bis *c'd'*, und es giebt dann das Gewicht der Flüssigkeitssäule *iki'k'* die Grösse des Druckes an, um welche der Oberflächendruck in *c'd'* grösser ist als in *ik*.

Man hat daher das allgemeine Resultat, dass die Niveaus concaver Oberflächen höher, jene der convexen Oberflächen tiefer als die Niveaus horizontaler Oberflächen stehen.

§. 57.

Entstehung der Krümmung der Oberflächen. — Die Krümmung der Oberfläche entsteht durch die Einwirkung des starren Körpers auf die Flüssigkeit. Es stelle *AB*, Fig. 200 (a. f. S.), eine starre Wand

vor, an welche eine flüssige Masse, von der zunächst angenommen werde dass sie horizontal bis an die Wand bleibe, mit der Oberfläche CD stösst Auf die Flüssigkeitsmolecüle in der Nähe von C wirken nun die Cohäsionskräfte der Flüssigkeit und die Adhäsionskräfte der Wand [1]). Die ersteren haben ihren Sitz in dem Quadranten BCD und die Resultirende derselben wird den Winkel BCD halbiren; sie werde mit P bezeichnet.

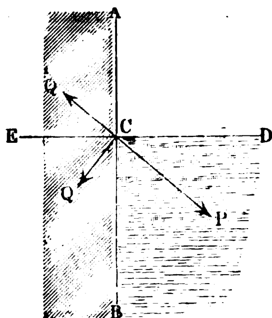
Die Adhäsionskräfte, welche von der festen Wand ausgehen, liegen einerseits in dem Quadranten ECB, andererseits in dem Quadranten ECA Die ersteren haben eine Resultirende Q, welche den Winkel ECB halbirt die letzteren eine Resultirende ebenfalls gleich Q, welche den Winkel ECA halbirt.

Die Verticalcomponente dieser drei Kräfte ist

$$P \, . \cos 45^0,$$

indem die Verticalcomponenten der beiden Kräfte Q der Grösse nach gleich, der Richtung nach entgegengesetzt sind, und sich also aufheben.

Fig. 200.



Zu der Verticalcomponente $P \cos \, . \, 45^0$ tritt noch die Schwerkraft hinzu, welche die Molecüle ebenfalls nach unten zieht; es möge der Kürze halber die Summe beider Componenten mit V bezeichnet werden.

Die Horizontalcomponente der beiden Kräfte Q ist gleich $2\,Q \, . \cos 45^0$; dieselbe ist nach E gerichtet.

Die Horizontalcomponente von P ist gleich $P \cos 45^0$; diese ist nach D gerichtet.

Die Horizontalcomponente aller drei Kräfte ist daher

$$(2\,Q - P) \cos 45^0.$$

1. Ist $2\,Q - P > 0$, so ist dieselbe nach E gerichtet. Es wird daher die Resultirende, welche sich aus dieser Componente und aus der Verticalcomponente V ergiebt, in dem Quadranten ECB, Fig. 201 liegen; sie werde mit R_1 bezeichnet. Da jedes Oberflächenelement der Flüssigkeit senkrecht zu der auf dasselbe wirkenden Kraft steht, so wird die Oberfläche bei C senkrecht zu R_1 stehen und daher die Gestalt annehmen, welche in Fig. 201 durch CD' dargestellt ist. In dem betrachteten Falle, $2\,Q > P$, ist die Adhäsion grösser als die Cohäsion; die Wand wird also von der Flüssigkeit benetzt. Es wird daher eine Flüssigkeit, welche eine Wand benetzt, in der Nähe dieser Wand eine concave Oberfläche bilden.

2. Ist $2\,Q - P < 0$, so ist die Horizontalcomponente $(P - 2\,Q) \cos 45$ nach D gerichtet. Es liegt daher die Resultirende dieser Componente und der Verticalcomponente V in dem Quadranten BCD, Fig. 202; sie werde mit R_2 bezeichnet. Da das Oberflächenelement bei C auch hier senkrecht zu R_2 stehen muss, so wird die Oberfläche der Flüssigkeit die Gestalt CD Fig. 202, annehmen. In diesem Falle, $2\,Q < P$, ist die Adhäsion kleine

---

[1]) Ausserdem hätte man streng genommen noch auf die Kräfte Rücksicht zu nehmen, welche in dem Quadranten ACD ihren Sitz haben; wir werden spät (§. 58) hierauf zurückkommen.

als die Cohäsion. Die Wand wird also nicht von der Flüssigkeit benetzt; die Flüssigkeit in der Nähe der Wand besitzt eine convexe Oberfläche.

3. Ist $2Q - P = 0$, so ist die Horizontalcomponente gleich Null. Die Resultirende aller wirksamen Kräfte ist vertical abwärts gerichtet; die Oberfläche der Flüssigkeit ist auch in der Nähe der Wand horizontal.

Die Richtung und Grösse der Resultirenden R_1 resp. R_2 hängt nur von der Vertical- und Horizontalcomponente ab. Da ferner das Oberflächenelement bei C senkrecht zur Resultirenden steht, so ist der Winkel, den dies Element mit der starren Wand bildet, ebenfalls nur abhängig von der Natur der Flüssigkeit und der starren Wand. Diesen Winkel ACT_1 in Fig. 201 und ACT_2 in Fig. 202 nennt man den Randwinkel.

Fig. 201.

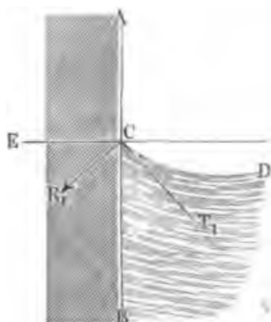
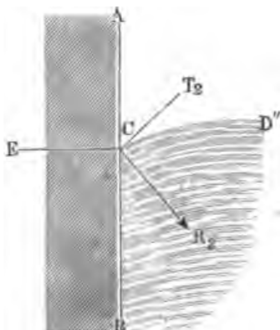


Fig. 202.



Denkt man sich statt der starren Wand eine Röhre, in welcher die Flüssigkeit sich befindet, so muss der Randwinkel an allen Berührungspunkten der gleiche sein. Hat man eine cylindrische Röhre, so ist die Oberfläche der Flüssigkeit eine Rotationsfläche, so dass alle Verticalschnitte, welche durch den Mittelpunkt der Röhre gehen, einander congruent sind.

Für den Randwinkel Θ sind folgende Werthe für Glas und

Wasser	154° 28′
Terpentinöl . . .	142° 16′
Alkohol	154° 48′

bei der Temperatur von 20° gefunden.

Bei der Untersuchung des Randwinkels von Quecksilber und Glas ergab sich, dass ersterer mit der Zeit variabel ist; der Winkel wurde innerhalb der Grenzen von 37° bis 51° gefunden [1]). Hieraus geht hervor, dass die Depression des Quecksilbers in Barometerröhren, für dieselbe Röhre und bei gleichbleibender Temperatur keine constante ist. Wir werden später sehen, dass die Capillardepression von der Weite der Röhre abhängt, und zwar beträgt sie beim Quecksilber für eine Röhre von 10 mm Durchmesser etwa 0,4 mm, während sie für einen Durchmesser von 20 mm weniger als 0,05 beträgt, also fast verschwindet. Die Ursache der Veränderlichkeit des Randwinkels ist darin begründet, dass dieser von der Reinheit des Quecksilbers und der Beschaffenheit der Luft abhängt.

---

1) Näheres darüber bei Quincke, Pogg. Ann. 139 (1870).

In ein und demselben Rohre bildet sich bei freiem Zutritt der Luft, besonders wenn diese feucht ist, eine höhere Quecksilberkuppe als im luftleeren Raume. Quecksilber, welches man einige Zeit in der Luft kochend erhalten hat, bildet eine weniger convexe Kuppe als dasselbe Quecksilber, welches in einer Atmosphäre von Wasserstoff oder Kohlensäure ausgekocht ist. Eine geringe Menge Quecksilberoxyd, durch Kochen mit metallischem Quecksilber darin aufgelöst, vermindert seine Fähigkeit, in engen Röhren eine convexe Oberfläche anzunehmen, so auffallend, dass man das so behandelte Quecksilber in trockenen Glasröhren nicht selten eine ebene Oberfläche annehmen sieht. Man findet in solchen Fällen immer, dass das Quecksilber ziemlich fest an der Röhrenwand hängt. Diese Erscheinung, wenn sie bei der Barometersäule auftritt, äussert einen nachtheiligen Einfluss auf die Beweglichkeit derselben; es ist dann stets eine mässige Erschütterung nothwendig, um die Säule in Schwankung zu setzen.

§. 58.

Abhängigkeit der Steighöhe von dem Durchmesser der Röhren. — Untersucht man die Steighöhe, welche dieselbe Flüssigkeit in Röhren verschiedener Durchmesser annimmt, so findet man, dass dieselbe verschieden ist, und zwar innerhalb gewisser Grenzen umgekehrt proportional dem Durchmesser der Röhren wächst. In engen Röhren bilden die Oberflächen der Flüssigkeit die Form von Halbkugeln, deren Durchmesser mit dem Durchmesser der Röhre zusammenfällt. Werden die Röhren weiter, so ist die Krümmung der Oberflächentheile nicht mehr constant, vielmehr wird dieselbe nach der Mitte hin schwächer, so dass hier die Oberfläche flacher erscheint. So lange die Halbkugelform vorhanden ist, gilt auch das oben angeführte Gesetz über die Steighöhe; ist daher diese gleich h bei dem Durchmesser d, so ist sie gleich $\frac{h}{2}$ bei dem Durchmesser von $2d$.

Communicirende Röhren verschiedener Weite bilden daher Niveaus, welche nicht in derselben Horizontalebene liegen. Benetzende Flüssigkeiten, wie Wasser bei Glas, werden in der engen Röhre höher stehen als in der weiten, Fig. 203; nicht benetzende Flüssigkeiten dagegen, wie Quecksilber bei Glas, werden in der engen Röhre niedriger stehen, als in der weiten, Fig. 204.

Fig. 203.

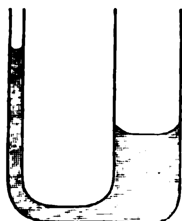
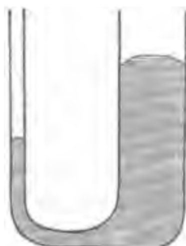


Fig. 204.



Da die Steighöhen in engen Röhren sich umgekehrt wie die Radien der Röhren verhalten, so ist das Product aus der Höhe der gehobenen Säule und dem Radius der Röhre eine Grösse, die bis zu einer gewissen, nicht zu grossen Weite vom Radius der Röhre unabhängig ist.

Diese Zahl ändert sich aber mit der Temperatur und dem Drucke, unter dem die Flüssigkeit steht, und zwar nimmt sie ab, wenn Druck oder Temperatur, oder beide gleichzeitig wachsen. Für einige Flüssigkeiten ist die Abhängigkeit des Productes aus Steighöhe und Röhrenradius von der Temperatur durch Brunner bestimmt. Bedeutet t die Temperatur, so ist die genannte Grösse ausgedrückt in Millimetern.

Wasser	15,332 — 0,0286 t	zwischen	0°	und	82°
Aether	5,400 — 0,0254 t	„	— 6°	„	35°
Olivenöl	7,461 — 0,0105 t	„	15°	„	150°
Terpentinöl . . .	6,760 — 0,0167 t	„	17°	„	137°

Nimmt man den Radius der Röhre gleich 1 mm, so geben die obigen Zahlen unmittelbar die Steighöhen an.

Da die Werthe mit wachsender Temperatur abnehmen, so wird, wenn diese Abnahme weiter geht, eine Temperatur existiren, bei der die Steighöhe gleich Null wird. Man hat beim Aether diese Temperatur in folgender Weise erreicht. Eine enge Glasröhre wurde in eine dickwandige weitere Glasröhre eingeführt und letztere, nachdem sie etwas Aether erhalten hatte, zugeschmolzen. Durch den Druck, den der Dampf des Aethers ausübte, wurde auf diese Weise ein Sieden des Aethers bei höherer Temperatur vermieden. Die Röhre wurde dann in einem Oelbad erhitzt und es sank bei weiterer Erwärmung die Steighöhe in dem Capillarrohre stetig, bis sie bei 190° gleich Null wurde. Diese Temperatur, bei der die Steighöhe der Flüssigkeit gleich Null wird, hat auch in anderer Beziehung eine grosse Bedeutung, die wir später in der Wärmelehre kennen lernen werden; man bezeichnet diese Temperatur als die kritische Temperatur.

Es zeigt sich aber auch, dass die Steighöhe bei constanter Temperatur nur durch Druckvermehrung erniedrigt wird. Die Aenderung, welche hierbei die Steighöhe erfährt, ist aber auch abhängig von dem Gase, welches mit der Flüssigkeit in Berührung ist und den Druck auf diese ausübt. So fand Kundt[1]) folgende Werthe beim Aether, der in der ersten Versuchsreihe mit Wasserstoff, in der zweiten mit Luft in Berührung war.

Aether-Wasserstoff		Aether-Luft	
Druck in Kilogrammen pro Quadratcentimeter	Steighöhe in Millimetern	Druck in Kilogrammen pro Quadratcentimeter	Steighöhe in Millimetern
1	48,8	1	61,3
57	44,7	51	51,5
101	41,8	103	44,0

Aus den vorstehenden Werthen, welche sich zwar auf Röhren verschiedener Weite beziehen, ersieht man zunächst, dass die Steighöhe mit

[1]) Kundt, Wiedem. Ann. 12 (1881).

wachsendem Drucke abnimmt, und ferner, dass diese Abnahme bei der Luft stärker ist als beim Wasserstoff.

Die Steighöhe oder Capillarerhebung ist, wie gezeigt, das Resultat der Kräfte, welche der Meniscus und die horizontale Oberfläche ausüben. Die Beschaffenheit des Rohres unterhalb des Meniscus ist ganz ohne Einfluss. Steigt zum Beispiel das Wasser in einem Rohre von 1 mm Radius 15 mm hoch, so wird es dieselbe Höhe auch dann behaupten, wenn das Rohr unterhalb der gekrümmten Wasseroberfläche, enger oder weiter wird.

Hat das in die Flüssigkeit eingetauchte Rohr überall gleiche Weite, ist aber die Höhe, zu der es über dem Niveau der Flüssigkeit emporragt, geringer als diejenige, zu der sich die Capillarsäule erheben könnte, so vermag diese trotzdem nicht durch die obere Oeffnung auszutreten; sie steigt nur bis zum Rande derselben und verflacht dann ihren Meniscus, bis dessen in Folge der Aufbiegung sich ändernde Kraft sich mit dem Drucke der darunter hängenden Säule ins Gleichgewicht gesetzt hat.

Steht die Ausmündung der Capillarröhre niedriger als das Niveau eines damit communicirenden weiteren Behälters, so bildet die Flüssigkeit über dem Rande der engen Oeffnung einen convexen Meniscus, dessen Wirksamkeit nunmehr in entgegengesetzter Richtung auftritt und dadurch der höheren Säule im weiteren Rohre das Gleichgewicht halten kann. Beträgt der capillare Niederdruck des convexen Meniscus weniger als den Höhenunterschied beider Röhren, so wird der Meniscus zerrissen und die Flüssigkeit strömt aus.

Wenn man eine Capillarröhre in eine benetzende Flüssigkeit eintaucht und, nachdem sich die Capillarsäule gebildet hat, wieder herauszieht, so fliesst ihr Inhalt nicht aus, man findet im Gegentheil eine verlängerte Capillarsäule, weil die Wirksamkeit des oberen concaven Meniscus durch die des unteren convexen (gebildet durch die am unteren Ende hängende Flüssigkeit) vermehrt wird.

Die Steighöhe zwischen zwei Platten ist umgekehrt proportional dem Abstande der beiden Platten, aber halb so gross, als in einer Röhre, deren Durchmesser gleich dem Abstande der Platten ist.

An einer jeden wohlbenetzten Fläche, welche senkrecht in das Wasser getaucht wird, erhebt sich ein flüssiger Bogen, der einerseits in die Längenrichtung der Fläche, andererseits in die Ebene des Wasserspiegels verläuft. Gehört die eingetauchte Fläche einem schwimmenden Körper an, z. B. einem schwimmenden Glascylinder, so ist der Druck desselben gegen die Wasserfläche um das Gewicht des von ihm gehobenen flüssigen Bogens vermehrt, er muss daher in demselben Verhältnisse tiefer einsinken.

Eine gut benetzte Adhäsionsplatte, mit wagerechter Grundfläche auf die Wasserfläche gesetzt, umzieht sich, ganz so wie vorher der eingetauchte Cylinder, mit einem flüssigen Bogen. Hebt man die Platte über das Niveau, so hindert der an ihrem Rande festhängende flüssige Bogen das Eindringen der Luft. Der innere Raum unter der Platte muss sich daher mit Wasser füllen. Die Höhe der flüssigen Säule, die auf diese Weise gehoben werden kann, ist durch die Festigkeit ihres Umfanges bedingt, d. h. sie vermag nicht diejenige Höhe zu übersteigen, um welche sich die Flüssigkeit um einen benetzten Cylinder erheben kann, ohne abzureissen.

Das Gewicht der mittelst einer Adhäsionsplatte gehobenen Säule ist daher weder das Maass der Adhäsion noch der Cohäsion.

§. 59.

Bewegungserscheinungen in Folge der Capillarität. — Werden ebene Platten, einander gegenüber hängend in Wasser getaucht, und findet zwischen beiden eine Capillarerhebung statt, so bewegen sie sich mit zunehmender Geschwindigkeit gegen einander und fallen endlich zusammen, weil die capillare Aufsaugung zwischen beiden Platten ein Zuströmen der Flüssigkeit veranlasst, und dadurch ein Uebergewicht des Druckes auf die Aussenseiten erzeugt. Aus demselben Grunde bewegen sich kleine schwimmende und von der Flüssigkeit bewegte Körper, wie kleine Glaskugeln, Korkstücke, Luftblasen u. s. w. gegen einander und gegen die benetzten Gefässwände.

Schwimmende Körper, die sich nicht benetzen, werden ebenfalls gegen einander gedrängt, weil die eingebogene Flüssigkeit zwischen beiden Körpern niedriger steht, als auf den Aussenseiten, diese folglich ein Uebergewicht des Druckes erfahren. Wird dagegen nur der eine Körper benetzt, während der andere unbenetzt bleibt, so entfernen sie sich von einander.

Bringt man in ein conisches Glasrohr einen Tropfen einer benetzenden Flüssigkeit, z. B. Wasser, so bewegt sich derselbe nach dem engen Theile des Rohres hin, Fig. 205. Der Druck, den die concaven Oberflächen der Flüssigkeiten nach dem Inneren hin ausüben, ist um so kleiner, je enger

Fig. 205.

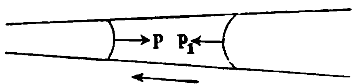
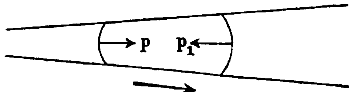


Fig. 206.



die Röhre ist; daher ist der Druck p kleiner als p_1, woraus folgt, dass der Tropfen sich in der Richtung des Druckes p_1 bewegt.

Ist dagegen in einem conischen Glasrohr ein Tropfen, welcher nicht benetzt, z. B. Quecksilber, so bilden sich convexe Oberflächen, Fig. 206; es ist hier der Druck nach dem Inneren der Flüssigkeit um so grösser, je enger die Röhre ist, also $p > p_1$. Der Tropfen bewegt sich also in der Richtung des Druckes p, d. h. nach dem weiten Theile hin.

§. 60.

Tropfenbildung; Leydenfrost'scher Versuch. — Wenn man Quecksilber auf eine Glas- oder Eisenplatte bringt, oder wenn man Wasser auf eine Fläche giesst, die nicht davon benetzt wird, so zerfliessen diese Flüssigkeiten nicht, sondern sie bleiben zusammenhängend oder zerstreuen sich in einzelne Tropfen. Kleine Tropfen auf horizontaler Unterlage zeigen fast genau die Kugelgestalt; bei grösseren macht sich das Gewicht schon mehr geltend und sie erscheinen als abgeplattete Sphäroide. Noch

grössere endlich ebenen sich in der Mitte und erst in der Nähe des kreisförmigen Randes behauptet sich eine starke Krümmung.

Isolirte flüssige Massen, welche dem Einflusse der Schwere entzogen sind, nehmen im Gleichgewichtszustand die Kugelgestalt an; es ist dies eine unmittelbare Folge der Oberflächenspannung. Denn angenommen, verschiedene Stellen der gekrümmten Oberfläche des Tropfens entsprechen bei gleicher Flächengrösse Kugelabschnitten von ungleich grossen Durchmessern, so muss an diesen verschiedenen Stellen ein ungleich grosser Druck nach Innen entstehen; der am stärksten gebogene und dadurch auch am stärksten gespannte Theil des Umfanges wird sich aufbiegen, und zwar so lange, bis überall einerlei Krümmung und gleicher Spannungszustand eingetreten ist, d. h. bis der Tropfen die Kugelgestalt angenommen hat. Aus demselben Grunde müssen Glasblasen im Inneren einer Flüssigkeit Kugeln bilden. Sie sind gleichsam negative Tropfen und ihr Auftreten ist ein Beweis, dass die Tropfenbildung von keinem von der inneren Masse ausgehenden Einflusse abhängig ist.

Um Flüssigkeitstropfen herzustellen, welche dem Einflusse der Schwere entzogen sind, und auf welchen nur Molecularkräfte einwirken, wandte Plateau ein Gemisch von Alkohol und Wasser an, welches dieselbe Dichtigkeit als Olivenöl hatte. Bringt man in eine solche Alkohol-Wassermischung Olivenöl, so schwebt das letztere in derselben in der Gestalt von kugelförmigen Tropfen. Man kann auf diese Weise selbst grössere Flüssigkeitskugeln herstellen, die mehrere Centimeter Durchmesser haben. Lässt man noch andere als Molecularkräfte auf die Oeltropfen wirken, so wird diesen entsprechend die Gestalt verändert. Plateau liess durch den Tropfen einen Metalldraht als Axe hindurch gehen und setzte diesen Draht um sich selbst als Axe in Rotation. Diese Rotation theilt sich dem anhängenden Tropfen nach und nach mit und in Folge der Centrifugalkraft plattet sich der Tropfen an den Polen ab, und dehnt sich am Aequator aus.

Wenn man eine Platte hinreichend weit über die Siedetemperatur des Wassers erwärmt, und dann Wasser in geringer Menge auf die Platte ausgiesst, so wird die Platte, obschon sie in niedriger Temperatur vom Wasser benetzt wird, nicht mehr benetzt, das Wasser nimmt die Form von Tropfen an. Man nennt diesen Versuch den Leidenfrost'schen und gebraucht häufig für den Zustand, den das Wasser oder eine andere Flüssigkeit bei diesem Zustand einnimmt, den Ausdruck: sphäroidaler Zustand. Die Erklärung dieses Versuches ist folgende. Durch die Berührung der Flüssigkeit mit der weit über ihren Siedepunkt erhitzten Platte wird eine starke Dampfentwickelung hervorgebracht, so stark, dass sich zwischen Flüssigkeit und Platte eine Dampfschicht befindet, welche den Tropfen trägt; es ist also die Flüssigkeit nicht mehr mit der Platte in Berührung. Der Versuch gelingt um so besser, je weniger leicht sich die Platte abkühlt, oder je leichter die zur Verdampfung erforderliche Wärme, welche die Platte abgiebt, wieder ersetzt wird, je besser also die Platte die Wärme leitet.

Der Leidenfrost'sche Tropfen kann auch auf flüssiger Unterlage gebildet werden, wenn nur die Temperatur derselben hinreichend hoch ist. Wasser und Alkohol nehmen auf Quecksilber und auf der Oberfläche von anderen geschmolzenen Metallen sehr leicht die Tropfenform an.

§. 61.

Diffusion der Flüssigkeiten. — Zwei Flüssigkeiten, welche bei gewöhnlicher Temperatur nicht mischbar sind, wie Wasser und Oel, trennen sich, nachdem sie zusammengegossen und durch einander geschüttelt sind, entsprechend ihrer Dichtigkeit so, dass die dichtere Flüssigkeit unten sich befindet. Schichtet man dagegen zwei Flüssigkeiten, welche mischbar sind, wie Wasser und Alkohol, vorsichtig in der Art auf einander, dass die weniger dichte Flüssigkeit oben ist, so bildet sich zwar zunächst eine Grenzschicht zwischen den beiden Flüssigkeiten, aber es ist dieselbe nicht von Dauer. Vielmehr bewegen sich Theile der unteren Flüssigkeit langsam nach oben, und ebenso Theile der oberen Flüssigkeit nach unten, so dass nach einiger Zeit die ganze Masse eine gleichmässige Zusammensetzung hat, also eine vollständige Mischung stattgefunden hat. Dieses Durchdringen der beiden Flüssigkeiten nennt man **Diffusion**. Die Ursache der Diffusion ist die Molecularanziehung zwischen den Molecülen der beiden Flüssigkeiten. Wäre die Cohäsion der Wassermolecüle, und die Cohäsion der Alkoholmolecüle grösser als die Adhäsion der Wasser- und Alkoholmolecüle zu einander, so könnte keine Diffusion stattfinden. Die Thatsache der Diffusion beweist also, dass die Anziehungskräfte zwischen den verschiedenen Molecülen grösser ist, als jene, welche zwischen den gleichartigen Molecülen stattfindet.

Die Diffusion geht im Anfange am schnellsten vor sich und wird um so langsamer, je mehr die beiden Flüssigkeiten sich vermischen, je mehr die chemische Verschiedenheit zweier über einander liegender Schichten sich also vermindert. Am genauesten ist die Diffusion von Salzlösungen in Wasser untersucht und es hat sich ergeben, dass die Menge des Salzes, welche in gleichen Zeiten aus einer Salzlösung in Wasser übergeht, der Concentration der Lösung proportional ist.

Bei verschiedenen Salzen ist die Diffusionsgeschwindigkeit verschieden. Eine Lösung, welche gleiche Mengen Chlorkalium und Chlornatrium enthält, lässt, vorsichtig mit reinem Wasser überschichtet und der Diffusion überlassen, rascher das Chlorkalium in die obere Flüssigkeit sich verbreiten als das Chlornatrium. Setzt man die Salzmenge, welche in einer gewissen Zeit aus der Lösung zum Wasser geht, für Chlorkalium 1, so erhält man bei anderen Salzen unter gleichen Verhältnissen folgende Mengen:

Chlorkalium	= 1
Chlornatrium	= 0,833
Kohlensaures Natron . . .	= 0,543
Schwefels. Kupferoxyd . . .	= 0,344

Besonders stark ist der Unterschied des Diffusionsvermögens krystallisirbarer Substanzen (der Mineralsäuren, der Salze etc.) gegenüber dem von unkrystallisirbaren Substanzen (des Gummis, des Albumins, des Caramels etc.), welch letztere ein sehr geringes Diffusionsvermögen besitzen.

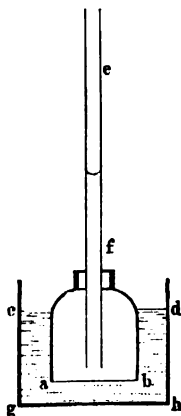
Auch solche Mischungen verschiedener Stoffe, welche für feste chemische Verbindungen gelten, können in manchen Fällen durch die Diffusion getrennt werden. Z. B. aus einer bei 20° gesättigten Lösung

von zweifach-schwefelsaurem Kali diffundirten während 50 Tagen 31,8 Theile zweifach-schwefelsaures Kali und 12,8 Theile Schwefelsäurehydrat, so dass eine theilweise Zersetzung des Doppelsalzes eingetreten war.

§. 62.

Endosmose. — Bei Flüssigkeiten, welche mischbar sind und daher diffundiren können, wird die Diffusion nicht unterdrückt, wenn man die Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand trennt. Die Diffusion durch eine solche Scheidewand wird Endosmose genannt. Der Durchgang verschiedener Flüssigkeiten durch dieselbe Scheidewand findet aber meistens in verschiedener Stärke von Seiten der beiden Flüssigkeiten statt.

Fig. 207.



So diffundirt z. B. durch eine thierische Membran mehr Wasser als Alkohol. Man kann dies durch folgenden Apparat, Fig. 207, nachweisen. An einem Gefässe ist der Boden entfernt und durch eine thierische Membran *ab*, die fest gebunden wird, ersetzt; in das Gefäss taucht eine engere Röhre *ef*, welche durch einen Kork in das Gefäss eingesetzt ist. Das Gefäss und die Röhre ist theilweise mit Alkohol gefüllt. Das Ganze wird in ein Gefäss *cdgh* gesetzt, welches mit Wasser gefüllt ist. Es diffundiren dann beide Flüssigkeiten durch die Membran, aber es geht mehr Wasser als Alkohol durch dieselbe, wie sich daraus unmittelbar zu erkennen giebt, dass das Niveau der Flüssigkeit in der Röhre *ef* steigt. Ebenso wie der Alkohol verhalten sich auch alle wässerigen Lösungen von Salzen gegenüber dem Wasser, d. h. es geht immer mehr Wasser als Lösung durch die Membran.

Indessen ist die Natur der Scheidewand von bedeutendem Einfluss auf die Uebergangsverhältnisse der Flüssigkeiten, und es kann das Mengenverhältniss der durchgehenden Flüssigkeiten sogar durch ein Wechseln der Scheidewand umgekehrt werden. Während, wie erwähnt, durch eine thierische Membran Wasser stärker als Alkohol geht, tritt bei Anwendung von Kautschuk als trennende Wand das Entgegengesetzte ein; es geht mehr Alkohol als Wasser durch den Kautschuk hindurch.

Die Endosmose dauert so lange fort, bis auf beiden Seiten der Scheidewand dieselbe Flüssigkeit sich befindet. Der früher angeführte Apparat, Fig. 207, kann nicht dazu dienen, die Resultate der Endosmose vollständig zu bestimmen; denn derselbe giebt nur den Ueberschuss des Durchganges der einen Flüssigkeit gegenüber der anderen an, er gestattet aber nicht die Bestimmung, in welchem Verhältnisse die Wanderung der Flüssigkeiten nach entgegengesetzter Richtung vor sich geht. Jolly hat daher folgendes Verfahren angewandt. Eine Glasröhre wurde an dem einen Ende mit einer Schweinsblase zugebunden, und in dieselbe die zu untersuchende Substanz, z. B. eine Salzlösung, eingefüllt. Nachdem die Röhre gewogen war, wurde sie in ein grösseres Gefäss mit Wasser gesetzt und dann so lange gewartet,

bis das Salz aus der Lösung vollständig ausgetreten war. Um dies zu erreichen, wurde das Wasser in dem grösseren Gefässe von Zeit zu Zeit erneuert. Kennt man jetzt die Gewichtsmenge des Salzes, welche in der Lösung vorhanden war, und bestimmt man ferner die Gewichtszunahme, welche die Röhre, die die Lösung enthielt, erhalten hat, so erhält man die Wassermenge, welche als Ersatz für die durchgetretene Salzmenge dient. Jolly fand nun, dass bei derselben Membran immer die gleiche Wassermenge nöthig ist, um die Gewichtseinheit des Salzes zu ersetzen, mag man von einer concentrirten oder verdünnten Lösung ausgehen.

Jolly nennt die Gewichtsmenge Wasser, welche für die Gewichtseinheit des Stoffes durch die Membran hindurchgeht, das endosmotische Aequivalent des Stoffes.

Für eine Schweinsblase fand Jolly [1]) folgende endosmotische Aequivalente.

Kochsalz	4,2
Glaubersalz	11,0
Schwefelsaures Kali	12,7
Schwefelsaure Magnesia	11,7
Kalihydrat	231,4
Schwefelsäurehydrat	0,4
Alkohol	4,2
Zucker	7,2

Die vorstehenden Werthe haben indess nicht die Natur vollständiger Constanten, da für verschiedene Membranen gleicher Natur die Werthe nicht vollständig übereinstimmen. Auch ist nach den Versuchen von Eckhard [2]) die Concentration der Lösung von Einfluss auf das erhaltene Aequivalent, und zwar nimmt mit wachsender Concentration dasselbe etwas ab. Vergleicht man die Mengen der in gleichen Zeiten durch die Blase zum Wasser übergetretenen Stoffe mit einander, so findet man, dass dieselben dem Concentrationsgrade der Lösung proportional sind.

§. 63.

Erklärung der Endosmose. — Die Scheidewand, durch welche die Bewegung der Flüssigkeiten stattfindet, besitzt sehr viele capillare Zwischenräume, welche je nach der Stärke der Molecularanziehung, die zwischen der Scheidewandsubstanz und der Flüssigkeit stattfindet, verschiedene Mengen der Flüssigkeit resorbirt. So nehmen nach Liebig 100 Gewichtstheile trockener Ochsenblase in 24 Stunden

268 Gewichtstheile Wasser,
133 Gewichtstheile Kochsalzlösung vom specif. Gewicht 1,214

auf. Wenn daher eine Ochsenblase Wasser und Kochsalzlösung trennt, so wird dieselbe beide Flüssigkeiten resorbiren, aber nach den obigen Versuchen bedeutend mehr Wasser als Lösung. Der Blase werden nun durch

1) Jolly, Pogg. Ann. 78 (1849).
2) Eckhard, Pogg. Ann. 128 (1866).

die sie von aussen berührenden Flüssigkeiten die resorbirten Flüssigkeiten entzogen und zwar in verschiedenen Mengen, weil die Blase verschiedene Mengen enthält. Hieraus erklärt es sich, dass mehr Wasser durch die Blase in der einen Richtung hindurchgeht, als in umgekehrter Richtung die Lösung.

Damit ein dauernder Ueberschuss von Wasser auf der einen Seite der Blase sich bilde, ist nothwendig, dass die Blase dem Ausgleiche des hydrostatischen Druckes einen Widerstand entgegensetze. Es ist dies auch in der That der Fall, da die Poren der Membran so eng sind, dass sich ein hydrostatischer Druck durch dieselbe nicht fortpflanzen kann. Um Flüssigkeiten durch eine Membran in merklicher Weise hindurch zu treiben, bedarf es eines nicht unbeträchtlichen Druckes, und zwar ist dieser Druck verschieden nach der Natur der verwendeten Flüssigkeiten; so ist er z. B. beim Alkohol mehr als viermal so gross als beim Wasser.

§. 64.

Dialyse. — Graham untersuchte das Diffusionsvermögen verschiedener Flüssigkeiten und fand, dass dasselbe, wie schon erwähnt, grosse Verschiedenheiten zeigte. Füllt man ein Glas bis zum oberen Rande mit einer Lösung und stellt dasselbe in ein grösseres Gefäss, in welches man vorsichtig so viel Wasser eingiesst, dass das Glas etwa 2 cm mit Wasser bedeckt ist, so diffundirt die Lösung allmälig in das Wasser. Nach einiger Zeit ist der Concentrationsgrad der verschieden tiefen Schichten in dem Glase verschieden, so dass die Concentration wächst, je tiefer die betrachtete Schicht liegt; diese Unterschiede der Concentration gleichen sich mit wachsender Zeit mehr und mehr aus; die Geschwindigkeit aber, mit der dieser Ausgleich sich vollzieht, ist für verschiedene Flüssigkeiten sehr verschieden. Hat man daher eine Lösung von zwei Substanzen, von denen die eine schneller als die andere diffundirt, so wird bei dem eben angegebenen Versuch die schneller diffundirende Substanz in den oberen Schichten des die Lösung enthaltenden Glases stärker vertreten sein, als die langsamer diffundirende Substanz. Je grösser der Unterschied der Diffusionsgeschwindigkeit der beiden Substanzen ist, um so mehr tritt auch eine Trennung derselben ein.

Alle Substanzen, welche nicht die Fähigkeit haben Krystalle zu bilden, sondern einen gallertartigen Zustand annehmen, zeichnen sich durch ein sehr kleines Diffusionsvermögen aus. Ein Repräsentant dieser Substanzen ist der Leim und daher nennt Graham die angeführten Substanzen Colloïdsubstanzen, oder Colloïde; den Gegensatz dazu bilden die Krystalloïde, die ein grösseres Diffusionsvermögen besitzen.

Lässt man nun eine Lösung von Colloïden und Krystalloïden in Wasser diffundiren, so wird nach einiger Zeit der grösste Theil der letzteren in das Wasser übergegangen sein, während die ersteren zurückgeblieben sind. Man kann diese Scheidung noch besser erzielen, wenn man eine Scheidewand von Pergamentpapier anwendet. Bindet man ein Gefäss, welches eine Mischung von Colloïden und Krystalloïden enthält, mit Pergamentpapier zu und bringt dasselbe in ein grosses Gefäss mit Wasser, so treten die Krystalloïde durch das Papier zum Wasser über,

die Colloïde bleiben dagegen zurück. Eine solche Scheidung von Körpern nennt Graham Dialyse.

§. 65.

Einige Erscheinungen, welche durch Capillarität resp. Endosmose bedingt sind. — Ein poröser Körper, wie Kreide oder Gyps, enthält Luft; diese wird, wenn der Körper in Wasser gelegt wird, durch das von allen Seiten eindringende Wasser nach Innen gedrängt, und erhält dort eine grössere Dichtigkeit. Indem Jamin ein Manometer in einen Block von Kreide kittete, hat er diese Druckvermehrung nachgewiesen.

Wird eine mit Wasser gefüllte Röhre an beiden Enden durch eine Blase verschlossen und mit dem einen Ende in ein Gefäss mit Wasser getaucht, während das andere Ende mit der Luft in Berührung ist, so verdunstet hier von der Blase allmälig das Wasser. Dieses wird aber aus dem Innern wieder ersetzt, so dass durch die Verdunstung eine Bewegung des Wassers nach der Stelle hin bewirkt wird, wo die Verdunstung stattfindet. Die Endosmose spielt daher eine Rolle bei der Verbreitung der Säfte im Pflanzen- und Thierkörper. Die Hautausdünstung der Thiere führt eine Bewegung der Flüssigkeiten vom Innern des Thierkörpers nach der verdunstenden Oberfläche herbei. In ähnlicher Weise ist die Aufnahme des Wassers in den Wurzeln der Pflanzen, so wie das Aufsteigen der Säfte bis zu den höchsten Spitzen der Bäume durch die Verdunstung aus den Zweigen, Blättern, Blüthen und Früchten begünstigt.

Wasserhaltige Gemische, in porösen Behältern aufbewahrt, concentriren sich allmälig. Wird eine Schweinsblase mit wasserhaltigem Alkohol gefüllt, so nimmt diese vermöge ihrer grösseren Absorptionsfähigkeit für Wasser besonders dieses auf; dasselbe verdunstet an der Oberfläche und bewirkt so eine Concentration des zurückbleibenden Theiles.

§. 66.

Ausfluss der Flüssigkeiten durch Oeffnungen. — Die Geschwindigkeit, mit welcher eine Flüssigkeit durch die Oeffnung einer Wandfläche fliesst, hängt nur ab von dem Abstande der Oeffnung unter dem Niveau der Flüssigkeit. Befindet sich die Oeffnung in einer Seitenwand, so dass die einzelnen Theile der Oeffnung einen verschiedenen Abstand von dem Niveau haben, so ist derjenige Abstand für die Ausflussgeschwindigkeit maassgebend, welche der Schwerpunkt der Fläche, die die Oeffnung bildet, von dem Niveau besitzt.

Bezeichnet man diesen Abstand mit h, so ist die Ausflussgeschwindigkeit v

$$v = \sqrt{2gh},$$

wo

$$g = 9{,}81 \text{ m ist.}$$

Fällt ein Körper durch die Höhe h, so erhält er nach §. 24 ebenfalls die Geschwindigkeit $\sqrt{2gh}$, und man sieht daher, dass die Geschwin-

digkeit eines ausfliessenden Flüssigkeitstheilchens ebenso gross ist, als dieselbe sein würde, wenn dies Theilchen durch die Höhe h, welche die Höhe der drückenden Flüssigkeitssäule darstellt, frei hindurch gefallen wäre.

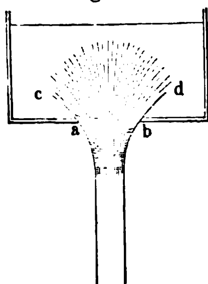
Die Versuche entsprechen genau der aufgestellten Formel, so dass die Geschwindigkeit proportional der Wurzel aus der Höhe der wirksamen Säule sich darstellt.

Das Volumen der in der Zeiteinheit ausgeflossenen Menge müsste man erhalten, wenn man die Geschwindigkeit mit dem Querschnitt der Oeffnung multiplicirt. Nennt man den Querschnitt q, so müsste also das Volumen gleich $q \, . \, \sqrt{2gh}$ sein. Statt dessen findet man aber immer ein kleineres Volumen, so dass man setzen kann

$$\text{Vol.} = 0{,}62 \, . \, q \, . \, \sqrt{2gh}.$$

Der ausfliessende Strahl vermindert nämlich unmittelbar nachdem er die Oeffnung verlassen hat, seinen Querschnitt, und um daher das Volumen der ausgeflossenen Menge zu erhalten, muss man nicht den Querschnitt der Oeffnung mit der Ausflussgeschwindigkeit multipliciren, sondern vielmehr den Querschnitt des Strahles an der Stelle seiner stärksten Zusammenziehung. Die Stärke dieser Zusammenziehung ist für Oeffnungen verschiedener Gestalt selbst verschieden, und daher bezeichnet der oben hinzugefügte Factor 0,62 nur einen Mittelwerth.

Fig. 208.



Die Ursache der Concentration des Strahles ist darin gelegen, dass nicht bloss die Flüssigkeit ausfliesst, welche senkrecht über der Oeffnung ab, Fig. 208, liegt, sondern dass auch die Flüssigkeitstheile, welche seitlich bei c und d vor der Oeffnung sich befinden, zu der Oeffnung hinströmen. Diese von der Seite kommenden Massen bewirken eine Querschnittsverminderung des ausfliessenden Strahles.

Eine Aenderung der Geschwindigkeit sowohl wie des Volumens wird durch Röhren, welche an die Oeffnung angesetzt werden, herbeigeführt. Ist die Ansatzröhre von conischer Form, so dass sie sich der Gestalt des ausfliessenden Strahles anschliesst, so wird die Ausflussmenge nicht geändert, wenn die Oeffnung des Gefässes als Ausflussöffnung angesehen wird.

Hat dagegen die Ansatzröhre eine cylindrische Form und wird dieselbe von der Flüssigkeit benetzt, so wird die Ausflussmenge bedeutend vergrössert, so dass sie nicht mehr viel von der theoretischen abweicht. Durch die Adhäsion an die Röhrenwandung des Cylinders wird nämlich der Querschnitt des ausfliessenden Strahles grösser, als er ohne den Ansatz sein würde. Wenn aber das Wasser den cylindrischen Ansatz verlässt, so tritt keine Contraction mehr ein, weil ein seitlicher Zufluss ausgeschlossen ist. Bei Flüssigkeiten, welche die Röhrenwandung nicht benetzten, hat der cylindrische Ansatz keinen wesentlichen Einfluss auf die Ausflussmenge.

Längere Röhrenansätze vor der Oeffnung vermindern die Ausflussmenge sehr bedeutend, indem sich eine Reibung geltend macht. Es gilt dies sowohl für benetzende, als für nicht benetzende Flüssigkeiten. Bei den ersteren legt sich eine Flüssigkeitsschicht an der Wandung fest und

nimmt keinen Antheil an der Bewegung; die Reibung der durchgehenden Flüssigkeit findet an der festhaftenden Flüssigkeitsschicht statt. Man nennt diese Reibung innere Reibung. Bei den nicht benetzenden Flüssigkeiten findet eine Reibung zwischen der Wand und der Flüssigkeit statt, welche man äussere Reibung nennt. Für die benetzenden Flüssigkeiten ist die Materie des Rohres ohne Einfluss auf die Reibung, so lange eben eine Benetzung stattfindet, da dann nur die innere Reibung auftritt.

Der Widerstand cylindrischer Röhren ist proportional der Länge und umgekehrt proportional dem Querschnitt. Werden bei längeren Leitungen engere Röhren angewandt, so wird der Widerstand so bedeutend, dass selbst bei bedeutender Druckhöhe die Ausflussmenge nur klein wird.

§. 67.

Ausfluss der Flüssigkeiten durch capillare Röhren; Transpiration; Reibungscoefficienten. — Wie im vorigen Paragraphen angegeben, tritt beim Durchgang der Röhren ein Widerstand auf, welcher die Ausflussmenge vermindert. Dieser Widerstand, durch die Reibung der Flüssigkeit veranlasst, lässt sich bei engen cylindrischen Röhren berechnen und daraus ein Maass für die Reibung ableiten. Bei benetzender Flüssigkeit haftet die Flüssigkeitsschicht an der Röhrenwand, es tritt daher eine Reibung zwischen der Röhrenwand und der durchfliessenden Flüssigkeit nicht auf. Daher ist die auftretende Reibung nur von der Natur der Flüssigkeit abhängig. Denkt man sich eine constante Druckhöhe, so fliesst die Flüssigkeit mit constanter Geschwindigkeit durch die angewandte Capillarröhre. Die Geschwindigkeit der einzelnen Flüssigkeitstheilchen in demselben Querschnitt der Röhre ist an den verschiedenen Stellen aber verschieden. An der Röhrenwand haftet eine ruhende Flüssigkeitsschicht, deren Geschwindigkeit also Null ist. Unmittelbar an diese schliesst sich eine Flüssigkeitsschicht, deren Geschwindigkeit durch Reibung an der ersteren vermindert wird; die dann folgende Schicht hat eine grössere Geschwindigkeit, bis schliesslich diejenige Schicht, welche unmittelbar die Axe des Cylinders umgiebt, die grösste Geschwindigkeit besitzt. Irgend ein Flüssigkeitscylinder, den man sich in der Capillaren denkt, erfährt eine doppelte Einwirkung. Von aussen erfährt er eine Verzögerung, indem der aussen ihn begrenzende Cylinder eine geringere Geschwindigkeit als er selbst besitzt; von der Innenseite wird er dagegen von einem Cylinder begrenzt, dessen Geschwindigkeit grösser als seine eigene ist, so dass er hier eine Beschleunigung erfährt. Es tritt also nicht bloss eine Reibung auf zwischen der an der festen Cylinderwand ruhenden Flüssigkeitsschicht und der diese unmittelbar berührenden Schicht, sondern zwischen allen cylinderförmigen Schichten, welche in ihrer Gesammtheit den Querschnitt der Capillaren ausmachen.

Diese innere Reibung der Flüssigkeit ist der Grösse nach von der Natur der Flüssigkeit abhängig, so dass eine zähere Flüssigkeit eine grössere Reibung besitzt, als eine weniger zähe.

Die Reibung zwischen zwei Flüssigkeitsschichten derselben Natur hängt von der relativen Geschwindigkeit der beiden Schichten ab und zwar ist sie der Differenz der Geschwindigkeiten beider Schichten direct

proportional. Denkt man sich eine ruhende Schicht und über dies eine bewegte Flüssigkeit, deren Dicke gleich 1 mm sei, so wird je Zwischenschicht eine doppelte Reibung erfahren, die entgegengeset gerichtet ist, indem die obere Schicht schneller, die untere Schicht lan samer als die betrachtete Schicht sich bewegt. Die Geschwindigk jeder Schicht ist dann proportional ihrem Abstande von der unterst Schicht, so dass eine Schicht, deren Abstand $\frac{1}{n}$ mm ist, eine Geschwindi keit besitzt, die $\frac{1}{n}$ von jener ist, welche die oberste Schicht hat. Dara folgt, dass der Geschwindigkeitsunterschied je zweier benachbart Schichten immer derselbe ist, wie man auch die Schichten auswähl möge, und da, wie oben erwähnt, die Reibung zwischen zwei Schicht dem Geschwindigkeitsunterschied proportional ist, so folgt weiter, d die Reibung zwischen je zwei benachbarten Schichten ebenfalls consta ist. Unter dem Reibungscoefficienten einer Flüssigkeit versteht man n die Reibung, welche zwischen zwei benachbarten Schichten von der Grö 1 (1 qmm) stattfindet, wenn die oberste Schicht die Längeneinheit (1 m von der untersten entfernt ist, und die erstere die Geschwindigkeit besitzt, also sich in der Zeiteinheit (1 Secunde) um die Längeneinh (1 mm) bewegt. Dieser Reibungscoefficient lässt sich aus der Beobachtu des in einer bestimmten Zeit durch eine Capillare geflossenen Volume der Flüssigkeit bestimmen.

Das Volumen der durch eine Capillare unter constantem Druck in d Zeiteinheit ausgeflossenen Flüssigkeit ist direct proportional der vierten I tenz des Radius R der Capillaren und dem wirksamen Drucke p, dageg umgekehrt proportional der Länge L der Capillaren und dem Reibun coefficienten η. Es ist nämlich [1])

$$V = \frac{\pi \cdot p \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot L}.$$

Setzt man als Längeneinheit 1 mm, so ist R, L und p in die Einheit auszudrücken. Es ist dann p gleich der Länge der drückenc Flüssigkeitssäule, multiplicirt mit dem specif. Gewicht der Flüssigkeit.

Für Wasser bei 0⁰ findet man für den Reibungscoefficienten η

$$\eta = 0{,}0001816.$$

Derselbe nimmt mit wachsender Temperatur ab, so dass man fü bei der Temperatur t erhält:

$$\eta = \frac{0{,}0001816}{1 + 0{,}0336793\, t + 0{,}0002209936\, t^2},$$

daher ist

$$\eta = 0{,}0001816 \text{ bei } 0^0$$
$$\eta = \quad 1335 \text{ bei } 10^0$$
$$\eta = \quad 1029 \text{ bei } 20^0.$$

Wendet man dieselbe Capillare für verschiedene Flüssigkeiten demselben Drucke an, so findet man das Verhältniss ihrer Reibun

1) Poiseuille, Pogg. Ann. 58 (1843). Hagenbach, Pogg. Ann. 109 (18 O. E. Meyer, Pogg. Ann. B. 113 (1861).

coefficienten direct durch die durchgeflossenen Volume. Bezeichnet man mit η_1 den Reibungscoefficienten für Wasser, mit η_2 denjenigen einer anderen Flüssigkeit, so ist, wenn V_1 das ausgeflossene Volumen für Wasser, V_2 dasjenige der zweiten Flüssigkeit darstellt,

$$V_1 : V_2 = \frac{1}{\eta_1} : \frac{1}{\eta_2}$$

oder

$$\eta_2 = \frac{V_1}{V_2} \cdot \eta_1.$$

Es bedarf dann also nicht der Messung des Röhrenradius R, welche, wollte man die absolute Bestimmung des Reibungscoefficienten machen, sehr genau sein muss, weil die vierte Potenz davon in die Formel eingeht.

Die Untersuchungen haben gezeigt, dass die innere Reibung bei den Salzlösungen grösser ist als beim Wasser, und zwar wächst die Reibung mit dem Procentgehalt der Lösung. So findet Sprung für das Verhältniss des Reibungscoefficienten der Salzlösung zu jenem des Wassers folgende Werthe bei 10°:

			Verhältniss der Reibungscoefficienten
Chlorcalcium . . .	15,17	Proc.	1,517
	31,6	„	3,734
Chlornatrium . . .	7,955	„	1,126
	23,219	„	1,753
Chlorlithium . . .	7,757	„	1,315
	26,93	„	3,139

Mit wachsender Temperatur nehmen die Verhältnisszahlen fast durchgehends zu, so dass die Reibung der Salzlösung mit wachsender Temperatur weniger stark abnimmt, als jene des Wassers.

Der Einfluss der chemischen Zusammensetzung auf die Grösse der Reibungscoefficienten ist in der Chemie zu behandeln.

Von den Gasen.

§. 68.

Constitution der Gase. — Die Gase besitzen weder eine selbständige Gestalt, noch ein selbständiges Volumen, sie nehmen vielmehr den Raum ein, der ihnen dargeboten wird. Die Ursache dieser Erscheinung liegt darin, dass die Cohäsion zwischen den Gasmolecülen äusserst gering ist, so dass die Bewegung der Molecüle durch die gegenseitige Anziehung kaum alterirt wird. Sieht man zunächst von dieser geringen Cohäsionswirkung ganz ab, so bewegen sich die Molecüle des Gases in geradlinigen Bahnen so lange, bis sie ein Hinderniss treffen. Dieses Hinderniss bildet entweder die äussere Begrenzung des Gasvolumens oder ein anderes Molecül, welches dem betrachteten Molecüle entgegentritt. Sobald ein solcher Stoss des Molecüls gegen eine Wand oder gegen ein anderes

Molecül stattfindet, tritt eine Aenderung der Bewegungsrichtung ein, indem das Molecül von der Wand oder von dem getroffenen Molecüle abprallt.

Die Geschwindigkeit, mit der sich die Molecüle bewegen, ist für die verschiedenen Molecüle derselben Gasmasse sehr verschieden; man kann aber eine mittlere Geschwindigkeit bestimmen, deren Grösse später berechnet wird. Diese mittlere Geschwindigkeit hängt ab von der Temperatur und wächst gleichzeitig mit derselben. Ferner ist die Länge des Weges, den ein Molecül von einem bis zum folgenden Zusammenstosse macht, nicht immer gleich gross, sondern verschieden, man kann aber auch hier einen Mittelwerth bestimmen, der die mittlere freie Weglänge des Molecüls genannt wird.

Ist ein Gas in einem Raume eingeschlossen, so wird von dem ersteren auf jeden Theil der äusseren Begrenzung ein Druck von Innen nach Aussen ausgeübt, dessen Grösse experimentell sich bestimmen lässt. Dieser Druck rührt her von den Stössen der Gasmolecüle gegen die das Gas abschliessenden Wände. Jeder Stoss gegen die Wand entspricht einer bestimmten Kraft, welche bestrebt ist, die Wand fortzuschieben. Die Stärke der Kraft eines Stosses hängt von der Masse des Molecüls und von der Geschwindigkeit ab, mit welcher das Molecül die Wand trifft. Denkt man sich, dass eine Anzahl Molecüle gleicher Masse und gleicher Geschwindigkeit senkrecht gegen die Wand anprallen, so ist die Kraft eines jeden Stosses gleich gross und der Druck, den die Wand erfährt, hängt nur ab von der Anzahl der Stösse, welche die Wand in einer bestimmten Zeit auszuhalten hat. Ist diese Anzahl in dem einen Falle doppelt so gross, als in dem anderen, so ist auch der Druck in dem ersten Falle doppelt so gross, als in dem zweiten. Wenn die Kraft, welche die stossenden Molecüle in ihrer Gesammtheit gegen die Wand ausüben, grösser als die Kraft ist, welche die getroffene Wand in ihrer Lage erhält, so wird die Wand von den Molecülen zurückgeschoben.

Im Vorhergehenden ist der Druck der Gase im Allgemeinen erklärt [1]), später werden wir hierauf näher zurückkommen; es handelte sich zunächst nur darum, eine Uebersicht über die Constitution der Gase zu geben.

Obwohl die Gase von den Flüssigkeiten sich unterscheiden, da bei den letzteren die Cohäsionswirkungen immer von Bedeutung sind, während sie bei den Gasen zurücktreten, so haben doch beide Aggregatzustände vielfach gemeinsame Eigenschaften. Alle jene Folgerungen, welche bei den Flüssigkeiten aus der Compressibilität der ganzen Masse und der leichten Beweglichkeit der Theilchen abgeleitet wurden, treffen auch bei den Gasen zu, da hier auch beide Eigenschaften vorhanden sind.

§. 69.

Gewicht der Gase, Fortpflanzung des Druckes, Archimedisches Princip. — Da die Gase Körper sind, so unterliegen sie auch den Anziehungskräften; sie haben also ein Gewicht. Man kann dies einfach dadurch nachweisen, dass man einen Glaskolben, an welchem

---

1) Man sehe Clausius, Pogg. Ann. 100 (1857). Gesammelte Abhandlungen XIV.

sich ein Hahn befindet, mit Hülfe der Luftpumpe entleert, dann den Hahn schliesst und bei geschlossenem Hahne das Gewicht des Ballons bestimmt. Sobald der Hahn geöffnet wird und die Luft in den Ballon eintritt, wird das Gewicht vergrössert, und zwar beträgt die Gewichtszunahme für je 1 Liter Luft, welches der Ballon unter Atmosphärendruck enthält, etwa 1 g.

Ebenso wie bei den Flüssigkeiten, pflanzt sich auch bei den Gasen der Druck nach allen Richtungen hin fort; ist eine Gasmasse im Gleichgewicht, so erhält jedes Flächenstück, welches man sich im Inneren des Gases denkt, an beiden Seiten einen gleich grossen Druck, der senkrecht zu dem Flächenstück gerichtet ist.

Ein Körper verliert in einem Gase so viel an Gewicht, als das Gas wiegt, welches er aus der Stelle verdrängt hat. Ist das Gewicht der Volumeinheit der verdrängten Luft s, das Volum des Körpers V, so wiegt die vom Körper verdrängte Luftmasse $V.s$, und daher ist das wahre Gewicht P des Körpers um $V.s$ grösser, als das scheinbare Gewicht p, welches die Wage angiebt, oder

$$P = p + V.s.$$

Nun ist aber noch zu berücksichtigen, dass auch die Gewichtsstücke Luft verdrängen; ist das Volumen der Gewichtsstücke v, so ist das Gewicht der verdrängten Luft $v.s$, und diese Grösse ist von der eben bestimmten Grösse noch abzuziehen, so dass man erhält

$$P = p + (V - v)\, s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Man erkennt aus vorstehender Formel unmittelbar, dass die Correction $(V - v)\, s$, welche das scheinbare Gewicht erfahren muss, gleich Null wird, wenn das Volumen des Körpers gleich dem Volumen der Gewichtsstücke ist; es wird dann von beiden gleich viel Luft verdrängt und es tritt daher eine Compensation ein. Der Körper ist schwerer als das scheinbare Gewicht, wenn sein Volumen grösser als das Volumen der Gewichtsstücke ist, ist das Umgekehrte der Fall, so ist der Körper leichter als das scheinbare Gewicht. Die Grösse s, welche das Gewicht der Volumeinheit der verdrängten Luft angiebt, hängt von der Temperatur und dem Drucke der Luft ab, und wird später, §. 171, diese Abhängigkeit genauer mitgetheilt.

Wenn ein Körper ebenso schwer ist, als das Gewicht der Luft, welche er verdrängt, so wird er in der Luft schweben, indem er von derselben getragen wird; ist er hingegen leichter, so wird er einen grösseren Druck von unten als von oben erfahren, er wird also aufsteigen. Bezeichnet man, wie oben, mit s das Gewicht der Volumeinheit der verdrängten Luft, mit s' das Gewicht der Volumeinheit des Körpers, so ist, wenn V das Volumen des Körpers darstellt,

Vs' das Gewicht des Körpers,
Vs „ „ der verdrängten Luft.

Je nachdem die Differenz $V(s' - s)$ positiv oder negativ ist, wird der Körper fallen oder steigen.

Da es verschiedene Gase giebt, die leichter als Luft sind, so bieten dieselben ein Mittel dar, Körper in die Höhe steigen zu lassen. Es ist

dann auch leicht, das Volumen eines Ballons zu berechnen, welcher ein gegebenes Gewicht heben soll. Verwendet man Wasserstoff zur Füllung, so bekommt man den stärksten Auftrieb bei gleichen Dimensionen, weil Wasserstoff das leichteste von allen Gasen ist. 1 cbm Luft wiegt bei 0° und 760 mm Druck 1,293 kg, während 1 cbm Wasserstoff unter denselben Umständen nur 0,089 kg wiegt. Ein Ballon, welcher p kg tragen soll, muss also mindestens ein Volumen von V cbm haben, wo V aus der Gleichung

$$(1{,}293 - 0{,}089)\, V - p = 0$$

oder

$$1{,}204\, V - p = 0,$$

abzuleiten ist. Je mehr der Werth 1,204 $V - p$ sich über Null erhebt, um so grösser ist die Steigkraft des Ballons.

§. 70.

Das Barometer. — Wie erwähnt, hat jedes Flächenstück innerhalb eines ruhenden Gases von beiden Seiten einen gleich grossen Druck auszuhalten. Das Barometer dient dazu, die Grösse dieses Druckes in unserer Atmosphäre zu bestimmen.

Die Luft, welche unsere Atmosphäre bildet, würde sich, wie jedes Gas, welches nicht eingeschlossen ist, in den Weltenraum zerstreuen, wenn nicht die Wirkung der Schwerkraft dieses verhinderte. Jedes Lufttheilchen wird von der Erde angezogen und zwar um so mehr, je näher es bei der Erde ist. Denkt man sich daher eine Reihe kugelförmiger concentrischer Luftschichten, deren Mittelpunkt die Erde bildet, so übt jede Schicht, in Folge ihres Gewichtes, einen Druck aus auf die unter ihr befindliche Schicht, und da der Druck in den Gasen sich gerade so wie in den Flüssigkeiten fortpflanzt, so hat die unterste Schicht die Drucke sämmtlicher höherer Schichten zu tragen. Ein horizontales Flächenstück in einer beliebigen Schicht hat also einen Druck zu erleiden, der gleich ist dem Gewichte der ganzen Luftsäule, welche senkrecht über dem Flächenstücke sich befindet; und da, wie erwähnt, der Druck sich gleichmässig fortpflanzt, so hat auch ein beliebig geneigtes, gleich grosses Flächenstück denselben Druck, wie das horizontale Stück, zu tragen, wenn ersteres mit letzterem in gleicher Höhe ist.

Ein Quecksilberbarometer in der einfachsten Form, welches den Luftdruck misst, ist in Fig. 209 abgebildet. In dem Rohre steht das Quecksilber bis fd, oberhalb fd ist ein leerer Raum, welcher nur eine geringe Menge von Quecksilberdämpfen enthält.

Das Barometer kann als ein Paar communicirender Behälter angesehen werden. Auf die Oberfläche des grösseren Behälters wirkt der äussere Luftdruck, auf die Oberfläche fd im Rohre wirken die Quecksilberdämpfe, deren Druck wir zunächst unberücksichtigt lassen. Unter dieser Voraussetzung ist der Druck, den die Quecksilbersäule $ecfd$ auf den Querschnitt ec ausübt, gerade so gross, wie der Druck der Luft auf den Querschnitt gleicher Grösse ausserhalb ec. Nimmt man an, dass der Querschnitt von ec 1 qcm sei, und dass die Höhe der Quecksilbersäule $ecfd$ 76 cm betrage,

so ist der Druck der Säule gleich dem Gewichte einer Quecksilbersäule von 76 ccm oder gleich

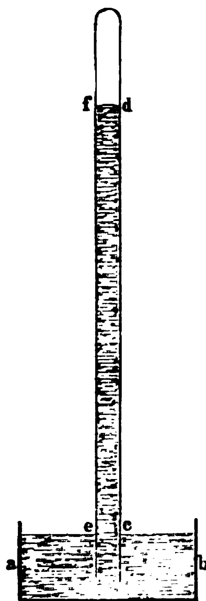
$$76 \,.\, 13{,}59 = 1033\,g = 1{,}033\,kg,$$

da ein Cubikcentimeter Quecksilber 13,59 g wiegt.

Die Höhe der Barometersäule ist für verschiedene Zeiten an dem gleichen Orte, und für gleiche Zeiten an verschiedenen Orten verschieden. Es rührt dies einerseits daher, dass die Luft sich bewegt und die Zusammensetzung der Luft je nach dem Feuchtigkeitsgehalte verschieden ist, andererseits ist die Höhe verschiedener Orte verschieden, so dass auch die Barometerbeobachtungen nicht in der gleichen Entfernung vom Erdmittelpunkte gemacht werden. Man ist übereingekommen, die mittlere Höhe des Barometers an der Meeresoberfläche zu 760 mm anzunehmen, und den Druck der Luft, welcher diese Barometerhöhe entspricht, als den Druck von einer Atmosphäre zu bezeichnen. Da hiernach der Druck einer Atmosphäre pro Quadratcentimeter gleich 1,033 kg ist, so ist der Druck von n Atmosphären auf die Fläche von m qcm gleich

$$n \,.\, m \,.\, 1{,}033\,kg.$$

Fig. 209.



Sieht man von der capillaren Wirkung ab, so ist die Höhe des Barometers, d. h. der senkrechte Abstand der beiden Niveaus unabhängig von der Weite der Röhre; daher genügt es, für die Bestimmung des jeweiligen Luftdruckes die Höhe des Barometers allein anzugeben. Nur ist dabei ein Umstand zu berücksichtigen, nämlich die Temperatur des Quecksilbers. Da das Quecksilber sich mit wachsender Temperatur ausdehnt, so ist das Gewicht eines Cubikcentimeters Quecksilber in höherer Temperatur kleiner, als in tiefer Temperatur. Es wird daher die Höhe des Barometers sich durch die Temperaturerhöhung des Quecksilbers vergrössern, auch wenn der Luftdruck sich nicht ändert. Um die Angaben des Barometers von dem Einflusse der verschiedenen Temperatur zu befreien, reducirt man die abgelesene Höhe, d. h. man bestimmt durch Rechnung die Höhe des Barometers, welche es anzeigen würde, wenn bei unverändertem Luftdrucke die Temperatur des Quecksilbers gleich 0° wäre. Wie aus dem Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers (siehe Wärmelehre) sich ergiebt, ist die reducirte Barometerhöhe b_0 gleich

$$b_0 = \frac{b}{1 + 0{,}000181 \,.\, t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

wenn b die bei der Temperatur von t^0 C. bestimmte Höhe ist. Dass diese Reduction nicht unbedeutend ist, geht aus folgendem Beispiele hervor. Angenommen, es sei bei der Temperatur $t = 20^0$ die Barometerhöhe $b = 750$ mm bestimmt, so wird die reducirte Höhe $b_0 = 747{,}3$; die Reduction beträgt daher 2,7 mm.

Es ist oben bemerkt worden, dass die Quecksilberdämpfe einen Druck auf die Oberfläche des Quecksilbers in dem Rohre ausüben, und dass ferner die Capillarität eine Wirkung geltend macht. Beide Umstände bewirken eine Depression der Oberfläche. Die Wirkung der Dämpfe ist aber so gering, dass sie unberücksichtigt bleiben darf, da bei 20° die Spannkraft der Quecksilberdämpfe erst 0,037 mm ausmacht. Die Grösse der Capillardepression hängt besonders von der Weite der Röhre ab, ist aber für gleiche Röhrenweiten nicht ganz constant. Als mittlere Werthe der Depression für verschiedene Weiten kann man etwa folgende Werthe angeben:

Durchmesser der Röhre	Depression
4 mm	1,635 mm
6 „	0,909 „
8 „	538 „
10 „	322 „
12 „	195 „
14 „	117 „
16 „	070 „
18 „	041 „
20 „	025 „

Da aber die Depression für dieselbe Röhre nicht constant, sondern veränderlich ist, und zwar von der Grösse des Randwinkels abhängt, so ist es am besten, recht weite Röhren zu wählen, bei denen die Depression in jedem Falle so klein ist, dass eine Aenderung derselben keinen wesentlichen Einfluss mehr auszuüben vermag.

§. 71.

Construction des Barometers und verschiedene Formen desselben. — Damit das Barometer die Grösse des Luftdruckes aus der Höhe der Säule zu berechnen gestatte, muss einerseits das Quecksilber vollkommen rein und andererseits der Raum über dem Quecksilber luftleer sein.

Um käufliches oder anderweitig bereits benutztes Quecksilber zu reinigen, löst man 5 g doppelt chromsaures Kali in 1 Liter Wasser und schüttelt mit dieser Lösung unter Zusatz von einigen Cubikcentimetern Schwefelsäure ein gleiches Volumen Quecksilber. Es bildet sich zuerst ein rothes Pulver, welches in der Lösung nach und nach durch Chromsulfat grün gefärbt wird. Nachdem man dann mittelst eines Wasserstrahles das zwischen dem Quecksilber befindliche Pulver, welches aus den Oxyden der Metalle besteht, die dem Quecksilber beigemischt waren, abgeschwemmt hat und das Verfahren mit einer neuen Lösung nochmals wiederholt hat, ist das Quecksilber rein [1]).

Zur Erreichung der zweiten Bedingung, der vollkommenen Luftleere des Barometers, muss das mit Quecksilber gefüllte Rohr, ehe es umgekehrt wird, ausgekocht werden. Beim Einfüllen des Quecksilbers in das trockene Glasrohr bleibt nämlich zwischen der Wandung des Glases und dem Quecksilber immer eine gewisse Menge Luft haften, die nach Umkehrung

---

[1]) Brühl, Chem. Ber. XII, 1879.

des Rohres nach und nach in die zuerst vorhandene Luftleere aufsteigt. Diese Luft löst sich durch starkes Erhitzen von den Wandungen los und wird auf diese Weise vor der Umkehrung des Rohres entfernt. Es ist zu bemerken, dass das Auskochen des Barometers vorsichtig ausgeführt werden muss, einmal weil die Röhre leicht zerspringt und ferner, weil die Quecksilberdämpfe der Gesundheit nachtheilig sind.

Hat das Barometer die einfachste Form, welche in §. 70 angegeben ist, so kann man eine genaue Bestimmung der Höhe nur mittelst des Kathetometers erhalten. Ein mit dem Barometer fest verbundener Maassstab genügt nicht, weil die untere, grössere Oberfläche bei jeder Aenderung der Höhe der Quecksilbersäule im Rohre auch ihre Höhe, wenn auch in viel geringerem Maasse, ändert, und diese untere Höhe selbst nicht sicher an einem Maassstabe abgelesen werden kann. Das Barometer von Fortin hat einen verschiebbaren Behälterboden, so dass das untere Quecksilberniveau immer genau auf den Nullpunkt der Theilung, die mit dem Barometer fest verbunden ist, eingestellt werden kann. Der Nullpunkt der Theilung ist bei diesem Barometer durch eine Metallspitze charakterisirt, und wird das Quecksilberniveau so weit gehoben, dass dasselbe diese Spitze gerade berührt.

Fig. 210.



Fig. 211.



Die beiden erwähnten Barometer nennt man Gefässbarometer, zum Unterschiede von den jetzt zu erwähnenden, welche Heberbarometer genannt werden. Die bequemsten Formen der Heberbarometer sind in Fig. 210 und 211 abgebildet.

Bei dem Barometer Fig. 210 ist die Röhre verschiebbar, so dass das untere Niveau in jedem Falle auf den Nullpunkt der Theilung gebracht werden kann; die Ablesung an der oberen Theilung liefert dann die Höhe der Säule.

Bei dem Barometer Fig. 211 ist der Nullpunkt der Theilung an einer beliebigen Stelle zwischen den beiden Quecksilberniveaus angebracht, und von hieraus nach oben und unten die Theilung durchgeführt. Man liest dann die Stellung des oberen und unteren Niveau ab; ist das obere Niveau a mm vom Nullpunkte, das untere Niveau b mm vom Nullpunkte entfernt, so sind beide Niveaus um die Summe $(a + b)$ mm von einander entfernt. Die Theilung ist gewöhnlich auf dem Glase selbst angebracht, und da die Schwankungen des Barometers 60 mm selten übersteigen, so ist die Theilung nur in der Nähe der Niveaus in der Länge von je 50 mm ausgeführt.

Sobald die Barometerhöhe an dem Barometer selbst und nicht mittelst des Kathetometers bestimmt wird, ist darauf zu achten, dass das Barometer vertical steht.

Ausser den Quecksilberbarometern werden auch vielfach Metallbarometer oder Aneroïdbarometer zur Bestimmung des Luftdruckes ver-

wandt. Dieselben beruhen darauf, dass Röhren oder Kasten von Metall, welche mit verdünnter Luft gefüllt sind, eine verschieden starke Biegung annehmen, je nach dem grösseren oder geringeren Drucke der äusseren Atmosphäre. Diese Barometer werden empirisch mit Hülfe der Quecksilberbarometer graduirt und müssen dieselben häufig in Bezug auf ihre Constanz geprüft werden. Nur durch ihre leichte Transportfähigkeit haben die Aneroïde einen Vortheil gegenüber den Quecksilberbarometern; im Uebrigen stehen sie den letzteren nach.

§. 72.

Das Gesetz von Boyle oder Mariotte. — Eine Gasmasse, welche einen bestimmten Raum einnimmt, lässt sich auf einen kleineren Raum zusammendrücken. Der Druck, den das Gas auf die Wandungen des Gefässes, von welchem es eingeschlossen ist, ausübt, wird um so grösser, je kleiner das Volumen des Gases wird. Die Beziehung zwischen Druck und Volumen spricht das oben genannte Gesetz aus, welches lautet: Das Product aus dem Volumen und dem Drucke einer gegebenen Gasmasse ist unveränderlich, wenn die Temperatur des Gases constant ist.

$$P \,.\, V = const \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Der Druck des Gases, von dem in dem Gesetze die Rede ist, bezieht sich immer auf die gleiche Flächengrösse. Hat daher das Gas bei irgend einer Temperatur das Volumen V_1 und ist der Druck desselben pro Quadratcentimeter $= P_1$ kg, so ist bei der gleichen Temperatur für das Volumen V_2 der Druck P_2 des Gases, ebenfalls bezogen auf 1 qcm, durch die Gleichung:

$$P_2 \,.\, V_2 = P_1 \,.\, V_1$$

bestimmt.

Schreibt man die obige Gleichung in Form einer Proportion:

$$V_1 : V_2 = P_2 : P_1,$$

so kann man das Gesetz von Boyle auch so aussprechen: Die Volumina einer gegebenen Gasmasse verhalten sich bei unveränderter Temperatur umgekehrt wie die zugehörigen Drucke.

Um also das Volumen eines Gases durch Druckvermehrung auf den $n$ten Theil des Anfangsvolumens zu reduciren, muss der Druck n mal so gross als der anfängliche Druck werden.

Die Erfahrung hat nun gezeigt, dass kein einziges Gas das Boyle'sche Gesetz vollkommen befolgt. Geht man von dem Drucke aus, der von einer Quecksilbersäule ausgeübt wird, die 1 m lang ist, und bezeichnet man das Volumen des Gases bei diesem Drucke mit 1, so sollte nach dem Boyle'schen Gesetz der Druck, den das Gas bei dem Volumen $^1/_2$ ausübt, einer 2 m langen Quecksilbersäule entsprechen. Statt dessen findet Regnault[1])

[1]) Regnault, Mémoires de l'Academie des sciences, t. XXI.

			Differenz
bei Luft	den Druck gleich	1,9978 m	+ 0,0022
„ Stickstoff . .	„ „ „	1,9986 „	+ 0,0014
„ Kohlensäure .	„ „ „	1,9829 „	+ 0,0171
„ Wasserstoff .	„ „ „	2,0011 „	— 0,0011

In der folgenden Tabelle sind für einige grössere Drucke die Werthe zusammengestellt.

Volumen	Drucke in Metern			
	Luft	Differenz	Stickstoff	Differenz
1	1,0000	—	1,0000	—
$\frac{1}{2}$	1,9978	+ 0,0022	1,9986	+ 0,0014
$\frac{1}{5}$	4,9794	+ 0,0206	4,9868	+ 0,0132
$\frac{1}{10}$	9,9162	+ 0,0838	9,9436	+ 0,0564
$\frac{1}{20}$	19,7199	+ 0,2801	19,7886	+ 0,0114
	Kohlensäure	Differenz	Wasserstoff	Differenz
1	1,0000	—	1,0000	—
$\frac{1}{2}$	1,9829	+ 0,0171	2,0011	— 0,0011
$\frac{1}{5}$	4,8288	+ 0,1712	5,0116	— 0,0116
$\frac{1}{10}$	9,2262	+ 0,7738	10,0561	— 0,0561
$\frac{1}{20}$	16,7054	+ 3,2946	20,2687	— 0,2687

Aus der obigen Zusammenstellung erkennt man zunächst, dass der Wasserstoff in entgegengesetztem Sinne abweicht, wie die übrigen Gase. Denn während beim Wasserstoff die Drucke grösser sind, als sie nach dem Boyle'schen Gesetze sein sollten, sind die Drucke bei den übrigen Gasen kleiner, als dieses Gesetz sie verlangt. Das gleiche Resultat lässt sich auch in Bezug auf die Volumina aussprechen, da nach dem Boyle'schen Gesetze das Product aus Druck und Volumen constant sein soll. Man kann daher auch sagen, dass bei wachsendem Drucke der Wasserstoff grössere Volumina, die übrigen Gase dagegen kleinere Volumina annehmen, als dem Boyle'schen Gesetze entsprechen.

Dieses Verhalten der Gase, welches in der obigen Tabelle bis zu dem Drucke von 20 m Quecksilber sich darstellt, wird verändert, wenn man zu bedeutend höheren Drucken fortschreitet, wie besonders Natterer, Cailletet, Andrews und Amagat gezeigt haben. In diesen höheren Drucken ist das Volumen des Gases grösser, als es nach dem Boyle'schen Gesetze sein sollte, so dass hier die Gase sich ebenso verhalten, wie der Wasserstoff bei kleinen Drucken.

Als Beispiel möge das Aethylen dienen, welches von Amagat[1])

[1]) Amagat, Comptes rendus 1879.

untersucht, eine sehr starke Abweichung vom Boyle'schen Gesetze zeigt. Die erste Reihe der folgenden Tabelle stellt den Druck des Gases in Meter Quecksilber dar, die zweite Reihe das Product aus Druck und Volumen; die dritte Reihe ebenfalls dieses Product, wenn man den Anfangswerth desselben bei 24 m Druck gleich 1 setzt. Die Temperatur war nahezu gleich 20⁰.

P = Druck in Meter Quecksilber	PV	PV
24,00	21 473	1,0000
34,81	18 352	0,8547
45,13	12 263	0,5711
55,37	9 772	0,4511
63,96	9 370	0,4364
71,84	9 703	0,4517
83,96	10 675	0,4971
133,77	15 116	0,7040
214,48	22 115	1,0299
303,02	29 333	1,3661

Wie man sieht, nimmt zuerst das Product PV mit wachsendem Drucke ab; zwischen 60 und 70 m Druck hört diese Abnahme aber auf und von hier ab wächst das Product mit wachsendem Druck immer weiter.

Fasst man das Gesagte zusammen, so erhält man folgendes Resultat:

Das Product aus Druck und Volumen wächst beim Wasserstoff mit wachsendem Drucke.

Bei den übrigen Gasen nimmt dieses Product mit wachsendem Drucke, wenn man von kleinen Drucken ausgeht, zunächst so lange ab, bis ein bestimmter Druck erreicht ist, von da an nimmt das Product mit wachsendem Drucke immer mehr zu.

Diese Gase zeigen also bei einem bestimmten Drucke ein Minimum des Productes PV.

Der Druck, bei welchem dieses Minimum, also eine Umkehr in dem Verhalten des Gases gegenüber dem Boyle'schen Gesetz, eintritt, ist für verschiedene Gase verschieden, ebenso wie auch die Stärke der Abweichung von dem Boyle'schen Gesetze für verschiedene Gase verschieden ist.

Nach Amagat tritt für die Temperatur 20⁰ dieses Minimum des Productes PV ein

für	bei dem Drucke (in Meter Quecksilber)
Stickstoff	50
Sauerstoff	100
Luft	65
Kohlenoxyd	50
Sumpfgas	120
Aethylen	65

§. 73.

Begründung des Boyle'schen Gesetzes aus der Constitution der Gase.[1]) — Der Druck, den ein Gas ausübt, rührt, wie im §. 68 gezeigt wurde, von den Stössen her, die von den Molecülen des Gases gegen die Wand ausgeführt werden. Wie in demselben Paragraph weiter dargelegt wurde, ist bei unveränderter Temperatur die Anzahl der Stösse, welche pro Flächeneinheit der Wand in der Zeiteinheit erfolgen, für den Druck maassgebend, so dass der Druck proportional der Anzahl dieser Stösse ist.

Man denke sich einen Würfel, dessen Kante gleich a ist, mit Gas gefüllt, und diesen Würfel von allen Seiten so comprimirt, dass ein neuer Würfel entsteht, dessen Kante gleich 1 ist. Eine Fläche des ersteren Würfels empfängt dann in einer Secunde eine bestimmte Anzahl Stösse, die mit n bezeichnet werde.

In Folge der Compression werden die Stösse, welche früher die Wand des grösseren Würfels erhielt, auf die kleinere Wand des zweiten Würfels zusammengedrängt, und daher erhält die kleinere Würfelfläche zunächst die gleiche Anzahl Stösse, wie früher die grössere erhalten hatte, also n Stösse. Es kommt aber noch ein weiterer Umstand hinzu. Durch die Compression ist der mittlere Abstand der Molecüle kleiner geworden und zwar in demselben Verhältniss, wie die Kante des Würfels abgenommen hat, also im Verhältniss von $a:1$. Je kleiner aber die mittleren Abstände der Molecüle sind, um so häufiger erfolgen ihre Zusammenstösse; in Folge der Compression ist daher die Zahl der Zusammenstösse im Verhältniss von $1:a$ gewachsen. In gleichem Verhältniss wird auch die Würfelwand häufiger gestossen, so dass bei dem kleineren Würfel die Wand $n\,.\,a$ Stösse in derselben Zeit erhält, in welcher die Wand des grösseren Würfels n Stösse empfangen hat.

Um hieraus ein Maass für die Drucke abzuleiten, hat man zu berechnen, wie viel Stösse gleich grosse Flächenstücke in beiden Fällen erhalten. Die Flächeneinheit des kleinen Würfels, dessen Wand gleich der Flächeneinheit ist, erhält $n\,.\,a$ Stösse; die Flächeneinheit des grösseren Würfels, dessen Wand n Stösse erhält und die Fläche a^2 hat, erhält $\frac{n}{a^2}$ Stösse.

Es verhält sich daher der Druck pro Flächeneinheit bei dem kleineren Würfel zu dem Druck pro Flächeneinheit bei dem grösseren Würfel wie

$$na : \frac{n}{a^2}$$

oder wie

$$a^3 : 1.$$

Das Volumen des kleinen Würfels ist aber $= 1$, dasjenige des grösseren Würfels $= a^3$. Daher verhalten sich die Drucke, umgekehrt

---

[1]) Krönig, Pogg. Ann. 99 (1856). Clausius, Gesammelte Abhandlungen S. 229. Pogg. Ann. 100 (1857). O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase, 1877.

wie die zugehörigen Volumina : das gleiche Resultat, welches das Boyle'sche Gesetz verlangt.

Man sieht leicht, dass der obige Beweis auch Geltung behält, wenn das Volumen des Gases eine beliebige Gestalt hat, so dass das Gesetz allgemein aus der Constitution der Gase abgeleitet ist.

Eine genauere Betrachtung, die wir hier übergehen wollen, zeigt, dass die Ableitung des Boyle'schen Gesetzes auch durchführbar ist, wenn man zwei Umstände berücksichtigt, 1) dass die einzelnen Gasmolecüle verschiedene Geschwindigkeit besitzen, 2) dass die Molecüle unter verschiedenen Winkeln die Wand treffen.

§. 74.

Erklärung der Abweichungen vom Boyle'schen Gesetze und Verbesserung desselben. — Die Gase befolgen das Boyle'sche Gesetz nicht vollkommen und zwar ist für alle Gase, mit Ausnahme des Wasserstoffs, die Abweichung bei niedrigen Drucken entgegengesetzt jener bei höheren Drucken.

Es giebt nun zwei Ursachen, welche eine Abweichung vom Boyle'schen Gesetz bewirken und welche im vorigen Paragraphen übergangen sind.

Die erste Ursache ist die Cohäsion, welche zwischen den Molecülen des Gases vorhanden ist; diese Cohäsion ist zwar sehr gering, aber sie ist nicht gleich Null; denn von der Anziehung, welche zwei Körper auf einander ausüben, sind die Gasmolecüle nicht ausgeschlossen. In Folge dieser Cohäsionskräfte wird das Volumen eines Gases kleiner, als dies ohne deren Wirkung geschehen würde. Die Cohäsionskräfte bewirken also, dass das Product aus Druck und Volumen mit wachsendem Drucke kleiner wird.

Die zweite Ursache, welche eine Abweichung vom Boyle'schen Gesetze hervorbringt, ist die Ausdehnung der Molecüle. Es ist bei der Ableitung des Boyle'schen Gesetzes im vorigen Paragraphen vorausgesetzt, dass der mittlere Abstand der Molecüle in demselben Maasse kleiner werde, als die Kante des dort betrachteten Würfels sich verkleinert. Dies ist aber, wie sich leicht zeigen lässt, nur richtig, wenn die Molecüle nicht ausgedehnt sind.

Es mögen a und b, Fig. 212, zwei punktförmige Molecüle darstellen; ihr Abstand ist ab. Nimmt man in der Mitte von ab ein drittes Molecül c an, so ist der Abstand zweier benachbarter Molecüle gleich $\frac{ab}{2}$.

Nimmt man dagegen zwei kugelförmige Molecüle in a und b an, Fig. 213, und ist der Radius beider gleich r, so ist der Abstand beider

Fig. 212.



Fig. 213.



Molecüle gleich $(ab - 2r)$. Wird ein drittes Molecül c in der Mitte von ab vorausgesetzt, so ist der Abstand zweier benachbarter Molecüle nicht

$\frac{ab - 2r}{2} = \frac{ab}{2} - r$, sondern wie man unmittelbar sieht, gleich $\frac{ab}{2} - 2r$. Der mittlere Abstand zweier ausgedehnter Molecüle wird also bei der Compression kleiner, als er im vorigen Paragraphen abgeleitet wurde. Da nun alle Molecüle eine Ausdehnung besitzen, so trifft das Gesagte immer zu. Die Folge davon ist, dass die Molecüle häufigere Zusammenstösse erfahren und daher auch der Druck grösser wird, als dies ohne Beachtung dieses Umstandes der Fall sein würde.

Die Ausdehnung der Molecüle bewirkt also, dass das Product aus Druck und Volumen mit wachsendem Druck grösser wird.

Die betrachteten beiden Ursachen rufen daher im entgegengesetzten Sinne Abweichungen vom Boyle'schen Gesetze hervor; sie erklären vollständig die Beobachtungen. Beim Wasserstoff wächst das Product aus Druck und Volumen fortwährend mit wachsendem Druck. Es sind also bei diesem Gase die Cohäsionskräfte von so geringer Bedeutung, dass sie den Einfluss der Ausdehnung der Molecüle nicht überwinden können; dieser letztere Einfluss ist vorherrschend, und daher wächst das Product aus Druck und Volumen.

Bei den übrigen Gasen verhält sich die Sache anders. Hier sind die Cohäsionskräfte schon von solcher Grösse, dass sie bei nicht grossen Anfangsdrucken den Einfluss der Ausdehnung überragen. Es wird daher zunächst das Product aus Druck und Volumen mit wachsendem Drucke kleiner. Je grösser aber der Druck, je kleiner also der mittlere Abstand der Molecüle wird, um so mehr kommt der Einfluss der Ausdehnung zur Geltung, bis er schliesslich die Wirkung der Cohäsionskräfte überragt; sobald dies eingetreten ist, wird das fragliche Product mit wachsendem Drucke grösser, gerade so wie es die Beobachtungen ergeben.

Van der Waals[1]) hat beiden Ursachen, welche Abweichungen vom Boyle'schen Gesetze hervorbringen, durch eine doppelte Correction der Formel Rechnung getragen. Wie bemerkt wurde, wirken die Cohäsionskräfte so, dass das Volumen des Gases kleiner wird; sie vertreten also einen Druck, der sich zu dem äusseren Drucke addirt. Statt der Formel von Boyle

$$P \,.\, V = const$$

muss daher

$$(P + A)\, V = const$$

gesetzt werden. Die Grösse A lässt noch eine nähere Bestimmung zu.

Die Cohäsionskräfte sind durch die Anziehung der Molecüle unter einander hervorgebracht; daher ist die Grösse derselben zunächst der Anzahl der anziehenden Molecüle proportional, andererseits aber auch der Anzahl der angezogenen Molecüle, und daraus folgt, dass die mit A bezeichnete Grösse dem Quadrat der Anzahl der Molecüle proportional ist. Die Anzahl der Molecüle in der Volumeinheit ist aber der Dichtigkeit des Gases proportional und bei einer gegebenen Gasmasse ist die Dichtigkeit umgekehrt proportional dem Volumen, welches das Gas

---

[1]) Van der Waals, Die Continuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes. Uebersetzt von F. Roth 1881.

einnimmt. Es ist daher A dem Quadrat des Volumens umgekehrt proportional, so dass man hat

$$A = \frac{a}{V_2},$$

wenn mit a eine constante Zahl bezeichnet wird. Daher wird die vorige Gleichung

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right) V = const.$$

Die Ausdehnung der Molecüle bewirkt, dass der Raum, der den Molecülen zur Bewegung dient, kleiner ist, als das in die Rechnung eingeführte Volumen V. Zieht man daher eine Grösse b von dem Gesammtvolumen V ab, so ist die Ausdehnung der Molecüle berücksichtigt. Die Grösse b ist dann die Summe der Volumina, welche durch die Ausdehnung der Molecüle in Anspruch genommen wird. Daher erhält man statt der Boyle'schen Formel endlich die folgende:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = const \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Dies ist die Formel, welche von van der Waals abgeleitet wurde.

Es hat also sowohl der Druck, als auch das Volumen eine Correction erfahren; die auf den Druck bezügliche rührt von der Cohäsion, die auf das Volumen bezügliche von der Ausdehnung der Molecüle her.

In Hinsicht der Grösse b ist zu bemerken, dass b nicht die wirkliche Summe der Molecülvolumina darstellt. Hat man n Molecüle in dem Volumen V und hat jedes Molecül das Volumen v, so ist $n \,.\, v$ die Summe der Molecülvolumina, es ist aber, wie van der Waals zeigt,

$$n \,.\, v = \frac{b}{4},$$

so dass also b viermal so gross ist, als die Summe der Molecülvolumina; wir werden hierauf später zurückkommen.

Die Werthe a und b sind für die verschiedenen Gase verschieden und werden empirisch bestimmt. Die Zusammendrückung des Aethylens, für welches früher die Abweichungen bei hohen Drucken angegeben wurden, wird bei 20^0 nach Baynes durch folgende Formel dargestellt:

$$\left(P + \frac{0{,}00786}{V^2}\right)(V - 0{,}0024) = 1{,}08225.$$

In dieser Formel bezeichnet P den Druck in Atmosphären.

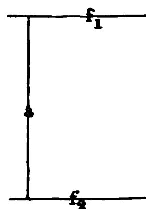
Für eine andere Temperatur ändert sich nur die Grösse 1,08225 auf der rechten Seite obiger Gleichung. In welcher Weise diese Aenderung eintritt, wird später bei Betrachtung der Ausdehnung der Gase durch die Wärme beleuchtet.

§. 75.

Grösse des Druckes, den ein Gas ausübt, und die mittlere Geschwindigkeit der Molecüle. — Die Grösse des Druckes

eines Gases gegen eine Wand hängt von der Anzahl der Stösse, welche die Wand von den Molecülen in der Zeiteinheit erfährt, und von der Masse und der Geschwindigkeit der Molecüle ab. Die Stösse erfolgen zwar nicht alle senkrecht zu der betrachteten Wand, vielmehr kommen Stösse gegen die Wand in Richtungen vor, welche die verschiedensten Winkel mit der Wand bilden. Man kann nun entweder alle diese Stösse betrachten und die zur Wand senkrechten Componenten derselben bestimmen, oder aber von vornherein die leichter zu behandelnde Annahme machen, dass alle Molecüle sich nur nach drei zu einander senkrechten Richtungen bewegen und dass eine dieser Richtungen senkrecht zu der betrachteten Wand steht, während die beiden anderen Richtungen dann der Wand parallel sind. Diejenigen Molecüle, welche sich parallel zur Wand bewegen, bringen natürlich keine Stösse gegen die Wand hervor und tragen zum Drucke gegen diese Wand nichts bei, es bleiben daher nur die Molecüle zur Berücksichtigung übrig, welche sich senkrecht zur Wand bewegen. Da man annehmen darf, dass die drei zu einander senkrechten Richtungen, in denen sich die Molecüle in ihrer Gesammtheit bewegen, ganz gleichwerthig sind, so wird für jede Richtung eine gleich grosse Anzahl Molecüle kommen. Hat daher der ganze Raum n Molecüle, so werden sich $\frac{1}{3} n$ Molecüle nach jeder der betrachteten Richtungen bewegen.

Fig. 214.



Man denke sich jetzt zwei Flächen von der Grösse $f_1 = f_2$ (Fig. 214) in dem Abstande a parallel zu einander, so dass hierdurch und durch die seitliche Begrenzung ein Raum $a . f_1 = v$ bestimmt ist; zwischen diesen Flächen f_1, f_2 bewege sich ein Molecül mit der constanten Geschwindigkeit u hin und her. Sobald das Molecül eine Fläche f_1 trifft, wird es wie eine elastische Kugel zurückgeworfen und bewegt sich zu der anderen Fläche f_2, wo das Gleiche eintritt. Es fragt sich nun zunächst, wie oft wird das Molecül die Fläche f_1 in einer Secunde stossen. Nach dem ersten Stosse muss das Molecül den Weg $2a$ (nämlich nach f_2 hin und von f_2 her) machen, um einen zweiten Stoss auszuführen. Wenn nun das Molecül in der Zeit einer Secunde den Weg u vollendet, so macht es den Weg $2a$ in derselben Zeit $\frac{u}{2a}$ mal, und daher wird es in einer Secunde die Wand f_1 auch $\frac{u}{2a}$ mal stossen.

Sind in dem betrachteten Raume $a . f_1 = v$ im Ganzen n Molecüle vorhanden, so bewegen sich $\frac{1}{3} n$ Molecüle zwischen den Wänden f_1 und f_2, und diese $\frac{1}{3} n$ Molecüle werden daher auf die Wand f_1 in einer Secunde $\frac{1}{3} n \cdot \frac{u}{2a}$ Stösse ausführen. In diesem Falle, wo n Molecüle sich bewegen, wird zwar nicht jedes einzelne Molecül die Wand $\frac{u}{2a}$ mal stossen; vielmehr werden viele Molecüle, ehe sie die Wand erreichen, von anderen Molecülen gestossen und so daran verhindert, bis zur Wand vorzudringen.

Für das Resultat ist dieses aber ohne Bedeutung; denn in gleicher Weise, wie einige Molecüle weniger oft, als $\frac{u}{2a}$ mal in der Secunde die Wand stossen werden andere Molecüle die Wand häufiger treffen, so dass im Ganzen von $\frac{1}{3}n$ Molecülen die Wand pro Secunde $\frac{1}{3}n \cdot \frac{u}{2a}$ Stösse erleidet.

Die Wirkung der Wand besteht nun darin, dass die Bewegungsrichtung des die Wand treffenden Molecüls umgekehrt wird; es vollzieht sich diese Wirkung dadurch, dass zuerst die Geschwindigkeit des Molecüls aufgehoben und dann dem Molecül eine der ersten an Grösse gleiche, de Richtung nach entgegengesetzte Geschwindigkeit mitgetheilt wird. Ist m die Masse des Molecüls, so ist $2m \,.\, u$ die Kraft, welche das Gesagte z leisten im Stande ist. Ein jeder Stoss wirkt daher mit einer Kraft gleic

$$2m \,.\, u.$$

Da nun in der Zeit einer Secunde $\frac{1}{3}u \cdot \frac{u}{2a}$ Stösse erfolgen, so ist de Druck, den alle diese Stösse zusammengenommen auf die Fläche f_1 hervorbringen, gleich

$$p_1 = 2m \cdot u \cdot \frac{1}{3}n \cdot \frac{u}{2a} = \frac{1}{3}\,\frac{m \,.\, n \,.\, u^2}{a}.$$

Um hieraus den Druck p pro Flächentheil zu erhalten, hat man nu p_1 durch f_1 zu dividiren, also

$$p = \frac{p_1}{f_1} = \frac{1}{3}\,\frac{m \,.\, n \,.\, u^2}{a \,.\, f_1}.$$

Ersetzt man hier $a \,.\, f_1$ durch das Volumen v, so hat man

$$p = \frac{1}{3}\,\frac{m \,.\, n \,.\, u^2}{v}.$$

Dieser Gleichung, welche den Druck angiebt, kann man noch ei einfachere Gestalt geben, wenn man von der Volumeinheit ausgeht u die Zahl der Molecüle in der Volumeinheit gleich N setzt; man erhä dann

$$p = \frac{1}{3}m \,.\, N \,.\, u^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; .$$

Hier sind die drei Grössen m, N, u unbekannt; aber es lassen si zwei Grössen gleichzeitig leicht bestimmen. Das Product $m \,.\, N$ ste offenbar die Masse des betrachteten Gases dar; ist daher q das Gewic der Volumeneinheit und g die Beschleunigung bei der Schwere, so ist

$$m \,.\, N = \frac{q}{g}$$

und daher wird jetzt

$$p = \frac{1}{3}\,\frac{q u^2}{g}.$$

In dieser Gleichung ist nur noch u oder die Geschwindigkeit Gasmolecüls unbekannt, und es lässt sich die Gleichung daher verwerth diese Geschwindigkeit zu berechnen.

Nehmen wir für v 1 cbm Luft, welches sich unter dem Drucke von 1 Atmosphäre befindet, so ist p der Druck pro Quadratmeter, oder $= 10\,333$ kg. q oder das Gewicht des Cubikmeters Luft ist bei 0^0 und unter dem Drucke von 1 Atmosphäre gleich 1,293 kg, und da ferner $g = 9{,}81$ m ist, so wird

$$u^2 = \frac{3p \, . \, g}{q} = \frac{3 \, . \, 10\,333 \, . \, 9{,}81}{1{,}293}$$
$$u = 485 \text{ m}.$$

Es ist also für Luft die mittlere Geschwindigkeit der Molecüle bei 0^0 gleich 485 m.

Um für andere Gase die Werthe von u zu berechnen, braucht man in die obige Gleichung nur die entsprechenden Werthe von q einzusetzen. Bezeichnet man mit s das specifische Gewicht eines Gases, bezogen auf Luft als Einheit, so ist das Gewicht eines Cubikmeters dieses Gases gleich $q \, . \, s$. Daher wird für dieses Gas

$$u = \frac{485}{\sqrt{s}}.$$

Bezeichnet man die Dichtigkeit des Gases 1 mit s_1, des Gases 2 mit s_2, und entsprechend die mittleren Geschwindigkeiten der Molecüle, so ist daher

$$u_1 : u_2 = \frac{485}{\sqrt{s_1}} \cdot \frac{485}{\sqrt{s_2}}$$

oder

$$u_1 : u_2 = \sqrt{s_2} : \sqrt{s_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Diese Gleichung sagt aus: Die Moleculargeschwindigkeiten zweier Gase verhalten sich umgekehrt, wie die Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeiten.

Nach obiger Gleichung findet Clausius

für Luft . . .	$u =$	485 m
„ Sauerstoff. .	$u =$	461 „
„ Stickstoff . .	$u =$	492 „
„ Wasserstoff .	$u =$	1844 „

Die vorstehenden Werthe der Geschwindigkeiten stellen Mittelwerthe bestimmter Art dar. Wie früher erwähnt, haben die verschiedenen Molecüle derselben Gasmasse bei gleicher Temperatur verschiedene Geschwindigkeiten. Denkt man sich nun den sämmtlichen Molecülen des Gases die gleiche Geschwindigkeit beigelegt, welche so gross ist, dass der Druck, den die Molecüle dann ausüben würden, gleich jenem ist, den sie thatsächlich ausüben, so ist die so bestimmte Geschwindigkeit die in den Zahlen angegebene. Da ferner der Druck eines Gases dem Quadrate der Geschwindigkeit a proportional ist, so ist u jene Geschwindigkeit, deren Quadrat gleich dem mittleren Quadrate sämmtlicher Geschwindigkeiten ist.

Nimmt man an, dass die Geschwindigkeit eines Molecüls u_1, eines zweiten u_2, u. s. w., also des $n$ten Molecüls gleich u_n ist, so ist die von Clausius berechnete Geschwindigkeit u durch die Gl[illegible]

$$u^2 = \frac{u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2}{n}$$

bestimmt, so dass

$$u = \sqrt{\frac{u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2}{n}}.$$

Man sieht aus dieser Formel, dass u nicht gleich dem arithmetischen Mittel sämmtlicher Geschwindigkeiten ist. Nennt man das arithmetische Mittel der Geschwindigkeiten sämmtlicher Molecüle ω, so ist

$$\omega = \frac{u_1 + u_2 + \cdots + u_n}{n}.$$

Es ist dann der Druck p, wie Maxwell gezeigt hat, gleich

$$p = \frac{\pi}{8} m . N\omega^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 7)$$

Ein Vergleich dieser Gleichung mit der früheren

$$p = \frac{1}{3} m . N . u^2$$

zeigt, dass

$$\frac{\pi}{8} \omega^2 = \frac{1}{3} \cdot u^2,$$

also

$$\omega = 0{,}92 \ldots u.$$

Es ist also ω kleiner, als u.

§. 76.

Mittlere freie Weglänge der Gasmolecüle und Häufigkeit der Zusammenstösse. — Den Weg, den ein Molecül von einem bis zum folgenden Zusammenstosse macht, nennt man die freie Weglänge des Molecüls. Diese Weglänge ist nicht constant, d. h. die Wege, welche das Molecül zwischen je zwei Zusammenstössen ausführt, sind nicht einander gleich. Bildet man von allen Weglängen das Mittel, so erhält man die mittlere Weglänge. Dieselbe hängt von zwei Grössen ab, 1) von der Anzahl der Molecüle, welche sich in der Volumeinheit befinden, 2) von der Grösse des Molecüls. Je grösser die Anzahl der Molecüle pro Volumeinheit ist, um so kleiner ist die Entfernung zweier Molecüle, wenn man sich dieselben gleichmässig vertheilt als ruhend denkt. Denkt man sich ferner zwischen diesen ruhenden Molecülen ein einziges Molecül, welches durch den ganzen Raum sich bewegt, so wird letzteres um so mehr Molecüle treffen, je kleiner der Abstand derselben ist. Die Weglänge ist also umgekehrt proportional der Anzahl der in der Volumeinheit befindlichen Molecüle, oder der Dichtigkeit. Für das gleiche Gas ist daher das Product aus Weglänge und Dichtigkeit eine constante Grösse.

Bei der Vergleichung verschiedener Gase kommt auch die Grösse des Molecüls in Betracht. Je grösser das Molecül ist, um so kleiner ist der Weg zwischen zwei Zusammenstössen.

Bezeichnet man die mittlere Weglänge eines Molecüls mit l, so ergiebt sich die Zahl der Zusammenstösse, welche das Molecül in einer Secunde mit anderen Molecülen erfährt, in folgender Weise. Da das Molecül den Weg u in einer Secunde zurücklegt, so legt es den Weg l in der Zeit $\frac{l}{u}$ zurück. Nennt man diese Zeit t, so ist

$$t = \frac{l}{u}.$$

Wir werden später sehen, dass l bedeutend kleiner als u ist, daher ist auch t bedeutend kleiner als 1. Nach dem Vorliegenden giebt t die Zeit an, welche zwischen zwei Zusammenstössen liegt; daher stellt $\frac{1}{t}$ die Zahl der Zusammenstösse selbst dar, welche ein Molecül in einer Secunde erfährt. Es ist aber

$$\frac{1}{t} = \frac{u}{l}.$$

In dieser Gleichung ist nur u oder die mittlere Geschwindigkeit des Molecüls bekannt; die Transpiration der Gase wird auch den Werth von l kennen lehren.

§. 77.

Ausströmen der Gase durch die enge Oeffnung einer Wand. — Der Druck eines Gases gegen eine Wand wird durch die Stösse hervorgerufen, welche die Gasmolecüle gegen die Wand ausführen. Wenn die Wand eine Oeffnung hat, so tritt an der Stelle der Oeffnung den Molecülen kein Widerstand entgegen und die letzteren werden daher durch die Oeffnung hindurchtreten. Das Volumen des durch die Oeffnung hindurchtretenden Gases hängt von der Anzahl der Stösse ab, die das Flächenstück der Wand, welches gleiche Grösse mit der Oeffnung hat, in der Zeiteinheit erleidet. Für die Anzahl der Stösse auf die Wand f_1 wurde in §. 75 der Werth

$$\frac{1}{3} n \cdot \frac{u}{2a}$$

gefunden.

Geht man von der Volumeinheit aus (setzt also $a = 1$), und bezeichnet man mit N die Anzahl der Molecüle in derselben, so ist die Anzahl der Stösse auf die Flächeneinheit pro Secunde gleich

$$\frac{1}{6} N \,.\, u.$$

Man sieht also, dass das Volumen der ausgeflossenen Gasmenge der Anzahl N und der Geschwindigkeit u proportional ist.

Vergleicht man verschiedene Gase in Hinsicht ihrer Ausflussvolumina unter gleichen Umständen mit einander, so ist für verschiedene Gase die Zahl N gleich. Denn nach dem Avogadro'schen Satze haben verschiedene Gase in der Volumeinheit eine gleiche Anzahl Molecüle, wenn Druck und Temperatur der Gase gleich sind.

Lässt man daher verschiedene Gase unter gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur durch die gleiche Oeffnung strömen, so verhalten sich die in gleichen Zeiten austretenden Volumina derselben, wie die zugehörigen Geschwindigkeiten u. Da nun ferner in §. 75 der Satz nachgewiesen wurde: „die Moleculargeschwindigkeiten zweier Gase verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeit", so folgt unmittelbar, dass die in gleichen Zeiten austretenden Volumina verschiedener Gase sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Dichtigkeit verhalten. Vergleicht man endlich statt der Volumina, welche in gleichen Zeiten austreten, die Zeiten mit einander, in denen gleiche Volumina austreten, so hat man den Satz: die Ausflusszeiten gleicher Volumina verschiedener Gase sind den Quadratwurzeln der specifischen Gewichte direct proportional.

Die Beobachtungen haben dieses Gesetz genügend bestätigt, wie aus folgender Tabelle Graham's hervorgeht:

	Ausflusszeit durch eine Messingplatte	Quadratwurzel aus dem specifischen Gewichte
Luft	1	1
Sauerstoff	1,051	1,050
Stickstoff	0,986	0,984
Kohlensäure . . .	1,237	1,197
Wasserstoff. . . .	0,263	0,276

Ebenso, wie bei den Flüssigkeiten, kann man auch bei den Gasen das Volumen der Ausflussmenge theoretisch bestimmen, und dieses Volumen mit dem beobachteten vergleichen. Man findet hier dann auch das gleiche Resultat, wie bei den Flüssigkeiten: die theoretische Ausflussmenge ist stets grösser, als jene durch das Experiment bestimmte. Es tritt aber auch hier eine Contraction des Stahles ein, wodurch die Ausflussmenge geringer wird. Da diese Contraction unabhängig von der Natur des Gases ist, so hat dieselbe auf die Vergleichung zweier Gase keinen Einfluss und wird daher das obige Gesetz nicht dadurch berührt.

Bunsen hat dieses Gesetz, nach welchem die Ausflusszeiten gleicher Volumina den Quadratwurzeln der specifischen Gewichte direct proportional sind, dazu verwerthet, diese Dichtigkeiten durch Beobachtungen der Ausflusszeiten zu bestimmen [1]).

§. 78.

Ausströmen der Gase durch capillare Röhren; innere Reibung der Gase [2]). — Wie bei den Flüssigkeiten tritt auch bei den Gasen eine innere Reibung auf, wenn dieselben enge Röhren durchfliessen. Dieselben Gesetze, welche in §. 67 für die Flüssigkeiten abgeleitet wurden, gelten auch für den Durchgang der Gase durch capillare Röhren. Der damals bestimmte Reibungscoefficient η lässt sich also durch die Beobachtung des in der Zeiteinheit durch die Capillare von der Länge L aus-

---

[1]) Vergl. §. 176. — [2]) O. E. Meyer, Pogg. Ann. **125** (1865), **127** (1866), **143** (1871), **148** (1873), Kinetische Theorie der Gase 1877.

geflossenen Volumens V des Gases bestimmen, wenn man den Druck des Gases und den Radius des Capillarrohres kennt. Es ist daher

$$V = \frac{\pi (p_1 - p_2) R^4}{8 \, . \, \eta \, . \, L} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 8)$$

In dieser Formel bezeichnet p_1 den Druck des Gases am Anfange der Capillare, p_2 den Druck am Ende derselben; $p_1 - p_2$ ist also der wirksame Druck.

R bedeutet den Radius; L die Länge der Capillare; V das Volumen des durch die Capillare in der Zeit einer Secunde durchtretenden Gases, bezogen auf den mittleren Druck $\frac{p_1 + p_2}{2}$.

Der Reibungscoefficient ist daher gleich:

$$\eta = \frac{\pi (p_1 - p_2) R^4}{8 \, . \, V \, . \, L} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 9)$$

Die Bestimmung des Reibungscoefficienten hat aber bei den Gasen noch eine weiter gehende Bedeutung, indem dieselbe die mittlere Weglänge l der Molecüle zu berechnen gestattet. Um dieses zu erläutern, wollen wir den einfachsten Fall der Reibung betrachten, der auch bei den Flüssigkeiten die Bedeutung des Reibungscoefficienten leicht darzulegen gestattete.

Man denke sich eine horizontale Gasschicht von der Dicke 1 mm, deren unterste Schicht ruhend ist, und deren oberste Schicht sich in einer Secunde um 1 mm in horizontaler Richtung bewegt. Es wird dann jede Zwischenschicht ebenfalls eine horizontale Geschwindigkeit besitzen, die um so grösser ist, je näher sie bei der obersten Schicht sich befindet. Die Geschwindigkeit jeder Schicht ist der Entfernung von der untersten proportional, so dass eine Schicht, die um l mm höher ist (wo l kleiner als 1) als eine andere, auch eine Geschwindigkeit besitzt, die um l mm grösser ist.

Da die Reibung zweier Schichten von dem Geschwindigkeitsunterschiede der beiden Schichten abhängt, dieser Unterschied für je zwei benachbarte Schichten aber gleich ist, so ist auch die Reibung zwischen zwei Schichten immer gleich gross.

Wenn wir nun diese Betrachtung speciell auf Gase anwenden, so haben wir zunächst der Entstehung der inneren Reibung bei den Gasen selbst unsere Aufmerksamkeit zu schenken [1]).

Die Molecüle des Gases bewegen sich in einer ruhenden Masse mit grosser Geschwindigkeit nach allen Richtungen; bei Luft von 0^0 beträgt diese Geschwindigkeit durchschnittlich 485 m, wie in §. 75 gezeigt wurde. Wenn jetzt eine Gasschicht von 1 mm Dicke noch eine fortschreitende Bewegung annimmt, so dass die oberste Schicht eine Geschwindigkeit von 1 mm annimmt, jede tiefer gelegene Schicht sich aber langsamer bewegt, so werden die Molecüle der einen Schicht in Folge ihrer ursprünglichen Geschwindigkeit in andere Schichten übergehen. Jedes Molecül, welches von unten nach oben sich bewegt, kommt also in eine schneller bewegte Schicht und wird gezwungen, an dieser schnelleren Bewegung theil-

[1]) O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase, S. 128.

zunehmen; diese Vergrösserung seiner horizontalen Geschwindigkeit tritt aber auf Kosten der übrigen in der Schicht befindlichen Molecüle ein, welche einen Theil ihrer Geschwindigkeit abgeben. Die von unten eintretenden Molecüle bieten also gleichsam der Bewegung einen Widerstand dar und die Grösse dieses Widerstandes hängt von dem Geschwindigkeitsunterschiede des betrachteten Molecüls gegenüber den übrigen ab.

Nennen wir, wie früher, l die mittlere Weglänge des Molecüls und nehmen wir an, dass N Molecüle, welche die mittlere Geschwindigkeit u haben, sich in der Volumeinheit befinden, so würden

$$\frac{1}{6} N \,.\, u$$

Molecüle pro Secunde von unten nach oben durch die Flächeneinheit hindurchgehen, wie im vorigen Paragraphen gezeigt ist.

Stelle *abcd*, Fig. 215, eine Gasschicht von der Ausdehnung der Flächeneinheit und von der Dicke der mittleren Weglänge l dar. Nimmt man an, dass jedes Molecül die freie Weglänge l besitze, so wird auch jedes Molecül, welches durch die Fläche *cd* in die Schicht senkrecht zu derselben eintritt, innerhalb der Schicht *abcd* ein dort befindliches Molecül treffen, und dann seine Geschwindigkeit in horizontaler Richtung vermehren. Jedes Molecül hat vor dem Stosse den Weg l zurückgelegt, dasselbe kommt daher aus einer Schicht, die um l mm tiefer, als die Schicht jenes Molecüls liegt, welches von dem ersteren getroffen wird. Wie eben erwähnt, hat aber eine Schicht, die um l mm tiefer liegt, als eine andere, auch eine um l mm kleinere horizontale Geschwindigkeit. Das von unten durch *cd* eintretende Molecül mit der Masse m vermindert daher die Bewegungsquantität der Schicht *abcd* um die Grösse

Fig. 215.



$$m \,.\, l,$$

und da in der Zeiteinheit $\frac{1}{6} Nu$ Molecüle eintreten, so bewirken diese eine Verminderung von

$$m \cdot l \cdot \frac{1}{6} \cdot N \cdot u.$$

Ferner bewegen sich ebenso viel Molecüle, wie von unten nach oben durch *cd* hindurchgehen, auch in umgekehrter Richtung aus der Schicht *abcd* durch *cd* von oben nach unten. Diese Molecüle bringen der Geschwindigkeit der unteren Schicht einen Gewinn auf Kosten der oberen Schicht, und zwar ist der Betrag ebenso gross wie der vorhin berechnete.

Es ist daher die ganze Verminderung der Bewegung der Schicht *abcd*, welche sie von unten erleidet, gleich

$$2 \cdot m \cdot l \cdot \frac{1}{6} \cdot Nu$$

$$= \frac{1}{3} m \,.\, N \,.\, l \,.\, u.$$

Eine ebenso grosse Vermehrung der Bewegung erfährt die Schicht *abcd* von oben; diese beiden Grössen gleichen sich aus und dadurch wird es

bewirkt, dass die Schicht mit constanter Geschwindigkeit sich in horizontaler Richtung bewegt.

Die Verminderung der Bewegung, welche jede höher gelegene von der unteren erfährt, stellt die Reibung dar, und die Grösse dieser Reibung, welche oben berechnet ist, liefert unter den angegebenen Voraussetzungen den Reibungscoëfficienten η der inneren Reibung, so dass

$$\eta = \frac{1}{3} m \,.\, N \,.\, l \,.\, u \quad \ldots \ldots \quad 10)$$

Mittelst dieser Gleichung ist es möglich, die mittlere Weglänge l eines Molecüls zu bestimmen, wenn der Reibungscoefficient durch das Experiment gefunden ist; die Berechnung ist im §. 80 ausgeführt.

§. 79.

Die innere Reibung eines Gases ist unabhängig von seiner Dichte. — In dem soeben abgeleiteten Ausdrucke für den Reibungscoefficienten stellt das Product $m \,.\, N$ die Masse der N Molecüle dar; ersetzt man daher $m \,.\, N$ durch M, so bezeichnet M die Masse des Gases pro Volumeinheit, oder seine absolute Dichtigkeit. Es ist daher

$$\eta = \frac{1}{3} M \,.\, l \,.\, u.$$

Die Grösse der Reibung oder der Reibungscoefficient ist also proportional dem Producte aus der absoluten Dichtigkeit und der mittleren Weglänge der Molecüle. Dieses Product ist aber für das gleiche Gas constant, wie im §. 76 gezeigt ist; denn in demselben Verhältnisse als die Zahl der Molecüle pro Volumeinheit wächst, wird die mittlere Weglänge kleiner. Die Dichtigkeit hat also keinen Einfluss auf die Grösse der Reibung. So auffallend dieses Resultat zunächst erscheint, so verständlich wird dasselbe durch folgende Ueberlegung [1]). Da die Molecüle selbst die Reibung bewirken, so wird zunächst, wenn man von allem anderen absieht, die Reibung proportional der Anzahl der wirksamen Molecüle, oder proportional der Dichtigkeit sein. Andererseits kann aber die Wirksamkeit dieser Molecüle nur stattfinden in Gasschichten, deren Dicke von den Molecülen ohne Zwischenstösse durchschritten wird, daher muss die Reibung auch proportional der freien Weglänge der Molecüle sein. Das Vorstehende zusammenfassend, kann man sagen, dass, je mehr Molecüle vorhanden sind, um so kleiner das Feld ihrer Thätigkeit bei der Reibung wird.

Die Folgerung, aus der Theorie, nach welcher die Reibung unabhängig von der Dichtigkeit ist, wurde durch Maxwell und O. E. Meyer zuerst durch Versuche bestätigt.

§. 80.

Zusammenstellung der Resultate und Zahlenwerthe für Luft. — Bezeichnet m die Masse eines Molecüls, N die Anzahl der

[1]) O. E. Meyer, Die kinetische Theorie der Gase, S. 132.

Molecüle pro Volumeinheit, u die mittlere Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung, so ist der Druck p des Gases pro Flächeneinheit

$$p = \frac{1}{3} m \,.\, N \,.\, u^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}$$

Stellt ferner l die mittlere freie Weglänge des Molecüls dar, so ist der Reibungscoefficient η

$$\eta = \frac{1}{3} m \,.\, N \,.\, l \,.\, u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}$$

Ersetzt man $m \,.\, N$ durch M, die Masse der Volumeinheit des Gases, so ist

$$p = \frac{1}{3} M u^2$$

und

$$\eta = \frac{1}{3} M \,.\, l \,.\, u.$$

Die erste Gleichung liefert den Werth von u und die zweite den Werth von l:

$$u = \sqrt{\frac{3p}{M}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I a)}$$

$$l = \frac{3\eta}{M \,.\, u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II a)}$$

Als Einheiten mögen gewählt sein:

1 Centimeter . . . als Längeneinheit,
1 Gramm . . . . als Gewichtseinheit,
1 Secunde . . . . als Zeiteinheit.

Betrachten wir die Gase bei 0° und unter dem Drucke von 1 Atmosphäre, so ist p gleich 1033, indem eine Quecksilbersäule von 76 cm Höhe und 1 qcm Querschnitt 1033 g wiegt.

Die Grösse M oder die Masse der Volumeinheit des Gases ist gleich

$$M = \frac{q}{g},$$

wo q das Gewicht von 1 ccm Gas darstellt, wenn dasselbe bei 0° unter dem Drucke von 1 Atmosphäre steht, und g die Beschleunigung bedeutet. Das Gewicht von 1 ccm Luft ist 0,001293 g, und das Gewicht desselben Volumens eines anderen Gases ist daher 0,001293 . s, wenn s das specifische Gewicht des Gases, bezogen auf Luft als Einheit, darstellt. Da ferner g gleich 981 cm ist, so ist

$$M = \frac{0{,}001293 \,.\, s}{981}.$$

Daher erhält man aus I a):

$$u = \sqrt{\frac{3 \,.\, 1033 \,.\, 981}{0{,}001293 \,.\, s}}.$$

Für Luft ist $s = 1$, also $u = 48\,500$ cm.

In den obigen Einheiten ist der Reibungscoefficient der Luft für 0^0 gefunden

$$\eta = 0{,}000000171.$$

Daher ist nach II a) die mittlere Weglänge eines Luftmolecüls für den Druck einer Atmosphäre und die Temperatur 0^0:

$$l = \frac{3 \,.\, 0{,}000000171 \,.\, 981}{0{,}001293 \,.\, 48\,500} = 0{,}0000080 \text{ cm}.$$

Die Anzahl der Stösse, welche ein Luftmolecül in einer Secunde unter den angegebenen Umständen (0^0, 76 cm Druck) erleidet, ist nach §. 77:

$$\frac{u}{l} = \frac{48\,500}{0{,}0000080} = 6\,000\,000\,000.$$

Es wird also jedes Molecül der Luft in einer Secunde durchschnittlich 6000 Millionen mal von anderen Molecülen gestossen.

Ehe wir die entsprechenden Werthe von u und l für andere Gase angeben, wollen wir hervorheben, dass der Reibungscoefficient η häufig in anderen Einheiten angegeben wird. Statt das Gramm als Gewichtseinheit zu betrachten, wie es oben geschehen ist, wird das Gramm als Masseneinheit betrachtet, so dass 1 ccm Wasser von 4^0 die Masse 1 besitzt. Bei dieser Betrachtung ist die Masse von 1 ccm Luft nicht gleich

$$\frac{0{,}001293}{981},$$

sondern gleich

$$0{,}001293.$$

Der Druck p ist dann nicht gleich dem Gewicht einer bestimmten Quecksilbersäule, sondern gleich der Wirkung der Schwerkraft auf diese Säule; es ist daher p nicht gleich

$$1033,$$

sondern gleich

$$1033 \,.\, 981.$$

Setzt man diese Werthe ein, so wird der Werth von u nicht geändert.

Der Werth von η wird aber ein anderer, wie unmittelbar aus der Formel des §. 78 hervorgeht, welche dazu dient, η durch das Experiment zu bestimmen:

$$\eta = \frac{\pi (p_1 - p_2) R^4}{8 \,.\, V \,.\, L}.$$

Nach der neuen Bestimmung ist der Druck 981 mal grösser als früher, und da in η der Druck eingeht, so wird also auch η in gleicher Weise vergrössert.

Während oben η gleich 0,000000171 bestimmt wurde, ist es jetzt gleich

$$0{,}000000171 \,.\, 981 = 0{,}000168.$$

Der Werth von l wird aber eben so wenig wie jener von u geändert, denn es ist

$$l = \frac{3 \,.\, 0{,}000168}{0{,}001293 \,.\, 48\,500} = 0{,}0000080,$$

derselbe Werth, der früher erhalten wurde.

§. 81.

Zahlenwerthe für einige andere Gase. — In der folgenden Tabelle sind für einige andere Gase die beobachteten und berechneten Werthe zusammengestellt.

Die erste Reihe enthält das specifische Gewicht des Gases, bezogen auf Luft als Einheit.

Die zweite Reihe giebt die Reibungscoefficienten, bezogen auf den Reibungscoefficienten des Sauerstoffes als Einheit; die so bestimmten Reibungscoefficienten werden nach Graham Transpirationscoefficienten genannt. Die folgenden Werthe beziehen sich auf 0°.

Die dritte Reihe stellt die Moleculargeschwindigkeit u in Centimetern dar.

Die vierte endlich enthält die mittlere Weglänge l des Molecüls in Centimetern.

Name des Gases	Specifisches Gewicht, bezogen auf Luft als Einheit	Transpirationscoefficient = Reibungscoefficient, bezogen auf Sauerstoff als Einheit	Moleculargeschwindigkeit u in Centimetern	Mittlere Weglänge l in Centimetern
Luft	1,	0,899	48 500	0,0000080
Wasserstoff . . .	0,0693	0,439	184 300	149
Sauerstoff	1,1056	1,000	46 100	85
Stickstoff	0,9714	0,873	49 200	79
Kohlensäure . . .	1,5290	0,755	39 200	55

§. 82.

Die Grösse eines Molecüls und die Anzahl der in einem Cubikcentimeter enthaltenen Molecüle. — In §. 74 wurde die Formel von van der Waals,

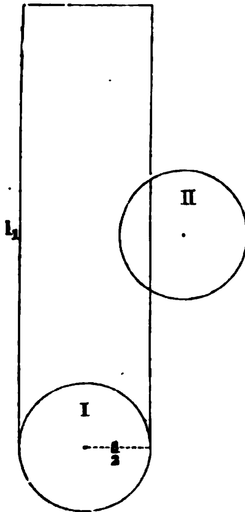
$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = const,$$

angegeben, welche dazu dient, an Stelle des Boyle'schen Gesetzes, den Zusammenhang von Druck und Volumen bei den Gasen darzustellen. Die Grösse b, welche sich empirisch bestimmen lässt, kann nun, wie van der Waals gezeigt hat, dazu dienen, die Grösse eines Molecüls zu bestimmen.

Der Radius eines Molecüls, welches kugelförmig vorausgesetzt wird, sei $\frac{s}{2}$; alsdann ist der Abstand zweier Molecülcentra im Augenblicke des Stosses gleich $2 \cdot \frac{s}{2} = s$.

Wenn nun ein Molecül den Weg l_1 durchläuft, ohne ein anderes Molecül zu treffen, so beschreibt dasselbe einen Cylinder, der an dem einen Ende kugelförmig begrenzt ist. Statt dieses Cylinders kann man näherungsweise einen anderen mit ebenen Grundflächen setzen, dessen Höhe $\left(l_1 + \frac{s}{2}\right)$ und dessen Radius $\frac{s}{2}$ ist. Damit das Molecül auf dem betrachteten Wege auch seitlich kein Molecül berühre, dürfen die Centra der seitlichen Molecüle sich nur bis auf die Entfernung von $\frac{s}{2}$ dem Mantel des Cylinders nähern. Denn würde, wie in Fig. 216 dargestellt ist, das Centrum eines Moleculs (II) dem Cylindermantel näher kommen, so würde das sich von unten nach oben bewegende Molecül (I) dieses zweite stossen. Damit daher das Molecül (I) einen freien Weg von der Länge l_1 finde, muss ein Cylinder von folgenden Dimensionen frei von Molecülen sein; der Radius des Cylinders muss gleich s, und die Höhe muss gleich $\left(l_1 + \frac{s}{2}\right)$ sein. Das Volumen dieses Cylinders ist

Fig. 216.



$$\left(l_1 + \frac{s}{2}\right)\pi \,.\, s^2 = \lambda^3 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 11)$$

Es stellt hier λ^3 jenes Volumen dar, in welchem sich durchschnittlich ein Molecül der Gasmasse befindet. Enthält daher die ganze Gasmasse (vom Volumen V) n Molecüle, so ist $n\,.\,\lambda^3$ gleich dem Volumen des Gases, oder es ist

$$n\,.\,\lambda^3 = V.$$

In der obigen Ableitung bezeichnet l_1 die freie Weglänge eines Molecüls unter der Voraussetzung, dass nur das betrachtete Molecül sich bewegt, alle übrigen aber in Ruhe sind. Bewegen sich nun aber, wie es thatsächlich der Fall ist, alle Molecüle, so wird die Höhe des Cylinders, durch welchen ein Molecül sich bewegt, ohne von den anderen Molecülen gestossen zu werden, kleiner und zwar beträgt dieselbe nur $\frac{3}{4}$ von der vorigen [1]). Bezeichnet man in diesem Falle die freie Weglänge mit l, so ist

$$l + \frac{s}{2} = \frac{3}{4}\left(l_1 + \frac{s}{2}\right)$$

oder

$$l_1 + \frac{s}{2} = \frac{4}{3}\left(l + \frac{s}{2}\right).$$

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 105 (1858).

Durch Einführung dieses Werthes wird die obige Gleichung:

$$\frac{4}{3}\left(l + \frac{s}{2}\right)\pi \, . \, s^2 = \lambda^3 \quad \ldots\ldots \quad 12)$$

oder

$$l = \frac{\lambda^3 - \frac{2}{3}\pi s^3}{\frac{4}{3}\pi \, . \, s^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 13)$$

Würde man auf die Ausdehnung der Molecüle bei der Bestimmung von l keine Rücksicht nehmen, so hätte man statt der Gleichungen 12) und 13) die folgenden:

$$\frac{4}{3} l \, . \, \pi s^2 = \lambda^3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12a)$$

oder

$$l = \frac{\lambda^3}{\frac{4}{3}\pi s^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 13a)$$

Die Grösse $\frac{2}{3}\pi s^3$ giebt also an, welches Volumen von λ^3 abzuziehen ist, um die Ausdehnung der Molecüle in Betracht zu ziehen.

Aus der Vergleichung mit der Formel von van der Waals folgt nun

$$\lambda^3 \, . \, n - \frac{2}{3}\pi s^3 n = V - b$$

oder

$$b = \frac{2}{3}\pi \, . \, s^3 \, . \, n.$$

Da ferner das Volumen eines Molecüls, dessen Radius gleich $\frac{s}{2}$ ist, gleich

$$\frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{s}{2}\right)^3 = x$$

ist, so hat man

$$b = \frac{2}{3}\pi s^3 n = n \cdot \frac{4}{3}\pi\left(\frac{s}{2}\right)^3 \cdot 4 = n \, . \, x \, . \, 4,$$

daher ist b gleich dem vierfachen Werthe der Summe der Molecularvolume, wie es in §. 74 angegeben wurde.

Kehren wir nun zur Gleichung 13) zurück, so kann man statt derselben schreiben:

$$l = \frac{ns \, . \, \lambda^3 - \frac{2}{3}\pi s^3 \, . \, ns}{\frac{4}{3}\pi s^3 n}.$$

Berücksichtigt man, dass

$$n \cdot \lambda^3 = V$$

und

$$\frac{2}{3}\pi s^3 n = b,$$

so hat man

$$l = \frac{s \,.\, V - b \,.\, s}{2b} = \frac{V - b}{2b} \cdot s,$$

daher

$$s = l \cdot \frac{2b}{V - b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 14)$$

Diese Gleichung lässt s, den Durchmesser eines Molecüls berechnen, sobald die freie mittlere Weglänge l und die Grösse b bekannt ist.

Für Luft (bei Zimmertemperatur und bei dem Drucke einer Atmosphäre) ist nach van der Waals:

$$l = 0{,}00007 \text{ mm}$$

$$b = 0{,}00197 \,.\, V,$$

daher ist der Durchmesser eines Molecüls:

$$s = 0{,}00007 \cdot \frac{2 \,.\, 0{,}00197 \,.\, V}{V(1 - 0{,}00197)} = 0{,}00000027 \text{ mm}.$$

Das Volumen eines Molecüls ist:

$$x = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{s}{2}\right)^3 = \frac{1}{6}\pi \,.\, s^3 = \frac{1}{6}\pi \cdot (0{,}00000027)^3 \text{ cmm}.$$

Das Gesammtvolumen aller Molecüle in einem Cubikmillimeter ist

$$\frac{b}{4} = \frac{0{,}00197}{4} = 0{,}00049 \text{ cmm}.$$

Da l und b für verschiedene Gase verschieden ist, so sind auch die Molecüle verschiedener Gase verschieden gross. Die obigen Werthe des Durchmessers und des Volumens beziehen sich auf ein Luftmolecül und geben daher einen Werth an, der einen Mittelwerth zwischen den entsprechenden Werthen von Sauerstoff und Stickstoff bildet.

Die Anzahl der Molecüle in einem Cubikmillimeter ist:

$$\frac{0{,}00049}{x} = \frac{0{,}00049}{\frac{1}{6}\pi \cdot (0{,}00000027)^3} = 5 \,.\, 10^{16} = n.$$

Diese Zahl n ist nach dem Gesetze von Avogadro unabhängig von der Natur des Gases.

§. 83.

Diffusion der Gase ohne poröse Scheidewand. — Bei der Berührung zweier Flüssigkeiten tritt eine Mischung nicht immer, sondern nur unter bestimmten Bedingungen ein. Die Natur der Flüssigkeiten ist das Bedingende, denn während sich Wasser und Alkohol mischen, findet bei Wasser und Oel keine Mischung statt. Bei den Gasen fällt

jede Einschränkung fort; alle Gase mischen sich mit einander. Diese Mischung, Diffusion genannt, tritt auch entgegengesetzt der Wirkung der Schwere auf. Wird ein Ballon mit Wasserstoff oberhalb eines mit Kohlensäure gefüllten Ballons angebracht und stellt man durch die Oeffnung eines Hahnes die Verbindung beider Gase, welche sich unter gleichem Druck und gleicher Temperatur befanden, her, so tritt der Wasserstoff allmälig nach unten und die Kohlensäure allmälig nach oben, obschon letztere mehr als zwanzigmal schwerer als der Wasserstoff ist. Nach einer hinreichend langen Zeit haben sich beide Gase ganz gleichmässig auf beide Ballons vertheilt, so dass jede Volumeinheit die gleiche Zusammensetzung hat.

Die Diffusion der Gase folgt unmittelbar aus der Bewegung der Molecüle. Wenn zwei verschiedene Gase in Berührung sind, so sind dieselben nicht durch eine undurchdringliche Wand getrennt. Die Molecüle des ersten Gases, welche gegen die Begrenzungsebene beider Gase sich bewegen, werden vielmehr nur dann zurückgestossen, wenn sie gerade ein Molecül des zweiten Gases treffen; ist dies nicht der Fall, so dringen sie, wenn auch zunächst nur eine kurze Strecke, in den Raum ein, der früher für das zweite Gas reservirt war. Die so eingedrungenen Molecüle erhalten Stösse von den Molecülen des anderen Gases, wodurch sie rückwärts und dann wieder vorwärts gestossen werden, bis schliesslich beide Arten von Molecülen sich gleichmässig über den ganzen Raum vertheilt haben. Nach dieser Auffassung lässt sich die Diffusion zweier verschiedener Gase mit der Diffusion eines Gases in sich selbst vergleichen. Denkt man sich einen Raum in einer Gasmasse gleichartiger Molecüle für einen Augenblick abgegrenzt und dann diese Begrenzung aufgehoben, so werden sich die Molecüle, welche der Raum enthielt, allmälig nach allen Seiten verbreiten, und statt ihrer andere Molecüle in den Raum eintreten.

Dass trotz der grossen Geschwindigkeit, welche ein Molecül durchschnittlich besitzt, die Diffusion zweier verschiedener Gase sich nur langsam vollendet, beruht darauf, dass die Wege, welche die Molecüle von einem bis zum andern Stosse machen, ausserordentlich klein sind. Damit ein Molecül den Weg von einem Punkte a, bis zu einem Punkte b, der um 1 cm vom Punkte a entfernt ist, vollende, hat es nicht bloss die Strecke von 1 cm zu durchlaufen, sondern muss, weil es sehr zahlreiche hin- und hergehende zickzackförmige Bewegungen ausführt, thatsächlich einen Weg von vielen Metern machen.

Der Druck eines Gasgemisches ist nach dem Dalton'schen Gesetze gleich der Summe der Drucke, welche jeder Bestandtheil für sich allein ausübt. Befinden sich daher in einem Raume die Gase 1, 2..., und würde das Gas 1, wenn es allein in dem Raume wäre, den Druck p_1, ebenso das Gas 2 den Druck p_2... etc. besitzen, so ist der Druck, den alle Gase zusammen ausüben, gleich

$$p = p_1 + p_2 + p_3 \dots$$

Es verhält sich hiernach der Druck eines Gasgemisches gerade so wie der Druck eines einzigen Gases. In beiden Fällen rührt der Druck her von den Stössen, welche die Flächeneinheit der Begrenzungswand durch die anprallenden Molecüle erfährt. Denkt man sich in einer Gasmasse gleichartiger Molecüle die Gesammtheit der Molecüle in verschiedene

Gruppen eingetheilt, so würde jede Gruppe, für sich allein betrachtet, einen bestimmten Druck, herrührend von den durch die Molecüle dieser Gruppe veranlassten Stössen, ausüben. Der Gesammtdruck ist dann offenbar gleich der Summe der Einzeldrucke, welche jede Gruppe für sich allein bewirkt. Wenn jetzt die verschiedenen Gruppen nicht gleichartige, sondern Molecüle enthalten, die von Gruppe zu Gruppe verschieden sind, so hat dies auf die obige Betrachtung keinen Einfluss; auch jetzt übt jede Molecülgruppe einen bestimmten Druck aus und der thatsächlich beobachtete Druck des Gasgemisches ist gleich der Summe der Drucke, den jede Gruppe für sich allein ausübt. Dies ist aber das Gesetz von Dalton.

Wird ein Gas, dessen Volumen v_1 und dessen Druck p_1 ist, mit einem anderen Gase von dem Volumen v_2 und dem Drucke p_2 zusammengebracht in einen Raum V, welcher kein anderes Gas enthält, so wird der resultirende Druck gleich

$$P = \frac{v_1 p_1 + v_2 p_2}{V}$$

sein. Denn das Gas 1 würde für sich allein in dem Raume V den Druck P_1

$$P_1 = \frac{v_1 p_1}{V}$$

ausüben; das Gas 2 würde für sich allein in dem Raume V den Druck P_2

$$P_2 = \frac{v_2 p_2}{V}$$

besitzen. Daher ist der Druck, den beide Gase zusammen bewirken, gleich

$$P_1 + P_2 = P = \frac{v_1 p_1 + v_2 p_2}{V}.$$

§. 84.

Diffusion der Gase durch poröse Scheidewände. — Werden zwei verschiedene Gase durch eine trockene poröse Scheidewand getrennt, so vermag die Scheidewand die Trennung der Gase nicht zu erhalten; vielmehr tritt ein Austausch der Gase durch die Poren der Scheidewand ein, auch wenn der Druck, unter welchem die Gase zu beiden Seiten der Scheidewand stehen, zu Anfang des Versuches gleich ist und während desselben gleich gehalten wird. Es zeigt sich hierbei, dass die in entgegengesetzter Richtung durch die Scheidewand gehenden Volume der beiden verschiedenen Gase nicht einander gleich sind; dass also verschiedene Gase solche Scheidewände mit ungleicher Geschwindigkeit durchströmen.

Würde man den Durchgang der Gase durch poröse Scheidewände betrachten können als einen Durchgang durch enge Oeffnungen in einer dünnen Wand, so müssten sich dieselben Gesetze ergeben, die für diesen Fall §. 77 abgeleitet wurden. Daher müssten die in gleichen Zeiten austretenden Volume verschiedener Gase sich umgekekrt wie die Quadrat-

wurzeln der Dichte verhalten. Graham[1]), welcher die ersten genaueren Versuche über die Diffusion der Gase machte, fand nun in der That, dass das obige Gesetz nahezu bestätigt werde. So erhielt er z. B. 3,1 Volumina Wasserstoff, welche in der gleichen Zeit durch einen Gypspfropf diffundirten, wie 1 Volumen Luft; die Quadratwurzeln der Dichtigkeiten von Luft zu Wasserstoff verhalten sich aber wie 3,8 : 1.

Aus der Differenz von 3,8 und 3,1 geht hervor, dass die Diffusionsgeschwindigkeiten durch poröse Scheidewände nicht vollständig mit den Ausflussgeschwindigkeiten durch Oeffnungen in dünner Wand übereinstimmen. Andererseits hat Bunsen nachgewiesen, dass die Diffusionsgeschwindigkeiten auch nicht direct mit den Ausflussgeschwindigkeiten durch capillare Röhren zu vergleichen sind. Zu dem Zwecke wurde die Zeit bestimmt, welche erforderlich war, damit bei einer constant gehaltenen Druckdifferenz ein gewisses Volumen des Gases durch einen Gypspfropf hindurchging, wenn auf beiden Seiten des Pfropfes das gleiche Gas sich befand. Es zeigte sich hierbei, dass die Durchströmungsgeschwindigkeit der Druckdifferenz proportional ist, ein Resultat, welches auch bei der Transpiration durch capillare Röhren gefunden wurde. Die Geschwindigkeiten, welche unter sonst gleichen Umständen (gleiche Druckdifferenz, gleiche Scheidewand) verschiedene Gase lieferten, lassen eine Uebereinstimmung mit der Transpiration durch capillare Röhren aber nicht zu. Bei der Transpiration sind die Volume, also auch die Geschwindigkeiten den Reibungscoefficienten umgekehrt proportional, während dies bei dem Durchgang durch poröse Scheidewände nicht der Fall war. So fand Bunsen[2]) bei dem Gypspfropf:

die Durchströmungsgeschwindigkeit von Wasserstoff zur Durchströmungsgeschwindigkeit von Sauerstoff
= 2,71 : 1.

Dagegen verhält sich

der Reibungscoefficient des Sauerstoffs zu dem Reibungscoefficienten des Wasserstoffs
= 2,28 : 1.

Hieraus ergiebt sich, dass die Diffusion durch poröse Scheidewände auch nicht mit der Transpiration durch capillare Röhren identificirt werden darf. Uebrigens ist zu bemerken, dass das Verhältniss 2,71 : 1, welches eben beim Wasserstoff und Sauerstoff angegeben wurde, nicht das Verhältniss der Diffusionsgeschwindigkeiten von Wasserstoff zu Sauerstoff darstellt. Bei Ermittelung der obigen Zahlen war auf beiden Seiten des Pfropfens immer das gleiche Gas, und es ist zweifellos, dass bei dieser Einrichtung auch eine Gasmenge von der Seite des geringeren Druckes zur anderen Seite übergeht. Die Beobachtung liefert also dann die Differenz der durchgetretenen Gasvolume.

Das Verhältniss der Diffusionsgeschwindigkeiten, welches dadurch ermittelt wird, dass verschiedene Gase auf den beiden Seiten des Pfropfens sich befinden, ist grösser als das eben angegebene. Wie erwähnt, fand

---

[1]) Graham, Pogg. Ann. 17 (1829), 28 (1833).
[2]) Bunsen, Gasometrische Methoden.

Graham für das Verhältniss von Wasserstoff : Luft den Werth 3,1 : 1; Bunsen fand für die gleichen Gase 3,4 : 1.

Der Austausch von Gasen, welcher durch poröse Scheidewände hindurch stattfindet, ist bei chemischen Operationen wohl zu beachten. Durch Erhitzen von Braunstein in einer irdenen Retorte lässt sich kein reines Sauerstoffgas erhalten, sondern es mischt sich demselben Stickstoff und Kohlensäure bei, denn es tritt eine Diffusion ein zwischen dem erzeugten Sauerstoff in der Retorte einerseits und dem Stickstoff und der Kohlensäure in dem Ofen, worin die Retorte erhitzt wird, andererseits. Wird ein irdener Tiegel auch mit aufgekittetem Deckel zwischen Kohlen zum Glühen erhitzt, so dringen doch die ihn umgebenden Gase, Stickstoff und Kohlensäure, durch die Tiegelwand in ihn ein.

Die Diffusion durch poröse Scheidewände findet eine wichtige Anwendung bei der Untersuchung, ob ein Gas ein Gemisch mehrerer gasförmiger Körper sei oder nicht. Sumpfgas (CH_4) hat dasselbe specifische Gewicht (0,554) und dieselbe Zusammensetzung, wie ein Gemisch gleicher Volume Dimethyl (C_2H_6) (specif. Gewicht 1,039) und Wasserstoff (H_2) (specif. Gewicht 0,069). Beide liefern daher bei der Verbrennung gleiche Mengen Kohlensäure und Wasser, also ganz dieselben Resultate. Um zu entscheiden, ob ein brennbares Gas, für welches die Analyse eine gewisse Zusammensetzung ergeben hat, ein Gasgemisch sei oder nicht, lässt man es aus einem Gypspfropf theilweise gegen atmosphärische Luft diffundiren, und untersucht dann, ob das nun in der Röhre neben eingetretener atmosphärischer Luft noch enthaltene brennbare Gas dieselbe Zusammensetzung hat, wie das ursprüngliche. Ist das der Fall, so war das Gas ein ungemischtes; ist aber das Gas ein Gemisch zweier Gase von ungleichem specifischen Gewicht (z. B. Dimethyl und Wasserstoff), so ändert sich seine Zusammensetzung bei der Diffusion (es tritt relativ mehr von dem specifisch leichteren Wasserstoff durch den Gypspfropf aus der Glasröhre in die Atmosphäre, als von dem specifisch schwereren Dimethyl). — Atmosphärische Luft, obgleich ein Gemisch mehrerer Gase, verhält sich bei der Diffusion nahezu wie ein ungemischtes Gas, weil für die es vorzugsweise zusammensetzenden Gase, Sauerstoff und Stickstoff, die specifischen Gewichte (1,105 und 0,971) und noch mehr die Quadratwurzeln aus denselben (1,053 und 0,986) sich sehr nahe kommen.

§. 85.

Absorption der Gase durch starre Körper. — Die Anziehung der starren Körper gegen die Gase bewirkt eine Verdichtung der die starren Körper umgebenden Gase an der Oberfläche der ersteren. Je poröser der Körper ist, um so grösser ist die wirksame Oberfläche und um so stärker ist die Verdichtung des Gases. Bringt man in einen durch Quecksilber abgesperrten Raum, welcher mit Gas gefüllt ist, einen stark verdichtenden starren Körper, so verräth die Volumverminderung, dass grosse Mengen des Gases von dem Körper aufgenommen oder absorbirt werden.

Die Absorption der Gase durch starre Körper ist übrigens nicht allein durch die physikalische Beschaffenheit der letzteren bedingt, sondern

hängt auch von der chemischen Natur sowohl der Körper, als auch der Gase ab. Man hat gefunden, dass der gleiche Körper verschiedene Gase in verschiedener Menge absorbirt; so absorbirt Kohle eine viel grössere Menge von Ammoniak, als von Kohlensäure. Andererseits wird das gleiche Gas von verschiedenen Körpern in verschiedener Menge absorbirt. Nach Saussure absorbirt ein Volumen Buchsbaumkohle bei 11° bis 13° C. folgende Volume Gas unter dem Druck von 724 mm.

Ammoniak	90	Vol.	Kohlensäure	35	Vol.
Chlorwasserstoff	85	„	Kohlenoxyd	9,4	„
Schweflige Säure	65	„	Sauerstoff	9,2	„
Schwefelwasserstoff	55	„	Stickstoff	7,5	„
Stickoxydul	40	„	Wasserstoff	1,75	„

Bei einem Drucke von 730 mm und bei 15° C. wurden von Meerschaum, Gyps und Seide folgende Volume absorbirt

	Meerschaum		Gyps		Seide	
Ammoniak	15,0	Vol.	—	Vol.	78,1	Vol.
Stickoxydul	3,75	„	—	„	—	„
Kohlensäure	5,26	„	0,43	„	1,1	„
Kohlenoxyd	1,17	„	—	„	0,3	„
Sauerstoff	1,49	„	0,58	„	0,44	„
Stickstoff	1,60	„	0,53	„	0,13	„
Wasserstoff	0,44	„	0,50	„	0,30	„

Der Druck und die Temperatur sind bei der Absorption von Einfluss. Bei höherem Drucke absorbirt ein starrer Körper dem Volumen nach weniger, dem Gewichte nach mehr Gas, als bei niedrigerem Drucke. Eine Druckverminderung (z. B. mit der Luftpumpe) bewirkt also, dass der starre Körper, welcher Gas absorbirt hat, Gas abgiebt; das zurückbleibende Gasvolumen ist aber, auf den neuen geringeren Druck reducirt, grösser, als das Volumen der gesammten Gasmenge vor der Druckverminderung war. Hieraus folgt unmittelbar, dass man eine poröse Substanz durch fortgesetztes Pumpen niemals ganz von dem absorbirten Gase befreien kann.

Mit wachsender Temperatur wird die Absorption geringer. Man wird daher durch Temperaturerhöhung und durch Druckverminderung die verdichteten Gasmengen am leichtesten entfernen. Um der Kohle ihr volles Absorptionsvermögen zu geben, glüht man sie in möglichst luftleerem Raume vor dem Gebrauche aus.

Die Verdichtung der Gase an der Oberfläche starrer Körper ist in manchen Fällen zu beachten. In einem Barometerrohre ist Luft an der inneren Oberfläche verdichtet; dieselbe löst sich nach Herstellung des Barometers von den Wänden allmälig los und steigt in den luftleeren Raum. Wird aber vor der Umkehr des Rohres dasselbe ausgekocht, so geht die Luft mit den Quecksilberdämpfen fort. Die gläsernen Stöpsel sind von verdichteter Luft umgeben und verschliessen daher die Flaschen nicht vollkommen u. s. w.

Bei jeder Verdichtung der Gase tritt eine Wärmeentwickelung ein; da die Absorptionserscheinungen starrer Körper auf Verdichtungen zurückzuführen sind, so findet also auch bei diesen eine Wärmeentwickelung statt, und zwar ist diese um so grösser, je weiter die Verdichtung fort-

schreitet. Platinmohr absorbirt das 250fache seines Volumens Sauerstoff und wird in Folge der dabei frei werdenden Wärme zum Glühen erhitzt. Platinschwamm absorbirt viel weniger Sauerstoff; lässt man aber gegen den mit Sauerstoff bedeckten Platinschwamm Wasserstoff strömen, so tritt auch eine Verdichtung des Wasserstoffs ein; durch die frei werdende Wärme geräth der Platinschwamm ins Glühen und entzündet den Wasserstoff (Döbereinisches Feuerzeug).

Werden mehrere Gase gleichzeitig dem starren Körper zur Absorption dargeboten, so tritt zuweilen eine stärkere Absorption ein, als wenn jedes einzelne Gas für sich absorbirt wird. Eine Kohle, welche Sauerstoff enthält, absorbirt mehr Wasserstoff, als eine von Sauerstoff freie Kohle; ebenso bewirkt die Gegenwart von Wasserstoff in der Kohle eine stärkere Absorption des Stickstoffes. In den meisten Fällen tritt indess das Gegentheil ein, so dass von den einzelnen Bestandtheilen eines Gasgemenges nicht so viel absorbirt wird, als wenn dieselben allein vorhanden wären. Kohle, welche an freier Luft Sauerstoff und Wasserdampf absorbirt hat, nimmt nur etwa 15 Volume Kohlensäure auf, während sie frisch geglüht 35 Volume davon absorbirt.

§. 86.

Hauchbilder. — Wenn man auf Glas oder auf eine glatte Metallplatte, die frisch gereinigt ist, einen Metallstempel (Siegel) oder eine beliebige Platte legt und diese etwa eine Stunde liegen lässt, so zeigt sich, wenn man später das Glas oder das Metall behaucht, ein Bild des Stempels oder der aufgelegten Platte. Die Bilder entstehen auch, wenn das Glas von dem Stempel nicht berührt wird, aber beide in einem geringen Abstande (Dicke eines Glimmerblättchens) von einander sich befinden. Während bei den vorstehenden Versuchen immer einige Zeit in Anspruch genommen wird, gelingt der folgende Versuch sofort ohne einen Zeitaufwand. Beschreibt man mit einem Holzstabe auf einer Glasplatte, welche längere Zeit mit der Luft in Berührung war, eine beliebige Linie, so wird letztere sofort sichtbar, sobald man das Glas behaucht.

Diese Versuche, welche von Moser[1]) zuerst angestellt wurden, erklären sich aus der Verdichtung der Luft an der Oberfläche der Körper. Durch die Berührung der Glasplatte mit Holz wird die verdichtete Luft an den berührten Stellen theilweise fortgenommen, und daher tritt jetzt beim Behauchen an diesen Stellen eine andere Verdichtung des Wasserdampfes ein, als an den nicht vom Holze berührten Stellen. Ebenso bewirkt die Berührung des Stempels mit der Glasplatte oder auch das nur nahe Gegenüberstehen der beiden Körper eine Veränderung der Gasatmosphäre. Die erhabenen Stellen des Stempels wirken anders auf die Verdichtung des Gases, als die tiefer gelegenen, und dies macht sich bei der Behauchung bemerkbar. Dass die obige Erklärung richtig ist, folgt unmittelbar daraus, dass die fraglichen Bilder nicht entstehen, wenn beide Körper (also z. B. Platte und Stempel) ganz rein sind.

---

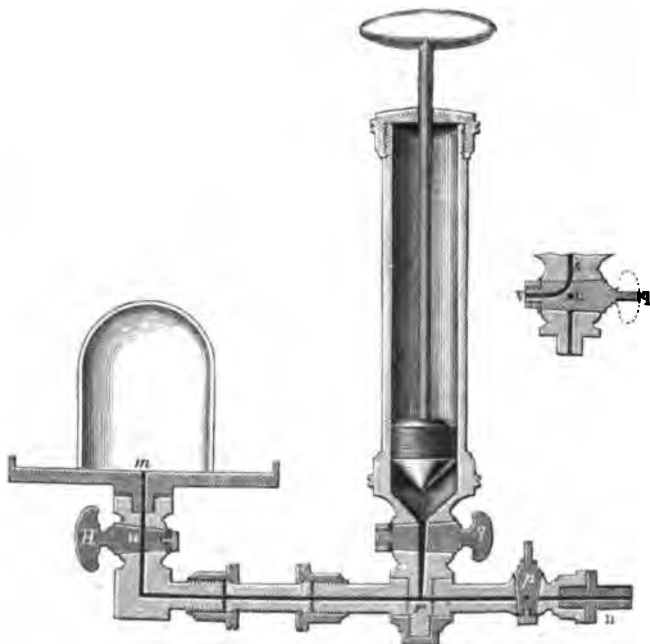
[1]) Moser, Pogg. Ann. 56, 57 (1842).

§. 87.

Apparate. 1. Luftpumpe. — Die Luftpumpe beruht auf dem Vermögen der Luft, immer den ganzen Raum gleichmässig auszufüllen, der ihr dargeboten wird.

Fig. 217 zeigt eine Luftpumpe einfachster Construction. In einem hohlen inwendig sehr glatten Cylinder, dem Stiefel, lässt sich ein luftdicht anschliessender Kolben mittelst eines Handgriffs auf- und niederbewegen. Das obere Ende dieses Cylinders gestattet den Zutritt der äusseren Luft in das Innere und zu der oberen Fläche des Kolbens. An dem unteren

Fig. 217.



Ende befindet sich eine Röhre, welche einen Hahn q besitzt, der je nach seiner Stellung drei verschiedene Zwecke erfüllt. In der Zeichnung der Pumpe ist eine Verbindung des unteren Raumes des Cylinders mit dem engen Canale *nrm* hergestellt; in der nebenstehenden Zeichnung des Hahnes ist eine Verbindung des Cylinders mit Aussen hergestellt; würde man den Hahn von dieser letzten Stellung aus um 180° drehen, so würde eine Verbindung des Canals *nrm* mit Aussen hergestellt sein. Der Hahn q besitzt zwei Durchbohrungen, wie die Fig. 217 andeutet.

Der Canal *nm* ist durch zwei Hähne mit einfacher Durchbohrung p und H verschliessbar. Der Arm *rn* dient dazu, um nach Bedürfniss einen Behälter luftdicht anschrauben zu können. Der Arm *rm* öffnet sich in der Mitte einer vollkommenen eben abgeschliffenen Platte, des Tellers, worauf Behälter mit abgeschliffenem und eingefettetem Rande, sogenannte

Recipienten, z. B. Glasglocken, luftdicht aufgesetzt werden können. Zu derselben Pumpe gehören gewöhnlich zwei und nach Bedürfniss auch mehrere Teller, jeder mit seinem eigenen Hahnverschluss. Sie können nach einander an der Luftpumpe angeschraubt werden, woraus der Vortheil entspringt, dass man einen Recipienten längere Zeit luftleer erhalten kann, ohne darum genöthigt zu sein, die Pumpe zu anderem Zwecke ebenso lange zu entbehren.

Angenommen, der Hahn p sei geschlossen und der Kolben, der zuvor fest aufsass, werde bei der Stellung des Hahnes q in der Zeichnung gehoben. Die Luft des Recipienten und des Canals mr verbreitet sich jetzt in den Stiefel, so dass dieselbe überall gleiche Dichtigkeit besitzt. Wird dann dem Hahne q die zweite Stellung (neben der Pumpe gezeichnet) gegeben und der Kolben heruntergedrückt, so entweicht die Luft des Kolbens nach Aussen. Dreht man hierauf den Hahn q in die anfängliche Stellung zurück und hebt den Kolben, so wird wiederum die Luft in dem Recipienten sich ausbreiten, und das Spiel der Pumpe beginnt von Neuem.

Die Verdünnung der Luft, welche von einer Pumpe, die ganz vollkommen arbeitet, nach einer gegebenen Zahl von Kolbenzügen erreicht ist, lässt sich leicht berechnen. Ist das Volumen des Recipienten und des Canals bis zum Stiefel gleich V, und das Volumen des Stiefels, soweit dasselbe in Wirksamkeit tritt, gleich v, so ist nach dem Boyle'schen Gesetze:

$$V \, . \, P = (V + v) p_1,$$

wenn mit P der Anfangsdruck der Luft im Recipienten bezeichnet wird und p_1 den Druck darstellt, der nach dem ersten Kolbenzuge im Recipienten vorhanden ist. Es ist daher

$$p_1 = \frac{V}{V + v} \cdot P.$$

Nach dem zweiten Kolbenzuge hat man ebenso

$$V \, . \, p_1 = (V + v) p_2$$

oder

$$p_2 = \frac{V}{V + v} p_1 = \left(\frac{V}{V + v}\right)^2 \cdot P.$$

Es ist daher nach n Kolbenzügen der Druck p_n im Recipienten gleich:

$$p_n = \left(\frac{V}{V + v}\right)^n \cdot P.$$

Hat z. B. der Stiefel das gleiche Volumen wie der Recipient, ist also $V = v$, so würde nach 10 Kolbenzügen der Druck gleich $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$ des Anfangsdruckes sein.

Die beschriebene Pumpe folgt indessen nicht dem angeführten Gesetze, weil der Raum des Stiefels beim Niedergange des Kolbens nicht vollständig luftleer wird. Der Kolben passt nicht so genau in den Boden des Stiefels, dass gar kein Raum übrig bliebe; der letztere (schädlicher Raum genannt) ist aber mit Luft von dem Drucke der Atmosphäre gefüllt. Daher vollzieht sich die Verdünnung nicht so schnell, als oben

angegeben ist, andererseits ist aber auch eine Grenze der Verdünnung vorhanden, welche die Pumpe nicht überschreiten kann. Ist der schädliche Raum v_1 und das Volumen des Stiefels gleich v, so ist der niedrigste Druck, welcher im Recipienten erreichbar ist, gleich:

$$p = \frac{v_1}{v + v_1} \cdot b,$$

wenn b den Druck der Atmosphäre darstellt.

Die in Fig. 217 dargestellte Pumpe lässt sich auch als Compressionspumpe benutzen. Zu dem Ende befindet sich bei n ein Schraubengang, durch welchen ein Behälter, in welehem die Luft comprimirt werden soll, angeschraubt werden kann.

Es wird dann bei geschlossenem Hahne H und geöffnetem Hahne p, der Hahn q so gestellt, dass Luft von Aussen in den Stiefel treten kann und der Kolben gehoben. Darauf wird dem Hahne q die in der Fig. 217 gezeichnete Stellung gegeben und die Luft des Stiefels durch den Niedergang des Kolbens in den Behälter bei n gepresst.

Ungleich bequemer als die Hahnluftpumpe ist die Ventilluftpumpe, bei welcher der doppelt durchbohrte Hahn durch zwei Klappen (Ventile) ersetzt wird, von denen die eine am Boden des Cylinders, die andere im Kolben angebracht ist. Beide öffnen sich im gleichen Sinne. Fig. 218 zeigt einen Kolben mit Ventil. Dieses sitzt auf dem in Fig. 219 besonders gezeichneten Schraubenstücke mitten im Kolben. Es besteht aus einem Streifen Wachstaffet oder Gummi r, welches auf der geebneten Querschnittsfläche des der Länge nach durchbohrten Schraubenstückes aufgebunden ist, so dass es die Oeffnung o bedeckt. Die gleiche Einrichtung hat das im Boden des Stiefels befindliche Ventil.

Fig. 218.

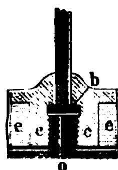


Fig. 219.



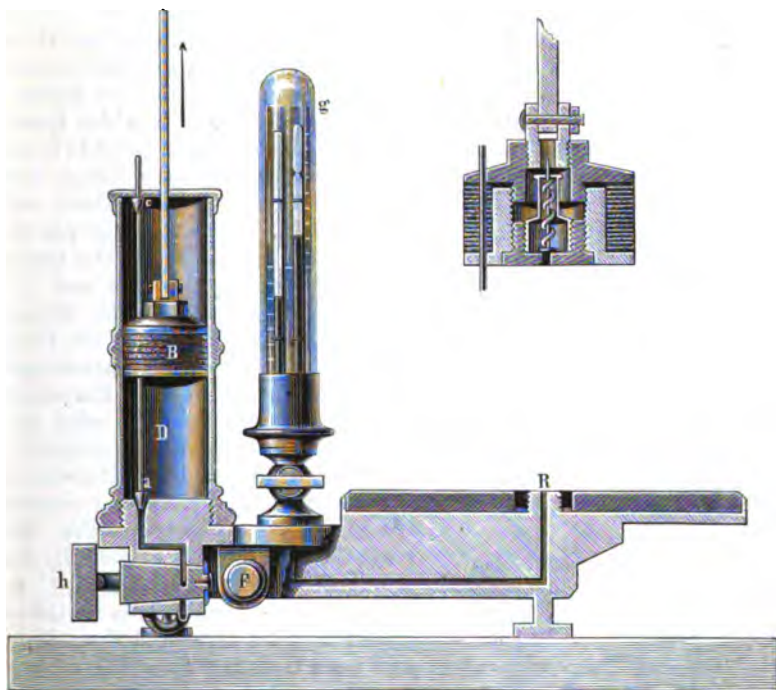
Hebt man den Kolben, so entsteht unter demselben ein leerer Raum; das Bodenventil wird durch die überwiegende Spannkraft der Luft in dem Recipienten aufgestossen, das Kolbenventil dagegen durch den Druck der äusseren Luft nur fester angedrückt. Beim Niedergange des Kolbens geschieht das Umgekehrte.

Das beschriebene Ventil (Blasenventil) empfiehlt sich durch seine Einfachheit und besitzt für die meisten Zwecke, zu welchen die Luftpumpe im chemischen Laboratorium gebraucht wird, eine genügende Wirksamkeit. Einen sehr hohen Grad der Verdünnung erlaubt es jedoch nicht zu erreichen, weil die im Recipienten zurückgebliebene Luft immer noch so viel Spannung haben muss, um das Bodenventil öffnen zu können.

Dieser Uebelstand ist bei dem Cuthbertson'schen Ventile vermieden. Eine Stange ca (Fig. 220) bewegt sich luftdicht und mit harter Reibung in dem Kolben der Luftpumpe. Sie trägt das kugelförmige Ventil a, welches, während der Kolben niedergeht, eine entsprechende Oeffnung im Boden des Stiefels luftdicht schliesst und so ausfüllt, dass die obere Fläche des Ventils mit der Ebene der Bodenplatte zusammenfällt. Beim Aufzuge des Kolbens, von welchem Fig. 221 einen Durchschnitt zeigt, wird das Ventil eine kleine Strecke (bis der Wulst c an die obere Deckplatte des Stiefels anstösst) zugleich mit dem Kolben gehoben und öffnet

dadurch der Luft aus dem Recipienten den freien Zutritt in den unteren Stiefelraum.

Fig. 220. Fig. 221.



§. 88.

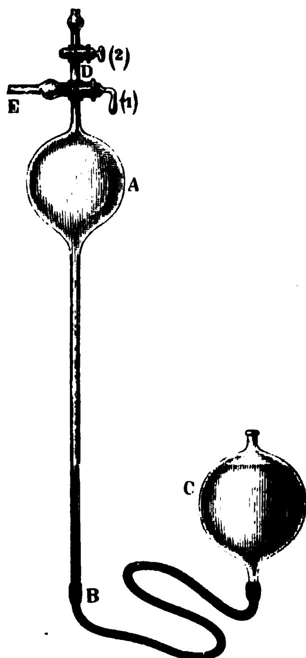
Apparate. 2. Quecksilberluftpumpe. — Der schädliche Raum, welcher bei den gewöhnlichen Pumpen verhindert, eine starke Verdünnung zu erreichen, ist bei Quecksilberluftpumpen vermieden. Der Kolben der gewöhnlichen Pumpe ist bei derselben durch Quecksilber ersetzt.

Die Geissler'sche Pumpe zeigt Fig. 222 (a. f. S.). *A* stellt ein birnförmiges Glasgefäss dar, welches sich nach unten in ein Rohr von etwa 800 mm fortsetzt; bei *B* ist das Rohr mit einem starken Kautschukschlauche von etwa 1100 mm Länge verbunden. An dem Kautschukschlauche ist das oben offene Gefäss *C* befestigt, dessen Gehalt etwas grösser als jener von *A* und der Röhrenleitung ist. In dem Rohre, welches nach oben von *A* aus sich fortsetzt, sind zwei Glashähne angebracht; der Hahn (1) ist doppelt durchbohrt und gestattet erstens eine Verbindung von *A* mit dem Zwischenstück *D*, zweitens eine Verbindung von *A* mit dem seitlichen Rohre *E* (diese Stellung hat der Hahn in der Zeichnung) und drittens einen Abschluss von *A*, *E* und *D* (das letztere wird erreicht, wenn man den Hahn aus der Stellung, die er in der Zeichnung einnimmt,

um 45° dreht). Der Hahn (2) ist einfach durchbohrt. Das Gefäss *C* ist mit Quecksilber gefüllt, und mit *E* werden die Apparate verbunden, welche ausgepumpt werden sollen.

Die Wirksamkeit der Pumpe ist folgende. Die beiden Hähne (1) und (2) werden zunächst so gestellt, dass *A* mit der Atmosphäre communicirt. Wird jetzt das Gefäss *C* mit Quecksilber gehoben, so steigt letzteres in der Röhre auf und füllt die Birne *A*. Bei weiterem Heben tritt das Quecksilber durch die Hähne (1) und (2) und sammelt sich in geringer Menge oberhalb des Hahnes (2) an. Dann wird der Hahn (2) geschlossen und das Gefäss *C* zum Boden gesenkt. Das Quecksilber tritt aus der Birne *A* und füllt die Röhre so weit, dass die Niveaudifferenz des Quecksilbers in der Röhre und in *C* gleich dem Barometerstande ist, indem in *A* sich eine Barometerleere bildet. Der Hahn (1) wird jetzt so gestellt, dass *E* mit *A* communicirt, wodurch die erste Luftverdünnung in dem auszupumpenden Apparate eintritt. Um die Luft in *A* fortzuschaffen, wird zunächst der Hahn (1) so gestellt, dass *A* mit *D* verbunden ist, dann *C* gehoben. Durch das Aufsteigen des Quecksilbers wird die Luft in *A* comprimirt; und nach Oeffnung des Hahnes (2) in die Atmosphäre getrieben.

Fig. 222.



Hat man in der oben angegebenen Art eine weitgehende Verdünnung bereits hergestellt, so bildet schliesslich die durch das gehobene Quecksilber comprimirte Luft eine kaum sichtbare Blase. Diese wird unterhalb des Hahnes (1) aufgefangen, indem dieser Hahn so gestellt ist, dass *A* von *E* und *D* abgeschlossen ist. Man lässt dann durch Drehung des Hahnes (1) die Luftblase in den leeren Raum *D* unterhalb des Hahnes (2) treten, schliesst den Hahn (1), lässt das Quecksilber sinken und setzt *E* mit *A* in Verbindung.

Da die Luft an dem Glase und an dem Quecksilber sich verdichtet, so tritt die letzte geringe Luftmenge, welche sich unter dem Hahne sammelt, leichter in einen luftleeren oder luftverdünnten Raum, als in die Atmosphäre. Aus diesem Grunde ist der Hahn (2) angebracht. Wollte man immer die comprimirte Luft, also auch die letzten Reste in die Atmosphäre treten lassen, so würde der Hahn (1) allein genügen. Mit einer Pumpe der oben beschriebenen Art lässt sich eine solche Verdünnung erreichen, dass die zurückgebliebene Luft nach Bessel-Hagen nur mehr einen Druck von 0,0085 mm ausübt.

Eine noch stärkere Verdünnung lässt sich mit der Töpler'schen Quecksilberpumpe erreichen, wenn sie nach Angaben von Neesen und

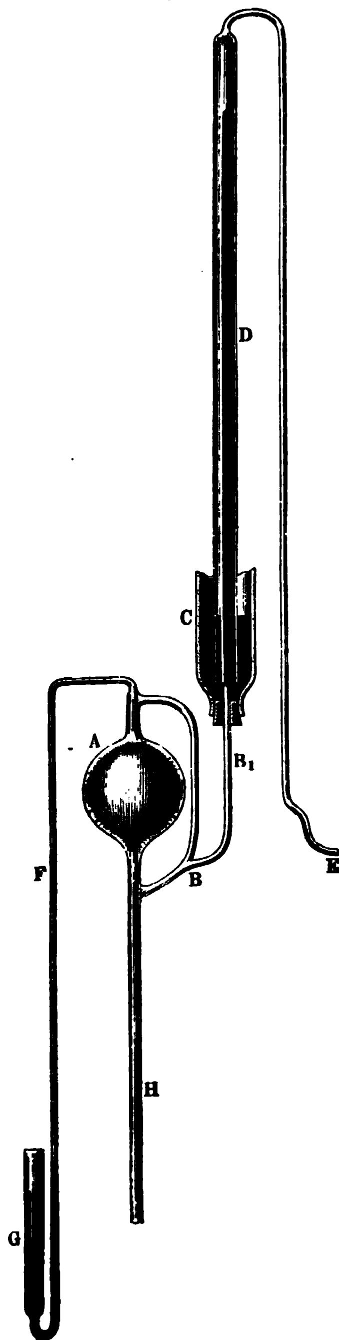


Fig. 223.

Bessel-Hagen [1]) modificirt wird. Sie bietet den weiteren Vortheil, dass sie keine Hähne benutzt, so dass das Quecksilber mit dem Fett, welches bei den Hähnen nothwendig verwendet werden muss, gar nicht in Berührung kommt, und die ganze Manipulation des Pumpens nur in einem Heben und Senken des Quecksilbers besteht.

Der untere Theil der Pumpe (der Gummischlauch und das Gefäss mit Quecksilber) ist in der Zeichnung, Fig. 223, fortgelassen. Da die Einrichtung aus der Zeichnung hervorgeht, so möge nur bemerkt werden, dass sich in C und G etwas Quecksilber befindet und dass an E die Apparate angesetzt werden, welche ausgepumpt werden sollen.

Die Pumpe arbeitet in folgender Weise. Steigt das Quecksilber in dem Rohre H bis nach A, so ist E abgeschlossen, sobald das Quecksilber B erreicht hat. Die Luft in A wird jetzt durch weiteres Steigen des Quecksilbers comprimirt und geht durch das Rohr F und das Quecksilber von G in die Atmosphäre. Man kann den letzten Rest der Luft in die Atmosphäre treiben, wenn man das Quecksilber von A über die Doppelbiegung in F eintreten lässt. Senkt man darauf das Gefäss mit Quecksilber (wie erwähnt, in der Figur nicht gezeichnet), so tritt E mit A in Verbindung, sobald das Quecksilber B passirt hat; gleichzeitig steigt das Quecksilber aus der Röhre G in F, so dass ein Abschluss der äusseren Luft bestehen bleibt. Das Rohr F ist etwas länger als die Barometerhöhe und G enthält so viel Quecksilber, dass dieses zur Füllung des Rohres F ausreicht.

Bei der Compression der Luft in A steigt das Quecksilber in B_1 um so höher, je geringer der Druck bei E ist; es muss daher das Rohr B_1 eine bedeutende Länge (etwa 1000 mm) haben. Ueber das Rohr B_1 ist ein weiteres

[1]) Bessel-Hagen, Wied. Ann. 12 (1881).

Rohr D gesetzt, und der Raum zwischen beiden ist mit Quecksilber, welches sich in C befindet, ausgefüllt. Auch dieses Quecksilber steigt durch den äusseren Luftdruck in den Zwischenraum der beiden Röhren B_1 und D.

§. 89.

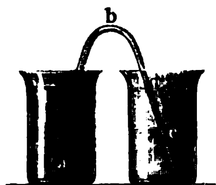
Apparate: 3. Stechheber. — Der Stechheber (Pipette) ist ein gerades, cylindrisches Rohr, oder auch ein anders gestaltetes an beiden Enden offenes Gefäss mit engen Mündungen. Senkt man den Stechheber mit seiner unteren Oeffnung in eine Flüssigkeit, so dringt diese ein und steigt darin zu derselben Höhe, welche sie ausserhalb einnimmt. Hält man sodann die obere Oeffnung mit dem Finger zu, so lässt sich der Apparat aus der Flüssigkeit nehmen, ohne dass etwas ausfliesst, indem bei hinreichend enger Ausmündung die gehobene flüssige Masse durch die gemeinschaftliche Wirkung des Gegendruckes der Luft und der Capillarität (der Oberflächenspannung des die Oeffnung schliessenden Meniscus) zurückgehalten wird.

Durch Saugen mit dem Munde oder mit einer Kautschukblase, die an die obere Oeffnung anschliesst, kann man die Flüssigkeit über das Niveau erheben, ohne die Pipette zuvor tief einzutauchen. Wenn die Pipette gebraucht werden soll, ein bestimmtes Maass Flüssigkeit zu schöpfen, so lässt man letztere etwas über das verlangte Maass hinaustreten, und dann den Ueberschuss langsam abtropfen.

4. Heber. — Der Heber ist ein doppelschenkliges Rohr, welches dazu bestimmt ist, ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäss von oben theilweise oder ganz zu entleeren. Der in die beiden Gläser a und c eintauchende Heber abc sei mit derselben Flüssigkeit gefüllt, welche sich in den Gläsern befindet, Fig. 224.

Liegen die Flüssigkeitsniveaus in beiden Gläsern in einer Ebene, so werden die Flüssigkeitssäulen in beiden Schenkeln des Rohres gleiche senkrechte Höhe haben, sie werden einander das Gleichgewicht halten und jede für sich durch den Luftdruck getragen. Steht aber die Flüssigkeit, so wie die Fig. 224 zeigt, in dem Glase rechts niedriger, so sind die Flüssigkeitssäulen in den beiden Schenkeln des Rohres nicht gleich lang; es entsteht daher in dem Schenkel rechts ein Uebergewicht, welches der Höhendifferenz dc beider Niveaus proportional ist. Demzufolge sinkt die Flüssigkeit in dem rechten Schenkel des Rohres und veranlasst so, indem der Heber durch den äusseren Luftdruck stets gefüllt erhalten wird, einen stetigen Abfluss, der so lange dauert, bis die Flüssigkeit in beiden Gefässen gleich hoch steht, oder auch, wenn man das Glas rechts wegnimmt, bis die Flüssigkeit aus dem anderen Glase bis zum Punkte a ausgeflossen ist.

Fig. 224.



Um den Heber in Gebrauch zu setzen, kann man ihn zuvor mit der Flüssigkeit anfüllen, muss aber dann während des Eintauchens der einen Mündung die andere zuhalten. Das Füllen kann aber auch durch Saugen an dem äusseren Ende des mit dem anderen Ende bereits eingetauchten

Hebers geschehen. Um scharfe und ätzende Flüssigkeiten abzuziehen, können Heber von der Einrichtung Fig. 225 und Fig. 226 gebraucht

Fig. 225.

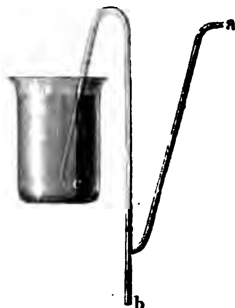


Fig. 226.



werden. Der Heber Fig. 225 wird gefüllt, indem man die Oeffnung *b* zuhält und bei *a* saugt, während *c* in die Flüssigkeit eintaucht. Der in

Fig. 227.

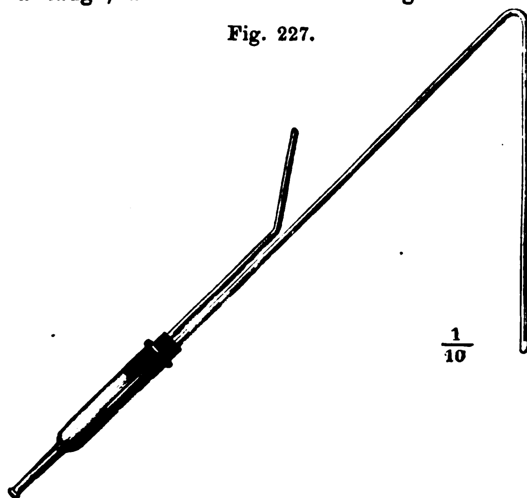


Fig. 226 dargestellte Heber wird hauptsächlich in den Schwefelsäurefabriken zum Abziehen der concentrirten Säure aus der Platinretorte benutzt und wird in diesem Falle ebenfalls aus Platin verfertigt. Anstatt der Vorrichtung Fig. 225 kann mit gleicher Bequemlichkeit die etwas veränderte Form Fig. 227 angewendet werden.

Fig. 228.



Ein Heber, der, wie in Fig. 224 angedeutet ist, mit beiden Mündungen untertaucht, lässt sich dauernd gefüllt erhalten, wenn das eine Gefäss, z. B. *c*, mit dem eintauchenden Schenkel fest verbunden wird, so dass beide gleichzeitig gehoben und gesenkt werden können. Soll der Abfluss unterbrochen werden, so hebt man dieses Gefäss sammt Heber bis zur Ausgleichung

beider Niveaus, die geringste Senkung setzt den Heber sogleich wieder in Thätigkeit.

In Fig. 228 (a. v. S.) ist ein Heber mit aufgebogener Einmündung dargestellt, welcher sich sehr nützlich bewährt, wenn es sich darum handelt, eine Flüssigkeit von einem leicht aufzurührenden Bodensatze abzuziehen.

5. Mariotte'sche Flasche. — Die Mariotte'sche Flasche, Fig. 229, hat zwei Oeffnungen, von denen die eine auf dem oberen Deckel, die andere sich unten in der seitlichen Wandung befindet. Durch die obere Oeffnung ist eine verschiebbare Glasröhre luftdicht hindurchgeführt.

Geht die Glasröhre tiefer als die Horizontalebene, in der sich die Oeffnung *a* befindet, wie Fig. 229 darstellt, so fliesst das Wasser nur so weit aus, dass es in der Röhre bis *f* steht, wenn *f* in demselben Horizont, wie *a* liegt. Es wird dann durch den äusseren Luftdruck der Wassersäule von der Höhe *ef* und dem Drucke der Luft, welche sich oberhalb *cc* in der Flasche befindet, das Gleichgewicht gehalten.

Reicht hingegen die Glasröhre nicht bis *f* (Fig. 230), so tritt ein dauernder Ausfluss durch *a* ein und dabei ist die Geschwindigkeit des Ausflusses constant. Der Druck, unter dem das Wasser ausfliesst, ist durch die Höhe *fg* der Wassersäule bestimmt. Der durch *a* austretenden Wassermenge entsprechend dringt durch die Glasröhre Luft ein und sammelt sich

Fig. 229.

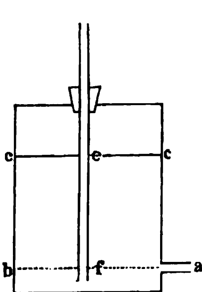


Fig. 230.

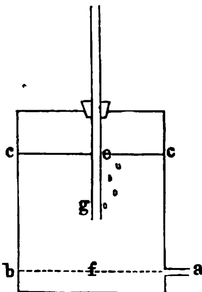
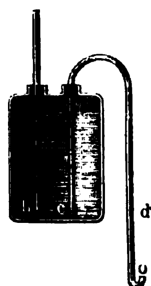


Fig. 231.



oberhalb *cc*; je geringer ferner die Höhe *eg* wird, um so grösser wird der Druck der Luft im Inneren der Flasche. Der Druck, unter welchem das Wasser ausfliesst, ist somit constant, obschon das Niveau *cc* sich senkt.

Die Mariotte'sche Flasche wird häufig mit einem Heber versehen, wie Fig. 231 dies darstellt. Die Geschwindigkeit des Ausflusses, welche constant bleibt, ist von der Höhe der flüssigen Säule *do* abhängig. Um das Heberrohr zu füllen, wird durch das gerade Rohr Luft eingetrieben. Der Ausfluss hört auf, wenn die Mündung *o* in die Ebene *bd* gerichtet wird.

Wenn man die Deckplatte eines Gasbehälters mit zwei Oeffnungen versieht, in die eine derselben die Ausmündung *o* der Mariotte'schen Flasche luftdicht einpasst, in der anderen ein kurzes Röhrenstück mit

konischer Ausmündung, eine sogenannte Düse anbringt, so muss aus der letzteren, nachdem sich im Inneren des Behälters ein Gleichgewicht der Spannung hergestellt hat, ebenso viel Gas ausströmen, als dem Volumen nach durch die andere Oeffnung Wasser aus dem Mariotte'schen Gefässe einfliesst. Man erhält also einen gleichförmigen Gasausfluss.

Fig. 231 a.



Die Mariotte'sche Flasche kann auch benutzt werden, um in einem offenen Behälter, der einen schwachen Abfluss hat, z. B. in einem Filter, in welchem ein Niederschlag ausgewaschen werden soll, ein constantes Niveau zu erhalten. Die Mündungen *c* und *o* müssen dann in gleicher horizontaler Ebene und *b* etwas darüber liegen. Um diesen geringen Höhenunterschied ist die Oeffnung *o* in der Flüssigkeit, deren Niveau beständig erhalten werden soll, untergetaucht (siehe Fig. 231 a).

Zu demselben Zwecke dient der folgende mit der Mariotte'schen Flasche im Princip übereinstimmende Apparat. Eine Flasche (Fig. 232)

Fig. 232.

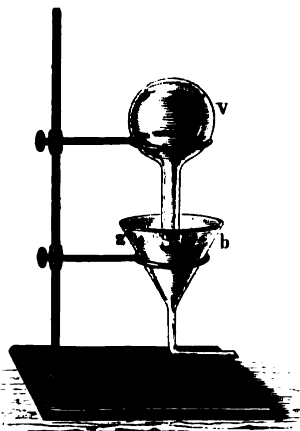
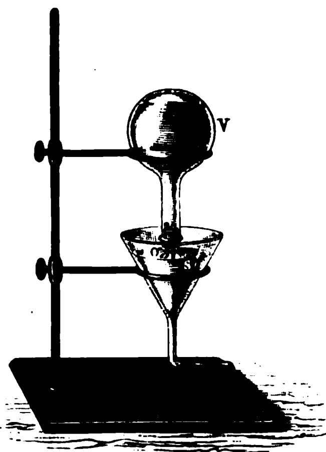


Fig. 232 a.

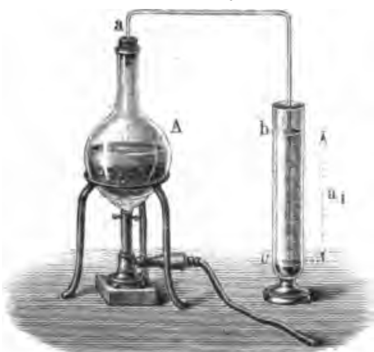


mit Flüssigkeit gefüllt, wird mit dem Halse in einen offenen, die gleiche Flüssigkeit enthaltenden Behälter, dessen Niveau constant erhalten werden

soll, so tief eingesenkt, dass eine nicht zu kleine Seitenöffnung *o* eben den Spiegel *ab* berührt. Indem nun der Behälter sich entleert und sein Niveau sinkt, gelangt die Oeffnung *o* über die Fläche *ab*. Die Luft dringt ein und bewirkt den Ausfluss der in *V* enthaltenen Flüssigkeit, wodurch das Niveau *ab* constant bleibt. Fig. 232 a (a. v. S.) ist nur eine, in manchen Fällen bequeme Abänderung dieses Apparates.

6. Sicherheitsröhren. — Die Spannung im Inneren der Gasentwickelungs- und Destillations-Apparate ist gewöhnlich verschieden von dem äusseren Luftdrucke. Es sei *A* (Fig. 233) ein Glaskolben, in welchem eine Gasentbindung vor sich geht. Das erzeugte Gas findet in dem Raume des Kolbens keinen Platz und sucht daher durch das Rohr *abc* zu entweichen. Ueber der Mündung *c* erhebt sich eine flüssige Säule von der Höhe a_1. Um das Gewicht dieser Säule ist daher, selbst während des Ruhezustandes, die innere Spannkraft grösser, als die äussere. Wenn das Gas von dem flüssigen Inhalte des Cylinders absorbirt wird, so steigt diese Flüssigkeit, sobald der Entwickelungsprocess des Gases gelähmt oder ganz unterbrochen wird, in dem Rohre *cb* empor und kann so bis in den Kolben gelangen, dessen Gasinhalt dadurch abgekühlt und noch schleuniger absorbirt wird. Aus beiden Gründen vermindert sich die innere Gasspannung rasch unter diejenige der äusseren Atmosphäre, ein grosser Theil der Lösung oder des Destillationsproductes kann in den Kolben zurückgetrieben werden und die Operation dadurch verloren gehen.

Fig. 233.

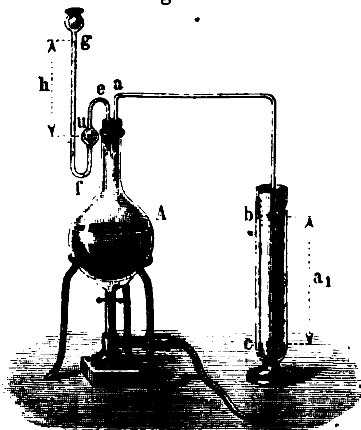


Umgekehrt geschieht es nicht selten, dass die Oeffnung *c* durch irgend welche Veranlassung, z. B. durch einen Niederschlag oder durch eine Krystallbildung in der Flüssigkeit sich verstopft. Die Spannung im Inneren nimmt dann rasch zu, und muss, wenn das Uebel nicht noch rechtzeitig entdeckt wird, ein Zersprengen des Gefässes zur Folge haben.

Dem einen, wie dem anderen dieser Unfälle wird durch die Sicherheitsröhre *gfe* (Fig. 234) vorgebeugt. Diese Röhre dringt neben dem Gasabzugsrohre durch den Kork, welcher die Oeffnung des Kolbens schliesst. Sie ist theilweise mit Wasser oder auch mit derselben Flüssigkeit gefüllt, welche im Inneren des Kolbens die Gasentwickelung bewirken soll. In der That bietet sie bei richtiger Länge ein sehr bequemes Hülfsmittel, um von der letzteren Flüssigkeit Partien, so oft es dienlich erscheint, in das Innere des Kolbens gelangen zu lassen. Dies ist jedoch, wenn auch häufig eine sehr nützliche Anwendung, gleichwohl nur Nebenzweck der Sicherheitsröhre. Es ist klar, dass der innere Gasdruck sich durch das Rohr *eg* in gleicher Weise wie durch das Rohr *ac* fortpflanzt und sich

mit dem Drucke von aussen ins Gleichgewicht zu setzen sucht. Während eines regelmässigen Ganges der Operation muss sich daher im Schenkel fg der Sicherheitsröhre eine flüssige Säule h über dem Niveau der Kugel u erhalten, deren Gewicht dem der Säule a_1 (bei der Reduction auf gleiche Grundfläche) gleichkommt, oder doch nicht viel mehr beträgt. Steigert sich die Spannung im Inneren, so sinkt das Niveau u, ohne dass die Säule h eine bedeutend grössere Höhe annehmen kann, da bei g eine trichterförmige Erweiterung vorhanden ist. Bald wird alle Flüssigkeit in dem Trichter zusammengedrängt und ein Theil des Gases entweicht nach dieser Seite, bis der Fehler, der diese Unregelmässigkeit herbeiführte, abgestellt worden und der regelmässige Gang der Operation sich wieder herstellen konnte. Die Grenze, über welche hinaus die innere Spannung nicht zunehmen soll, ist auf diese Weise der Gegenstand einer einfachen Berechnung geworden.

Fig. 234.



Vermindert sich der innere Druck, so sinkt die Säule h, die Sperrflüssigkeit sammelt sich mehr und mehr und, bei fortdauernder Abnahme der inneren Spannung, endlich ganz in der Kugel; Luftblasen von Aussen dringen nun durch dieselbe und verbreiten sich im Kolben, bis der verdünnte Raum angefüllt ist. Ein gleichzeitiges Zurücksteigen der Flüssigkeit aus dem Cylinder ist unmöglich gemacht, weil der Widerstand gegen den Luftdruck auf dieser Seite durch eine flüssige Säule von der Höhe cb bestimmt ist, während der Widerstand im Sicherheitsrohre viel geringer ist, indem er die Grösse des Druckes einer flüssigen Säule von der Höhe fg niemals erreichen kann. Die Bedingung gegen das Zurücksteigen der Flüssigkeit erfordert also, dass die Länge fg nicht unbedeutend weniger betrage als cb.

Fig. 235.



Wenn ein Gasentwickelungsapparat (Fig. 235) während der ganzen Dauer der Operation Flüssigkeit enthält, so ist anstatt des doppelt gekrümmten Sicherheitsrohres ein gerades Rohr, aber mit trichterförmiger Erweiterung, und mit dem unteren Ende nur etwa 1 cm unter dem Spiegel der Flüssigkeit des für die Gasentwickelung bestimmten Behälters hinabreichend, in den meisten Fällen ebenso brauchbar.

Der Chemiker bedarf oft bei Gasentbindungsoperationen einer Reihe verbundener Gefässe (Fig. 236, a. f. S.), in welchen sich verschiedene Sub-

stanzen befinden, die sich nicht vermischen dürfen. Sollte nun durch irgend einen Grund, z. B. durch eine Gasabsorption, die Spannung im Inneren dieser Gefässe sich vermindern, ohne dass Luft von aussen eindringen konnte,

Fig. 236.



so würden die Flüssigkeiten aus einem Gefässe in das andere übersteigen müssen. Man verhütet diese Gefahr durch das Einsetzen gerader, an beiden Enden offener Glasröhren, je in die mittlere Oeffnung des Behälters, oder sogenannter Woulf'scher Flaschen. Sie münden nur etwa 1 cm tief unter dem Niveau, so dass die äussere Luft eindringen muss, sobald die innere Spannkraft nur um diese geringe Differenz unter die äussere gesunken ist.

Um die richtigen Längen dieser Sicherheitsröhren im Voraus bestimmen zu können, hat man zu erwägen, dass, sobald keine Absorption im Inneren stattfindet, die Spannkraft von der vordersten nach den hinteren Woulf'schen Flaschen allmälig zunimmt. In der That, die Flasche E steht durch das Rohr o in freier Communication mit der äusseren Luft. Hier herrscht also der äussere Luftdruck H. In der Flasche D wird derselbe durch das Gewicht a_4 einer flüssigen Säule vermehrt, die der Tiefe entspricht, bis zu welcher das Rohr $b_4 c_4$ in die Flüssigkeit von E eintaucht. In der Flasche C kommt noch das analoge Gewicht a_3, in B ferner a_2, und endlich in A noch a_1 hinzu. Hieraus ergiebt sich nun leicht, dass der Schenkel gf des doppelt gebogenen Sicherheitsrohres etwas länger sein muss, als eine Höhe h seiner Sperrflüssigkeit, welche eben so stark drückt, wie die Summe der Drucke von $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$; die Höhe von s_1 könnte um a_1, die von s_2 um $a_1 + a_2$, die von s_3 um $a_1 + a_2 + a_3$ niedriger sein.

Wärmelehre.

§. 90.

Ueber das Wesen der Wärme. — Es giebt zwei Ansichten, welche die Ideen über das Wesen der Wärme beherrscht haben. Die eine derselben hält die Wärme für etwas Materielles, Stoffliches, während die andere die Wärme nur als eine Qualität, nämlich als einen Bewegungszustand der Materie ansieht. Nach der ersten Ansicht nimmt ein Körper den supponirten Wärmestoff in um so grösserer Menge in sich auf, je wärmer er wird, nach der zweiten wird dagegen die Bewegung der kleinsten Theile des Körpers in Folge der Erwärmung eine lebhaftere. Die letztere Anschauung hat sich nach und nach zu der herrschenden erhoben, so dass sie nunmehr allseitig anerkannt ist. Zunächst war es die strahlende Wärme, für welche man gezwungen war, die Annahme eines Wärmestoffes fallen zu lassen. Nachdem durch die Versuche von Melloni und Forbes gezeigt war, dass die Wärmestrahlen ausser in der Reflexion auch in der Brechung und Polarisation mit den Lichtstrahlen vollständig übereinstimmen, wurde definitiv angenommen, dass die strahlende Wärme in einer schwingenden Bewegung bestehe, deren Substrat identisch ist mit jenem, durch welches sich die Lichtstrahlen fortpflanzen.

Bei den übrigen Erscheinungen der Wärme glaubte man aber noch lange Zeit hindurch, den Wärmestoff nicht entbehren zu können. So waren es besonders die Beobachtungen der sogenannten latenten Wärme bei der Aenderung des Aggregatzustandes, welche die Annahme eines Wärmestoffes unentbehrlich zu machen schienen. Man ging von der Voraussetzung aus, dass niemals Wärme verschwinden könne oder nach der Theorie des Wärmestoffes ausgedrückt, dass die Masse des Wärmestoffes unveränderlich sei. Selbst als die später so berühmt gewordenen Versuche Rumford's über die Reibung vorlagen, liess man diese Ansicht noch nicht vollständig fahren. Rumford zeigte durch seine Versuche, dass durch die Reibung sich die Temperatur des Wassers bis zur Siedehitze erhöhen lasse und dass die Quelle der Wärme nicht versiegbar sei, so lange die Reibung fortdauere; daher, so schloss Rumford, sei es nicht möglich, dass die Wärme etwas Stoffliches sei, weil dann nicht ohne Aufhören die Reibung immer wieder Wärme hervorbringen könne. Indessen brach sich die Ansicht Rumford's, dass die Wärme kein Stoff sondern ein Zustand und zwar ein Bewegungszustand sei, erst weitere Bahn, als das Princip von der Erhaltung der Energie im Jahre 1842 durch Mayer in seiner Allgemeinheit ausgesprochen war, und gelangte dann durch die Arbeiten von Joule, welcher zeigte, dass einer bestimmten Wärmemenge eine bestimmte Arbeitsmenge entspricht, so dass bei der Verwandlung von Arbeit in Wärme und von Wärme in Arbeit zwischen beiden ein constantes Verhältniss bestehe — durch die Arbeiten von Helmholtz, welcher nachwies, dass das Gesetz von der Erhaltung der Energie durch alle physikalischen Erscheinungen sich bestätigt finde — und die Arbeiten von Clausius, Maxwell und Thomsen, welche die mechanische Theorie der Wärme ausbildeten, zu allgemeiner Anerkennung.

Das Princip der Erhaltung der Energie besteht in dem Satze, dass die Summe der Energievorräthe in der gesammten Natur bei allen Veränderungen, welche in der Natur vor sich gehen, immer unverändert dieselbe bleibt. Es kann also keine Energie verloren gehen und ebensowenig Energie aus Nichts entstehen. Durch Reibung und Stoss geht nur scheinbar Energie verloren; sie geht nur aus einer sichtbaren Bewegung in eine unsichtbare über, die Bewegung der Massen überträgt sich auf die Bewegung der kleinsten Theile und diese letztere offenbart sich durch die Erwärmung der Massen. Während hier eine Arbeit in Wärme umgesetzt wird, wird in den Beispielen, welche als latente Wärme so lange als Argumente gegen die Ansicht, dass die Wärme eine Bewegung sei, gelten konnten, umgekehrt Wärme in Arbeit umgesetzt. Die Wärme, welche dem schmelzenden Eise zugeführt wird, ist nicht verborgen oder latent in dem entstehenden Wasser vorhanden, sondern als Wärme überhaupt nicht mehr da; sie ist verbraucht zu der Arbeit, die geleistet werden musste, um gewisse Molecularkräfte zu überwinden, die sich der Herstellung des neuen Aggregatzustandes entgegensetzten.

Welcher Art die Bewegung der kleinsten Theile der Körper sei, die uns als Wärme entgegentritt, lässt sich nicht vollständig bestimmen; es ist aber auch für die Folgerungen, welche aus der Anschauung, dass die Wärme ein Bewegungszustand sei, gezogen werden, gleichgültig, wie die Bewegung vor sich geht; die Folgerungen entwickeln sich vielmehr unabhängig von der Natur der Bewegung.

§. 91.

Thermometer. — Die Thermometer theilen sich nach den Principien, welche bei ihnen zur Anwendung kommen, in drei Gruppen. Die erste Gruppe umfasst die Thermometer, bei welchen die Ausdehnung der Körper durch die Wärme als Temperaturmaass benutzt wird. Es können hierbei sowohl starre als auch flüssige und gasförmige Körper verwendet werden.

Die zweite Gruppe benutzt die Druckvermehrung, welche die Gase bei constantem Volumen durch Wärmezufuhr erfahren, zur Temperaturmessung.

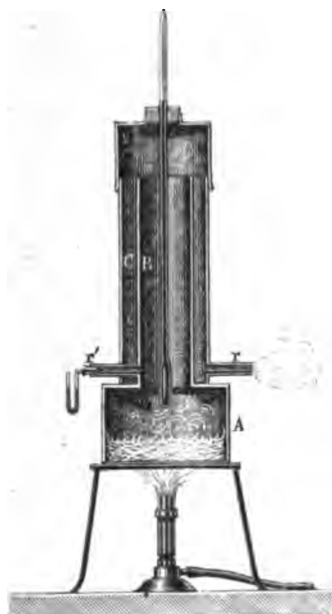
Die dritte Gruppe ist auf das thermo-elektrische Verhalten der Körper gegründet.

Die Anforderungen, die an ein Thermometer zu stellen sind, sind doppelter Art. Unter den gleichen Umständen soll ein Thermometer immer dieselbe Temperatur zeigen, unter verschiedenen Umständen aber Angaben machen, welche sich durch ein und dieselbe Einheit ausdrücken lassen. Zweitens muss das Thermometer mit einem anderen Thermometer seiner eigenen Construction vergleichbar sein. Der letzte Punkt lässt sich genauer dahin definiren, dass zwei Thermometer unter den gleichen Umständen auch die gleichen Angaben machen müssen.

Um vergleichbare Thermometer herstellen zu können, sind mindestens zwei fest bestimmte Temperaturen erforderlich, die als Ausgangspunkte dienen. Diese Temperaturen sind diejenigen des schmelzenden Eises und der siedenden Wasserdämpfe.

Um einem Körper die Temperatur des schmelzenden Eises zu geben, wählt man am besten reinen Schnee, mit dem man den Körper von allen Seiten umgiebt. Statt Schnee kann man auch fein zertheiltes oder gestossenes Eis anwenden, muss sich dabei aber überzeugen, dass das Eis aus reinem Wasser gebildet ist.

Fig. 237.



Für die Bestimmung des zweiten festen Punktes ist der Druck der Luft, unter welchem das Wasser siedet, von Bedeutung; denn je grösser der Luftdruck, um so höher ist auch die Temperatur der siedenden Dämpfe. Man ist übereingekommen, jene Temperatur als bestimmend zu betrachten, welche die Wasserdämpfe besitzen, wenn der Luftdruck gleich dem Drucke einer Quecksilbersäule ist, welche 760 mm Höhe und die Temperatur des schmelzenden Eises hat. Um einem Körper die Temperatur der siedenden Dämpfe zu geben, verwendet man einen Apparat, wie ihn Fig. 237 zeigt.

Die Dämpfe steigen in dem inneren Rohre in die Höhe und durch den Zwischenraum, der von dem äusseren und dem inneren Rohre gebildet wird, nach unten, wo sie seitlich den Apparat verlassen. Es wird hierdurch erreicht, dass das innere Rohr, weil es ganz von Dampf umgeben ist, genau die Temperatur der Dämpfe erhält.

§. 92.

Fortsetzung. — Durch die zwei festen Temperaturen, des schmelzenden Eises einerseits und der siedenden Wasserdämpfe andererseits, ist es möglich, ein Maass für die Temperatur aufzustellen. Nimmt man die Ausdehnung, welche ein Körper erfährt, wenn er von der Temperatur des schmelzenden Eises bis zur Temperatur der siedenden Dämpfe (760 mm Druck) erwärmt wird, als Einheit an, so lässt sich die Ausdehnung, die derselbe Körper ein anderes Mal erfährt, wenn er von der Temperatur des schmelzenden Eises zu irgend einer anderen Temperatur erwärmt oder abgekühlt wird, durch dieselbe Einheit ausdrücken. Anstatt die zuerst genannte Ausdehnung als Einheit hinzustellen, kann man dieselbe auch als beliebig viele Einheiten auffassen; es wird sich dann eine andere Ausdehnung auch in diesen Einheiten ausdrücken lassen. Nach dem Vorschlage von Celcius nimmt man für die Ausdehnung zwischen den zwei festen Punkten 100 Einheiten an, bezeichnet den ersten Punkt (des schmelzenden Eises) als den Nullpunkt und legt ihm die Temperatur 0 Grad (0^0) bei; den zweiten Punkt (der siedenden Dämpfe) bezeichnet

man als Siedepunkt und legt ihm die Temperatur von 100 Grad (100°) bei. Wie sich aus Vorstehendem ergiebt, ist das Maass für die Temperatur ein vollständig willkürliches.

Wenn die Temperatur durch die Ausdehnung eines Körpers gemessen wird, so tritt die Frage auf, ob es gleichgültig ist, welchen Körper man zur Bestimmung der Temperatur anwendet. Wenn nämlich die Ausdehnung zweier verschiedener Körper zwischen 0° und 100° bestimmt ist, so fragt es sich, ob dieselben in eine andere Temperatur gebracht, die innerhalb oder ausserhalb des Intervalls von 0° und 100° liegt, auch beide dieselbe Temperatur angeben, oder mit anderen Worten, ob die Ausdehnung der beiden Körper immer proportional derselben Grösse bleibt. Diese Frage ist im Allgemeinen zu verneinen, so dass wir immer andere Temperaturen erhalten (die beiden festen Punkte sind natürlich hiervon ausgeschlossen) je nach den Körpern, welche wir durch ihre Ausdehnung die betreffende Temperatur messen lassen. Durch diese Thatsache ist es zunächst der Willkür anheim gegeben, welchen Körper man als messende Substanz anwenden will. Man ist aus später ersichtlichen Gründen übereingekommen, die Luft als solche zu benutzen, so dass alle Temperaturangaben sich auf die Ausdehnung der Luft beziehen müssen.

Eine zu messende Temperatur wird in folgender Weise durch die Ausdehnung der Luft ausgedrückt. Wenn das Volumen einer bestimmten Quantität Luft bei 0° und p mm Druck V_0 ist, und das Volumen der gleichen Quantität bei demselben Drucke für 100° V_{100} ist, so ist der Zuwachs des Volumens von 0° bis 100°

$$V_{100} - V_0.$$

Ist nun der Zuwachs des Volumens V_0 gleich

$$\frac{V_{100} - V_0}{100},$$

so ist die Temperatur 1°; ist der Zuwachs des Volumens V_0 gleich

$$t \cdot \frac{V_{100} - V_0}{100},$$

so ist die Temperatur t^0.

Beobachtet man daher das Volumen des Gases bei t^0 und ist dasselbe gleich V_t, so ist

$$V_t = V_0 + t \cdot \frac{V_{100} - V_0}{100}$$

und daraus

$$t = \frac{V_t - V_0}{V_{100} - V_0} \cdot 100 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Nach dieser Definition der Temperatur nimmt also das Volumen derselben Gewichtsmenge Luft, welche unter einem constanten Drucke steht, für jeden Grad um die gleiche Grösse, nämlich um

$$\frac{V_{100} - V_0}{100}$$

zu.

Die Messung der Volumvergrösserung ist weniger bequem, als die Bestimmung der Druckzunahme, welche ein constantes Luftvolumen bei erhöhter Temperatur zeigt. Wie die letztere Messung die Temperatur liefert, ist leicht zu ersehen, wenn man beachtet, dass nach dem Boyle'schen Gesetze das Product aus Druck und Volumen für die gleiche Temperatur constant ist.

Es habe eine bestimmte Gasmasse bei 0° und p_0 mm Druck das Volumen V_0; bei 100° würde das Volumen unter demselben Drucke von p_0 mm gleich V_{100} sein. Comprimirt man bei 100° das Volumen V_{100} so weit, bis das Volumen wieder V_0 ist, so ist der dann vorhandene Druck p_{100} durch die Gleichung

$$V_{100} \cdot p_0 = V_0 \cdot p_{100} \quad \text{. . . . . 2)}$$

bestimmt.

Bei dem Drucke von p_0 mm wächst das Volumen V_0 auf V_t, wenn die Temperatur von 0° auf t^0 steigt. Comprimirt man bei t^0 das Volumen V_t so weit, bis das Volumen V_0 eintritt, so ist der dann vorhandene Druck p_t durch die Gleichung

$$V_t \cdot p_0 = V_0 \, p_t \quad \text{. . . . . 3)}$$

bestimmt.

Nach der Gleichung 1) ist die Temperatur t durch die Gleichung

$$t = \frac{V_t - V_0}{V_{100} - V_0} \cdot 100 \quad \text{. . . . . 1)}$$

gegeben. Ersetzt man die Werthe V_{100} und V_t durch die Werthe, welche sich aus den Gleichungen 2) und 3) ergeben, so erhält man für Gleichung 1)

$$t = \frac{\dfrac{V_0 \cdot p_t}{p_0} - V_0}{\dfrac{V^0 \, p_{100}}{p_0} - V_0} \cdot 100$$

oder

$$t = \frac{p_t - p_0}{p_{100} - p_0} \cdot 100 \quad \text{. . . . . 4)}$$

Hält man daher das Volumen des Gases constant und bestimmt den Druck, den das Gas bei 0° und 100° ausübt, nämlich p_0 und p_{100}, so liefert die Gleichung 4) die Temperatur t, sobald der Druck p_t, den das Gas bei dieser Temperatur t besitzt, bestimmt ist.

§. 93.

Luftthermometer von Jolly. — Das Luftthermometer von Jolly, Fig. 238 (a. f. S.), bestimmt nach dem Princip, welches im vorigen Paragraphen dargelegt ist, die Temperatur aus der Druckvermehrung, welche eine Gasmasse bei constantem Volumen erfährt. Da das Jolly'sche Thermometer sehr einfach und bequem ist, möge seine Beschreibung hier Platz finden[1]).

[1]) Jolly, Pogg. Ann. Jubelb. (1874).

Eine Glaskugel ist an eine Capillarröhre, welche zweimal rechtwinkelig umgebogen ist, angeschmolzen, an diese eine weitere Glasröhre *b*, welche durch einen Kautschukschlauch mit einer gleich weiten Glasröhre *a* communicirt. Der Kautschukschlauch ist mit Quecksilber gefüllt, welches



Fig. 238.


Fig. 239.

noch eine gewisse Strecke in die Röhren *a* und *b* hineinragt. Hierdurch ist die Luft an der einen Seite des Röhrensystems, wo sich die Glaskugel befindet, von der äusseren Luft abgeschlossen. In der Röhre *b* ist in der Nähe des Ueberganges zur capillaren Röhre eine Glasspitze angeschmolzen (in Fig. 239 vergrössert dargestellt), welche dazu dient, ein constantes Luftvolumen dadurch abzuschliessen, dass das Quecksilber in der Röhre *b* die Spitze tangirt. Die beiden Röhren *a* und *b* sind nämlich durch Schlitten verschiebbar, so dass die Quecksilberkuppe beliebig eingestellt werden kann.

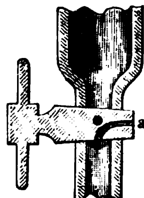
Durch Bestimmung der Höhendifferenz der Quecksilbersäulen in den Röhren *a* und *b* hat man in Verbindung mit dem Barometerstande den Druck, unter welchem die abgeschlossene Luft steht. Bleibt das Barometer constant, so erhält man in den Höhendifferenzen der Quecksilbersäulen die den verschiedenen Temperaturen zugehörigen Drucke bei constantem Volumen, wenn man nur dafür Sorge trägt, dass die Glasspitze die eine Quecksilbersäule gerade berührt.

Wie wir später sehen werden, ist die Ausdehnung der Luft innerhalb gewisser Grenzen — in der Nähe eines Druckes von einer Atmosphäre — von diesem Drucke selbst unabhängig, so dass es gleichgültig ist, unter welchem Drucke die Luft anfänglich im Apparate steht; ebenso werden wir aber nachweisen, dass diese Unabhängigkeit nur dann Statt

hat, wenn die Luft vollständig trocken ist. Um daher immer unter denselben Verhältnissen zu arbeiten, ist es nothwendig, die Glaskugel zuerst mit trockener Luft zu füllen. Zu diesem Zwecke ist die Röhre *b* an ihrem unteren Ende in ein Stahlstück gekittet, welches durch eine Ueberwurfsschraube mit dem anderen Stahlstücke verbunden wird, an welchem der Kautschukschlauch befestigt ist. Die Röhre *b* wird mit einer Luftpumpe verbunden, die Glaskugel und Röhre vollständig ausgepumpt und dann mit trockener Luft, welche ein mit fester Phosphorsäure oder Chlorcalcium gefülltes Rohr durchstrichen hat, wieder gefüllt. Diese Operation wird mehrmals wiederholt, so dass man schliesslich sicher sein kann, trockene Luft in der Kugel zu haben.

Ehe die Röhre von der Luftpumpe entfernt wird, wird ein in dem Stahlstück befindlicher Hahn geschlossen, so dass die Luft der Kugel abgesperrt ist. Der Hahn, welcher doppelt durchbohrt ist, steht dann so, dass durch den Hahn die äussere Luft mit dem unteren Theile der Röhre communicirt, wie es Fig. 240 zeigt. Nachdem dann die Röhre durch die Ueberwurfsschraube mit dem Apparate verbunden ist, wird die Röhre *a* so weit gehoben, dass das Quecksilber in einzelnen Tropfen durch den Hahn austritt; darauf wird der Hahn gedreht, so dass die Luft der Kugel mit dem Quecksilber communicirt und letzteres von der äusseren Luft abgeschlossen ist.

Fig. 240.



Zunächst ist nun der Druck der abgesperrten Luft zu ermitteln, wenn dieselbe die Temperatur 0^0 und 100^0 hat. Da es nicht möglich ist, der ganzen Luftmasse, welche bis zur Glasspitze in der Röhre *b* reicht, die gleiche Temperatur zu geben, so ist an dem capillaren Rohre in der Nähe der ersten Biegung eine Marke *n* angebracht, bis zu welcher die Kugel und das Rohr der zu untersuchenden Temperatur ausgesetzt wird. Es sei V das Volumen der Kugel bis zur Marke und v das Volumen der Röhre von der Marke bis zur Glasspitze bei der Temperatur 0^0; diese Volumina werden vorher dadurch bestimmt, dass die Kugel bis zur Marke und dann die Kugel und die Röhre bis zur Spitze mit Wasser von 0^0 gefüllt wird und aus dem Gewichte des Wassers die Volumina berechnet werden.

Zur Bestimmung des Druckes der Luft bei 0^0 und 100^0 wird die Kugel dann bis zur Marke zuerst in Schnee oder gestossenes Eis gebracht und darauf in die Dämpfe des siedenden Wassers in demselben Apparate, welcher in §. 91 beschrieben ist. In dem ersten Falle sei der Druck d, in dem zweiten D.

Wäre die Temperatur der siedenden Dämpfe gerade 100^0 und bliebe das Volumen der Kugel und der capillaren Röhre bei der Erwärmung constant, so hätte man für die Druckvermehrung von 0^0 bis 100^0 bezogen auf den Druck bei 0^0 als Einheit, den Ausdruck

$$\frac{D-d}{d}$$

und für die Druckvermehrung um 1^0

$$\frac{D-d}{100 \cdot d} = \alpha.$$

Diese Grösse nennt man den Druck- oder Spannungscoefficienten und bezeichnet sie gewöhnlich mit α. Der Spannungscoefficient giebt also an, um wie viel sich der Druck bei der Temperaturerhöhung um 1^0 erhöht, diese Erhöhung ausgedrückt durch den Druck bei 0^0 als Einheit.

In unserem Falle ist aber das Volumen der Kugel und der Röhre nicht constant und im Allgemeinen haben auch die siedenden Wasserdämpfe nicht gerade die Temperatur 100^0. Um dann den Druckcoefficienten α zu bestimmen, führen wir folgende Bezeichnungen ein.

Es sei T die Temperatur der siedenden Dämpfe [1]).
„ „ t „ „ der Capillarröhre von der Marke bis zur Spitze, während die Kugel im Eise stand, also bei dem Drucke d.
„ „ t_1 „ „ der Capillarröhre, während die Kugel in siedendem Dampfe sich befand, also bei dem Drucke D.

Es sei γ der Ausdehnungscoefficient des Glases der Kugel und der Capillare; ist daher V das Volumen der Kugel, v das Volumen der Röhre bei der Temperatur 0^0, so sind die Volume derselben bei der Temperatur t gleich $V(1 + \gamma t)$ resp. $v(1 + \gamma t)$.

[1]) In der folgenden Tabelle sind die Temperaturen der siedenden Wasserdämpfe zusammengestellt, welche den Drucken entsprechen, die in der Nähe des Druckes einer Atmosphäre (760 mm) liegen.

Druck in mm	Temperatur	Druck in mm	Temperatur	Druck in mm	Temperatur
702,1	97,8	728,0	98,8	754,6	99,8
704,7	97,9	730,6	98,9	757,3	99,9
707,3	98,0	733,2	99,0	760,0	100,0
709,8	98,1	735,8	99,1	762,7	100,1
712,4	98,2	738,5	99,2	765,5	100,2
715,0	98,3	741,2	99,3	768,2	100,3
717,6	98,4	743,8	99,4	770,9	100,4
720,1	98,5	746,5	99,5	773,7	100,5
722,7	98,6	749,2	99,6		
725,3	98,7	751,9	99,7		

Hat man z. B. den Barometerstand gleich 748,3 mm gefunden, so liegt die Temperatur der siedenden Dämpfe nach der obigen Tabelle zwischen $99{,}5^0$ und $99{,}6^0$. Es entspricht hier eine Druckerhöhung von $749{,}2 - 746{,}5 = 2{,}7$ mm einer Temperaturdifferenz von $0{,}1^0$. Da nun

$$0{,}1 \cdot \frac{748{,}3 - 746{,}5}{2{,}7} = 0{,}1 \cdot \frac{1{,}8}{2{,}7} = 0{,}07$$

ist, so ist die Temperatur der siedenden Dämpfe bei dem Drucke von 748,3 mm gleich $99{,}57^0$.

Das Volumen der Kugel bei 0^0 und dem Drucke d ist $= V$
" " " " " T^0 " " " D " $= V(1+\gamma T)$
" " " Röhre " t^0 " " " d " $= v(1+\gamma t)$
" " " " " t_1^0 " " " D " $= v(1+\gamma t_1)$

Das Gewicht der abgeschlossenen Luft ist unveränderlich und daher erhält man folgende Gleichung.

Ist s das Gewicht von 1 ccm Luft bei 0^0 und 760 mm Druck, so ist das Gewicht von 1 ccm bei 0^0 und d mm Druck

$$s \cdot \frac{d}{760}$$

und das Gewicht des Volumens V bei 0^0 und d mm Druck

$$V \cdot s \cdot \frac{d}{760}.$$

Das Gewicht des Volumens $v(1+\gamma t)$ Luft bei der Temperatur t und dem Drucke von d mm ist

$$\frac{v(1+\gamma t)}{1+\alpha t} \cdot s \cdot \frac{d}{760}.$$

Daher ist das gesammte Gewicht der abgesperrten Luft unter dem Drucke d

$$V \cdot s \frac{d}{760} + \frac{v(1+\gamma t)}{1+\alpha t} \cdot s \cdot \frac{d}{760}.$$

Ganz in derselben Weise erhalten wir für das Gewicht der abgesperrten Luft unter dem Drucke D

$$\frac{V(1+\gamma T)}{1+\alpha T} s \cdot \frac{D}{760} + \frac{v(1+\gamma t_1)}{1+\alpha t_1} s \cdot \frac{D}{760}.$$

Diese beiden Gewichte sind einander gleich, daher

$$V \cdot d + \frac{v(1+\gamma t)}{1+\alpha t} d = V \frac{1+\gamma T}{1+\alpha T} D + \frac{v(1+\gamma t_1)}{1+\alpha t_1} D.$$

Aus dieser Gleichung lässt sich α bestimmen und dann mittelst desselben Apparates eine beliebige Temperatur τ messen.

Entspricht der Temperatur τ der Druck $\varDelta$ der abgeschlossenen Luft, so hat man in die vorige Gleichung nur statt T und D die Grössen τ und $\varDelta$ einzusetzen und dann die Gleichung nach τ aufzulösen. Man erhält für τ

$$\tau = \frac{(\varDelta - d) + \frac{v}{V}\left\{\varDelta \frac{1+\gamma t_1}{1+\alpha t_1} - d \frac{1+\gamma t}{1+\alpha t}\right\}}{\alpha\left\{d - \frac{v}{V}\left(\varDelta \frac{1+\gamma t_1}{1+\alpha t_1} - d \frac{1+\gamma t}{1+\alpha t}\right)\right\} - \varDelta \cdot \gamma}.$$

In dieser Gleichung ist die Grösse $d \cdot \frac{1+\gamma t}{1+\alpha t}$ constant und auch $\frac{1+\gamma t_1}{1+\alpha t_1}$ ist für nahe liegende Temperaturen nur wenig verschieden und

von geringem Einflusse auf τ, da $\frac{v}{V}$, immer eine sehr kleine Grösse, als Factor von $\frac{1+\gamma t_1}{1+\alpha t_1}$ auftritt. Man wird daher in nicht zu weiten Grenzen auch $\frac{1+\gamma t_1}{1+\alpha t_1}$ constant und gleich $\frac{1+\gamma t}{1+\alpha t}$ setzen dürfen, wodurch die Formel, wenn für $\frac{1+\gamma t}{1+\alpha t}$ die Grösse ε eingeführt wird, folgende Gestalt erhält:

$$\tau = \frac{(\varDelta - d)\left(1 + \frac{v}{V}\cdot\varepsilon\right)}{\alpha\left\{d - (\varDelta - d)\frac{v}{V}\,\varepsilon\right\} - \varDelta\gamma}.$$

Nach dieser Formel ist folgendes Beispiel berechnet:

Ausdehnungscoefficient des Glases . . $\gamma = 0{,}0000278$
" der Luft . . . $\alpha = 0{,}00367$,
Druck der Luft bei 0° . . . . $d = 750{,}1$ mm
" " " " τ^0 . . . . $\varDelta = 1430{,}2$ "

Volumverhältniss $\frac{v}{V} = 0{,}00241$,

Temperatur der Röhre $t = t_1 = 18^0{,}0$.

Mit diesen Werthen findet man zunächst für

$$\varepsilon = \frac{1+\gamma t}{1+\alpha t} = 0{,}9386,$$

daher ist

$$\tau = 244{,}0.$$

Es ist in der vorhergehenden Entwickelung vorausgesetzt, dass die Ausdehnung des Glases jener der Luft proportional sei. Wenn dies nun auch in Wirklichkeit nicht der Fall ist, so ist der Fehler, welcher durch diese Voraussetzung gemacht wird, auf das schliessliche Resultat von fast verschwindendem Einflusse, da die Ausdehnung der Luft jene des Glases um das 130fache übertrifft und daher eine kleine Veränderlichkeit des Ausdehnungscoefficienten des Glases mit der Temperatur keine merkliche Bedeutung hat. Hierdurch ist auch die Frage über die Vergleichbarkeit zweier Luftthermometer entschieden, deren Kugeln nicht aus demselben Glase bestehen. Der Fehler, welcher dadurch in die zu messenden Temperaturen eingehen kann, überschreitet nicht jene, welche durch die unvermeidlichen Beobachtungsfehler in den Bestimmungen der Drucke u. s. w. bedingt sind. Es ist aber zu bemerken, dass für zwei verschiedene Gläser nicht derselbe Ausdehnungscoefficient eingeführt werden darf, sondern für jedes einzelne Glas besonders bestimmt werden muss.

§. 94.

Das Quecksilberthermometer. — Unter den Thermometern, welche die Ausdehnung einer Flüssigkeit benutzen, um die Temperatur

zu bestimmen, ist das Quecksilberthermometer das am meisten angewendete. Das Quecksilber hat vor vielen anderen Flüssigkeiten einmal den grossen Vorzug, dass sein Schmelz- und Siedepunkt weit aus einander liegen, dann dass es leicht ganz rein zu erhalten ist.

Die Bestimmung der festen Punkte des Thermometers geschieht in derselben Weise wie beim Luftthermometer. Das Thermometer wird so weit mit Schnee umgeben, dass das Ende des Quecksilberfadens noch eben sichtbar ist; ebenso wird das Thermometer so weit in den Siedeapparat (§. 91) eingetaucht, dass der Quecksilberfaden möglichst seiner ganzen Länge nach die Temperatur der siedenden Dämpfe annimmt. Es ist hierbei, wie schon früher erwähnt, auf den Druck des Barometers zu achten und diesem entsprechend nach der Tabelle in §. 93 die Temperatur der siedenden Dämpfe zu bestimmen.

Das Volumen der Röhre vom Nullpunkt bis zum Siedepunkt von 100⁰ wird in 100 gleiche Theile getheilt, und jeder Theil entspricht dann einem Grade. Ist die Thermometerröhre vollständig cylindrisch, so ist die Theilung unmittelbar durch eine Längentheilung zu erreichen, indem dann jeder Grad eine gleiche Länge erhält. In jedem Falle muss aber die Röhre auf ihr Volumen untersucht, d. h. calibrirt werden. Zu dem Zwecke wird ein Quecksilberfaden in dem Rohre verschoben und untersucht, welche Längen derselbe an verschiedenen Stellen des Rohres einnimmt. Auf das Nähere dieser Untersuchung wollen wir hier nicht eingehen.

Beim Quecksilberthermometer beobachtet man den Ueberschuss der Ausdehnung des Quecksilbers über jene des Glases, oder die sogenannte scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers. Es hängt daher die Angabe des Quecksilberthermometers nicht allein von der Ausdehnung des Quecksilbers, sondern auch von der Ausdehnung des Glases ab. Die Ausdehnung beider Körper ist nicht der Temperaturerhöhung des Luftthermometers genau proportional, sondern es wächst die Ausdehnung mit wachsender Temperatur stärker. Die Volumzunahme einer Quecksilbermasse ist also grösser, wenn die gleiche Masse von 100⁰ auf 101⁰ erwärmt wird, als wenn die Erwärmung von 0⁰ auf 1⁰ stattfindet. Da ausserdem die verschiedenen Glassorten sich verschieden stark ausdehnen, so geben weder die Quecksilberthermometer unter sich noch auch mit dem Luftthermometer unter gleichen Umständen die gleichen Angaben. Es gilt dies besonders von höheren Temperaturen über 100⁰. Um einen Anhalt über die Grösse der Abweichung zu geben, diene folgende Zusammenstellung, welche von Regnault herrührt.

Angaben des Luftthermometers	Angaben der Quecksilberthermometer	
	aus Krystallglas mit 34 Proc. Bleioxyd	aus ordinärem Natronglas
100⁰	100⁰	100⁰
150	150,40	149,80
200	201,25	199,70
250	253,00	250,05
300	305,72	301,08
350	360,50	354,00

Die Differenzen gegenüber dem Luftthermometer erreichen nach der obigen Tabelle bei den höchsten Temperaturen, welche das Quecksilberthermometer noch zu messen gestattet, eine Grösse von 10°. Um daher mit Quecksilberthermometern in höheren Temperaturen (über 100°) zuverlässige Resultate zu erhalten, genügt es nicht, die beiden festen Punkte zu bestimmen und das Rohr zu calibriren, sondern es ist nothwendig, das Thermometer mit dem Luftthermometer zu vergleichen, indem man beide Apparate gleichzeitig in einem Oelbade den höheren Temperaturen aussetzt und ihre Angaben ermittelt. Aus diesem Grunde ist das Luftthermometer von Jolly in §. 93 genauer beschrieben und die Berechnung seiner Angaben näher dargelegt.

§. 95.

Die Veränderlichkeit des Nullpunktes bei Quecksilberthermometern. — Die Lage des Nullpunktes hängt von den Umständen ab, denen das Thermometer vor der Bestimmung des Nullpunktes unterworfen war. Man hat gefunden, dass der Nullpunkt in der ersten Zeit nach Verfertigung des Thermometers steigt, und zwar in Folge einer allmäligen Zusammenziehung der Gefässwände. Diese Erhebung des Nullpunktes beträgt bis zu 0,5 und dauert mehrere Monate, ja sogar Jahre hindurch fort. Ferner ist constatirt, dass nach jedesmaligem Erwärmen auf Temperaturen von über 60° ein Sinken des Nullpunktes eintritt wegen der Ausdehnung des Gefässes, welches nicht auf sein früheres Volumen sofort wieder zurückgeht. Die Differenz wird um so bedeutender, je dicker die Glaswände des Gefässes sind. Will man daher den Null- und Siedepunkt eines Thermometers unmittelbar nach einander bestimmen, so ist es am besten, zuerst den Nullpunkt zu untersuchen; eine Controle des letzteren darf, wenn eine höhere Erwärmung (über 60°) des Thermometers stattgefunden hat, erst längere Zeit nach dieser Erwärmung geschehen.

§. 96.

Thermometer für besondere Zwecke. 1. Weingeistthermometer. — Wenn sehr tiefe Temperaturen gemessen werden sollen, so ist das Quecksilberthermometer nicht mehr brauchbar, da das Quecksilber bei — 39,4° gefriert. Es wird dann das Quecksilber durch Weingeist ersetzt. Auch hier ist für genauere Messungen eine Vergleichung des Weingeistthermometers mit dem Luftthermometer nothwendig. Die Abweichungen des Weingeistthermometers gegenüber dem Luftthermometer sind um so bedeutender, je mehr Wasser der Weingeist enthält und je tiefer die verglichenen Temperaturen sind. Bei — 79,0° des Luftthermometers fand Recknagel die Temperatur eines Weingeistthermometers zu — 72,9°, also eine Differenz von 6,1°.

2. Thermometer für hohe Temperaturen. Das Quecksilberthermometer lässt sich nur bis etwa 400° anwenden. Für die Messung höherer Temperaturen hat man verschiedene Methoden angegeben, um das Luftthermometer mit Porcellankugel als Gefäss zu vermeiden, weil häufig Schwierigkeiten mit der Verwendung desselben verknüpft sind.

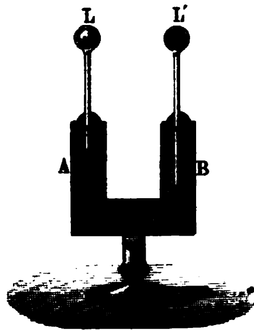
Eine der älteren Methoden besteht darin, dass ein Stück Platin von bekanntem Gewicht in den zu untersuchenden Raum gebracht und nach der Erwärmung schnell in Wasser getaucht wird. Aus der Erwärmung des Wassers lässt sich dann unter Kenntniss der specifischen Wärme des Platins die Temperatur, welche das Platin im Moment des Eintauchens in Wasser hatte, berechnen. Da das über einen gewissen Grad erhitzte Platin vom Wasser nicht benetzt wird, so kann durch Verdampfung des Wassers beim Eintauchen des Platins kein Fehler entstehen.

Von Siemens ist ein Pyrometer vorgeschlagen, welches auf die galvanische Widerstandszunahme beruht, die ein Platindraht durch Erhitzung erfährt. Es wird der Platindraht zuerst bestimmten Temperaturen ausgesetzt und dann die galvanische Leitungsfähigkeit gemessen; hieraus wird eine Tabelle berechnet, welche zu jedem Widerstande des Drahtes die zugehörige Temperatur angiebt. Wird dann der Platindraht einer unbekannten Temperatur ausgesetzt, so lässt sich aus dem gemessenen Widerstande dieselbe berechnen.

3. Metallthermometer. Bei den Metallen ist die Ausdehnung wie bei allen festen Körpern viel geringer, als bei den Flüssigkeiten und daher ist bei den meisten Thermometern, die auf die Ausdehnung der Metalle beruhen, eine Vergrösserung der directen Zu- oder Abnahme des Volumens oder der Länge durch Hebel und sonstige Vorrichtungen erforderlich. Der Gebrauch der Metallthermometer ist in Folge dessen auch nur ein sehr beschränkter, obschon die Metalle wegen ihrer geringen specifischen Wärme nach der anderen Seite für Temperaturwechsel sehr empfindlich sind.

Das bekannteste und empfindlichste Metallthermometer ist jenes von Breguet. Dasselbe besteht in einer Lamelle von Platin, Gold und Silber, welche spiralförmig aufgewunden ist. Dieselbe wird an einem Träger aufgehängt und hält an ihrem unteren Ende einen leichten Zeiger, welcher auf einer Kreistheilung steht. Durch die verschiedene Ausdehnung der Metalle wird der Zeiger bewegt und aus der Anzahl der Grade, welche der Zeiger durchschritten hat, lässt sich, wenn vorher eine Vergleichung mit dem Quecksilberthermometer stattgefunden hat, direct die Temperaturdifferenz bestimmen.

Fig. 241.



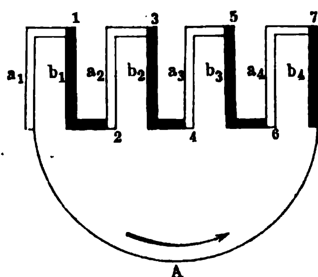
4. Differentialthermometer. Um sehr kleine Temperaturunterschiede zu messen, hat man schon früh die Ausdehnung der Luft durch die Wärme in der Art benutzt, dass man zwei Luftvolume durch eine Sperrflüssigkeit trennte, und eines der Luftvolume der Erwärmung aussetzte. Ein derartig eingerichteter Apparat, welcher die Differenz der Temperaturen zweier Luftvolume angiebt, ist das nach Leslie benannte Differentialthermometer. Dasselbe besteht aus zwei möglichst gleich grossen Glaskugeln, die durch eine doppelt gebogene Glasröhre verbunden sind, wie die Fig. 241 dies zeigt. In der Röhre befindet sich concentrirte Schwefelsäure und zwar so viel, dass, wenn beide Kugeln die gleiche Temperatur haben, der Apparat bis zur halben Höhe

gefüllt ist. Wird **eine** Kugel erwärmt, so wird durch die Ausdehnung der Luft im Innern derselben die Schwefelsäure so weit herabgedrückt, dass der Druck der erwärmten Luft gleich ist jenem der in der anderen Kugel comprimirten Luft, vermehrt um den Druck, den die Differenz der Höhen der Flüssigkeitssäule ausübt. Die Empfindlichkeit eines solchen Thermometers ist sehr gross, so dass sehr kleine Temperaturänderungen, denen die eine Kugel ausgesetzt wird, schon angezeigt werden. Eine Vergleichung mit dem Quecksilberthermometer lässt den Apparat graduiren.

§. 97.

Messung von Temperaturen durch thermoelektrische Ströme. — Es ist durch Seebeck die Entdeckung gemacht, dass, wenn ein geschlossener Kreis aus zwei Metallen besteht, welche an einander gelöthet sind, durch eine Erwärmung oder Abkühlung einer der beiden Löthstellen in dem Kreise ein elektrischer Strom entsteht, und dass die Intensität dieses Stromes für dieselbe Metallcombination innerhalb gewisser Grenzen nur von der Temperaturdifferenz der beiden Löthstellen abhängt, für verschiedene Metallcombinationen mit den Metallen aber variirt. Sehr starke Ströme liefern die Metalle Wismuth und Antimon und zwar geht der Strom durch die erwärmte Löthstelle vom Wismuth zum Antimon. Geringere Temperaturunterschiede, die nur kleine Bruchtheile eines Grades betragen, liefern bei Wismuth und Antimon schon deutlich erkennbare Ströme. Man kann aber die Intensität dieser Ströme noch bedeutend verstärken oder die Temperaturdifferenz der Löthstellen vermindern, wenn man mehrere Löthstellen in dem Stromkreise anbringt. In Fig. 242 sind 4 Antimonstäbe a und 4 Wismuthstäbe b dargestellt, welche durch 7 Löthstellen 1, 2 ... 7 mit einander verbunden sind. Wird die Löthstelle 1 erwärmt, so geht der Strom von b_1 nach a_1, wird ferner die Löthstelle 3 erwärmt, so geht der Strom von b_2 nach a_2. Beide Ströme gehen daher in der gleichen Richtung durch die Verbindung A und summiren sich in ihren Wirkungen. Man ersicht aus der obigen Darstellung, dass bei Erwärmung aller ungeraden Löthstellen (1, 3, 5, 7 ...) alle die Ströme, welche durch Erwärmung jeder einzelnen Löthstelle entstehen, in gleicher Richtung durch A gehen. Einen Apparat, in welchem mehrere Löthstellen in der Art wie in Fig. 242 angeordnet sind, nennt man eine Thermosäule. Die Intensität des durch eine Thermosäule erzeugten elektrischen Stromes ist sowohl proportional der Anzahl der erwärmten Löthstellen als auch der Temperaturdifferenz dieser gegenüber den anderen. Um daher die Temperaturdifferenz zu erhalten, hat man nur nöthig, die Stärke des jeweiligen Stromes zu messen und ein für alle Mal bei der verwendeten Thermosäule zu bestimmen, welche Stromstärke einer Temperaturdifferenz von 1° entspricht.

Fig. 242.



Die Stärke des Stromes wird aus der Ablenkung einer Magnetnadel bestimmt, welche diese erfährt, wenn ein elektrischer Strom um sie herumgeführt wird. Der Multiplicator Fig. 243 dient dazu, die Wirkung eines elektrischen Stromes auf die Magnetnadel zu verstärken. Zu dem Zwecke geht der Strom nicht durch eine einzige Drahtwindung um die Nadel, sondern durch eine grosse Anzahl von Windungen, von denen

Fig. 243.

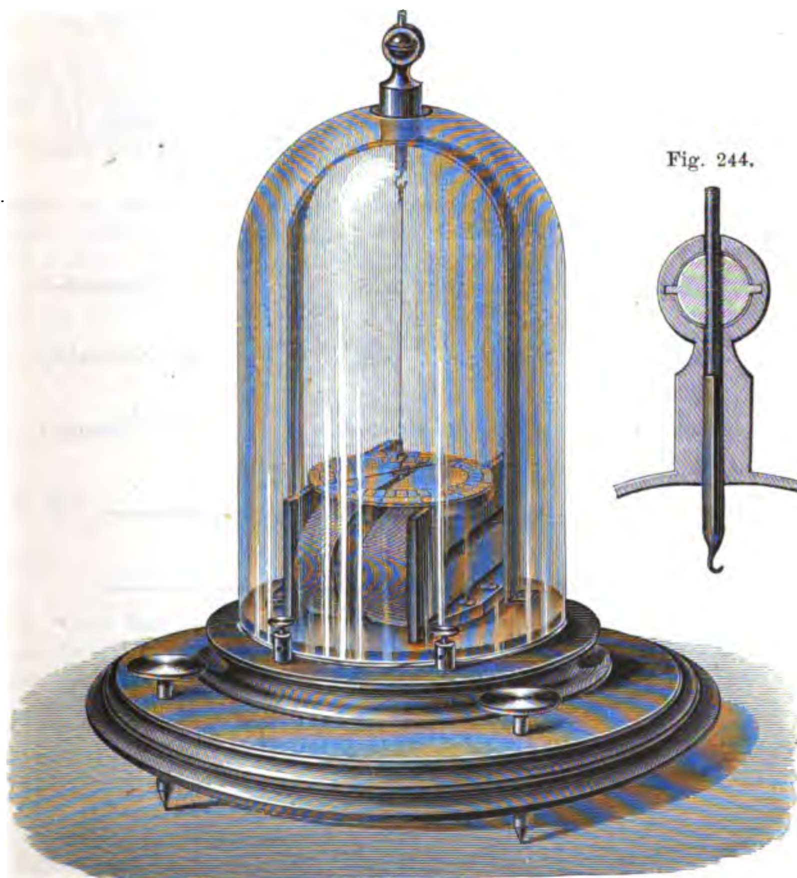


Fig. 244.

jede für sich allein schon eine kleine Ablenkung der Nadel hervorrufen würde.

Mittelst der beiden Apparate der Thermosäule und des Multiplicators ist man im Stande die kleinsten Temperaturunterschiede zu messen. Man verbindet zu dem Ende den Multiplicator mit der Thermosäule, so dass die in der Thermosäule erregten elektrischen Ströme die Windungen des Multiplicators durchfliessen. Besonders bei den Versuchen über die Strahlung der Wärme finden die gadachten Apparate Anwendung.

§. 98.

Vergleichung verschiedener Thermometerscalen. — Wir haben bisher nur von der Scala gesprochen, welche von **Celsius** herrührt, und welche den Schmelzpunkt des Eises gleich 0^0 und den Siedepunkt des Wassers gleich 100^0 setzt. Ausser dieser Scala werden noch zwei andere verwandt, jene von **Fahrenheit**, die in England und Amerika vielfach benutzt wird, und jene von **Réaumur**, die nur mehr eine geringe Verbreitung hat.

Die Scala von **Fahrenheit** setzt für den Schmelzpunkt des Eises 32^0 und für den Siedepunkt des Wassers 212^0, so dass 180^0 von **Fahrenheit** dasselbe Temperaturintervall umfassen, wie 100^0 von **Celsius**.

Die Scala von **Réaumur** setzt für den Schmelzpunkt des Eises 0^0 und für den Siedepunkt des Wassers 80^0.

Um die Angaben der verschiedenen Scalen auf einander zu übertragen, dienen folgende Formeln:

$$t^0 \text{ Celsius} = \frac{8}{10}\, t^0 \text{ Réaumur} \quad \text{oder} \quad \frac{9}{5}\, t^0 + 32^0 \text{ Fahrenheit},$$

$$t^0 \text{ Réaumur} = \frac{10}{8}\, t^0 \text{ Celsius} \quad \text{oder} \quad \frac{9}{4}\, t^0 + 32^0 \text{ Fahrenheit},$$

$$t^0 \text{ Fahrenheit} = \frac{5}{9}\,(t - 32^0) \text{ Celsius oder } \frac{4}{9}\,(t - 32^0) \text{ Réaumur}.$$

Man erhält daher folgende Vergleichstabelle:

C.	R.	F.	C.	R.	F.
— 40°	— 32°	— 40°	50°	40°	122°
— 30	— 24	— 22	60	48	140
— 20	— 16	— 4	70	56	158
— 10	— 8	+ 14	80	64	176
0	0	32	90	72	194
10	8	50	100	80	212
20	16	68	200	160	392
30	24	86	300	240	572
40	32	104			

§. 99.

Die Ausdehnung starrer Körper. — Durch die Zufuhr von Wärme wird das Volumen der Körper im Allgemeinen vergrössert; die Molecüle der Körper erhalten also grössere mittlere Abstände. Damit dies erreicht werde, muss die Anziehungskraft zwischen den Molecülen,

welche für sich allein das Volumen zu vermindern bestrebt ist, theilweise überwunden werden und dies geschieht thatsächlich durch die Wärme. Die Wärmezufuhr bewirkt also eine Lockerung des Zusammenhanges der Molecüle und die Folge hiervon ist die Ausdehnung des Körpervolumens.

Die Verlängerung, welche die Längeneinheit eines starren Körpers erfährt, wenn die Temperatur von 0^0 auf 1^0 steigt, nennt man den linearen Ausdehnungscoefficienten des Körpers. Hat also ein Körper, welcher bei 0^0 die Länge 1 hat, bei 1^0 die Länge $1 + \alpha$, so ist α der lineare Ausdehnungscoefficient.

Da die Verlängerung der ursprünglichen Länge proportional ist, so lässt sich der Ausdehnungscoefficient auch in folgender Weise definiren. Ist die Länge des Körpers bei 0^0 gleich l_0, bei 1^0 gleich l_1, so ist der Ausdehnungscoefficient gleich

$$\frac{l_1 - l_0}{l_0} = \alpha$$

oder gleich der Verlängerung, welche der Temperaturerhöhung von 0^0 auf 1^0 entspricht, dividirt durch die Länge bei 0^0.

Untersucht man die Verlängerung für höhere Temperaturen, so findet man, dass dieselbe für den Zuwachs von je einem Grade nahezu gleich ist. Ist daher die Länge des Körpers bei 0^0, 1^0, 2^0, $3^0 \ldots$ gleich $l_0, l_1, l_2, l_3 \ldots$, so ist nahezu:

$$l_1 - l_0 = l_2 - l_1 = l_3 - l_2 = \cdots = l_t - l_{t-1}$$

Da nun

$$l_1 - l_0 = \alpha \,.\, l_0 \text{ oder } l_1 = l_0 \, (1 + \alpha)$$

so ist

$$l_2 - l_0 = 2 \,.\, \alpha \, l_0 \text{ oder } l_2 = l_0 \, (1 + \alpha \,.\, 2)$$

und

$$l_t - l_0 = t \,.\, \alpha \,.\, l_0 \text{ oder } l_t = l_0 \, (1 + \alpha \,.\, t).$$

Aus der letzten Gleichung geht hervor, dass es zur Bestimmung des Ausdehnungscoefficienten genügt, die Länge des Körpers bei 0^0 und bei einer anderen Temperatur t^0 zu ermitteln; denn wenn für beide Grössen l_0 resp. l_t gefunden sind, so ist der Ausdehnungscoefficient α gleich

$$\alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0 \,.\, t}.$$

Hat man dagegen für zwei von 0^0 verschiedene Temperaturen z. B. T und t die Längen l_T und l_t bestimmt, so erhält man für den Ausdehnungscoefficienten nicht etwa den Werth

$$\alpha = \frac{l_T - l_t}{l_t \, (T - t)},$$

sondern vielmehr:

$$\alpha = \frac{l_T - l_t}{l_t \,.\, T - l_T \,.\, t},$$

wie sich unmittelbar aus den Gleichungen

$$l_T = l_0 \, (1 + \alpha \, T) \text{ und } l_t = l_0 \, (1 + \alpha \, t)$$

ergiebt.

Da die Ausdehnung starrer Körper nur sehr gering ist, so muss man feine Untersuchungsmethoden anwenden, um dieselbe zu bestimmen.

Man hat für die linearen Ausdehnungscoefficienten, die innerhalb der Grenzen 0° und 100° gelten, folgende Werthe gefunden:

Zink	0,00002975	Eisendraht	0,00001235
Blei	2800	Gewöhnliches Glas	0861
Zinn	2296	Platin	0886
Silber	1944	Flintglas	0812
Messing	1890	Tannenholz in der Richtung der Fasern	0380
Kupfer	1666		
Gold	1470		

Bei den Metallen hält die Grösse der Ausdehnungscoefficienten im Allgemeinen dieselbe Ordnung ein wie die Schmelzpunkte; je niedriger die Schmelztemperatur liegt, desto stärker dehnt sich das Metall aus.

Die Maassstäbe werden bei einer bestimmten Temperatur getheilt, und wegen der Ausdehnung geben sie nur bei dieser Temperatur ganz genau das Originalmaass, also das richtige Maass wieder. Gesetzt, man habe mit einem Silbermaassstab, welcher bei 0° getheilt wurde, dessen Theile also bei dieser Temperatur ihre normale Länge haben, bei 25° eine Länge $l = 1506$ mm beobachtet, so würde man, wenn der Maassstab bei seiner Normaltemperatur von 0° angewandt worden wäre, die nämliche Länge:

$$l = 1506\ (1 + 0{,}0000194\ .\ 25) = 1506{,}77 \text{ mm}$$

gefunden haben. Es muss daher bei allen zu feineren Messungen bestimmten Maassstäben angemerkt sein, bei welcher Temperatur die Theilung dem Normalmaasse genau entspricht. Eine leichte Rechnung ergiebt dann, ob bei der verlangten Genauigkeit, Rücksicht auf eine veränderte Temperatur zu nehmen ist.

Eine genauere Untersuchung der Ausdehnungscoefficienten der starren Körper ergiebt, dass dieselben mit wachsender Temperatur zunehmen. Es ist daher z. B. die Verlängerung, die ein Körper erfährt, wenn er von 100° auf 101° erwärmt wird, grösser als die Verlängerung desselben Körpers bei der Erwärmung von 0° auf 1°. Der Ausdehnungscoefficient α lässt sich dann durch die Form

$$\alpha = a + bt$$

darstellen, in welcher a und b constante Werthe sind und t die Temperatur bedeutet.

Aus der Formel

$$l_t = l_0\ (1 + \alpha t)$$

resultirt dann

$$l_t = l_0\ (1 + at + bt^2).$$

Für Silber hat man z. B. gefunden

$$a = 0{,}00001809$$

$$b = 0{,}0000000135.$$

Hat man einen Silberstab von 1000 mm Länge bei 0°, so ist die Länge desselben bei 100° gleich

$$1001{,}944.$$

Würde man den Werth von b nicht berücksichtigen, so hätte man mit dem Werthe von a die Länge bei 100⁰ gleich

$$1001{,}809$$

gefunden.

Die früher angegebenen linearen Ausdehnungscoefficienten stellen die mittleren Werthe derselben zwischen 0 und 100⁰ dar.

Aus dem linearen Ausdehnungscoefficienten berechnet sich unmittelbar der Ausdehnungscoefficient der Fläche und des Volumens.

Hat eine rechtwinkelige Fläche bei 0^0 die Länge l_0 und die Breite b_0, so ist die Grösse der Fläche F_0

$$F_0 = l_0 \,.\, b_0.$$

Durch die Erwärmung auf t^0 wird, wenn α den linearen Ausdehnungscoefficienten bezeichnet, die Länge resp. Breite

$$l_t = l_0\,(1 + \alpha t) \,.\, b_t = b_0\,(1 + \alpha t).$$

Daher ist die Fläche F_t bei t^0 gleich

$$F_t = l_0 \,.\, b_0\,(1 + \alpha t)^2 = F_0\,(1 + 2\alpha t + \alpha^2 t^2).$$

Da nun α immer sehr klein ist, so kann man das quadratische Glied $\alpha^2 t^2$ unberücksichtigt lassen, und erhält dann

$$F_t = F_0\,(1 + 2\alpha \,.\, t).$$

Ebenso findet man den Volumcoefficienten, wenn man ein Parallelpiped betrachtet, dessen Länge l_0, Breite b_0, Dicke d_0 bei 0^0 ist. Das Volumen bei 0^0 ist

$$V_0 = l_0 \,.\, b_0 \,.\, d_0.$$

Bei der Temperatur t^0 ist das Volumen V_t gleich

$$V_t = b_0 \,.\, b_0 \,.\, d_0\,(1 + \alpha t)^3 = V_0\,(1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3).$$

Auch hier kann man $3\alpha^2 t^2$ und $\alpha^3 t^3$ unberücksichtigt lassen und erhält

$$V_t = V_0\,(1 + 3\alpha t).$$

Ist daher der lineare Ausdehnungscoefficient α, so ist der Ausdehnungscoefficient für die Fläche 2α, also doppelt so gross, der Ausdehnungscoefficient für das Volumen 3α, also dreimal so gross, wie der lineare.

Wegen der Ausdehnung durch die Wärme ist der Rauminhalt von Gefässen bei verschiedenen Temperaturen verschieden. Der innere Raum eines Gefässes vergrössert sich beim Erwärmen gerade so, als wenn er mit der starren Substanz erfüllt wäre, aus welcher die Wandungen des Gefässes bestehen. Wenn daher der lineare Ausdehnungscoefficient einer Glassorte gleich 0,0000086, also der Ausdehnungscoefficient für das Volumen gleich 0,0000258 ist, so vergrössert sich der Inhalt eines aus diesem Glase gefertigten Gefässes beim Erwärmen um 1^0 um das 0,0000258 fache. Fasst das Gefäss bei 0^0 V Volumeinheiten, so fasst es bei t^0

$$V\,(1 + 0{,}0000258 \,.\, t)$$

Volumeinheiten. Wenn ein Glasgefäss durch eine auf ihm eingeritzte Scala in gleiche Raumtheile getheilt ist und wenn als Volumeinheit der

Raum betrachtet wird, welcher zwischen zwei Theilstrichen bei 0° enthalten ist, so giebt die Ablesung bei t^0 nicht unmittelbar das Volumen an, welches von der Flüssigkeit angefüllt wird, sondern sie liefert nur das scheinbare Volumen. Steht die Flüssigkeit bei t^0 bis zu dem das scheinbare Volumen V angebenden Theilstriche, so ist das wahre Volumen, wie oben, gleich $V\,(1 + 0{,}0000258\,.\,t)$ Raumeinheiten.

Wenn man bedenkt, welche grosse mechanische Kraft aufgewendet werden muss, um eine starre Substanz durch Zug zu verlängern, oder durch Druck auf ein geringeres Volumen zu reduciren, so kann man hieraus auf die bedeutende mechanische Wirkung schliessen, welche die Wärme bei der Ausdehnung der starren Körper ausübt, und dass dabei die gewaltigsten äusseren Widerstände überwunden werden können. Die ungleiche Ausdehnung verschiedener Theile beim Erwärmen kann darum die Ursache des Zerspringens von Glasgefässen und selbst von Gusseisen werden; unter den ersteren sind namentlich die dickwandigen beim Erhitzen von Aussen oder beim Eingiessen heisser Flüssigkeiten dem Zerspringen ausgesetzt. Das Absprengen einzelner Theile von Glasgefässen mittelst der Sprengkohle beruht auf der Ausdehnung der erhitzten Theile, welche sich von den nicht ausgedehnten ablösen. Man kann Stücke von Glasröhren oder Kolben abnehmen, wenn man die Stelle, wo die Trennung stattfinden soll, mit festem Bindfaden umwickelt, durch sägeartige Bewegung des Fadens stark erhitzt und dann plötzlich etwas kaltes Wasser darauf giesst.

Ausdehnung der Krystalle. — Amorphe Körper verlängern sich beim Erwärmen nach allen Richtungen in gleichem Verhältnisse. Bei den Krystallen ist dies im Allgemeinen nicht mehr der Fall; denn nur die Krystalle des regulären Systems verhalten sich noch wie amorphe Körper, die Krystalle aller anderen Systeme dehnen sich dagegen nach verschiedenen Richtungen verschieden aus. Bei diesen Krystallen hängt der Winkel, welchen die Flächen mit einander bilden, von der Temperatur ab, und diese Veränderung des Winkels war die erste Beobachtung Mitscherlich's, welche die verschiedene Ausdehnung der Krystalle nach verschiedenen Richtungen erkennen liess. Eine genauere Untersuchung ergab folgende allgemeine Resultate:

1. Die optisch einaxigen Krystalle, die zum quadratischen und hexagonalen System gehören, dehnen sich in der Richtung der krystallographischen oder optischen Hauptaxe stärker oder schwächer aus, als in der Richtung der Nebenaxen. In allen zur Hauptaxe senkrechten Richtungen, also in der Richtung der Nebenaxen, ist die Ausdehnung gleich.

2. Die optisch zweiaxigen oder krystallographisch mit drei ungleichen Axen versehenen Krystalle dehnen sich nach allen drei Richtungen verschieden aus.

Folgende Werthe zeigen den Unterschied der Ausdehnung in der Richtung der Hauptaxe gegenüber jener in der Richtung der Nebenaxe beim quadratischen und hexagonalen System.

	Ausdehnungscoefficient in der Richtung der Hauptaxe	Ausdehnungscoefficient senkrecht zur Hauptaxe
Zirkon	0,0000443	0,0000233
Quarz	0,0000078	0,0000142
Kalkspath	0,0000262	— 0,0000054

Der Zirkon dehnt sich in der Richtung der Hauptaxe stärker als in der Richtung der Nebenaxe aus; beim Quarz ist das Umgekehrte der Fall. Der Kalkspath verhält sich wie der Zirkon, indem auch hier die Ausdehnung in der Richtung der Hauptaxe stärker ist als in jener der Nebenaxen; aber er zeigt darin einen Unterschied, dass der Ausdehnungscoefficient in der Richtung der Nebenaxe negativ ist, d. h. es tritt keine Ausdehnung, sondern eine Zusammenziehung senkrecht zur Hauptaxe ein, wenn der Krystall erwärmt wird.

§. 100.

Ausdehnung der Flüssigkeiten. — Bei den Flüssigkeiten kann man nur von der Ausdehnung dem Volumen nach sprechen, da sie keine selbständige Gestalt haben. Man hat aber bei den Flüssigkeiten die wahre Ausdehnung, welche das Volumen erfährt, von der scheinbaren Ausdehnung zu unterscheiden, welche die Flüssigkeiten in Gefässen zeigen, deren Rauminhalt selbst durch Erwärmen grösser wird. Die scheinbare Ausdehnung ist natürlich kleiner als die wahre.

Die Ausdehnung der Flüssigkeiten kann man in doppelter Weise bestimmen. Man ermittelt entweder die scheinbare Ausdehnung der Flüssigkeit in einem Gefässe, dessen Ausdehnung bekannt ist und berechnet aus der scheinbaren Ausdehnung die wahre, oder man bestimmt die wahre Ausdehnung unabhängig von der Ausdehnung anderer Substanzen.

Die letzte Methode ist besonders beim Quecksilber eingeschlagen, um ganz sichere Werthe für die Ausdehnungscoefficienten zu erhalten. Hat man zwei communicirende Röhren mit Quecksilber gefüllt, so werden die Niveaus in derselben Horizontalebene liegen, wenn beide Röhren die gleiche Temperatur haben. Ist aber das Quecksilber in der einen Röhre wärmer, als in der anderen, so wird ersteres auch höher stehen.

Wird daher das Quecksilber in der einen Röhre auf 0^0 gehalten, während in der anderen Röhre dasselbe die Temperatur t^0 besitzt, so wird das Quecksilber in der ersten Röhre die Höhe h_0 und in der zweiten die Höhe h_t zeigen. Bezeichnet man nun dem entsprechend das Gewicht der Volumeinheit des Quecksilbers mit d_0 und d_t, so ist

$$h_0 \,.\, d_0 = h_t \,.\, d_t$$

und daraus folgt unmittelbar

$$\frac{d_t}{d_0} = \frac{h_0}{h_t}.$$

Wird endlich das Volumen der Gewichtseinheit Quecksilber bei 0^0 resp. t^0 mit V_0 und V_t bezeichnet, so ist

$$\frac{V_0}{V_t} = \frac{d_t}{d_0} = \frac{h_0}{h_t}.$$

Die Volumina gleicher Gewichte für verschiedene Temperaturen verhalten sich also unmittelbar wie die zu messenden Höhen der verschiedenen temperirten Quecksilbersäulen in den communicirenden Röhren.

Setzt man das Volumen des Quecksilbers bei 0⁰ gleich 1, so wurden für das Volumen bei höheren Temperaturen die nachstehenden Werthe gefunden:

Volumen	bei
1	0^0
1,018153	100^0
1,036811	200^0
1,055975	300^0

Aus diesen Werthen folgt, dass der mittlere Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers zwischen

0^0 und	100^0	gleich	0,0001815
0 „	200	„	0,0001840
0 „	300	„	0,0001866

Man sieht, dass die Ausdehnung des Quecksilbers eben so wie jene der starren Körper mit der Temperatur wächst. Um bei der Temperatur t das Volumen V_t einer Quecksilbermasse, die bei 0^0 das Volumen V_0 hat, zu finden, genügt die Gleichung:

$$V_t = V_0 \, (1 + 0{,}0001815 \, . \, t)$$

so lange t gleich oder kleiner, als 100^0 ist. Für höhere Temperaturen hat man die oben angegebenen Werthe für die Ausdehnungscoefficienten einzuführen.

Die Ausdehnung des Quecksilbers kommt bei der Reduction der Barometerhöhen in Betracht. Da das Quecksilber sich in Folge der Erwärmung ausdehnt, so tritt eine Verlängerung der Barometersäule ein, wenn nur die Temperatur steigt und der Luftdruck unverändert bleibt. Es sind daher Barometerhöhen, welche bei verschiedenen Temperaturen beobachtet werden, nicht unmittelbar mit einander vergleichbar; vielmehr müssen die Höhen auf gleiche Temperatur reducirt werden. Man ist übereingekommen, hierfür die Temperatur 0^0 zu wählen. Hat man bei der Temperatur t^0 die Barometerhöhe b_t beobachtet, so ist die Höhe b_0, welche das Barometer bei gleichem Luftdrucke zeigen würde, wenn die Temperatur 0^0 wäre, gleich

$$b_0 = \frac{b_t}{1 + 0{,}000181\,t} \text{ oder angenähert } b_0 = b_t \, (1 - 0{,}000181\,t).$$

Hat man z. B. bei 20^0 die Barometerhöhe $b_t = 750$ mm beobachtet, so ist die auf 0^0 reducirte Höhe $b_0 = 747{,}3$ mm.

Die bekannte Ausdehnung des Quecksilbers kann man benutzen, um die Ausdehnung von Gefässen zu bestimmen. Angenommen, ein Glasgefäss, welches mit einer Spitze versehen ist, werde bei 0^0 mit Quecksilber gefüllt, und enthalte bei dieser Temperatur P g. In Folge der Erwärmung fliesst ein Theil des Quecksilbers aus und es möge angenommen werden, dass das Gefäss bei 100^0 noch p g Quecksilber enthalte. Da ein Cubikcentimeter Quecksilber bei 0^0 13,596 g wiegt, so ist das Volumen V_0 des Gefässes bei 0^0

$$V_0 = \frac{P}{13{,}596}.$$

Das Volumen V_{100} des Gefässes bei 100° ist gleich

$$V_{100} = \frac{p}{13,596} \cdot 1,0181,$$

daher ist

$$\frac{V_{100}}{V_0} = \frac{p}{P} \cdot 1,0181.$$

Ist z. B. $P = 200,2$ g, und $p = 197,14$ g, so ist

$$\frac{V_{100}}{V_0} = \frac{197,14}{200,2} \cdot 1,0181 = 1,00252.$$

Der cubische Ausdehnungscoefficient des Glasgefässes ist also gleich 0,0000252.

Auch aus der scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers lässt sich die Ausdehnung eines Gefässes bestimmen. Es sei ein Gefäss mit enger Röhre dem Volumen nach getheilt, und es nehme das Quecksilber bei 0° V_0 Volumtheile, bei 100° V_{100} Volumtheile ein. Das Volumen V_{100} ist dann das scheinbare Volumen des Quecksilbers bei 100°. Ist α der cubische Ausdehnungscoefficient des Glases, so ist das wahre Volumen des Quecksilbers bei 100° gleich

$$V_{100}\,(1 + 100\,.\,\alpha).$$

Andererseits ist dieses Volumen gleich:

$$V_0\,(1 + 100\,.\,0,000181),$$

daher hat man die Gleichung:

$$V_{100}\,(1 + 100\,.\,\alpha) = V_0\,(1 + 100\,.\,0,000181)$$

$$100\,.\,\alpha = \frac{V_0\,(1 + 100\,.\,0,000181)}{V_{100}} - 1.$$

Wird z. B. gefunden, dass das Quecksilber bei 0° 2028,51 Scalentheile, bei 100° 2059,80 Scalentheile beansprucht, so ist nach der obigen Gleichung:

$$100\,\alpha = 0,00266.$$

Die Ausdehnung anderer Flüssigkeiten ist gewöhnlich durch die Beobachtung der scheinbaren Ausdehnung ermittelt. Man füllte zu diesem Zwecke die Flüssigkeiten in thermometerartige Apparate, für welche die Ausdehnung des Glases bekannt war, und bestimmte die Raumerfüllung bei verschiedenen Temperaturen. Die unmittelbaren Beobachtungen der Volume V_0 für 0° und V_t für t^0 geben nur die scheinbare Ausdehnung von 0° bis t^0; die Vergleichung der für die Glasausdehnung corrigirten Volume, V_0 und $V_t\,(1 + \alpha\,.\,t)$, — wo α den cubischen Ausdehnungscoefficienten des benutzten Glases bezeichnet—, giebt die wahre Ausdehnung [1]).

In der folgenden Tabelle sind einige Werthe zusammengestellt, welche von Kopp (K.) und Pierre (P.) gewonnen wurden. Das Volumen bei 0° ist für jede Flüssigkeit gleich 1 gesetzt.

[1]) Genaueres über diese Methode siehe bei Kopp, Pogg. Ann. 72 (1847).

Temperatur	Volumen von							
	Alkohol		Aether		Essigsaures Aethyl		Benzol	Schwefel-Kohlenstoff
	P.	K.	P.	K.	P.	K.	K.	P.
— 30°	0,9701	—	0,9556	—	0,9649	—	—	0,9665
20	0,9797	—	0,9703	—	0,9760	—	—	0,9776
10	0,9897	—	0,9851	—	0,9877	—	—	0,9887
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
+ 10	1,0107	1,0105	1,0154	1,0152	1,0129	1,0130	1,0119	1,0115
20	1,0217	1,0213	1,0315	1,0312	1,0264	1,0264	1,0241	1,0235
30	1,0331	1,0324	1,0468	1,0483	1,0405	1,0405	1,0367	1,0359
40	1,0448	1,0440	—	1,0667	1,0552	1,0552	1,0496	1,0490
50	1,0570	1,0562	—	—	1,0705	1,0706	1,0630	—
60	1,0695	1,0691	—	—	1,0865	1,0869	1,0769	—
70	1,0825	1,0828	—	—	1,1031	1,1040	1,0914	—
80	—	1,0974	—	—	—	1,1221	1,1064	—

Die vorstehende Tabelle zeigt, dass die Werthe, welche von Pierre und Kopp für die gleiche Flüssigkeit gefunden wurden, recht gut unter einander übereinstimmen. Ferner sieht man unmittelbar, dass die Ausdehnung der Flüssigkeiten mit wachsender Temperatur bedeutend wächst. So findet man den Ausdehnungscoefficienten des Alkohols zwischen 0° und 10° gleich 0,00105; zwischen 0° und 80° dagegen gleich 0,00122.

Setzt man daher das Volumen einer Flüssigkeit bei 0° gleich 1, so darf man das Volumen V_t der Flüssigkeit bei t^0 nicht einfach gleich

$$V_t = 1 + A \,.\, t$$

setzen, wo A einen constanten Werth besitzt. Um aber das Volumen einer Flüssigkeit bei verschiedenen Temperaturen durch eine Gleichung auszudrücken, kann man der Gleichung folgende Gestalt geben:

$$V_t = 1 + A \,.\, t + Bt^2 + Ct^3,$$

in welcher A, B, C constante Zahlen darstellen, die durch den Versuch zu bestimmen sind.

Kopp und Pierre haben für viele Flüssigkeiten die Werthe der Constanten A, B, C ermittelt. Für Alkohol, Aether und Benzol hat z. B. Kopp folgende Werthe gefunden:

	Alkohol	Aether	Benzol
A	0,00104139	0,00148026	0,00117626
B	0,0000007836	0,00000350316	0,00000127755
C	0,000000017618	0,000000027007	0,0000000080648.

Die Formeln geben indess nur ganz zuverlässige Resultate innerhalb der Temperaturgrenzen, in welchen die Beobachtungen liegen, aus denen die Formeln berechnet sind.

Eine besondere Bedeutung hat die Ausdehnung des Wassers, daher ist auch dieselbe von vielen Beobachtern untersucht worden. In der folgenden Tabelle sind die Werthe aus den Beobachtungen von Despretz, Kopp, Hagen, Matthiesen, Rosetti und Jolly abgeleitet. Das Volumen des Wassers ist bei 4° gleich 1 gesetzt, weil hier das Wasser das kleinste Volumen hat, und sowohl bei der Abkühlung als auch bei der Erwärmung von 4° an sich ausdehnt.

Wasservolumina

Temperatur	Volumen	Temperatur	Volumen	Temperatur	Volumen
0°	1,000128	20°	1,001742	40°	1,00769
1	1,000076	21	1,001954	45	1,00970
2	1,000032	22	1,002173	50	1,01194
3	1,000009	23	1,002401	55	1,01438
4	1,000000	24	1,002636	60	1,01691
5	1,000009	25	1,002884	65	1,01965
6	1,000030	26	1,003136	70	1,02253
7	1,000066	27	1,003399	75	1,02568
8	1,000113	28	1,003675	80	1,02888
9	1,000171	29	1,003959	85	1,03223
10	1,000254	30	1,00425	90	1,03570
11	1,000344	31	1,00455	95	1,03934
12	1,000451	32	1,00486	100	1,04312
13	1,000568	33	1,00518		
14	1,000700	34	1,00551		
15	1,000842	35	1,00585		
16	1,001002	36	1,00620		
17	1,001159	37	1,00656		
18	1,001346	38	1,00693		
19	1,001539	39	1,00731		

Die Volume des Wassers unterhalb 0° und oberhalb 100° sind ebenfalls bestimmt. Oberhalb 100° wurde von Waterston das Wasser in graduirte dickwandige geschlossene Glasröhren eingeschlossen. Die Röhren wurden in einem Bade in verticaler Stellung erhitzt und bei bestimmten Temperaturen das Volumen des Wassers abgelesen. Dem so beobachteten Wasservolumen ist eine Correction für die sich oberhalb des Wassers bildende Dampfmenge beizufügen; dieselbe ergiebt sich aus dem bekannten Volumen des Dampfraumes und der Dichte des Dampfes bei der betreffenden Temperatur. Setzt man das Volumen des Wassers bei 4° gleich 1, so ist das Volumen bei höherer Temperatur das folgende:

Temperatur	Volumen
0^0	1,0001
100	1,0433
150	1,0926
200	1,1612
250	1,2645
300	1,4181

Aus diesen Werthen ergiebt sich, dass der Ausdehnungscoefficient in höherer Temperatur ganz bedeutend wächst.

Berechnet man die mittleren Ausdehnungscoefficienten des Wassers, so findet man

zwischen 100^0 und 110^0 den Werth 0,00084
„ 200 „ 210 „ „ 0,00188
„ 300 „ 310 „ „ 0,00403.

In der höchsten beobachteten Temperatur ist der Ausdehnungscoefficient des Wassers 0,00403 grösser, als jener der Gase.

Das Wasser zeigt, wie erwähnt, bei 4^0 ein Maximum der Dichtigkeit. Löst man Salze in Wasser, so erniedrigt sich die Temperatur, bei welcher die Lösung ein Maximum der Dichte zeigt, um so mehr, je concentrirter sie ist. Gleichzeitig wird auch der Gefrierpunkt erniedrigt, aber nicht in einem so starken Maasse, wie folgende Zusammenstellung für Chlornatriumlösung zeigt.

Gewichtsmenge Chlornatrium, welche in 100 Theilen Wasser gelöst ist	Temperatur, bei welcher die Lösung das Maximum der Dichte zeigt	Temperatur des Gefrierens
0	+ 4,00	0,00
1	+ 1,77	— 0,65
2	— 0,58	— 1,27
4	— 5,63	— 2,60
6	— 11,07	— 3,91

§. 101.

Ausdehnung der Gase. — Gay-Lussac hatte gefunden, dass der Ausdehnungscoefficient aller von ihm untersuchten Gase gleich gross und zwar gleich 0,00375 sei. Ist das Volumen eines Gases bei 0^0 gleich V_0, bei t^0 gleich V_t, so ist nach Gay-Lussac, vorausgesetzt, dass der Druck des Gases unverändert der gleiche bleibt:

$$\left.\begin{aligned} V_t &= V_0\,(1 + \alpha t) \\ \alpha &= \frac{V_t - V_0}{V_0 \,.\, t} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

wo α für alle Gase gleich 0,00375 ist.

Die späteren Versuche zeigten, dass dies Gesetz von Gay-Lussac nicht vollständig der Wahrheit entspricht, dass vielmehr nach zwei Richtungen eine Aenderung vorzunehmen ist. Erstens ist für verschiedene Gase der Ausdehnungscoefficient nicht vollständig gleich gross, und zweitens ist für die meisten Gase der Ausdehnungscoefficient kleiner als der von Gay-Lussac angegebene Werth. Die gefundenen Resultate werden später mitgetheilt.

Neben dem Ausdehnungscoefficienten, welcher aus Gleichung 1) abgeleitet wird, hat man bei den Gasen den Spannungscoefficienten bestimmt. Wird nämlich bei der Erwärmung des Gases das Volumen constant gehalten, so wächst der Druck des Gases. Um zu erfahren, in welchem Verhältnisse dieser Druck zunimmt, kann man sich folgende Operation ausgeführt denken. Möge der Druck des Gases bei 0° gleich P_0 sein; bleibt dieser Druck constant, so wächst das Volumen V_0 durch die Erwärmung auf t^0 auf V_t, so dass

$$V_t = V_0 \, (1 + \alpha \, . \, t)$$

oder

$$V_t \, . \, P_0 = V_0 \, . \, P_0 \, (1 + \alpha t) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Das Volumen V_t lässt sich jetzt bei constanter Temperatur t so weit comprimiren, bis das Anfangsvolumen V_0 erreicht ist; es wächst hierbei der Druck von P_0 auf P_t, und wenn das Boyle'sche Gesetz besteht, so ist

$$V_t \, . \, P_0 = V_0 \, . \, P_t.$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung 2) ein, so erhält man

$$V_0 \, . \, P_t = V_0 \, P_0 \, (1 + \alpha t)$$

oder

$$P_t = P_0 \, (1 + \alpha t) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

daher

$$\alpha = \frac{P_t - P_0}{P \, . \, t}.$$

Diese Gleichung sagt aus: der Druck eines Gases wächst bei constant gehaltenem Volumen durch die Erwärmung in dem gleichen Verhältnisse, wie das Volumen wächst, wenn der Druck constant gehalten wird, oder: der Spannungs- und Ausdehnungscoefficient sind einander gleich. Man sieht unmittelbar aus der obigen Ableitung, dass das Boyle'sche Gesetz bestehen muss, wenn die Uebereinstimmung zwischen dem Spannungs- und Ausdehnungscoefficienten stattfinden soll. Nun trifft das Boyle'sche Gesetz thatsächlich bei keinem Gase vollständig zu, und daher ist auch bei keinem Gase eine vollständige Uebereinstimmung zwischen den Spannungs- und Ausdehnungscoefficienten vorhanden.

Die Beobachtungen haben in der That Differenzen zwischen beiden Coefficienten ergeben, wie folgende Tabelle Regnault's zeigt.

	Ausdehnungs-coefficient (bei constantem Druck)	Spannungs-coefficient (bei constantem Volumen)
Wasserstoff	0,003661	0,003667
Stickstoff	—	0,003668
Luft	0,003670	0,003665
Stickoxydul	0,003719	0,003676
Kohlenoxyd	0,003669	0,003667
Kohlensäure	0,003710	0,003688
Cyan	0,003877	0,003829
Schweflige Säure	0,003903	0,003845

Sieht man zunächst vom Wasserstoff ab, so zeigen sämmtliche untersuchten Gase für die Ausdehnungscoefficienten grössere Werthe, als für die Spannungscoefficienten. Der Unterschied ist um so grösser, je grösser der Ausdehnungscoefficient des betreffenden Gases ist. Der Wasserstoff bildet aber eine Ausnahme, da für dieses Gas der Ausdehnungscoefficient kleiner, als der Spannungscoefficient ist. Wir werden sogleich sehen, dass diese Ausnahmestellung des Wasserstoffs durch sein früher erwähntes Verhalten gegenüber dem Boyle'schen Gesetze bedingt ist.

Unter Annahme des Boyle'schen Gesetzes erhält man in Verbindung mit dem Gay-Lussac'schen Gesetze die Gleichung:

$$P \,.\, V = P_0 \,.\, V_0 \,(1 + \alpha \,.\, t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

in welcher P_0 und V_0 den Druck, resp. das Volumen des Gases bei 0^0 darstellen, P und V die gleichen Grössen bei t^0.

Statt des Boyle'schen Gesetzes haben wir §. 74 die verbesserte Form von van der Waals eingeführt:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = const.$$

Bezeichnet man, wie oben, Druck und Volumen des Gases für 0^0 mit P_0 resp. V_0, für t^0 mit P resp. V, so erhält man nach der Formel von van der Waals in Verbindung mit dem Gay-Lussac'schen Gesetze die folgende Gleichung:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \left(P_0 + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b)\,(1 + \alpha t) \quad . \quad . \quad 5)$$

Um aus dieser Gleichung den Spannungscoefficienten abzuleiten [1]), hat man das Volumen constant (also $V = V_0$) zu setzen und den Werth von

$$\frac{P - P_0}{P_0 \,.\, t}$$

[1]) Van der Waals, Die Continuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes, deutsch von Roth, S. 62.

zu bilden. Man erhält zunächst aus Gleichung 5)

$$\left(P + \frac{a}{V_0^2}\right) = \left(P_0 + \frac{a}{V_0^2}\right)(1 + \alpha t),$$

daher

$$P - P_0 = P_0 + \frac{a}{V_0^2}\,\alpha \cdot t$$

und endlich

$$\frac{P - P_0}{P_0 \,.\, t} = \left(1 + \frac{a}{P_0 \,.\, V_0^2}\right)\alpha \cdot = \alpha_p \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 6)$$

Aus dieser Gleichung geht hervor:

Der Spannungscoefficient α_p ist um so grösser, je grösser a ist. Wie früher (§. 74) angegeben wurde, ist a ein Maass für die Cohäsion des Gases. Wird die Cohäsion gleich Null, so ist $\alpha_p = \alpha$, so dass also α den Spannungscoefficienten eines Gases darstellt, welches keine Cohäsion besitzt.

Ein solches Gas nennt man ein ideales und der Spannungscoefficient eines solchen ist jedenfalls von jenem des Wasserstoffes wenig verschieden, da dieses Gas nur eine äusserst geringe Cohäsion zeigt.

Den Ausdehnungscoefficienten (bei constantem Drucke) erhält man aus Gleichung 5), wenn man $P = P_0$ setzt und den Werth von

$$\frac{V - V_0}{V_0 \,.\, t}$$

bestimmt. Man erhält:

$$\frac{V - V_0}{V_0 \,.\, t} = \frac{\left(P_0 + \frac{a}{V_0^2}\right)\left(1 - \frac{b}{V_0}\right)}{P_0 - \frac{a}{V \,.\, V_0}\left\{1 - b\,\frac{V + V_0}{V \,.\, V_0}\right\}} \cdot \alpha = \alpha.$$

Diese Formel lässt eine einfache Uebersicht nicht zu; man erhält aber diese, wenn man die extremen Fälle betrachtet, indem nämlich entweder die Cohäsion (also a) gleich Null gesetzt wird, oder die Ausdehnung der Molecüle (also b) unberücksichtigt bleibt.

Setzt man $a = 0$, so findet man

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{b}{V_0}\right)\alpha \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 7)$$

In diesem Falle ist

$$\alpha_v < \alpha.$$

Da aber $\alpha = \alpha_p$ ist, wenn a gleich 0 gesetzt wird, so ist auch

$$\alpha_v < \alpha_p$$

oder: Ist die Cohäsion (also a) gleich Null, so ist der Ausdehnungscoefficient kleiner als der Spannungscoefficient, ein Resultat, welches Regnault beim Wasserstoff thatsächlich gefunden hat.

Setzt man dagegen $b = 0$, nimmt man also die Ausdehnung der Molecüle gegenüber dem Einflusse der Cohäsion von verschwindendem Einflusse an, so wird

$$\alpha_v = \frac{P_0 + \frac{a}{V_0^2}}{P_0 - \frac{a}{V \cdot V_0}} \alpha.$$

Dieser Gleichung kann man auch folgende Form geben

$$\alpha_v = \frac{1 + \frac{a}{P_0 \cdot V_0^2}}{1 - \frac{a}{P_0 \cdot V \cdot V_0}} \alpha,$$

und mit Rücksicht auf Gleichung 6) kann man setzen

$$\alpha_v = \frac{\alpha_p}{1 - \frac{a}{P_0 \cdot V \cdot V_0}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 8)$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, dass

$$\alpha_v > \alpha_p.$$

Der Ausdehnungscoefficient ist also grösser, als der Spannungscoefficient für alle diejenigen Gase und so lange, als die Cohäsion einen stärkeren Einfluss bei der Compression ausübt, als die Ausdehnung der Molecüle. Die früher angegebene Tabelle der Regnault'schen Versuche zeigt dies Verhalten für alle Gase mit Ausnahme des Wasserstoffs.

Aus der Gleichung 6)

$$\alpha_p = \left(1 + \frac{a}{P_0 \cdot V_0^2}\right) \alpha$$

folgt, dass der Spannungscoefficient für dasselbe Gas (mit Ausnahme des Wasserstoffes, da hier $a = 0$ ist) mit abnehmendem Anfangsvolumen wächst; dass also der Spannungscoefficient um so grösser wird, je grösser der Anfangsdruck ist. Da ferner $\alpha_v > \alpha_p$, so gilt für den Ausdehnungscoefficienten das Gleiche.

Auch diese Folgerung ist durch Regnault's Versuche bestätigt[1]), wie die folgenden Werthe zeigen, welche Regnault für Luft und Kohlensäure als Ausdehnungscoefficienten ermittelt hat.

Ausdehnungscoefficient der Luft	Druck der Luft in Metern	Ausdehnungscoefficient der Kohlensäure	Druck der Kohlensäure in Metern
0,0036754	1	0,0039956	4,29
37074	3	42269	7,38
37320	5	44081	9,24
37575	7	48577	13,23
37814	9		
38036	11		
38243	13		

[1]) Regnault, Mémoires de l'Academie, t. XXVI.

Der Werth von α_p (Gleichung 6) enthält nicht die Temperatur; daher muss der Spannungscoefficient von der Temperatur unabhängig sein. Wenn wir die Temperatur durch das Luftthermometer messen, so ist für die Luft dieser Satz selbstverständlich. Es kann sich also nur um die Frage handeln, ob die Spannungscoefficienten für die anderen Gase constant sind, wie die Gleichung für α_p dies verlangt; wenn die Temperatur durch das Luftthermometer gemessen wird. Für Wasserstoff und Kohlensäure ist durch Regnault die Constanz des Spannungscoefficienten bis zu 350° nachgewiesen. Für schweflige Säure fand dagegen Regnault, dass der Spannungscoefficient mit wachsender Temperatur abnahm. Diese Abnahme ist indess nur eine scheinbare, wie van der Waals nachgewiesen hat, und ist in der Condensation der schwefligen Säure auf den Gefässwänden begründet. Während nämlich das Glasgefäss, welches die schweflige Säure enthielt, von 0° auf 100° erwärmt wird, löst sich ein Theil des an den Gefässwänden condensirten Gases los; hierdurch ist bei 100° mehr Gas wirksam als bei 0° und daher muss der Spannungscoefficient zwischen 0° und 100° grösser gefunden werden, als ohne eine solche Loslösung des condensirten Gases geschehen wäre. Bei weiterer Erwärmung über 100° löst sich für gleiche Temperatursteigerungen immer weniger Gas von den Wänden und daher wird der Spannungscoefficient scheinbar kleiner, wie Regnault dies gefunden hat. Sieht man also von diesen Nebenumständen ab (Condensation der Gase auf den Gefässwänden und Loslösung derselben bei der Erwärmung), so zeigen die Versuche, dass der Spannungscoefficient der Gase von der Temperatur unabhängig ist. Daher sind alle Gasthermometer, bei denen keine wesentliche Gascondensation auf der Oberfläche stattfindet, direct mit einander vergleichbar und geben unter gleichen Umständen die gleiche Temperatur an.

In der That hat Regnault nachgewiesen, dass die Thermometer, welche mit verschiedenen Gasen gefüllt werden, bis über 300° einen übereinstimmenden Gang zeigen; nur schweflige Säure zeigte Abweichungen aus den oben genannten Gründen.

Durch Clausius ist später nachgewiesen worden, dass die Grösse a der van der Waals'schen Formel, welche von der Cohäsion des Gases abhängt, nicht von der Temperatur unabhängig ist; daher kann auch der Spannungscoefficient, welcher von a abhängt, wie die Formel für α_p zeigt, nicht ganz allgemein als von der Temperatur unabhängig angesehen werden.

§. 102.

Theoretische Bedeutung des Gay-Lussac'schen Gesetzes. — Es ist früher, §. 75, gezeigt, dass der Druck p eines Gases durch die Formel

$$p = \frac{1}{3}\, m \,.\, N \,.\, u^2$$

ausgedrückt wird. In dieser Gleichung bezeichnet m die Masse eines Molecüls, N die Anzahl der Molecüle, welche sich in der Volumeinheit befinden, und u^2 das mittlere Quadrat der Geschwindigkeit der N Molecüle.

Lässt man bei constantem Volumen die Temperatur des Gases sich erhöhen, so bleibt m und N unverändert, dagegen wächst der Druck nach dem Gesetz von Gay-Lussac nach Formel:

$$p_t = p_0 (1 + \alpha t),$$

wo p_0 den Druck des Gases bei 0°, und p den Druck bei t^0 bezeichnet. Stellt daher u_0^2 das mittlere Quadrat der Geschwindigkeit für 0° dar, u_t jenes bei t^0, so hat man die Gleichungen

$$p_0 = \frac{1}{3} m \,.\, N \,.\, u_0^2$$

$$p_t = \frac{1}{3} m \,.\, N \,.\, u_0^2 (1 + \alpha t) = \frac{1}{3} m \,.\, N \,.\, u_t^2$$

daher

$$u_t^2 = u_0^2 (1 + \alpha t).$$

Das mittlere Quadrat der Geschwindigkeit wächst also mit wachsender Temperatur. Die letzte Gleichung lässt aber noch eine weitere Folgerung zu. Nimmt man für t negative Werthe, d. h. Temperaturen, die niedriger als die Temperatur des schmelzenden Eises liegen, so muss es einen Werth t_1 geben, für welchen das Quadrat der Geschwindigkeit 0 ist. Aus der Gleichung

$$1 + \alpha t_1 = 0$$

findet man diesen Werth, nämlich

$$t_1 = -\frac{1}{\alpha} = -273,$$

wenn man für α den Werth 0,003665 einsetzt.

Bei der Temperatur — 273° ist daher die Geschwindigkeit der Gasmolecüle gleich Null. Da aber die Wärme in der Bewegung der Molecüle besteht, so besitzt ein Gas, dessen Molecüle keine Bewegung haben, auch keine Wärme. Daher nennt man die Temperatur — 273 den absoluten Nullpunkt.

Rechnet man die Temperatur von diesem absoluten Nullpunkt an, und bezeichnet die so gerechnete absolute Temperatur mit T, so ist

$$T = 273 + t.$$

Die absolute Temperatur des schmelzenden Eises ist z. B. 273°, diejenige des siedenden Wassers unter normalem Druck gleich 373°.

Ersetzt man in der Gleichung

$$u_t^2 = u_0^2 (1 + \alpha t)$$

die Temperatur t durch die absolute Temperatur, so erhält man

$$1 + \alpha t = \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + t\right) = \alpha \,.\, T,$$

daher

$$u_t^2 = u_T^2 = u_0^2 \,.\, \alpha \,.\, T.$$

Diese Gleichung sagt aus:

Das Quadrat der molecularen Geschwindigkeit wächst proportional der absoluten Temperatur. Ebenso ist die lebendige Kraft der molecularen Bewegung der absoluten Temperatur proportional.

Ersetzt man in der Gleichung

$$p \,.\, v = p_0 \,.\, v_0\,(1 + \alpha t),$$

welche die vereinigten Gesetze von Boyle und Gay-Lussac ausdrückt, $1 + \alpha t$ durch $\alpha \,.\, T$, so erhält man

$$p \,.\, v = p_0 \,.\, v_0 \,.\, \alpha \,.\, T.$$

In dieser Gleichung ist das Product $p_0 \,.\, v_0 \,.\, \alpha$ eine constante Grösse, deren numerischer Werth von der Wahl der Einheiten abhängt und für die verschiedenen Gase verschieden ist. Bezeichnet man das genannte Product mit R

$$R = p_0 \,.\, v_0 \,.\, \alpha,$$

so erhält man als einfachsten Ausdruck für die vereinigten Gesetze von Boyle und Gay-Lussac:

$$p \,.\, v = R \,.\, T.$$

Die Grösse R wird für die verschiedenen Gase in folgender Weise bestimmt.

Nimmt man als Gewichts- und Volumeinheit das Kilogramm resp. das Cubikmeter, so stellt p_0 den Druck in Kilogrammen dar, welchen ein Quadratmeter zu tragen hat. Für den Druck einer Atmosphäre ist

$$p_0 = 10\,333 \text{ kg.}$$

v_0 stellt das Volumen in Cubikmetern dar, welches ein Kilogramm des Gases unter dem Drucke einer Atmosphäre bei 0^0 einnimmt. Nun ist das Gewicht von einem Cubikmeter für die verschiedenen Gase nach den Untersuchungen Regnault's für dieselben Zustände (0^0 und Atmosphärendruck) bekannt; ist dieses Gewicht in Kilogrammen ausgedrückt gleich s, so ist

$$v_0 = \frac{1}{s}.$$

Für Luft ist s gleich 1,29318 kg.

Für die übrigen Gase kann man die Dichtigkeit d des Gases bezogen auf Luft als Einheit einführen, und erhält dann für irgend ein Gas

$$v_0 = \frac{1}{1{,}29318 \,.\, d}.$$

Da endlich α gleich 0,003665 ist, so ist

für Luft $$R = \frac{10\,333 \,.\, 0{,}003665}{1{,}29318} = 29{,}27,$$

für Sauerstoff $$R = \frac{10\,333 \,.\, 0{,}003665}{1{,}29318 \,.\, 1{,}1056} = 26{,}46,$$

für Wasserstoff $$R = \frac{10\,333 \,.\, 0{,}003665}{1{,}29318 \,.\, 0{,}0692} = 422{,}53.$$

§. 103.

Reduction eines Gasvolumens auf die Temperatur 0^0 und den Druck von 760 mm Quecksilber. — Wenn der Druck, unter welchem ein beobachtetes Gasvolumen steht, nicht zu bedeutend ist, so

kann man zur Reduction desselben die combinirte Formel von Boyle und Gay-Lussac anwenden und für die Gase Luft, Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff auch einen übereinstimmenden Ausdehnungscoefficienten annehmen.

Ist daher das Volumen eines Gases gleich V beobachtet, steht dasselbe unter dem Drucke von p Millimeter Quecksilber und ist die Temperatur des Gases gleich t^0, so ist das Volumen V_0, welches dem Drucke von 760 mm Quecksilber und der Temperatur 0^0 entspricht, durch die Gleichung

$$p \,.\, V = V_0 \,.\, 760\,(1 + \alpha \,.\, t)$$

oder

$$V_0 = \frac{p \,.\, V}{760\,(1 + \alpha t)}$$

zu bestimmen.

Es kann hier α für die genannten Gase gleich 0,003665 gesetzt werden, so dass

$$\frac{1}{1 + \alpha t} = \frac{1}{1 + 0{,}003665 \,.\, t}$$

ist. Setzt man

$$\frac{1}{1 + \alpha t} = \frac{273}{273 + t},$$

so wird die Reductionsformel für V_0:

$$V_0 = \frac{p \,.\, V}{760} \cdot \frac{273}{273 + t}.$$

Gesetzt es sei ein Volumen trockener atmosphärischer Luft von 512 ccm bei 12^0 und 745 mm abgemessen worden, so würde dieselbe Luftmenge bei 0^0 und 760 mm Druck einen Raum

$$V_0 = \frac{745 \,.\, 512}{760} \cdot \frac{273}{285} = 480{,}76 \text{ ccm}$$

eingenommen haben.

Um aus dem reducirten Volumen eines Gases das Gewicht desselben abzuleiten, ist Kenntniss des Gewichts der Volumeinheit des Gases bei 0^0 und 760 mm Druck erforderlich. Die folgenden Werthe geben diese Werthe nach Regnault's Bestimmungen.

Gase	Gewicht von 1 ccm des Gases bei 0^0 und 760 mm ausgedrückt in Milligrammen	Logarithmen
Luft	1,2932	0,11166
Stickstoff	1,2562	0,09905
Sauerstoff	1,4298	0,15528
Wasserstoff	0,089578	0,95220 — 2
Kohlensäure	1,9774	0,29610
Wasserdampf	0,8045	0,90551 — 1

Das Gewicht eines Cubikcentimeters Luft bei p mm und t^0 ist also gleich

$$1{,}2932 \cdot \frac{p}{760} \frac{273}{273 + t} \text{ mg.}$$

Gesetzt man habe 512 ccm Luft bei 12^0 und 745 mm abgemessen, so ist das Gewicht dieser Gasmasse gleich:

$$1{,}2932 \cdot 512 \cdot \frac{745}{760} \cdot \frac{273}{285} = 621{,}7 \text{ mg.}$$

Eine Tabelle, welche das Gewicht von 1 ccm Luft bei 760 mm Druck und bei verschiedenen Temperaturen angiebt, findet sich in dem Abschnitte über specifisches Gewicht.

§. 104.

Ueber die Aequivalenz von Arbeit und Wärme. — Ist die Wärme ein Stoff, so kann keine Wärme verloren gehen, und bei der Arbeit, welche durch Wärme geleistet wird, kann nur von einem Uebergange der Wärme von einem Körper auf einen oder mehrere andere Körper die Rede sein. Diese Ansicht wurde besonders von S. Carnot vertreten; derselbe erblickte daher die Uebertragung der Wärme von einem wärmeren zu einem kälteren Körper, welche immer stattfindet, wenn Arbeit durch Wärme hervorgebracht wird, als ein Aequivalent für die geleistete Arbeit; die Quantität der Wärme bleibt aber nach S. Carnot unverändert.

Diese Ansicht ist nicht richtig; sondern es geht immer Wärme verloren, wenn Arbeit durch Wärme geleistet wird. Die verloren gegangene Wärme steht in einer ganz bestimmten Beziehung zu der Arbeit, welche geleistet wurde, so dass einer bestimmten Arbeit auch immer die gleiche Wärmemenge entspricht, welche die Arbeit leistete. Mayer war im Jahre 1842 der erste, welcher diesen Zusammenhang von Wärme und Arbeit behauptete, und welcher durch eine Rechnung, die wir später mittheilen, nachwies, dass eine Wärmeeinheit 367 kgm (Kilogrammmeter) zu leisten im Stande ist.

Die Wärmeeinheit stellt hierbei jene Wärmemenge dar, welche nothwendig ist, um 1 kg Wasser von 0^0 auf 1^0 zu erwärmen. Werden daher a Wärmeeinheiten zur Arbeitsleistung verwendet, oder in Arbeit verwandelt, so ist die Grösse dieser Arbeit nach Mayer gleich a . 367 kgm.

Die späteren Versuche von Joule haben gezeigt, dass die von Mayer berechnete Zahl 367 nicht genau ist, dass statt derselben vielmehr die Zahl 424 zu setzen ist. Joule zeigte ferner, dass es für das Verhältniss von Wärme zur Arbeit ganz gleichgültig ist, auf welche Weise die Arbeit aus der Wärme entsteht; für jede Wärmeeinheit, welche in Arbeit umgesetzt wird, entsteht immer eine Arbeit von 424 kgm. Lässt man umgekehrt Arbeit in Wärme übergehen, so wird das gedachte Verhältniss nicht geändert; denn für je 424 kgm Arbeit, welche in Wärme übergeht, entsteht eine Wärmeeinheit, oder so viel Wärme wie nothwendig ist um 1 kg Wasser von 0^0 auf 1^0 zu erwärmen.

1. Umsetzung von Arbeit in Wärme. Um die Wärme zu bestimmen, welche von einer bestimmten geleisteten Arbeit herrührt, benutzte Joule[1]) zunächst die Reibung starrer Körper gegen einander. Es wurde eine Scheibe von Gusseisen fest gegen eine andere gedrückt und die erstere Scheibe in Rotation gesetzt. Die Arbeit, welche zur Drehung der Scheibe erforderlich war, wurde durch langsam fallende Gewichte geleistet; das Product der Gewichte in die Fallhöhe giebt unmittelbar die geleistete Arbeit an. Zur Bestimmung der bei der Reibung der Scheiben auftretenden Wärme standen die Scheiben in Quecksilber und die Erwärmung des Quecksilbers liess mit Berücksichtigung der nothwendigen Correctionen die durch eine bestimmte Arbeit auftretende Wärmemenge berechnen. Joule erhielt bei einer ersten Versuchsreihe 426,29 kgm, bei einer zweiten Versuchsreihe 425,12 kgm für das Aequivalent einer Wärmeeinheit.

Um zu zeigen, dass das Verhältniss von Wärme zur Arbeit oder das mechanische Aequivalent der Wärme unabhängig davon ist, in welcher Weise die Arbeit in Wärme umgesetzt wird, wurde von Joule auch die Reibung von Wasser an Kupfer, und ferner die Reibung von Quecksilber an Gusseisen untersucht. Auch hier fand Joule Werthe, welche liegen zwischen 423,5 und 425,9 mkg. Endlich ermittelte Joule auch das Aequivalent aus der Arbeit, die nothwendig ist, um Luft zu comprimiren; die hierzu aufgewendete Arbeit wird in Wärme umgesetzt und wenn man beides, Arbeit und Wärme, bestimmt, so lässt sich ebenso wie bei den Reibungsversuchen die Aequivalentzahl ableiten.

Hirn bestimmte die Wärmemenge, welche beim Stoss erzeugt wird. Ein Bleiklotz wurde durch einen schweren Eisenblock, welcher von einer bekannten Fallhöhe herabfiel, gestossen, die Erwärmung, welche der Bleiklotz durch den Stoss erfuhr, gemessen und aus der bekannten aufgewendeten Arbeit das Aequivalent bestimmt. Hirn erhielt hierbei den Werth 424,9 kgm.

Aus allen diesen Versuchen folgt, 1. dass Arbeit in Wärme umgesetzt werden kann, 2. dass die zur Erzeugung einer Wärmeeinheit (Erwärmung von 1 kg Wasser von 0^0 auf 1^0) nothwendige Arbeit unabhängig von der Art des Umsatzes und nahezu gleich 424 kgm ist.

2. Umsetzung von Wärme in Arbeit. Ebenso wie sich Arbeit in Wärme verwandeln lässt, ist es auch möglich, das Umgekehrte zu erreichen, nämlich Wärme in Arbeit umzusetzen. Auch hier muss dieselbe Beziehung, welche für die Verwandlung von Arbeit in Wärme gilt, stattfinden, d. h. für jede Wärmeeinheit, welche in Arbeit verwandelt wird, müssen 424 Arbeitseinheiten hervorgehen. Joule hat die gedachte Umwandlung bei der Ausdehnung der Luft gemessen. Sobald nämlich ein Gas sich ausdehnt und dabei einen Druck, der die Umgebung des Gases bildet, zurückschiebt, leistet das Gas eine Arbeit; die Grösse dieser Arbeit hängt von der Volumvergrösserung des Gases und von dem Drucke ab, den das Gas bei der Ausdehnung zu überwinden hat. Bei dieser Arbeitsleistung kühlt sich das Gas ab, und aus der Temperaturerniedrigung lässt sich die Wärmemenge berechnen, welche in Arbeit umgesetzt ist. Joule fand auf diese Weise als Aequivalentwerth 449,88 kgm.

---

[1]) Joule, Philosophical Transactions 1850.

Ein besonderes Interesse bietet die Dampfmaschine dar, bei der die Umsetzung von Wärme in Arbeit in grösstem Maassstabe vor sich geht. Hirn hat diese Umsetzung untersucht und gefunden, dass der Dampf eine der gewonnenen Arbeit entsprechende Wärmemenge verliert; nach einer genaueren Berechnung der Hirn'schen Versuche durch Clausius entspricht jeder zur Arbeit verwendeten Wärmeeinheit eine Arbeitsmenge von 413 kgm.

Die beiden zuletzt vorgeführten Zahlen von Joule und Hirn, nämlich 449,88 und 413, stimmen nicht so gut überein, wie die früher mitgetheilten Werthe, die sich aus den Reibungs- und Stossversuchen ergeben. Der Grund ist in der Schwierigkeit der Versuche begründet, bei denen eine grosse Anzahl von Correctionen nothwendig ist, um das schliessliche Resultat zu erhalten. In jedem Falle dürfen wir die Aequivalenz von Arbeit und Wärme als bewiesen ansehen und ferner die Zahl 424 kgm als nahezu richtig betrachten.

Mit Hülfe der gefundenen Aequivalentzahl sind wir im Stande, Wärme durch Arbeit und Arbeit durch Wärme zu messen. Bezeichnet L eine gewisse Arbeitsmenge, so ist der Wärmewerth Q dieser Arbeit gleich:

$$Q = \frac{L}{424}.$$

Andererseits ist der Arbeitswerth der Wärmemenge Q gleich

$$L = Q \,.\, 424.$$

Die Zahl $\frac{1}{424}$ bezeichnet man allgemein mit A und nennt dann $A = \frac{1}{424}$ das mechanische Aequivalent der Wärme.

§. 105.

Specifische Wärme. Allgemeine Betrachtungen. — Bei der Bestimmung der Wärmemenge, welche erforderlich ist, um einen Körper eine Anzahl Grade zu erwärmen, geht man, wie schon erwähnt, vom Wasser als Einheit aus und setzt jene Wärmemenge gleich 1, welche nöthig ist, um die Gewichtseinheit (1 kg) Wasser von 0^0 auf 1^0 zu erwärmen.

Die specifische Wärme eines Körpers ist die Wärmemenge, die erforderlich ist, um die Gewichtseinheit (1 kg) des Körpers von 0^0 auf 1^0 zu erwärmen.

Aus dieser Definition der specifischen Wärme erkennt man, dass die letztere sich als ein Verhältniss zweier Wärmemengen betrachten lässt. In der That ist die specifische Wärme eines Körpers das Verhältniss der Wärmemenge, welche nöthig ist, um den Körper um 1^0 zu erwärmen, zu der Wärmemenge, welche nöthig ist, um das gleiche Gewicht Wasser um 1^0 zu erwärmen. Ist die specifische Wärme eines Körpers gleich c, so ist die Wärmemenge, welche nöthig ist, um den Körper vom Gewichte p von $t_1{}^0$ auf $t_2{}^0$ zu erwärmen, gleich

$$Q = p \,.\, c \,.\, (t_2 - t_1).$$

Es ist hierbei vorausgesetzt, dass die specifische Wärme von der Temperatur unabhängig ist, d. h. dass der Körper der gleichen Wärme bedarf, um von t^0 auf $(t + 1)^0$ erwärmt zu werden, wie von 0^0 auf 1^0.

Ehe wir die Methoden zur Bestimmung der specifischen Wärme und die gewonnenen Resultate besprechen, mögen zunächst einige allgemeine Betrachtungen vorausgehen.

Die Wärme, welche einem Körper zugeführt wird, bewirkt im Allgemeinen drei von einander verschiedene Aenderungen.

1. Die Temperatur des Körpers wird erhöht. Da die Wärme in einer Bewegung der kleinsten Theile des Körpers besteht und eine Temperaturerhöhung eine lebhaftere Bewegung dieser Theile zur Folge hat, so besteht die erste Wirkung der dem Körper zugeführten Wärme darin, dass die vorhandene Bewegung der Körpertheilchen eine lebhaftere wird. Ein Maass für die Bewegung einer Masse ist die lebendige Kraft $\frac{1}{2} m v^2$ und daher kann man die erste Wirkung der Wärme kurz dahin präcisiren, dass die lebendige Kraft der bewegten Bestandtheile eine grössere wird.
2. Die Cohäsion der Theilchen des Körpers wird vermindert. Die Theilchen eines Körpers üben anziehende Kräfte auf einander aus. Die Grösse dieser Kräfte ist für die drei verschiedenen Aggregatzustände desselben Körpers, und andererseits auch für die verschiedenen Körper desselben Aggregatzustandes verschieden. Die zugeführte Wärme bewirkt nun in jedem Falle eine Verminderung dieser anziehenden Kräfte der Körpertheilchen, indem sie den Zusammenhang der Theilchen lockerer macht.
3. Das Volumen des Körpers wird verändert und hierdurch eine Arbeit durch die zugeführte Wärme geleistet. Wenn der Körper unter einem äussern Drucke sich befindet, so wird bei der Volumvermehrung des Körpers durch die Wärme, der Volumvergrösserung entsprechend, der äussere Druck zurückgeschoben und hierzu ist eine Arbeit erforderlich, welche die zugeführte Wärme leistet.

Die zugeführte Wärme leistet nach den obigen Erwägungen drei Arbeiten, von denen nur eine als Temperaturerhöhung sich kundgiebt. Die erste Arbeit ist jene, welche zur Vermehrung der lebendigen Kraft der Bewegung der Körpertheile gebraucht; diese giebt sich als Temperaturerhöhung zu erkennen.

Die zweite Arbeit überwindet einen Theil der Kräfte, welche die einzelnen Körpertheilchen zusammenhalten.

Die dritte Arbeit überwindet einen äusseren Widerstand.

Die beiden ersten Arbeiten sind solche, welche im Innern des Körpers geleistet werden, die letzte dagegen wird ausserhalb des Körpers geleistet. Man bezeichnet indess gewöhnlich nur die zweite Arbeit als „innere Arbeit“ und bezieht die erste Arbeit direct auf das, was sie leistet, nämlich auf die Temperaturerhöhung. Daher sind die drei Veränderungen, welche die zugeführte Wärme in einem Körper bewirkt:

1. Die Temperaturerhöhung, 2. die Leistung einer inneren Arbeit, 3. die Leistung einer äusseren Arbeit.

Es mag noch bemerkt werden, dass unter bestimmten Umständen einzelne dieser Leistungen der Wärme auch Null oder negativ werden

können. Führt man Eis von 0^0 Wärme zu, so entsteht Wasser von 0^0. Es findet also keine Temperaturerhöhung statt, die erste der Leistungen der Wärme ist in diesem Falle daher gleich Null. Daraus folgt unmittelbar, dass die lebendige Kraft der Bewegung der Theilchen in Wasser von 0^0 ebenso gross ist, wie in Eis von 0^0. Ferner hat Wasser von 0^0 ein kleineres Volumen, als die gleiche Gewichtsmenge des Eises von 0^0. Wenn daher Eis in Wasser verwandelt wird, so tritt eine Volumverminderung ein und die dem Eise zugeführte Wärme hat nicht nur keine äussere Arbeit geleistet, sondern es wird vielmehr von Aussen her eine Arbeit geleistet. Für den betrachteten Fall haben wir folgendes Resultat der drei Leistungen der Wärme: die erste Leistung (Temperaturerhöhung) ist Null, die zweite Leistung (einer inneren Arbeit) ist positiv, die dritte Leistung (einer äusseren Arbeit) ist negativ.

§. 106.

Mathematischer Ausdruck des Satzes der Aequivalenz von Wärme und Arbeit. Erster Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. — Nach dem Satze der Aequivalenz von Wärme und Arbeit stehen die im vorigen Paragraphen betrachteten Veränderungen, welche die einem Körper zugeführte Wärme hervorbringt, in einer einfachen Beziehung zu dieser Wärme selbst.

Es sei dQ die dem Körper zugeführte Wärmemenge,
„ „ dH der Theil dieser Wärmemenge, welcher zur Temperaturerhöhung des Körpers dient,
„ „ dJ die innere Arbeit, welche die zugeführte Wärme leistet,
„ „ dL die äussere Arbeit, „ „ „ „ „

Es ist dann $A \,.\, dJ$ die Wärmemenge, durch welche die Arbeit dJ, und $A . dL$ die Wärmemenge, durch welche die Arbeit dL geleistet wurde, wo $A = \frac{1}{424}$ das mechanische Aequivalent der Wärme bezeichnet. In Folge der Aequivalenz von Wärme und Arbeit ist dann:

$$dQ = dH + A \,.\, dJ + A \,.\, dL \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{I)}$$

Diese Gleichung ist der mathematische Ausdruck des Satzes der Aequivalenz von Wärme und Arbeit oder des ersten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie.

Die beiden Grössen dH und $A \,.\, dJ$, welche sich auf das Innere des Körpers beziehen, fasst man häufig zusammen und bezeichnet ihre Summe mit dU, so dass

$$dU = dH + A \,.\, dJ.$$

Daher hat man

$$dQ = dU + A \,.\, dL \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{Ia)}$$

Die Grösse dU stellt den Zuwachs dar, welchen die Energie des Körpers durch die Wärmezufuhr dQ erfährt. Dieser Energiezuwachs zerfällt, den Grössen dH und $A \,.\, dJ$ entsprechend, in zwei Theile. Der erste Theil dH stellt den Zuwachs der Energie der Bewegung dar, indem dH die Wärmemenge angiebt, welche bloss zur Temperaturerhöhung d. h. zur Vermehrung der lebendigen Kraft der bewegten Körpertheilchen

verwandt wird. Der zweite Theil $A \, . \, dJ$ stellt den Zuwachs der Energie der Lage dar, indem AdJ die Wärmemenge angiebt, welche dazu gedient hat, im Innern des Körpers durch die Arbeitsleistung dJ, also durch die theilweise Ueberwindung von Cohäsionskräften, den Körpertheilchen neue mittlere Lagen zuzuweisen.

Die Grösse U bezeichnet die gesammte Energie, welche der Körper in einem bestimmten Zustande besitzt. Diese Energie ist, entsprechend den vorigen Betrachtungen, die Summe zweier Grössen, indem sie sich aus der Energie der Bewegung und der Energie der Lage zusammensetzt. Die Energie der Bewegung rührt von der Bewegung der Körpertheilchen her, und da diese Bewegung sich als Wärme kundgiebt, so nennt man diesen Theil der Energie den Wärmeinhalt des Körpers. Die Energie der Lage, welche eine im Innern des Körpers aufgespeicherte durch die mittlere Lage der Theilchen bestimmte Arbeit darstellt, nennt man nach Clausius den Werkinhalt des Körpers. Es ist daher die Energie U eines Körpers die Summe seines Wärme- und Werkinhaltes.

Die Energie eines Körpers ist im Allgemeinen unbekannt [1]). Würde man einen Körper bis zum absoluten Nullpunkt (-273^0 C.) abkühlen können, so hätte derselbe in diesem Zustande zwar den Wärmeinhalt Null, der Werkinhalt desselben wäre aber im Allgemeinen von Null verschieden, da die Cohäsionskräfte auch bei dieser Temperatur noch von Null verschieden sind. Wenn man daher die Wärmemenge angeben könnte, welche nothwendig wäre, um den Körper bei constantem Volumen vom absoluten Nullpunkte bis zu irgend einer Temperatur zu erwärmen, so würde diese Wärme doch nicht die Summe des Wärme- und Werkinhaltes, also die Energie des Körpers darstellen. Man kann daher nicht die Energie selbst, sondern nur die Aenderung bestimmen, welche die Energie erfährt, wenn der Körper von einem Zustande in einen anderen übergeführt wird.

§. 107.

Bestimmung der äusseren Arbeit dL. — Die äussere Arbeit dL, welche der Körper leistet, hängt von dem Drucke ab, den der Körper bei seiner Volumvergrösserung zurückschiebt. Bezeichnet man den Druck, welchen der Körper pro Quadratmeter Oberfläche erleidet, mit p, die Volumvergrösserung, in Cubikmetern ausgedrückt, mit dv, so ist die vom Körper geleistete Arbeit gleich

$$dL = p \, . \, dv,$$

oder gleich dem Producte aus dem durch die Oberflächeneinheit zurückzuschiebenden Druck und der Volumvergrösserung.

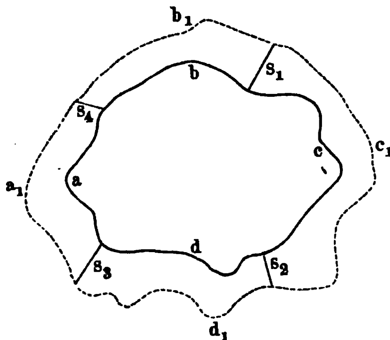
Von der Richtigkeit dieses Satzes kann man sich in folgender Weise überzeugen. Stelle $abcd$, Fig. 245, einen Körper von beliebiger Gestalt dar, dessen Volumen gleich v und dessen Oberfläche gleich O sei. Der äussere, überall senkrecht auf die Oberflächenelemente lastende Druck sei pro Flächeneinheit gleich p; dann ist der ganze vom Körper zu tragende Druck gleich

$$O \, . \, p.$$

[1]) Nur bei den Gasen kann man sie angeben.

Tritt eine Volumvergrösserung ein und wird das neue Volumen durch $a_1\ b_1\ c_1\ d_1$ dargestellt, so ist jedes Oberflächenelement um eine bestimmte Grösse verschoben, nämlich um s_1 oder s_2 u. s. w. Die Arbeit, die hierdurch von jedem Oberflächenelemente geleistet wurde, ist gleich dem Producte aus dem Drucke und der zugehörigen Wegstrecke. Ist daher das Mittel aller Wegstrecken gleich s, so ist die von der ganzen Oberfläche O geleistete Arbeit gleich dem ganzen Drucke $O . p$ multiplicirt mit dieser mittleren Wegstrecke s oder gleich

Fig. 245.



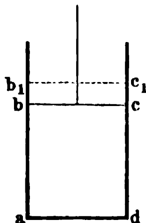
$$O . p . s.$$

Nun ist aber $O . s$ gleich der Volumvergrösserung dv und daher ist die geleistete Arbeit

$$dL = p . dv.$$

Besonders einfach gestaltet sich der Beweis, wenn es sich um die Ausdehnung eines Gases handelt, welches in einem Cylinder einen Kolben zurückschiebt. Ist $abcd$, Fig. 246, das Volumen des Gases und wird der Kolben bc um die Strecke $c_1 c = s$ zurückgeschoben, so ist die Arbeit gleich

Fig. 246.



$$P . s,$$

wo P den Druck darstellt, der auf dem Kolben lastet Hat nun der Kolben die Oberfläche o, so ist

$$P = o . p,$$

wenn p, wie oben, den Druck pro Flächeneinheit darstellt. Die Arbeit ist daher

$$o . p . s.$$

Nun ist aber $o . s$ gleich dem Inhalt des Cylinders $b\ c\ b_1\ c_1$, oder gleich der Volumvergrösserung des Gases, und daher ist die Arbeit gleich

$$p . (\text{Volumvergrösserung}).$$

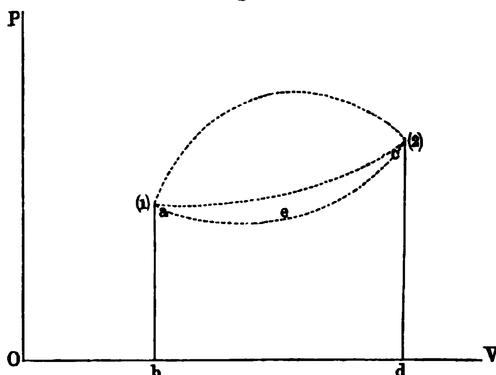
Wenn der Druck p während der Volumvergrösserung nicht constant, sondern veränderlich ist, so kann man die letztere in mehrere hinreichend kleine Abtheilungen zerlegen und für jede Abtheilung den Druck als constant annehmen. Man erhält dann für die Arbeit L das Integral

$$L = \int p\, dv.$$

Um den Werth dieses Integrals zu bestimmen, muss man den Zusammenhang von p und v kennen, oder man muss wissen, wie der Druck p sich während der Volumvergrösserung ändert. Man kann nun einen Körper von einem Zustande (1), welcher durch p_1 und v_1 charakterisirt sei, auf ganz verschiedenen Wegen in den Zustand (2), der p_2, v_2 entspricht, überführen. Um dies deutlicher zu zeigen, stelle in Fig. 247 (a. f. S.) die Abscisse OV das Volumen, die Ordinate OP den Druck dar, so dass jeder

Punkt in dem Quadranten einen bestimmten Zustand des Körpers repräsentirt. Der Punkt (1) — Druck $ab = p_1$; Volumen $Ob = v_1$ — stelle den Zustand (1) dar; der Punkt (2) — Druck $cd = p_2$; Volumen $Od = v_2$ — stelle den Zustand (2) dar. Jede Verbindungslinie von (1) nach (2) giebt dann einen Weg an, auf welchem man den Körper von dem Zustande (1) in den Zustand (2) führen kann. Die Arbeit, welche der Körper auf diesem Wege leistet, ist in jedem Falle durch das Flächenstück ausgedrückt, welches durch den betreffenden Weg und die geraden Linien ab, bd, dc begrenzt wird. So ist z. B. die Arbeit auf dem Wege aec durch das Flächenstück $abdcea$ bestimmt. Da je nach den verschiedenen Wegen die zugehörigen Flächenstücke verschieden sind, so sind es auch die entsprechenden Arbeiten. Hieraus geht hervor, dass man über die Grösse der Arbeit, welche ein Körper leistet, wenn er aus einem Zustande in einen anderen übergeführt wird, Nichts aussagen kann, wenn man nur diese beiden Zustände kennt, dass vielmehr zur Bestimmung der Arbeit die Kenntniss sämmtlicher Zwischenzustände erforderlich ist, oder mit anderen Worten die Kenntniss des Weges, auf welchem der Körper von dem einen in den anderen Zustand versetzt wurde.

Fig. 247.



Anders verhält es sich mit der Energie eines Körpers. Diese ist nur von dem augenblicklichen Zustande des Körpers bedingt, nicht aber von den Veränderungen, welche der Körper vor diesem Zustande durchlaufen hat. Wenn daher ein Körper von einem Zustande (1) in einen anderen Zustand (2) übergeführt wird, so ist die Aenderung, welche die Energie des Körpers hierdurch erfährt, nur von den beiden Zuständen (1) und (2) bedingt, nicht aber von dem Wege, auf welchem der Körper von dem einen in den anderen Zustand versetzt wurde.

Wird die Wärmemenge Q dem Körper zugeführt, und wird hierdurch der Körper von dem Zustande (1) in den Zustand (2) übergeführt, so ist nach Gleichung (I a)

$$Q = U_2 - U_1 + A \int_{(1)}^{(2)} p \, . \, dv,$$

wo U_2 resp. U_1 die Energie des Körpers in dem Zustande (2) resp. (1) darstellt.

Man kann nun einen Körper eine solche Reihe von Veränderungen durchlaufen lassen, dass er schliesslich in denselben Zustand zurückgekehrt ist, von welchem er ausging. Bei einem solchen Process, den man Kreis-

process nennt, ist der Anfangs- und Endzustand des Körpers der gleiche und in Folge hiervon hat die Energie des Körpers am Anfange und am Ende denselben Werth. Wird während dieses Processes die Wärmemenge Q dem Körper zugeführt, so ist diese nur zur Arbeitsleistung verwendet und es geht daher für diesen Fall die obige Gleichung über in die folgende:

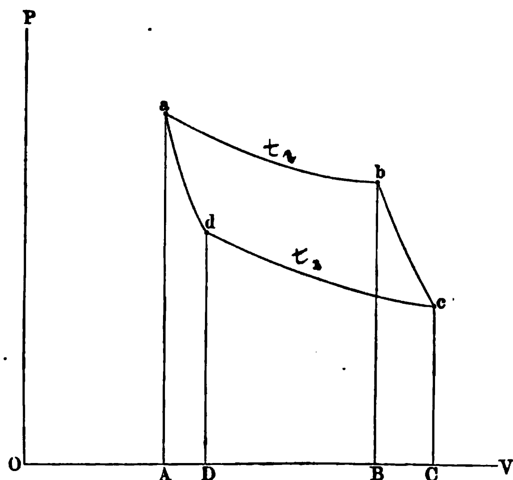
$$Q = A \int p\, dv,$$

wo der Werth des Integrals wieder von dem Wege abhängt, den der Körper durchlaufen hat.

§. 108.

Der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. — Wenn Wärme in Arbeit verwandelt wird, tritt gleichzeitig mit dieser Verwandlung eine zweite ein. Es geht nämlich Wärme von einem Körper höherer Temperatur in einen Körper niedriger Temperatur über, oder es wird Wärme höherer Temperatur in solche niedriger Temperatur verwandelt. Diese letztere Wärmemenge steht in einer einfachen Beziehung zu der in Arbeit verwandelten Wärme, wenn der Körper, durch welchen die Verwandlung geschieht, einen Kreisprocess bestimmter Art beschreibt. Stelle die Abscisse OV (Fig. 248) das Volumen, die Ordinate OP den Druck dar. Ein Körper K befinde sich in dem Zustande, der durch den Punkt a charakterisirt ist, und habe den Druck $Aa = p_1$, das Volumen $OA = v_1$, die Temperatur t_1.

Fig. 248.



Der Körper K dehne sich bis zum Volumen OB aus, während seine Temperatur t_1 dadurch constant gehalten wird, dass er mit einem Körper K_1 von der Temperatur t_1 in Verbindung steht. Der Körper K nehme auf dem Wege ab von dem Körper K_1 die Wärmemenge Q_1 auf. Der Druck des Körpers ist in b gleich $Bb = p_2$ geworden.

Von b aus dehne sich der Körper K weiter aus, bis das Volumen gleich OC geworden ist, ohne dass dem Körper Wärme zugeführt werde. Auf dem Wege bc, den der Körper macht, sinkt der Druck von p_2 auf $Cc = p_3$; gleichzeitig sinkt die Temperatur und zwar von t_1 in b auf t_3 in c.

Von c aus werde der Körper K durch eine äussere Arbeit comprimirt. Die Temperatur t_3 des Körpers soll bei dieser Compression zunächst con-

stant bleiben. Damit dies geschehe, sei der Körper K mit einem Körper K_3 von der Temperatur t_3 in Berührung gebracht und es werde vorausgesetzt, dass der letztere Körper die vom Körper K bei seiner Compression abgegebene Wärmemenge Q_3 aufnehme, ohne dass die Temperatur t_3 sich ändere.

Die Compression des Körpers K bei der constanten Temperatur t_3 werde soweit (bis zum Volumen $OD = v_4$) fortgesetzt, dass eine nachfolgende Compression bis zum Anfangsvolumen $OA = v_1$, bei welcher keine Compressionswärme vom Körper K abgeführt wird, die Temperatur t_3 des Körpers sich wieder bis zur Anfangstemperatur t_1 steigere.

Der Körper K hat dann einen Kreisprocess beschrieben, indem er in denselben Zustand (a) zurückgekehrt ist, von dem er ausging. Der Weg $abcda$, der den Kreisprocess darstellt, ist dadurch charakterisirt, dass der Körper K auf dem Wege ab bei constanter Temperatur t_1 die Wärme Q_1 aufgenommen, und auf dem Wege cd bei constanter Temperatur t_3 die Wärme Q_3 abgegeben hat. Auf dem Wege bc fiel seine Temperatur von t_1 auf t_3 und auf dem Wege da stieg die Temperatur von t_3 wieder auf t_1. Auf diesen beiden Wegen (bc und da) hat der Körper weder Wärme aufgenommen noch abgegeben.

Der Körper K hat bei dem oben beschriebenen Kreisprocesse die Arbeit geleistet, welche durch das Flächenstück $abcda$ dargestellt wird, denn auf dem Wege abc hat der Körper die Arbeit $abcCAa$ geleistet, dagegen wurde auf dem Wege cda von Aussen her die Arbeit $cdaACc$ geleistet. Die Differenz dieser beiden Werthe ist der oben angegebene, nämlich $abcda$.

Diese Arbeit $abcda = L$ ist durch die Wärmemenge

$$Q = Q_1 - Q_3$$

geleistet, so dass

$$Q = \frac{1}{424} \cdot L = A \,.\, L$$

ist.

Gleichzeitig mit dieser Verwandlung von Wärme in Arbeit hat eine Verwandlung von Wärme höherer Temperatur (t_1) in Wärme niedriger Temperatur (t_3) stattgefunden. Der Körper K hat nämlich die Wärme Q_1 von der Temperatur t_1 aufgenommen; von dieser Wärme $Q_1 = Q + Q_3$ hat derselbe den Theil Q in Arbeit und den Theil Q_3 in Wärme niedriger Temperatur verwandelt, indem Q_3 bei der Temperatur t_3 an einen Körper K_3, dessen Temperatur t_3 war, abgegeben wurde.

Bezeichnet man die absolute Temperatur ($t_1 + 273$) mit T_1, und ebenso die absolute Temperatur ($t_3 + 273$) mit T_3, so besteht, wie Clausius[1]) nachgewiesen hat, die folgende Beziehung:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_3}{T_3}$$

oder

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_3}{T_3} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}$$

---

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 93 (1854). Gesammelte Abhandlungen IV.

Aus dieser Gleichung in Verbindung mit der obigen

$$Q = Q_1 - Q_3$$

folgt

$$Q = \frac{Q_1}{T_1}(T_1 - T_3) = \frac{Q_3}{T_3}(T_1 - T_3).$$

Würde man den Körper K den Kreisprocess in umgekehrter Richtung, also auf dem Wege *adcba*, durchlaufen lassen, so würde nicht Wärme in Arbeit, sondern Arbeit in Wärme verwandelt werden. Der Körper K würde von dem Körper K_3 (Temperatur t_3) die Wärme Q_3 aufnehmen, und an den Körper K_1 (Temperatur t_1) die Wärme Q_1 abgeben; gleichzeitig wäre von Aussen die Arbeit $L = abcda$ zu leisten und diese Arbeit wäre der überschüssigen Wärme $Q = Q_1 - Q_3$ äquivalent. Nach diesem umgekehrten Kreisprocesse würde daher Alles wieder in dem gleichen Zustande wie vor dem ersten Kreisprocesse sein und auch die zuerst geleistete Arbeit wäre wieder in Wärme zurückverwandelt.

Nicht jeder Kreisprocess ist aber in der oben beschriebenen Art umkehrbar. Würde man z. B. eine Gasmasse, welche sich vom Volumen v_1 auf das Volumen v_2 ausdehnt, theilweise in ein luftleeres Gefäss treten lassen, so würde das Gas bei dieser Ausdehnung, da kein Druck zurückzuschieben ist, auch keine Arbeit leisten. Um dann aber das Gas auf das frührere Volumen v_1 zurückzubringen, wäre eine äussere Arbeitsleistung, welche die Compression besorgt, nothwendig. Beschreibt daher eine Gasmasse einen Kreisprocess und kommt in demselben eine Ausdehnung in der oben angegebenen Art vor, so wird ein in umgekehrter Richtung ausgeführter Kreisprocess nicht Alles wieder in den früheren Zustand zurückführen; denn es wird bei dem zweiten Kreisprocesse eine grössere äussere Arbeit zu leisten sein, als in dem ersten Processe durch das Gas geleistet wurde. Man unterscheidet daher zwischen **umkehrbaren** und **nicht umkehrbaren** Kreisprocessen.

In Betreff der ersteren lässt die Gleichung II) noch eine weitere Ausdehnung zu. Bei dem in Fig. 248 dargestellten Kreisprocesse handelt es sich nur um zwei Wärmemengen Q_1 und Q_3, von denen die eine von dem Körper K aufgenommen, die andere von demselben abgegeben wurde. Handelt es sich aber um mehr als zwei Wärmemengen, also um einen complicirteren Kreisprocess, in welchem die Wärmemengen $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, \ldots$ von dem den Kreisprocess vermittelnden Körper bei den absoluten Temperaturen T_1, T_2, T_3, $T_4 \ldots$ aufgenommen resp. abgegeben werden, so besteht zwischen diesen Wärmemengen und den entsprechenden Temperaturen die folgende Beziehung. Es ist

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_4}{T_4} + \cdots = 0,$$

wenn jene Wärmemengen, welche der Körper abgiebt, negativ genommen werden. Wie man sieht, stellt die Gleichung II) einen Specialfall dieser allgemeineren Gleichung dar. Statt derselben kann man auch schreiben

$$\int \frac{dQ}{T} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II a)}$$

wo jedes aufgenommene oder abgegebene Wärmeelement dQ durch jene absolute Temperatur dividirt ist, bei welcher die Aufnahme oder Abgabe stattfand.

Die Gleichung II) resp. II a) ist der mathematische Ausdruck des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie für umkehrbare Kreisprocesse.

Für nicht umkehrbare Kreisprocesse braucht die eben angegebene Summe nicht den Werth Null zu haben, sie kann aber nicht positiv sein; daher hat man für diese Kreisprocesse

$$\int \frac{dQ}{T} \leqq 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad \text{II b)}$$

Wie schon oben erwähnt, wurde der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie von Clausius bewiesen. Den Beweis gründete Clausius auf folgenden Grundsatz: „Es kann nie Wärme aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen, wenn nicht gleichzeitig eine andere damit zusammenhängende Aenderung eintritt.“ Dieser Satz stimmt mit allen Erfahrungen überein, welche wir kennen. Nicht allein bei dem unmittelbaren Wärmeaustausch zwischen zwei Körpern, welcher durch Leitung und Strahlung vermittelt wird, trifft der Satz zu, sondern auch bei allen anderen Vorgängen, durch welche ein Wärmeübergang veranlasst wird. Ohne eine entsprechende Compensation kann immer nur Wärme von einem wärmeren in einen kälteren Körper übergehen.

Statt der Gleichung II a) kann man auch die folgende schreiben:

$$\int \frac{dQ}{T} = \int \left(\frac{1}{T} \frac{dQ}{dt} dt + \frac{1}{T} \frac{dQ}{dv} dv \right) = 0.$$

Diese Gleichung kann nur bestehen, wenn der Ausdruck unter dem Integralzeichen ein vollständiges Differential ist; daraus lässt sich aber ableiten, dass

$$\frac{dQ}{dv} = A \, . \, T \, . \, \frac{dp}{dT} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad \text{III)}$$

Hier bezeichnet $\left(\frac{dQ}{dv}\right) dv$ diejenige Wärmemenge, welche der Gewichtseinheit des Körpers zuzuführen ist, damit sein Volumen bei constanter Temperatur um dv wächst.

Die Resultate, welche in den letzten Paragraphen abgeleitet sind, werden wir später verwenden.

§. 109.

Specifische Wärme. Methode zur Bestimmung derselben.

1. **Starre und flüssige Körper.** — Bei der **Mischungsmethode** wird der zu untersuchende Körper auf eine bestimmte Temperatur erwärmt und dann in einer bekannten Gewichtsmenge Wasser abgekühlt. Die Temperaturerhöhung, die das Wasser erfährt, liefert dann die specifische Wärme in folgender Weise:

Es sei p das Gewicht des Körpers,
„ „ T die Temperatur desselben beim Eintauchen in Wasser,
„ „ P das Gewicht des Wassers,
„ „ t_1 die Temperatur desselben beim Eintauchen des Körpers,
„ „ t_2 die „ „ nach Ausgleichung der Temperatur des Körpers und des Wassers.

Die Wärmemenge, welche das Wasser erhalten hat, ist:

$$P\,(t_2 - t_1).$$

Die Wärmemenge, welche der Körper an das Wasser abgegeben hat, ist, wenn c seine specifische Wärme bedeutet:

$$p \,.\, c \,.\, (T - t_2),$$

daher

$$P\,(t_2 - t_1) = p \,.\, c \,.\, (T - t_2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

und daraus die specifische Wärme c des Körpers

$$c = \frac{P\,(t_2 - t_1)}{p\,.(T - t_2)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1\,a)$$

An dieser Formel sind zwei Correcturen anzubringen, wenn ein genauer Werth für die specifische Wärme ermittelt werden soll. Zunächst wird nicht bloss das Wasser, sondern auch das Calorimeter, d. h. das Gefäss, in welchem sich das Wasser befindet, erwärmt. Um diesen Umstand in Rechnung zu ziehen, bestimmt man den Wasserwerth des Calorimeters, d. h. die Wärmemenge, die zur Temperaturerhöhung des Calorimeters für 1^0 verbraucht wird. Ebenso ist der Wasserwerth des Thermometers zu berücksichtigen, welches in dem Calorimeter die Temperatur des Wassers anzeigt.

Ferner nimmt das Wasser mit dem Calorimeter nach dem Eintauchen des erhitzten Körpers nicht sofort die Endtemperatur an, sondern es dauert immer einige Zeit, bis dies geschehen ist. Diese Zeit wird um so grösser, je schlechter der eingetauchte Körper die Wärme leitet, je langsamer er also seine überschüssige Wärme an das Calorimeter abgiebt. Wenn nun, wie es gewöhnlich der Fall ist, das Calorimeter während der Wärmeaufnahme von dem erhitzten Körper eine höhere Temperatur als die Umgebung besitzt, so verliert dasselbe einen Theil der aufgenommenen Wärme an die Umgebung und in Folge dessen wird die Endtemperatur t_2 niedriger ausfallen, als sie sich ergeben hätte, wenn das Calorimeter keinen Verlust an Wärme erlitten hätte. Angenommen, das Thermometer wäre auf die Temperatur $(t_2 + \varepsilon)$ gestiegen, wenn das Calorimeter keinen Wärmeaustausch mit der Umgebung gehabt hätte, so würde die Formel 1) die folgende Gestalt annehmen:

$$(P + \Pi)\,(t_2 + \varepsilon - t_1) = p \,.\, c\,\{T - (t_2 + \varepsilon)\}.$$

Hier bezeichnet Π die Summe der Wasserwerthe des Calorimeters und des Thermometers. Die specifische Wärme c ist daher

$$c = \frac{(P + \Pi)\,(t_2 + \varepsilon - t_1)}{p\,.\,\{T - (t_2 + \varepsilon)\}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Den Werth ε kann man nach einer Methode finden, welche von **Pfaundler** in Poggendorff's Annalen Bd. 128 (1866) angegeben ist.

Wird der feste Körper vom Gewichte p nicht allein in das Calorimeter getaucht, sondern befindet sich der Körper in einer Hülle, welche mit erwärmt und mit eingetaucht wird, wie dies bei Flüssigkeiten meistens der Fall ist, so ist auch der Wasserwerth der Hülle in Rechnung zu ziehen, weil diese ja auch zur Erwärmung des Wassers beiträgt. Bezeichnet man den Wasserwerth der Hülle mit π, so hat man die Gleichung

$$(P + \Pi)(t_2 + \varepsilon - t_1) = (pc + \pi)\,\{T - (t_2 + \varepsilon)\}$$

und daraus

$$c = \frac{(P + \Pi)(t_2 + \varepsilon - t_1) - \pi\,\{T - (t_2 + \varepsilon)\}}{p\,\{T - (t_2 + \varepsilon)\}} \quad . \quad . \quad 3)$$

Fig. 249 zeigt die wesentlichen Theile eines zur Anwendung der eben dargelegten Methode geeigneten Apparates. A ist ein Körbchen aus feinem Messingdrahte, bestimmt zur Aufnahme der zu untersuchenden Substanz, welche, wenn sie starr ist, in mehr oder weniger grossen Stücken, wenn flüssig, in Röhrchen von sehr dünnem Glase gefüllt, hinein gelegt wird. Das Gewicht des Körbchens darf immer nur einen kleinen Bruchtheil vom Gewichte jener Substanz ausmachen. In der Axe des Körbchens befindet sich ein kleiner Cylinder von Drahtnetz, in welchem, während die Substanz erhitzt wird, der Behälter des Thermometers steht. Diese Erhitzung geschieht in dem innersten der Räume, welche durch drei concentrische Hüllen von Weissblech gebildet werden. In dem ringförmigen Raume B lässt man beständig einen Strom Wasserdampf herum kreisen, welcher bei a eindringt und durch das Abzugrohr c nach einem Kühlapparate geleitet wird. Der durch die dritte Hülle gebildete Luft enthaltende Raum bb hat den Zweck, den Raum B vor dem Erkalten durch die äussere Luft zu schützen. Der innerste Raum ist oben durch einen Stöpsel geschlossen, durch welchen die Röhre des Thermometers zugleich mit dem Faden geht, der das Körbchen trägt. Die untere Grundfläche des Cylinders schliesst ein Schieber von Weissblech. Nachdem man aus dem Stande des Thermometers in A erkannt hat, dass die Temperatur der Substanz völlig stationär geworden ist, wird der Schieber rasch entfernt und das Körbchen in das mit Wasser gefüllte Calorimeter D herabgelassen. Dieses Eintauchen ist in etwa einer halben Secunde Zeit vollendet; mithin kann auf dem Wege,

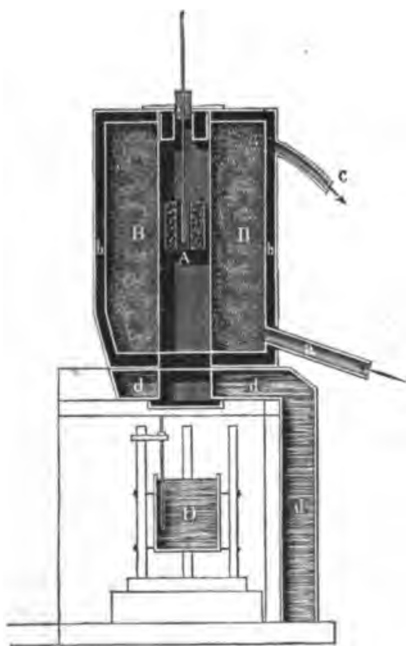
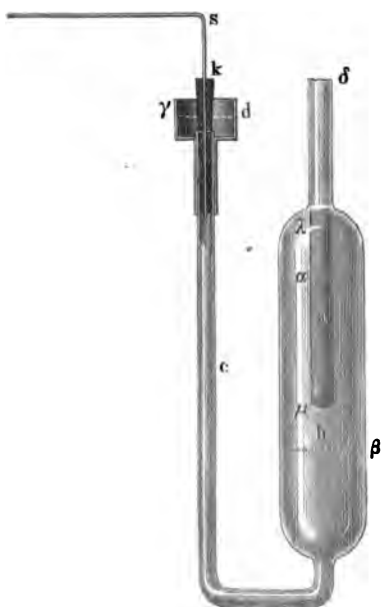


Fig. 249.

welcher überdies zum grössten Theile in einem erhitzten Raume liegt, kein merklicher Wärmeverlust stattfinden. Damit das Calorimeter keine Wärme durch die Strahlung des oberen Heizapparates oder des Dampfkessels empfangen könne, wird der Blechbehälter von einem knieförmigen Gefässe *d* aus Weissblech getragen, in welchem man Wasser, nach Befinden durch Erwärmung, auf der äusseren Temperatur erhält.

Das Calorimeter *D* ist aus sehr dünnem Messingblech verfertigt; es wird gehalten von zwei gekreuzten Seidenfäden, die ihrerseits an einem kleinen Holzschlitten befestigt sind, welcher sich in einer Fuge bewegt. In dem Wasser des Calorimeters steht ein Thermometer etwa 1 cm von der Wand entfernt, dessen hervorragende Röhre von einem entsprechenden, zu diesem Zwecke angebrachten Einschnitte aufgenommen wird. Der aus sehr dünnem Glase bestehende Behälter dieses Thermometers hat nur geringe Weite und nimmt fast die ganze Höhe des Wassers im Gefässe ein, so dass das Temperaturgleichgewicht mit der äusseren Flüssigkeit in kurzer Zeit sich herstellt. Die Wassermenge im Calorimeter ist abgewogen und so bemessen, dass sie nach Eintauchen der Substanz das Gafäss nahe ganz füllt. Das Calorimeter wird, nachdem man die Temperatur des Wassers mittelst eines Fernrohrs abgelesen hat, unmittelbar vor dem Herablassen des Körbchens unter den Heizraum geschoben und, sobald die erhitzte Substanz in dem Wasser sich befindet, wieder vor das Fernrohr zurückgebracht, damit sich der Gang des Thermometers beobachten lässt, während ein Gehülfe das Körbchen beständig im Wasser herumrührt.

Fig 250.



Eine andere Methode zur Bestimmung der specifischen Wärme, bei welcher der Einfluss der Umgebung vollständig eliminirt ist und bei welcher gar keine Correctionen nothwendig werden, ist durch das Eiscalorimeter gegeben, welches von Bunsen folgende zweckmässige Form erhalten hat.

Eine Glasröhre *a* (Fig. 250) ist in ein weiteres Glasrohr *b* eingeschmolzen. Das Glasrohr *b* setzt sich durch die doppelt gebogene Röhre *c* fort; letztere ist oben mit einem durch Kitt befestigten eisernen Aufsatz *d* versehen.

Die Röhre *a* wird von α bis μ, das dickere Rohr *b* von λ bis β mit ausgekochtem Wasser gefüllt; der übrige Theil des Rohres *b* und das Rohr *c* wird bis zum Niveau γ mit Quecksilber gefüllt. Es ist nothwendig, dass *b* und *c* ganz frei von Luft ist; wie dies erreicht wird, ist

von Bunsen ausführlich beschrieben [1]). In die Fassung d ist die feine mit einer Theilung versehenen Röhre s durch einen Kork eingegedrückt; hierdurch tritt das Quecksilber der Röhre c theilweise in die Röhre s.

Durch Abkühlen der Röhre a wird um dieselbe in b ein Ansatz von Eis erzeugt. Es geschieht dies dadurch, dass man Alkohol, welcher durch eine Kältemischung von Schnee und Kochsalz auf etwa -20^0 abgekühlt ist, in die Röhre a leitet. Erst nachdem diese Eismasse sich um a gebildet hat, wird die oben beschriebene Röhre s in die Fassung d eingesetzt.

Nach diesen Vorbereitungen wird der ganze Apparat von Schnee umgeben und so lange gewartet, bis derselbe die Temperatur 0^0 angenommen hat. Man erkennt das Eintreten dieser Temperatur daran, dass sich der Quecksilberfaden in dem Rohre s gar nicht oder nur ganz wenig bewegt.

Dadurch, dass in die Röhre a, die etwas Wasser enthält, der erwärmte Körper hineingebracht wird, kühlt sich derselbe auf 0^0 sehr schnell ab und die ganze von ihm abgegebene Wärme ist dazu verwandt worden, um einen Theil des rings um a befindlichen Eises zu schmelzen. Die Menge des geschmolzenen Eises erkennt man an der Volumänderung, welche durch das Zurückweichen des Quecksilbers in dem Rohre s angezeigt wird.

Setzt man das Volumen des Wassers bei 4^0 gleich 1, so ist das Volumen bei 0^0 gleich 1,00012 und das Volumen des Eises bei 0^0 ist 1,09082. Wenn daher P g Eis bei dem Versuche schmelzen, so tritt eine Volumverminderung von $P \,.\, 0{,}09070$ ccm ein.

Diese Volumverminderung wird an der Theilung der Röhre f beobachtet. Hat ein Scalentheil das Volumen v Cubikcentimeter und weicht das Quecksilber bei dem Versuche um n Scalentheile zurück, so ist

$$P \,.\, 0{,}09070 = n \,.\, v,$$

daher

$$P = \frac{n \,.\, v}{0{,}09070}.$$

Bunsen hat ferner ermittelt, dass die Schmelzwärme des Eises gleich 80,025 ist; d. h. um 1 g Eis von 0^0 in Wasser von 0^0 überzuführen, sind 80,025 Wärmeeinheiten (bezogen auf Gramm als Einheit) erforderlich.

Hat daher der Körper, welcher P g Eis geschmolzen hat, das Gewicht p g, die specifische Wärme c und die Temperatur T vor dem Einführen in das Rohr a des Eiscalorimeters, so ist die abgegebene Wärmemenge gleich $p \,.\, c \,.\, T$. Daher:

$$p \,.\, c \,.\, T = P \,.\, 80{,}025$$

oder

$$p \,.\, c \,.\, T = 80{,}025 \cdot \frac{n \,.\, v}{0{,}09070}$$

und daraus

$$c = 882{,}29 \cdot \frac{n \,.\, v}{p \,.\, T}.$$

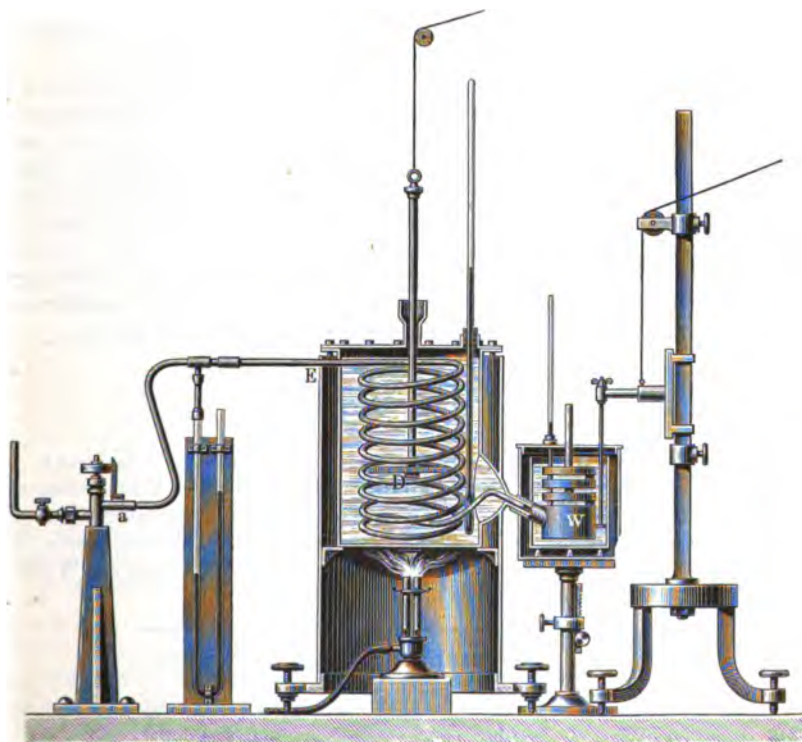
---

[1]) Bunsen, Pogg. Ann. **141**, 1870.

Wenn der Querschnitt der Röhre *f* enge genug ist, so dass sich mit Sicherheit kleine Volumänderungen bestimmen lassen, so liefert das Eiscalorimeter sehr genaue Werthe und gestattet die Anwendung sehr geringer Mengen von Substanz.

2. Gase. Die specifische Wärme der gasförmigen Körper lässt sich nicht auf eine so einfache Weise bestimmen, wie die specifische Wärme der festen Körper und der Flüssigkeiten. Denn wollte man ein bestimmtes Gewicht Gas in einem Gefässe, z. B. von Metall einschliessen, dasselbe erwärmen und dann in einem Calorimeter abkühlen, so würde die Er-

Fig. 251.



wärmung des Calorimeters fast allein von der Wärme herrühren, welche das Gefäss an das Calorimeter abgegeben hat, und es würde nur einen kleinen Unterschied machen, ob man das leere oder das mit Gas gefüllte Gefäss in das Calorimeter einführte. Man würde also nach diesem Verfahren keine genauen Werthe für die specifische Wärme erhalten. Daher hat man die Methode in der Art abgeändert, dass man die zu untersuchenden Gase nicht abgeschlossen in das Calorimeter brachte, sondern dieselben frei durch das Calorimeter in einer so hinreichenden Menge hindurchströmen liess, dass das Calorimeter eine genügende Temperaturerhöhung erfuhr.

Der Apparat, dessen sich Regnault[1]) zur Bestimmung der specifischen Wärme der Gase bediente, ist in Fig. 251 (a. v. S.) abgebildet. Aus dem Gasometer, welches die Figur nicht zeigt, strömt das Gas durch die Röhrenleitung *a* und gelangt bei *E* in den Erhitzungsraum, der mit Oel angefüllt ist. In diesem strömt das Gas durch ein Schlangenrohr und erwärmt sich auf diesem Wege bis zur Temperatur des Bades. Um diese Temperatur gleichmässig in dem ganzen Bade herzustellen, bewegt sich der Rührer *D* auf und ab. Aus der Schlangenröhre strömt das Gas in einen Kasten *W*, der sich in dem mit Wasser gefüllten Calorimeter befindet. Dieser Kasten ist durch eingesetzte Wände in eine Spirale verwandelt, so dass das Gas einen langen Weg durch das Calorimeter zu machen hat, ehe dasselbe in die Luft ausströmt.

Auf diese Weise ist erreicht, dass das Gas mit einer bestimmten Temperatur in das Calorimeter eintritt und durch Wärmeabgabe an das Calorimeter sich in demselben bis auf die Temperatur des Calorimeters abkühlt. Damit das Gas beim Uebergang vom Oelbad in das Calorimeter keine Temperaturerniedrigung erfuhr, musste letzteres nahe bei dem erwärmten Oelbad aufgestellt werden. Regnault bestimmte daher zunächst, wie viel Wärme das Calorimeter durch Wärmeleitung vom Oelbade her erfuhr und brachte diese Wärmemenge bei den Versuchen mit den Gasen in Abzug. Da das Gewicht des Gases, welches zur Erwärmung des Calorimeters gedient hatte, sich aus den Beobachtungen am Gasometer bestimmen liess, so hatte man alle Grössen, welche zur Ermittelung der specifischen Wärme des Gases erforderlich waren.

§. 110.

Specifische Wärme der starren und flüssigen Körper. — Die specifische Wärme der starren und flüssigen Körper ist keine constante Grösse, vielmehr wächst dieselbe mit wachsender Temperatur. Da die Aenderung der specifischen Wärme des Wassers für calorimetrische Bestimmungen unter Umständen von Bedeutung sein kann, folgen die Werthe, welche von Regnault gefunden sind[2]).

Temperatur t^0	Specifische Wärme des Wassers	
	bei t^0 c	mittlere zwischen 0^0 und t^0 *k*
0	1,0000	1,0000
20	1,0012	1,0005
40	1,0030	1,0013
60	1,0056	1,0023
80	1,0089	1,0035
100	1,0130	1,0050

[1]) Regnault, Mémoires de l'Academie, T. XXVI. — [2]) Daselbst, T. XXI.

Die obigen Werthe sind nach den Formeln

$$c = 1 + 0{,}00004\, t + 0{,}0000009\, t^2$$
$$k = 1 + 0{,}00002\, t + 0{,}0000003\, t^2$$

berechnet. Stellt allgemein die Formel

$$c = a + bt + ct^2$$

die specifische Wärme einer Substanz bei der Temperatur t dar, so ist die Wärmemenge, welche nothwendig ist, um die Gewichtseinheit der Substanz von t_1 auf t_2 zu erwärmen, gleich

$$\int_{t_1}^{t_2} c dt = a (t_2 - t_1) + \frac{b}{2} (t_2 - t_1)^2 + \frac{c}{3} (t_2 - t_1)^3.$$

Die mittlere specifische Wärme zwischen 0 und t_2 ist daher

$$k = \frac{a t_2 + \frac{b}{2} t_2^2 + \frac{c}{3} t_2^3}{t_2} = a + \frac{b}{2} t_2 + \frac{c}{3} t_2^2.$$

Während die specifische Wärme beim Wasser nur sehr wenig mit wachsender Temperatur wächst, ist die Zunahme bei den vielen anderen Körpern viel bedeutender. Nach Byström [1]) sind die specifischen Wärmen einiger Metalle:

Temperatur	Gussstahl	Roheisen	Silber	Platin
0°	0,1178	0,1277	0,0570	0,03239
100°	0,1200	0,1295	0,0575	0,03267
200°	0,1246	0,1339	0,0587	0,03333
300°	0,1322	0,1407	0,0606	0,03475

Besonders stark ist die Zunahme der specifischen Wärme für Kohlenstoff (Diamant), Bor und Silicium, wie H. F. Weber [2]) gezeigt hat.

Für Diamant findet Weber die specifische Wärme

	0,0947;	0,1905;	0,2791
bei	0°	100°	200°

Die specifische Wärme des Diamants wächst bis zu dem Werthe 0,46 und bleibt dann bei weiterer Temperaturerhöhung nahezu constant.

Die specifischen Wärmen von Bor und Silicium sind bei gewöhnlicher Temperatur 0,23 resp. 0,18; dieselben wachsen mit erhöhter Temperatur bis 0,50 resp. 0,205 und bleiben dann ebenso wie jene des Diamants nahezu constant.

Ausser von der Temperatur hängt die specifische Wärme auch von der Dichtigkeit ab; man findet, dass gewöhnlich einer Vermehrung der Dichtigkeit eine Abnahme der specifischen Wärme entspricht. So fand Regnault:

	Dichtigkeit	Specifische Wärme
Harter Stahl	7,7982	0,1175
Weicher Stahl	7,8609	0,1165

1) Byström, Fortschritte der Physik, 1860. — 2) H. F. Weber, Pogg. Ann. 147 (1872).

In der Nähe des Schmelzpunktes starrer Körper nimmt die specifische Wärme rasch zu, so dass die flüssige Substanz meistens eine beträchtlich höhere specifische Wärme besitzt, als die starre. In der folgenden Tabelle sind einige Angaben zusammengestellt.

Substanz	Temperaturintervall, aus welchem die specifische Wärme bestimmt ist	Specifische Wärme im starren Zustande	Temperaturintervall, aus welchem die specifische Wärme bestimmt ist	Specifische Wärme im flüssigen Zustande
Eis oder Wasser . . .	unter 0°	0,502	0 bis 20°	1,000
Blei	0 bis 100	0,0314	350 „ 450	0,0402
Brom	— 78 „ — 20	0,08432	10 „ 48	0,1109
Jod	0 „ 100	0,05412	—	0,1082
Quecksilber	— 78 „ — 40	0,0319	0 bis 100	0,0333
Schwefel	0 „ 100	0,2026	120 „ 150	0,234
Wismuth	0 „ 100	0,03084	280 „ 380	0,0363
Zinn	0 „ 100	0,0562	250 „ 350	0,0637
Phosphor	10 „ 30	0,1887	50 „ 100	0,2120
Krystallis. Chlorcalcium	unter 0	0,345	33 „ 80	0,555
Salpetersaures Natron .	0 bis 100	0,2782	330 „ 430	0,413
„ Kali . .	0 „ 100	0,2387	350 „ 435	0,332

§. 111.

Gesetz von Dulong und Petit. — Dulong und Petit[1]) haben eine einfache Beziehung zwischen der specifischen Wärme und dem Atomgewichte der einfachen Körper gefunden, welche lautet: **Das Product aus dem Atomgewicht und der specifischen Wärme ist für alle einfachen Körper gleich.**

So ist z. B.

	das Atomgewicht	die specifische Wärme	das Product
von Eisen . . .	56	0,1138	6,37
„ Blei	207	0,0314	6,50

Da die specifische Wärme jene Wärmemenge bezeichnet, welche nöthig ist, um die Gewichtseinheit des Stoffes um 1° zu erwärmen, und da ferner das Atomgewicht eines Körpers dem Gewichte der Atome proportional ist, so ist das Product aus specifischer Wärme und Atomgewicht der Wärmemenge proportional, welche nöthig ist, um ein Atom um 1° zu erwärmen. Nennt man diese Wärmemenge die Atomwärme des Körpers, so lässt sich das Dulong-Petit'sche Gesetz kurz so aussprechen:

Die einfachen Körper haben gleiche Atomwärmen.

[1]) Dulong und Petit, Ann. de chimie et de physique. T. X.

In der folgenden Tabelle ist die specifische Wärme, das Atomgewicht und das Product beider für eine Anzahl einfacher Körper zusammengestellt.

Elemente	Specifische Wärme	Atomgewicht	Product aus specifischer Wärme und Atomgewicht
Aluminium	0,2143	27,4	5,87
Antimon	0,0508	122	6,20
Arsen	0,0814	75	6,11
Blei	0,0314	207	6,50
Brom	0,0843	80	6,74
Cadmium	0,0567	112	6,35
Eisen	0,1138	56	6,37
Gold	0,0324	197	6,38
Indium	0,0569	113,4	6,45
Jod	0,0541	127	6,87
Iridium	0,0326	198	6,45
Kalium	0,1655	39,1	6,47
Kobalt	0,1067	58,8	6,27
Kupfer	0,0952	63,4	6,04
Lithium	0,9408	7	6,59
Magnesium	0,2499	24	6,00
Mangan	0,1217	55	6,69
Molybdän	0,0722	96	6,93
Natrium	0,2934	23	6,75
Nickel	0,1092	58,8	6,42
Osmium	0,0311	199,2	6,20
Palladium	0,0593	106,6	6,32
Platin	0,0324	197,4	6,40
Quecksilber (fest)	0,0319	200	6,38
Rhodium	0,0580	104,4	6,06
Ruthenium	0,0611	104	6,36
Selen (krystallisirt)	0,0762	79,4	6,05
Silber	0,0570	108	6,16
Tellur	0,0474	128	6,07
Thallium	0,0336	204	6,85
Wismuth	0,0308	210	6,47
Wolfram	0,0334	184	6,15
Zink	0,0956	65,2	6,23
Zinn	0,0562	118	6,63

Die vorstehende Tabelle zeigt, dass für die angegebenen Elemente das Gesetz von Dulong und Petit nahezu bestätigt wird. Der Mittelwerth des Productes aus specifischer Wärme und Atomgewicht ist 6,4; der kleinste Werth ist 5,87 (für Aluminium), der grösste 6,93 (für Molybdän).

Die drei Elemente Kohlenstoff, Bor und Silicium geben bedeutend kleinere Werthe für die Atomwärmen (nämlich 1,7 — 2,7 — 5,0) als die übrigen Elemente, wenn man die specifischen Wärmen bei gewöhnlicher Temperatur bestimmt. Wie aber H. F. Weber nachgewiesen hat, nimmt die specifische Wärme dieser Elemente mit der Temperatur bedeutend zu, um oberhalb einer gewissen Temperatur nahezu constant zu werden. Bildet man nun das Product aus dieser fast constanten specifischen Wärme und dem zugehörigen Atomgewicht, so findet man die Werthe 5,5 — 5,5 — 5,8 für die Atomwärmen von Kohlenstoff, Bor und Silicium. Wie man sieht, unterscheiden sich diese Werthe nur mehr wenig von dem früher angegebenen Mittel 6,4.

Aus dem Obigen geht also hervor, dass das Gesetz von Dulong und Petit nicht strenge, sondern nur annähernd gültig ist. Da alle Elemente ihre specifische Wärme mit der Temperatur ändern, und da ferner die Grösse dieser Aenderung für die verschiedenen Elemente verschieden ist (auch wenn man hierbei von den drei Elementen Kohlenstoff, Bor und Silicium ganz absieht), so kann schon aus diesem Grunde das Product aus specifischer Wärme und Atomgewicht keine constante Grösse sein. Sobald aber die Atomwärme für verschiedene Atome in verschiedenem Maasse veränderlich ist, wird man von vornherein bei dem Dulong-Petit'schen Gesetze nur eine annähernde Gültigkeit erwarten.

§. 112.

Theoretische Bedeutung des Gesetzes von Dulong und Petit. Die wahre specifische Wärme. — Die Wärme, welche man einem Körper zuführt, übt, wie im Paragraph 105 dargelegt wurde, drei verschiedene Wirkungen aus: 1) die lebendige Kraft der Wärmebewegung wird vermehrt, 2) durch Ueberwindung von Cohäsionskräften wird eine innere Arbeit, 3) durch Zurückschiebung des äusseren Druckes eine äussere Arbeit geleistet.

Die Wärme, welche zu dieser letzten Arbeit verbraucht wird, ist bei starren Körpern sehr gering, wie eine kurze Rechnung ergiebt.

Angenommen, der Körper befinde sich unter dem Drucke einer Atmosphäre, so ist der Druck, welcher auf der Oberfläche lastet, pro Quadratmeter gleich 10 333 kg. Erfährt der Körper eine Volumvergrösserung a, ausgedrückt in Cubikmetern, so ist die zu leistende Arbeit gleich $10\,333 \,.\, a$ mkg, welche durch $\frac{10\,333 \,.\, a}{424}$ Wärmeeinheiten hervorgebracht wird. Nehmen wir z. B. 1 kg Kupfer, so ist das Volumen desselben in Cubikmetern gleich

$$\frac{0{,}001}{8{,}9}.$$

Da ferner der cubische Ausdehnungscoefficient des Kupfers gleich 0,000054 ist, so ist die Volumvergrösserung, welche das Kupfer durch Erwärmung um 1° erfährt, gleich

$$\frac{0{,}001 \;.\; 0{,}000054}{8{,}9}.$$

Die Wärmemenge, welche die zu dieser Ausdehnung nöthige Arbeit leistet, ist daher

$$\frac{10333}{424} \cdot \frac{0{,}001 \;.\; 0{,}000054}{8{,}9} = 0{,}000000148.$$

Dagegen ist die Wärmemenge, welche 1 kg Kupfer zur Erwärmung um 1° bedarf, gleich 0,094. Das Verhältniss dieser beiden Grössen ist 0,00000157. Man darf daher die dritte der oben genannten Leistungen der Wärme bei starren Körpern unberücksichtigt lassen.

Die im Experiment bestimmte specifische Wärme setzt sich daher aus zwei Theilen zusammen, 1. aus der wahren specifischen Wärme, d. h. derjenigen Wärme, welche zur Erhöhung der Temperatur, oder anders ausgedrückt, zur Vermehrung der lebendigen Kraft der Wärmebewegung dient, und 2. aus der Wärme, welche innere Arbeit leistet [1]).

Nun ist es höchst wahrscheinlich, dass das Dulong-Petit'sche Gesetz für die wahre specifische Wärme der Atome strenge richtig ist, d. h. dass das Product aus der wahren specifischen Wärme und dem Atomgewicht, oder die wahre Atomwärme für alle Atome gleich ist. Nimmt man nämlich an, dass zwei Körper dann die gleiche Temperatur haben, also bei ihrer Berührung keine Temperaturänderung erleiden, wenn die Atome der beiden Körper gleiche lebendige Kraft der Bewegung besitzen, so folgt hieraus unmittelbar das Dulong-Petit'sche Gesetz für die wahre specifische Wärme. Denn wenn die lebendige Kraft der verschiedenen Atome für dieselbe Temperatur gleich ist, so ist auch der Zuwachs der lebendigen Kraft der Atome für 1° Temperaturerhöhung für alle Atome der gleiche. Dieser Zuwachs wird aber durch diejenige Wärmemenge bewirkt, welche sich als das Product aus der wahren specifischen Wärme und dem Atomgewicht darstellt.

Nach dieser Darlegung sind die wahren Atomwärmen einander gleich, und die Unterschiede, welche die experimentell bestimmten Atomwärmen darbieten, beruhen nur in der verschiedenen Grösse der inneren Arbeiten, welche bei den verschiedenen Elementen zu leisten sind. Je näher die empirisch bestimmten Atomwärmen übereinstimmen, um so näher sind auch die bei der Erwärmung zu leistenden inneren Arbeiten einander gleich. Da aus den früheren Angaben hervorgeht, dass nur wenige Elemente (Kohlenstoff, Bor, Silicium) bei gewöhnlicher Temperatur eine bedeutende Abweichung von der mittleren Atomwärme 6,4 zeigen, so folgt das merkwürdige Resultat, dass die innere Arbeit, welche zu leisten ist, trotz sonstiger grosser physikalischer Verschiedenheiten bei den meisten Elementen nur geringe Unterschiede zeigt.

Die wahre specifische Wärme ist nach Clausius für jeden Körper eine vollkommen constante Grösse, und daher nicht allein unabhängig von der Temperatur, sondern auch von dem

---

[1]) Clausius, Abhandlungen der mechanischen Wärmetheorie VI, S. 258.

Aggregatzustande. Wenn daher die empirisch ermittelte specifische Wärme des Eises nur etwa halb so gross als jene des flüssigen Wassers ist, so ist daraus zu schliessen, dass die innere Arbeit, welche bei der Erwärmung des flüssigen Wassers zu leisten ist, bedeutend grösser als jene ist, welche das Eis bei seiner Temperaturerhöhung verlangt.

Im Zusammenhange mit dieser Anschauung von Clausius über die wahre specifische Wärme steht der von Clausius bewiesene Satz, dass „die Menge der in einem Körper wirklich vorhandenen Wärme nur von seiner Temperatur und nicht von der Anordnung seiner Bestandtheile abhängig ist“.

Dieser Satz wurde von Clausius mit Hülfe des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie bewiesen [1]).

Beobachtet man daher gleiche Gewichtsmengen von flüssigem Wasser und Eis bei 0^0, so ist die wirklich vorhandene Wärme, d. h. die lebendige Kraft der Bewegung der Bestandtheile, in beiden Körpern gleich gross. Die Wärme, welche dem Eise von 0^0 zugeführt werden muss, um dasselbe in Wasser von 0^0 zu verwandeln, ist nicht als Wärme in dem Wasser vorhanden, sondern ist zur Arbeit verbraucht, zu jener Arbeit nämlich, welche nothwendig ist, um die Cohäsionskräfte, welche im starren Zustande vorhanden sind, so weit zu überwinden, dass der flüssige Aggregatzustand resultirt.

Clausius dehnt den eben angeführten Satz noch weiter, als auf die verschiedenen Aggregatzustände aus, indem er denselben auch für chemische zusammengesetzte Stoffe und deren Bestandtheile anwendet. Es enthält hiernach ein chemisch zusammengesetzter Stoff ebenso viel Wärme, als seine Bestandtheile in getrenntem Zustande bei derselben Temperatur enthalten würden [2]). Auch hier bleibt zu beachten, dass der Satz nur von der wirklich vorhandenen Wärme gilt, nicht aber jene Wärme umfasst, welche, als Wärme nicht mehr vorhanden, zu innerer Arbeit verbraucht ist.

§. 113.

Gesetz von Neumann. — Während das Dulong-Petit'sche Gesetz sich auf die Elemente oder einfachen Körper bezieht, ist das Neumann'sche Gesetz für zusammengesetzte Körper aufgestellt [3]). Nach diesem Gesetze haben die Körper, welche ähnliche chemische Zusammensetzung haben, die gleiche Molecularwärme, oder das Product aus dem Moleculargewicht und der specifischen Wärme ist für ähnlich zusammengesetzte Körper gleich gross.

Die Oxyde von der Form RO haben im Mittel den Werth 11,0 für die Molecularwärme.

		Specifische Wärme	Moleculargewicht	Product
Z. B.	Bleioxyd	0,0512	223	11,4
	Kupferoxyd	0,1420	79,4	11,3

---

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 116 (1862). VI. Abhandlung. — [2]) Clausius, Abhandlungen der mechanischen Wärmetheorie VI. §. 9. — [3]) Neumann, Pogg. Ann. 23 (1831).

Die Oxyde von der Form RO_2 haben im Mittel den Werth 14,0.

	Specifische Wärme	Moleculargewicht	Product
Z. B. Zinnsäure	0,0933	150	14,0

Die Oxyde von der Form R_2O_3 haben im Mittel den Werth 26,9.

	Specifische Wärme	Moleculargewicht	Product
Z. B. Eisenoxyd	0,1700	160	27,2
Antimonoxyd . . .	0,0901	292	26,3

Im Folgenden sind die Werthe der Producte aus specifischer Wärme und Moleculargewicht für einige Gruppen zusammengestellt.

		Molecularwärme
Oxyde von der Form	RO	11,0
„ „ „ „	RO_2	14,0
„ „ „ „	RO_3	18,8
„ „ „ „	R_2O_3	26,9
Schwefelmetalle von der Form . .	RS	11,9
„ „ „ „ . . .	RS_2	18,1
Chlormetalle „ „ „ . . .	RCl	12,7
„ „ „ „ . . .	RCl_2	18,7
Jodmetalle „ „ „ . . .	RJ	13,4
„ „ „ „ . . .	RJ_2	19,4

§. 114.

Gesetz von Kopp. — Sieht man von der allgemeinen Gültigkeit des Dulong-Petit'schen Gesetzes ab, lässt man also bei den verschiedenen Elementen eine verschiedene Atomwärme zu, so gilt das von Kopp aufgestellte[1]) Gesetz: Die Molecularwärme einer chemischen starren Verbindung ist gleich der Summe der Atomwärmen ihrer Elemente. Dass dieses Gesetz nur unter der Annahme, dass die verschiedenen Atome eine verschiedene Atomwärme besitzen, Geltung hat, folgt unmittelbar aus den im vorigen Paragraphen mitgetheilten Werthen. Nimmt man nämlich für die Atomwärme im Mittel den Werth 6,4, so müsste eine Verbindung von 2 Atomen die Molecularwärme 2 . 6,4, und allgemein die Verbindung von *n* Atomen die Molecularwärme von *n* . 6,4 besitzen. Nun besitzen aber die Oxyde von der Form

RO die Molecularwärme 11,0 und nicht 2 . 6,4 = 12,8
RO_2 „ „ 14,0 „ „ 3 . 6,4 = 19,2
RO_3 „ „ 18,8 „ „ 4 . 6,4 = 25,6

Hieraus folgt also direct, dass die Atomwärme des Sauerstoffs nicht 6,4, sondern kleiner ist. Da die Metalle im Mittel den Werth 6,4 als Atomwärme besitzen, so kann man aus den eben angeführten Verbindungen die Atomwärme des Sauerstoffs berechnen. Aus dem Werthe

für RO, 11 = 6,4 + 4,6 findet man für O 4,6
„ RO_2, 14 = 6,4 + 2 . 3,8 „ „ „ „ 3,8
„ RO_3, 18,8 = 6,4 + 3 . 4,1 „ „ „ „ 4,1
„ R_2O_3, 26,9 = 2 . 6,4 + 3 . 4,7 „ „ „ „ 4,7

[1]) Kopp, Liebig's Ann. Supplementbd. III (1864).

Der Mittelwerth für die Atomwärme von Sauerstoff ist daher 4,3, und mit diesem Werthe erhält man durch das Kopp'sche Gesetz die beobachteten Resultate für die Oxyde nahezu wieder.

Aus den Beobachtungen für die Schwefelmetalle erhält man für die Atomwärme des Schwefels im Mittel den Werth 5,6, denn aus dem Werthe

für RS, 11,9 = 6,4 + 5,5 findet man für S 5,5
„ RS_2, 18,1 = 6,4 + 2 . 5,8 „ „ „ „ 5,8

Dieser so berechnete Mittelwerth 5,6 für Schwefel stimmt nahezu überein mit dem von Kopp an natürlichem krystallisirten Schwefel gewonnenen Werthe, nämlich 5,2.

Aus den mitgetheilten Werthen geht hervor, dass das Kopp'sche Gesetz der Atomwärmen eine annähernde Gültigkeit besitzt, man also nach der chemischen Formel annähernd die specifische Wärme berechnen kann. Dass auch hier ebenso wie beim Dulong-Petit'schen Gesetze nur eine annähernde Gültigkeit stattfindet, hat denselben Grund wie dort.

Für die flüssigen Verbindungen gilt das Kopp'sche Gesetz nicht. Bei diesen ist, wie schon früher hervorgehoben wurde, die innere Arbeit im Allgemeinen viel bedeutender als bei den starren Körpern, und daher lässt sich die specifische Wärme, deren Grösse ja auch von der Grösse der inneren Arbeit abhängt, für Flüssigkeiten nicht aus Werthen berechnen, welche für starre Substanzen ermittelt wurden.

Legt man statt der empirisch bestimmten specifischen Wärme die wahren specifischen Wärmen zu Grunde, deren Grösse übrigens nicht allgemein bekannt ist, so ist, wie schon erwähnt, das Gesetz von Dulong und Petit höchst wahrscheinlich strenge richtig, und dann ist es ebenso wahrscheinlich, dass auch das Kopp'sche Gesetz vollkommen richtig ist. Dasselbe würde dann lauten: die wahre Molecularwärme einer chemischen Verbindung ist gleich der Summe der wahren Atomwärmen ihrer Elemente.

§. 115.

Die specifische Wärme der Metalllegirungen. — Regnault hat gefunden, dass die specifische Wärme einer Metalllegirung gleich dem Mittel aus der specifischen Wärme der Bestandtheile ist. Enthält daher eine Legirung p_1 g eines Metalles mit der specifischen Wärme c_1, und p_2 g eines anderen Metalles mit der specifischen Wärme c_2, so ist die specifische Wärme der Legirung gleich

$$c = \frac{p_1 \cdot c_1 + p_2 \cdot c_2}{p_1 + p_2}.$$

§. 116.

Die specifische Wärme von Flüssigkeitsmischungen und Salzlösungen. — Bei den Mischungen lässt sich zuweilen die specifische Wärme aus derjenigen der Bestandtheile berechnen, und zwar nach derselben Formel, welche in dem vorigen Paragraphen für die Legirungen

angegeben ist. Dies gilt von den Mischungen von Schwefelkohlenstoff-Benzin, Chloroform-Benzin und Schwefelkohlenstoff-Chloroform. Bei allen Gemischen dagegen, welche Alkohol enthalten, ist die specifische Wärme nicht zu berechnen. Bemerkenswerth in dieser Hinsicht sind die Alkohol-Wassergemische, welche unter bestimmten Verhältnissen specifische Wärmen zeigen, die grösser als 1 sind, obwohl die specifische Wärme des Alkohols nur 0,6 beträgt.

Bei den Salzlösungen lässt sich die specifische Wärme nicht aus jener der Bestandtheile berechnen; meistens wird die specifische Wärme der Lösung kleiner, als sie nach den Bestandtheilen erwartet werden sollte.

§. 117.

Specifische Wärme der Gase bei constantem Druck. — Nach der im §. 109 angegebenen Methode hat Regnault die specifische Wärme einer grossen Anzahl von Gasen bestimmt. Die Methode liefert die specifische Wärme der Gase bei constantem Druck, d. h. sie giebt die Wärmemenge, welche nothwendig ist, um die Gewichtseinheit des Gases um 1° zu erwärmen, wenn bei dieser Erwärmung sich das Gas so ausdehnen kann, dass der Druck der gleiche bleibt.

Die Resultate von Regnault waren folgende:

Gas	Formel	Specifische Wärme bei constantem Druck, bezogen auf Wasser gleich 1	Dichtigkeit des Gases, bezogen auf Luft gleich 1
Luft		0,2375	1
Stickstoff	N_2	0,2438	0,9713
Sauerstoff	O_2	0,2175	1,1056
Wasserstoff	H_2	3,4090	0,0692
Chlor	Cl_2	0,1210	2,4502
Brom	Br_2	0,0555	5,4772
Kohlenoxyd	CO	0,2450	0,9673
Stickoxyd	NO	0,2317	1,0384
Chlorwasserstoff	HCl	0,1845	1,2596
Stickoxydul	N_2O	0,2262	1,5241
Schwefelwasserstoff	H_2S	0,2432	1,1747
Kohlensäure	CO_2	0,2169	1,5201
Schweflige Säure	SO_2	0,1544	2,2113
Ammoniak	NH_3	0,5084	0,5894
Grubengas	CH_4	0,5929	0,5527
Aethylen	C_2H_4	0,4040	0,9672
Chloräthyl	C_2H_5Cl	0,2738	2,2269

Bei den Versuchen, durch welche die obigen Werthe der specifischen Wärme ermittelt wurden, standen die Gase nahezu unter dem Drucke einer Atmosphäre.

Regnault zeigte aber weiter, dass für die Gase Luft, Wasserstoff und Kohlensäure eine Druckvermehrung bis zu etwa 12 Atmosphären keinen bemerkbaren Einfluss auf die specifische Wärme ausübte. Wollte man dieses Resultat verallgemeinern, so würde man sagen können: die Gewichtseinheit eines Gases bedarf zu der Erwärmung um 1^0 dieselbe Wärmemenge, gleichgültig, unter welchem Drucke dasselbe steht. Indessen ist es wahrscheinlich, dass die Gase, welche eine grössere Abweichung vom Boyle'schen Gesetze zeigen, auch in ihrer specifischen Wärme nicht vollkommen unabhängig vom Drucke sind. Die Versuche Regnault's geben hierüber noch keine Entscheidung.

Die specifische Wärme ist unabhängig von der Temperatur für Luft und Wasserstoff, wie Regnault durch seine Versuche gezeigt hat. Für Kohlensäure wurde dagegen eine Zunahme der specifischen Wärme mit wachsender Temperatur constatirt. Ebenso zeigte später E. Wiedemann[1]) für eine Reihe anderer Gase, dass ihre specifische Wärme mit wachsender Temperatur wächst. Es wurden folgende Werthe erhalten:

	Specifische Wärme	
	bei 0^0	bei 200^0
Kohlensäure	0,1952	0,2387
Aethylen	0,3364	0,5015
Stickoxydul	0,1983	0,2442
Ammoniak	0,5009	0,5629

Aus diesen Versuchen wird man schliessen dürfen, dass nur diejenigen Gase eine von der Temperatur unabhängige specifische Wärme besitzen, welche geringe Abweichungen vom Boyle'schen Gesetze zeigen, dass dagegen bei den anderen Gasen die specifische Wärme mit steigender Temperatur wächst.

§. 118.

Specifische Wärme der Gase bei constantem Volumen. — Die specifische Wärme bei constantem Volumen ist immer kleiner, als die entsprechende bei constantem Drucke. Denn bei der Erwärmung unter constantem Drucke tritt eine Volumvergrösserung ein und es ist eine dieser Volumvergrösserung entsprechende äussere Arbeit zu leisten, welche zur Zurückschiebung des Druckes erforderlich ist. Die zu leistende äussere Arbeit wird aber durch einen Theil der zugeführten Wärme bewirkt. Bei der Erwärmung unter constantem Volum ist die äussere Arbeitsleistung dagegen gleich Null.

Bezeichnet man die Wärmemenge, welche zur äusseren Arbeit ver-

---

[1]) E. Wiedemann, Pogg. Ann. 157 (1876).

braucht wird, wenn 1 kg eines Gases bei constantem Drucke eine Temperaturerhöhung von 1^0 erfährt, mit W, so ist die Differenz der specifischen Wärmen gleich dieser Wärmemenge W, daher

$$c_p - c_v = W,$$

wenn c_p die specifische Wärme bei constantem Druck, c_v jene bei constantem Volumen darstellt.

Die Wärmemenge W lässt sich aus der Arbeit berechnen. Ist p_0 der Druck des Gases pro Quadratmeter, v_0 das Volumen des Gases in Cubikmetern ausgedrückt, α der Ausdehnungscoefficient, so ist die Arbeit gleich [1])

$$p_0 \,.\, v_0 \,.\, \alpha.$$

Die Wärmemenge W, welche zu dieser Arbeitsleistung verbraucht wird, erhält man durch Multiplication mit dem Aequivalent $A = \frac{1}{424}$; daher ist

$$W = p_0 \,.\, v_0 \,.\, \alpha \,.\, A.$$

Führen wir hier die Bezeichnung ein, welche schon in §. 102 gebraucht wurde, nämlich

$$p_0 \,.\, v_0 \,.\, \alpha = R,$$

so ist

$$W = A \,.\, R$$

und die obige Gleichung geht über in

$$c_p - c_v = A \,.\, R \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Da in dieser Gleichung A eine constante Grösse bezeichnet, so ist der Ausdruck

$$\frac{c_p - c_v}{R} = A,$$

für alle Gase gleich und kann dazu dienen, den Werth von A zu berechnen, sobald die specifische Wärme c_v bekannt ist. In der That ist auf diesem Wege der Werth von A zuerst und zwar von R. Meyer berechnet worden.

Die specifische Wärme eines Gases bei constantem Volumen lässt sich nicht direct beobachten. Denn würde man ein Gas in einem Gefässe einschliessen und beide (Gefäss und Gas) in einem Calorimeter abkühlen, so würde die Wärmemenge, welche von dem Gase geliefert wird, sehr gering im Verhältniss zu jener sein, welche das Gefäss bei seiner Abkühlung an das Wasser abgiebt.

Man kann aber auf einem indirecten Wege die specifische Wärme der Gase bei constantem Volumen ermitteln, indem man das Verhältniss der beiden specifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v} = \varkappa$ bestimmt und dann aus dem bekannten Werthe c_p die Grösse c_v berechnet.

---

[1]) Ist nämlich das Volumen des Gases bei der Temperatur 1^0 gleich v_1, so ist

$$v_1 = v_0\,(1 + \alpha \,.\, 1),$$

oder

$$v_1 - v_0 = v_0 \,.\, \alpha.$$

Also ist $v_0 \,.\, \alpha$ die Volumvergrösserung des Gases. Das Product aus Volumvergrösserung und Druck stellt aber die äussere Arbeit dar.

§. 119.

Bestimmung des Verhältnisses der specifischen Wärmen der Gase bei constantem Drucke und bei constantem Volumen. — Die Beobachtung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in einem Gase bietet ein Mittel, das Verhältniss der specifischen Wärme zu ermitteln. Bezeichnet man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei 0° mit v, so ist

$$v = \sqrt{\frac{g \,.\, b \,.\, s_1}{s} \,.\, \varkappa}.$$

In dieser Gleichung bedeutet g die Beschleunigung beim freien Fall, b die Höhe der Barometersäule, s_1 die Dichtigkeit des Gases, s die Dichtigkeit des Quecksilbers, beide bezogen auf Wasser gleich 1, und $\varkappa$ das Verhältniss der specifischen Wärmen. Beobachtet man daher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v, so erhält man das Verhältniss $\varkappa$ der specifischen Wärmen aus der Gleichung:

$$\varkappa = \frac{v^2 \,.\, s}{g \,.\, b \,.\, s_1}.$$

Für Luft liegen die Beobachtungswerthe von v zwischen 332,7 und 330,7 m. Ein mittlerer Werth liefert für $\varkappa$

$$\varkappa = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}405.$$

Mit diesem Werthe stimmen die Versuche überein, welche Röntgen nach einer anderen später anzugebenden Methode gefunden hat.

Da bei Luft der Werth von c_p gleich 0,2375 ist, so wird c_v, oder die specifische Wärme bei constantem Volumen gleich

$$\frac{0{,}2375}{1{,}405} = 0{,}1690.$$

Setzt man den Werth des Aequivalentes A als bekannt voraus, so kann man auch die Gleichung 1), §. 118,

$$c_p - c_v = A \,.\, R,$$

dazu benutzen, um c_v zu bestimmen. Nach Joule ist A gleich $\frac{1}{424}$ und daher wird für Luft

$$c_v = c_p - A \,.\, R = 0{,}2375 - \frac{29{,}266}{424} = 0{,}1685.$$

Wie man sieht, stimmt dieser Werth sehr nahe mit jenem überein, der sich aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles ergiebt.

Für die übrigen Gase lässt sich ebenso die specifische Wärme bei constantem Volumen berechnen, denn es ist in jedem Falle (vergleiche Gleichung 1) des vorigen Paragraphen)

$$c_v = c_p - AR.$$

Bezeichnet man den Werth von R für Luft mit R_1, für ein anderes Gas mit R_2, so ist

$$R_2 = \frac{R_1}{d} = \frac{29{,}266}{d},$$

wo d die Dichtigkeit des Gases bezogen auf Luft als Einheit darstellt.

Daher erhalten wir die Gleichung:

$$c_v = c_p - A \cdot \frac{29{,}266}{d} = c_p - \frac{29{,}266}{424 \,.\, d} = c_p - \frac{0{,}0690}{d}.$$

Nach dieser Gleichung sind die folgenden Werthe von c_v berechnet:

Gase	Dichtigkeit, bezogen auf Luft gleich 1 d	Specifische Wärme des Gases		$\frac{c_p}{c_v}$
		bei constantem Druck c_p	bei constantem Volumen c_v	
Luft	1	0,2375	0,1685	1,409
Stickstoff	0,9713	0,2438	0,1714	1,420
Sauerstoff	1,1056	0,2175	0,1551	1,402
Wasserstoff	0,0692	3,4090	2,4110	1,413
Chlor	2,4502	0,1210	0,0928	1,303
Brom	5,4772	0,0555	0,0429	1,294
Kohlenoxyd	0,9673	0,2450	0,1736	1,411
Stickoxyd	1,0384	0,2317	0,1652	1,403
Chlorwasserstoff	1,2596	0,1845	0,1297	1,422
Stickoxydul	1,5241	0,2262	0,1808	1,250

Die oben angegebene Gleichung lässt noch eine weitere Folgerung zu; es ergiebt sich nämlich

$$(c_p - c_v)\, d = 0{,}0690 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Diese Gleichung sagt aus, dass die Grösse $(c_p - c_v)\, d$ für alle Gase constant und gleich 0,0690 ist. Das Product $c_p \,.\, d$ und ebenso $c_v \,.\, d$ stellt nun die specifische Wärme der Gase für gleiche Volume dar, und zwar bezogen auf jenes Volumen, welches die Gewichtseinheit Luft beansprucht; in dem einen Falle c_p bleibt der Druck und in dem anderen Falle c_v das Volumen constant. Die Grösse $(c_p - c_v)\, d$ stellt daher die Wärmemenge dar, die zur äusseren Arbeit verbraucht wird, wenn gleiche Volume verschiedener Gase sich unter constantem Drucke um 1^0 ausdehnen. Nach der obigen Gleichung ist diese Wärmemenge für die verschiedenen Gase gleich gross. Man erkennt, dass dieses Resultat ein anderer Ausdruck des Gay-Lussac'schen Gesetzes ist. Denn wenn die genannten Wärmemengen gleich sind, so müssen auch die Arbeiten oder die Ausdehnungen gleich sein. Nach dem Gay-Lussac'schen Gesetze dehnen sich aber alle Gase um den gleichen Bruchtheil ihres Volumens in Folge gleicher Temperaturerhöhung aus. Es ist schon früher darauf

hingewiesen, dass das Gesetz von Gay-Lussac nicht vollkommen der Wahrheit entspricht und in gleichem Maasse, wie die Ausdehnungscoefficienten, von einander abweichen, sind auch die bei der Ausdehnung geleisteten äusseren Arbeiten verschieden.

§. 120.

Ueber das Verhältniss der lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung der Molecüle zu der ganzen in einem Gase vorhandenen lebendigen Kraft, d. h. zu der im Gase vorhandenen Wärme. — Es ist früher §. 75 dargelegt, dass der Druck, den die Gase auf die Wandungen des Gefässes ausüben, herrührt von den Stössen, die gegen diese Wandungen von den Molecülen des Gases ausgeführt werden. Bezeichnet man mit N die Anzahl der Molecüle des Gases in der Volumeinheit, mit m die Masse eines Molecüls, und mit u^2 das mittlere Quadrat der Geschwindigkeit eines Molecüls, so ist der Druck p pro Flächeneinheit gleich

$$p = \frac{1}{3} N . m . u^2.$$

Die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung dieser N Molecüle ist aber:

$$K = \frac{1}{2} m . N . u^2.$$

Aus der Vergleichung dieser beiden Formeln folgt

$$K = \frac{3}{2} p.$$

Dieser Werth für die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung bezieht sich auf die Volumeinheit; nimmt man statt dessen das Volumen v_0, welches der Gewichtseinheit des Gases bei der Temperatur 0^0 und dem Drucke p_0 entsprechen möge, so ist

$$K = \frac{3}{2} p_0 . v_0 \quad . . . . 3)$$

Nun lässt sich andererseits aus der specifischen Wärme der Gase bei constantem Volumen die ganze in dem Gase vorhandene lebendige Kraft der Bewegung berechnen. Wird das Gas bei constantem Volumen erwärmt, so dient die ganze zugeführte Wärme dazu, die lebendige Kraft der Bewegung, also den eigentlichen Wärmevorrath zu vermehren. Denkt man sich das Gas bis zum absoluten Nullpunkte (— 273^0) abgekühlt und von da an bis zum Schmelzpunkte des Eises bei constantem Volumen erwärmt, so ist für die Gewichtseinheit Gas die hierzu erforderliche Wärme gleich

$$c_v . 273.$$

Um diese Wärme, welche das Gas enthält, in Arbeitseinheiten, oder nach der mechanischen Einheit der lebendigen Kraft zu messen, ist dieselbe mit dem Aequivalent $\frac{1}{A} = 424$ zu multipliciren. Daher ist die

ganze lebendige Kraft der Bewegung in der Gewichtseinheit des Gases bei der Temperatur des schmelzenden Eises gleich:

$$H = \frac{c_v \,.\, 273}{A}.$$

Nun ist früher in §. 102 die Beziehung

$$c_p - c_v = A \,.\, R = A \,.\, p_0 \,.\, v_0 \,.\, \alpha = \frac{A \,.\, p_0 \,.\, v_0}{273},$$

nachgewiesen. Daraus folgt

$$\frac{273}{A} = \frac{p_0 \,.\, v_0}{c_p - c_v}.$$

Setzt man diesen Werth ein, so erhält man:

$$H = \frac{c_v}{c_p - c_v} \,.\, p_0 \,.\, v_0 \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Durch Division der beiden Werthe von K und H erhält man

$$\frac{K}{H} = \frac{3}{2}\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right) \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

Diese Gleichung wurde zuerst von Clausius[1]) abgeleitet.

Wie man sieht, ist das Verhältniss der lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung (K) zur ganzen lebendigen Kraft (H) von dem Verhältniss der beiden specifischen Wärmen abhängig. Dieses Verhältniss $\frac{c_p}{c_v}$ ist für Luft 1,405, und daher wird für Luft

$$\frac{K}{H} = 0{,}6075.$$

Da K kleiner ist als H, so folgt daraus, dass die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung nur einen Theil der ganzen im Gase vorhandenen lebendigen Kraft darstellt, dass also ausser der fortschreitenden Bewegung der ganzen Molecüle, noch besondere Bewegungen der Bestandtheile der Molecüle stattfinden.

Man kann aus der Gleichung 5) leicht berechnen, wie gross das Verhältniss der beiden specifischen Wärmen sein muss, damit $K = H$ werde. Setzt man $\frac{K}{H} = 1$, so wird

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3} = 1{,}666 \ldots$$

Bei keinem der bisher angeführten Gase wird dieser Werth von $\frac{c_p}{c_v}$ erreicht.

Durch Kundt und Warburg[2]) ist aber für die überhitzten Dämpfe des Quecksilbers nachgewiesen, dass $\frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ ist. Die Methode, welche

---

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 100 (1857). Gesammelte Abhandlungen XIV.
[2]) Kundt und Warburg, Pogg. Ann. 157 (1876).

zu diesem Nachweise verwendet wurde, war die bereits besprochene der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit, welche direct das gesuchte Verhältniss liefert. Aus dem Werthe $\frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ folgt dann unmittelbar $K = H$, d. h. beim Quecksilberdampf ist die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung gleich der ganzen lebendigen Kraft. Dass der Quecksilberdampf diese Ausnahmestellung gegenüber den früher genannten Gasen einnimmt, beruht darauf, dass das Molecül des Quecksilberdampfes nur aus einem Atome besteht, während die Molecüle der anderen Gase mindestens zwei Atome enthalten. Beim Quecksilberdampf kann daher nicht von der lebendigen Kraft der Bestandtheile des Molecüls, sondern nur von der lebendigen Kraft des ganzen Molecüls die Rede sein.

Die Gleichung

$$\frac{K}{H} = \frac{3}{2}\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right)$$

lässt noch eine weitere bemerkenswerthe Folgerung zu. Es ist früher erwähnt worden, dass für mehrere Gase die specifische Wärme von der Temperatur unabhängig ist. Für diese Gase ist daher nach der obigen Gleichung auch $\frac{K}{H}$ nicht von der Temperatur abhängig, d. h. bei jeder Temperatur macht die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung denselben Bruchtheil von der ganzen im Gase vorhandenen lebendigen Kraft aus.

§. 121.

Ueber die Aenderung von Druck, Volumen und Temperatur eines Gases, wenn letzteres sich in einer für Wärme undurchdringlichen Hülle befindet. — Wird der Gewichtseinheit eines Gases die kleine Wärmemenge dQ zugeführt und hierdurch die Temperaturerhöhung dT hervorgebracht, so ergiebt sich die Beziehung von dQ zu dT aus der Gleichung Ia des §. 106

$$dQ = dU + A \,.\, dL.$$

Hier bezeichnet dU die Wärmemenge, welche zur Temperaturerhöhung um dT erforderlich ist, wenn keine äussere Arbeit geleistet wird. Ist daher c_v die specifische Wärme des Gases bei constantem Volumen, so ist

$$dU = c_v \,.\, dT.$$

Nimmt man an, dass das Volumen des Gases sich um dv ändert, während der Druck p constant bleibt, so ist die hierzu nöthige Arbeit $dL = p \,.\, dv$. Ist dv positiv, tritt also eine Volumvergrösserung ein, so ist auch die Arbeit pdv positiv, d. h. das Gas leistet nach Aussen die Arbeit. Wenn dagegen dv negativ ist, wenn also eine Volumverminderung eintritt, so ist die Arbeit pdv negativ, d. h. es wird von Aussen durch Compression eine Arbeit geleistet.

Aus der obigen Gleichung erhält man

$$dQ = c_v \,.\, dT + A \,.\, p \,.\, dv.$$

Aus der Gleichung

$$p \cdot v \cdot = R \cdot T$$

folgt

$$p = \frac{RT}{v},$$

und setzt man diesen Werth in die vorige Gleichung ein, so wird

$$dQ = c_v \cdot dT + \frac{A \cdot R \cdot T}{v} dv.$$

Diese Gleichung [1]) stellt den Zusammenhang dar zwischen der zugeführten Wärme dQ einerseits, und der Temperatur- und Volumänderung andererseits.

Setzt man voraus, dass keine Wärme zu- oder abgeführt wird, so ist entweder gleichzeitig die Temperaturänderung und die Volumänderung gleich Null, oder diese Aenderungen sind von Null verschieden. Wie dieselben zusammenhängen, zeigt die obige Gleichung, wenn man dQ gleich Null setzt; man erhält

$$0 = c_v \, dT + \frac{A \cdot R \cdot T \, dv}{v}$$

oder

$$-\frac{c_v \, dT}{T} = AR \cdot \frac{dv}{v}.$$

Aus dem — Zeichen geht zunächst hervor, dass wenn dv positiv ist, dT negativ wird und umgekehrt. Wenn also das Volumen durch Ausdehnung wächst, so nimmt die Temperatur des Gases ab, und wenn das Volumen gleich Compression abnimmt, so wächst die Temperatur.

Setzt man voraus, dass die Werthe p_1, T_1, v_1 zusammengehören, so erhält man durch Integration der obigen Gleichung:

$$log \frac{T}{T_1} = \frac{A \cdot R}{c_v} \, log \frac{v_1}{v}.$$

Da nun früher nachgewiesen ist (§. 118), dass

$$c_p - c_v = A \cdot R,$$

so folgt

$$\frac{AR}{c_v} = \frac{c_p}{c_v} - 1 = \varkappa - 1,$$

wenn das Verhältniss der specifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v}$ gleich $\varkappa$ gesetzt wird. Daher wird die obige Gleichung

$$log \frac{T}{T_1} = (\varkappa - 1) \, log \frac{v_1}{v}$$

oder

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\varkappa - 1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

---

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 79, 1850. Gesammelte Abhandlungen I.

Aus den Gleichungen

$$p \, . \, v = R\,T$$
$$p_1 \, . \, v_1 = R\,T_1$$

folgt

$$\frac{v_1}{v} = \frac{T_1}{T} \, . \, \frac{p}{p_1}.$$

Setzt man diesen Werth ein, so erhält man

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{T_1}{T}\frac{p}{p_1}\right)^{\varkappa - 1}$$

oder

$$\left(\frac{T}{T_1}\right)^{\varkappa} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\varkappa - 1} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 7)$$

Ebenso erhält man, wenn man in Gleichung 6) $\frac{T}{T_1}$ ersetzt, durch den oben erhaltenen Werth

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\varkappa} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 8)$$

Die drei Gleichungen (6, 7, 8) geben die Beziehungen an, welche zwischen Temperatur, Druck und Volumen bestehen, wenn das Gas ohne Wärmezu- und Abfuhr zusammengedrückt wird oder sich ausdehnt.

Die obigen Gleichungen können dazu dienen, um das Verhältniss $\varkappa$ der specifischen Wärme der Gase zu ermitteln. Der Apparat, den Clement und Desormes in diesem Sinne benutzten, ist in Fig. 252 abgebildet. Der Ballon A hat einen Inhalt von etwa 20 Litern und besitzt einen Hahn c von weiter Oeffnung. Eine Verbindung des Ballons mit dem Manometer ist durch die seitliche Röhre d hergestellt.

Fig. 252.



Bei dem Versuche wird die Luft im Ballon A zuerst durch eine Luftpumpe verdünnt, hierdurch steigt das Manometer bis zur Höhe h. Dann wird der Hahn c geöffnet, so dass der Druck im Innern des Ballons gleich dem äussern Luftdrucke wird. Wegen der weiten Durchbohrung des Hahnes dauert dies nur einen Bruchtheil einer Secunde. Der Hahn c wird dann sofort wieder geschlossen. Der Druck der Luft im Ballon wird nach dem Hahnschluss wieder geringer und es steigt daher die Flüssigkeit in dem Manometer bis zu der Höhe h_1, wo $h_1 < h$.

Wenn nämlich der Hahn B nur so lange geöffnet ist, bis der Druck im Innern des Ballons gleich dem äussern Drucke ist, so wird hierdurch nicht die Dichtigkeit der im Ballon befindlichen Luft gleich der Dichtigkeit der äussern Luft. Es wird vielmehr die Luft des Ballons durch die von aussen eintretende Luft in Folge der Compression erwärmt. Diese Erwärmung bewirkt eine Vermehrung des Druckes, und wenn man daher nach dem Hahnschluss so lange wartet, bis die Temperatur der Ballon-

luft wieder die frühere geworden ist, so tritt eine Druckverminderung ein, die durch das Steigen der Flüssigkeit im Manometer angezeigt wird.

Ist der Barometerstand unveränderlich gleich b, so ist der Anfangsdruck p der Luft gleich $b - h$; der Enddruck p_1, auf den es hier ankommt, ist bei der Oeffnung des Hahns erreicht, und daher gleich b. Das Verhältniss $\frac{p}{p_1}$ ist also

$$\frac{p}{p_1} = \frac{b - h}{b}.$$

Das Anfangsvolumen v der Luft ist gleich dem Volumen des Ballons; das Endvolumen v_1 ist jenes, welches die ursprünglich im Ballon befindliche Luft nach Ausgleichung des innern und äussern Druckes angenommen hat. Dieses Volumen v_1 lässt sich berechnen, sobald das Volumen v_2 der durch den Hahn eingetretenen Luft bekannt ist. Es ist dann $v_1 = v - v_2$.

Nun ist der Druck der Luft zu Anfang des Versuches $b - h$, zu Ende des Versuches, wenn die Temperatur im Ballon die frühere geworden ist, gleich $b - h_1$; die eintretende Luft hat also den Druck um

$$(b - h_1) - (b - h) = h - h_1$$

vermehrt. Die eingetretene Luft würde somit den Druck $h - h_1$ haben, wenn sie durch den ganzen Ballon verbreitet wäre, also das Volumen v einnähme. Unter dem Drucke b hat sie dagegen das Volumen v_2, welches nach dem Boyle'schen Gesetze aus der Gleichung

$$v_2 \, . \, b = v \, (h - h_1)$$

gefunden wird. Daher ist

$$v_2 = v \, \frac{h - h_1}{b}$$

$$v_1 = v - v_2 = v \left(1 - \frac{h - h_1}{b}\right).$$

Das Verhältniss $\frac{v_1}{v}$ ist also

$$\frac{v_1}{v} = \frac{b - (h - h_1)}{b}.$$

Setzt man die Werthe von $\frac{p}{p_1}$ und von $\frac{v_1}{v}$ in die Gleichung 8) ein, so erhält man

$$\frac{b - h}{b} = \left\{\frac{b - (h - h_1)}{b}\right\}^k$$

oder

$$k = \frac{\log \frac{b - h}{b}}{\log \frac{b - (h - h_1)}{b}}.$$

Bei einem Versuche mit Luft fanden Clement und Desormes $b = 760$ mm; $h = 13{,}71$; $h_1 = 3{,}61$.

Mit diesen Werthen wird $k = 1,36$.

Dieser Werth 1,36 ist zu klein in Folge mehrerer Mängel, die nicht berücksichtigt sind. Röntgen[1]) hat später unter Vermeidung aller Ungenauigkeiten nach derselben Methode als Mittel aus mehreren Versuchen für Luft den Werth $k = 1,405$ gefunden, ein Werth, der schon im §. 119 angegeben ist.

§. 122.

Specifische Wärme der Gase und Atomgewicht. — Wird ein Gas bei constantem Volumen erwärmt, so ist die äussere Arbeit gleich Null. Es lässt sich aber auch zeigen, dass die innere Arbeit in diesem Falle sehr gering ist, so dass sie annähernd gleich Null gesetzt werden darf. Bei dieser Annahme stellt die specifische Wärme der Gase bei constantem Volumen die wahre specifische Wärme dar, d. h. die bei constantem Volumen dem Gase zugeführte Wärme wird nur dazu benutzt, um die lebendige Kraft der Molecularbewegung zu vermehren. Die Gase bieten daher ein vorzügliches Mittel, um zu untersuchen, ob das von Dulong und Petit für die empirisch bestimmten specifischen Wärmen der starren Elemente aufgestellte Gesetz, für die wahre specifische Wärme der Gase gilt. Es fragt sich daher, ob das Product aus specifischer Wärme (bei constantem Volumen) und Atomgewicht bei den Gasen constant ist. Im Folgenden ist die specifische Wärme bei constantem Volumen, das Atomgewicht und das Product beider für die einfachen Gase zusammengestellt.

	Specifische Wärme bei constantem Volumen c_v	Atomgewicht	Atomwärme
Wasserstoff	2,4110	1	2,41
Stickstoff	0,1714	14	2,40
Sauerstoff	0,1551	16	2,48
Chlor	0,0928	35,5	3,29
Brom	0,0429	80	3,43

Aus den Producten der letzten Tabelle ersieht man, dass dieselben nicht gleich sind. Die Atomwärmen von Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff können als gleich betrachtet werden; die Atomwärmen von Chlor und Brom, unter sich nahezu gleich, sind entschieden grösser, als jene der zuerst genannten Gase.

Um bei den zusammengesetzten Gasen das Gesetz zu prüfen, stellen wir in der folgenden Tabelle das Product aus dem Moleculargewicht und der specifischen Wärme dar; diese Molecularwärmen sind für verschiedene Gase verschieden je nach der Zusammensetzung des Molecüls. Um ver-

[1]) Röntgen, Pogg. Ann. 148 (1873).

gleichbare Werthe zu erhalten, bilden wir den Quotienten aus der Molecularwärme und der Anzahl der Atome, die im Molecül vereinigt sind. Gleichzeitig sind der Uebersicht wegen die einfachen Gase noch einmal angeführt.

Gase	Zusammensetzung des Molecüls	Moleculargewicht	Specifische Wärme bei constantem Volumen	Molecularwärme. (Product aus Moleculargewicht und specifischer Wärme)	Molecularwärme, dividirt durch Atomzahl
Wasserstoff	H_2	2	2,4110	4,82	2,41
Stickstoff	N_2	28	0,1714	4,80	2,40
Sauerstoff	O_2	32	0,1551	4,96	2,48
Chlor	Cl_2	35,5	0,0928	6,59	3,29
Brom	Br_2	160	0,0429	6,86	3,43
Kohlenoxyd	CO	28	0,1736	4,86	2,43
Stickoxyd	NO	30	0,1652	4,96	2,48
Chlorwasserstoff . .	HCl	36,5	0,1297	4,73	2,37
Stickoxydul	N_2O	44	0,1808	7,95	2,65
Schwefelwasserstoff .	H_2S	34	0,1844	6,17	2,06
Kohlensäure	CO_2	44	0,1719	7,56	2,52
Schweflige Säure . .	SO_2	64	0,1221	7,81	2,60
Ammoniak	NH_3	17	0,3916	6,66	1,67
Grubengas	CH_4	16	0,4700	7,52	1,50
Aethylen	C_2H_4	28	0,3350	9,38	1,56
Chloräthyl	C_2H_5Cl	64,5	0,2427	15,66	1,96

Ueberblickt man die letzte Reihe der vorstehenden Tabelle, welche den Quotienten aus der Molecularwärme und der Anzahl der im Molecül vereinigten Atome darstellt, so sieht man, dass für eine grosse Reihe von Gasen dieser Quotient nahezu gleich ist. Die Gruppe Chlor und Brom giebt aber entschieden grössere Werthe und die Gruppe Ammoniak, Grubengas, Aethylen liefert entschieden kleinere Werthe, als der Mittelwerth der übrigen Gase ist. Die Erklärung dieser letzten Thatsache ist nicht ohne Schwierigkeiten; denn da bei der Erwärmung ohne Volumvermehrung die äussere Arbeit gleich Null, so kann man die Differenzen in den Atomwärmen nur durch die Verschiedenheit der inneren Arbeiten erklären. Von diesem Gesichtspunkte aus muss man annehmen, dass die kleinste beobachtete Atomwärme (Ammoniak etc.) der wahren Atomwärme am nächsten kommt. Dann wäre auch bei den einfachen Gasen Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff vorauszusetzen, dass die beobachtete specifische Wärme bei constantem Volumen grösser ist, als die wahre specifische Wärme dieser Elemente, oder dass auch bei Erwärmung dieser

Gase eine innere Arbeit geleistet wird. Diese Arbeit kann zweierlei Art sein, nämlich ausserhalb des Molecüls, zur Ueberwindung der zwischen den Molecülen vorhandenen Cohäsion, und innerhalb des Molecüls, zur Lockerung resp. Trennung der Atome. Nun lässt sich aber zeigen, und wir werden später hierauf zurückkommen, dass bei den einfachen Gasen H_2, O_2, N_2 eine innere Arbeit zur Ueberwindung der zwischen den Molecülen vorhandenen Cohäsion bei der Erwärmung nur in ganz geringem Maasse geleistet wird. Die specifische Wärme kann also in Folge dieser Arbeit nicht merklich erhöht sein. Anders verhält es sich mit der Arbeit, die im Molecüle selbst geleistet werden kann. Für eine Reihe von Gasen ist gezeigt, dass dieselben durch hinreichende Erwärmung dissociirt werden, d. h. dass die das Molecül zusammensetzenden Atome sich trennen. Es ist nun möglich, dass auch die Molecüle H_2, O_2, N_2 in höherer Temperatur eine Dissociation erleiden, und dass schon bei gewöhnlicher Temperatur durch Wärmezufuhr der Zusammenhang der Atome gelockert, also eine innere Arbeit geleistet wird[1]).

Aenderungen des Aggregatzustandes.

§. 123.

Schmelzen. — Die Temperatur, bei welcher ein starrer Körper in den flüssigen Zustand übergeht, der Schmelzpunkt, fällt zusammen mit der Temperatur, bei welcher der flüssige Körper beim Abkühlen wieder in den starren Zustand zurückkehrt, dem Erstarrungspunkte. Der Schmelzpunkt eines Körpers ist ein ganz bestimmter und daher für den Körper charakteristisch. Ebenso wie unter gewöhnlichen Umständen das Eis immer bei 0^0 schmilzt, so ist auch die Schmelztemperatur irgend eines anderen Körpers unter gleichen Umständen immer die gleiche.

Der Uebergang aus dem starren in den flüssigen Zustand ist kein plötzlicher, welcher für die ganze Masse gleichzeitig stattfindet. Wenn der starre Körper bis zum Schmelzpunkte erwärmt ist, so bewirkt die geringste weitere Wärmezufuhr, dass ein Theil desselben schmilzt; der übrige Theil bleibt aber zunächst in der starren Form zurück und zwar so lange, bis eine weitere Wärmezufuhr eintritt, die den Schmelzungsvorgang weiter ausdehnt. In dieser Weise wird nach und nach durch eine ununterbrochene Zufuhr von Wärme die ganze Masse in die flüssige Form übergeführt. Während dieses Uebergangszustandes tritt keine Temperaturerhöhung ein; die Temperatur bleibt vielmehr constant und die zugeführte Wärme wird dazu verbraucht, um den Zusammenhang der Theilchen im starren Zustande so weit zu lockern, dass der flüssige Zustand entstehen kann.

Durch vorsichtiges Abkühlen bei vollkommener Ruhe gelingt es, Wasser, Phosphor und andere Körper mehrere Grade unter dem Schmelzpunkte noch flüssig zu erhalten. Eine geringe Erschütterung oder die Berührung mit dem festen Körper gleicher Natur genügt dann, um plötzlich die ganze Masse erstarren zu lassen. Hierbei steigt die Tem-

[1]) Vergl. Horstmann, Berichte der Berliner chem. Gesellschaft Bd. II.

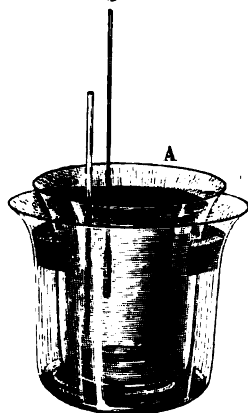
peratur bis zum Schmelzpunkte, wie man leicht nachweisen kann, indem man ein Thermometer in der flüssigen Masse beobachtet. Kühlt man z. B. flüssiges Wasser bis — 7° ab und lässt es dann plötzlich erstarren, so zeigt es sofort nach dem Erstarren die Temperatur 0°.

Der äussere Druck ist nicht ohne Einfluss auf die Schmelztemperatur; indessen ist dieser Einfluss nur gering, wie wir später (§. 127) sehen werden. Im Folgenden ist zunächst vorausgesetzt, dass der äussere Druck jener der Atmosphäre sei.

Ein einfaches Mittel, den Erstarrungspunkt einer flüssigen Masse zu bestimmen, scheint darin zu bestehen, ein Thermometer in dieselbe einzutauchen und sie dann bis zum Erstarren abzukühlen. Dieses Verfahren bietet indess nicht immer die nöthige Sicherheit, weil, wie oben erwähnt, auch eine Abkühlung unter die normale Schmelztemperatur stattfinden kann, ohne dass ein Erstarren eintritt.

In der Regel wird es sicherer sein, den mit dem normalen Erstarrungspunkte einer Flüssigkeit identischen Schmelzpunkt zu messen, d. h. den noch starren Körper bis zum beginnenden Schmelzen zu erwärmen und die durch die ganze Masse gleichförmige Temperatur zu bestimmen, bevor alle starren Theile flüssig geworden sind. Häufig wird man sich mit Vortheil des folgenden Apparates zur Bestimmung der Schmelz- und Erstarrungstemperatur bedienen können. Das mit Wasser oder Oel gefüllte Becherglas *A* (Fig. 253) ist, um die Zuleitung der Wärme möglichst gleichmässig zu machen, in ein weiteres mit derselben Flüssigkeit gefülltes Becherglas eingesenkt. In *A* taucht ausser dem Thermometer noch ein enges Rohr, in welches bei *c* eine kleine Quantität der auf ihren Schmelzpunkt zu prüfenden Substanz in flüssigem Zustande durch Aufsaugen eingeführt ist. Bei langsamem Erwärmen kann man leicht die Temperatur wahrnehmen, bei welcher die Substanz flüssig wird, ebenso diejenige, bei welcher sie unter langsamem Wiederabkühlen erstarrt, und der Versuch lässt sich ohne Mühe mehrmals wiederholen. Selbstverständlich ist diese Methode nur auf solche Substanzen anwendbar, deren Schmelztemperatur in einem Wasser- oder Oelbade zu erreichen ist. Bei vielen, namentlich organischen Substanzen ist das Erkennen der Schmelztemperatur dadurch erleichtert, dass sie in flüssigem Zustande durchsichtig, in starrer Form aber undurchsichtig sind.

Fig. 253.



Schmelzpunkte einiger Körper.

Stickoxydul	— 115°	Quecksilber	— 40°
Schwefelwasserstoff . .	— 85	Brom	— 20
Kohlensäure	— 57	Terpentinöl	— 10
Schweflige Säure . . .	— 76	Eis	— 0
Ammoniak	— 75	Olivenöl	+ 2
Jodwasserstoff	— 51	Talg	+ 33

Schmelzpunkte einiger Körper.

Phosphor	+ 40°	Antimon	+ 425°
Stearin (50)	+ 60	Bronze	+ 900
Wachs	+ 64	Silber	+ 1000
Stearinsäure	+ 70	Kupfer	+ 1090
Schwefel	+ 115	Gold	+ 1250
Zinn	+ 235	Weisses Gusseisen	+ 1050
Wismuth	+ 270	Graues „	+ 1200
Blei	+ 334	Stahl	1300 bis 1400
Zink	+ 423	Schmiedeeisen	1500 bis 1600

Wie man aus vorstehender Tabelle ersieht, können selbst solche Körper, welche bei gewöhnlicher Temperatur und bei gewöhnlichem Drucke gasförmig sind, in den festen Zustand übergehen. Man kann annehmen, dass jeder Körper durch die geeignete Temperatur in die drei Aggregatzustände versetzt werden kann. Indess können solche Körper nicht geschmolzen werden, welche durch Erhitzung chemisch zersetzt werden, ehe ihr Schmelzpunkt erreicht ist.

In der obigen Tabelle sind beim Stearin zwei Schmelzpunkte 50° und 60° angegeben. Das Stearin hat die merkwürdige Eigenschaft, bei 50° flüssig, dann aber bei weiterem Erwärmen wieder fest zu werden. Es bildet sich, vermuthlich durch eine neue Lagerung der Molecüle, nach Erreichung der Schmelztemperatur von 50° eine zweite Modification des Stearins, welche erst bei 60° wieder schmilzt.

§. 124.

Schmelzpunkte von Mischungen, Lösungen und Legirungen. — Mischt man Wasser mit etwas Alkohol, so sinkt der Gefrierpunkt unter 0° und beim Erstarren bildet sich reines Eis; der Alkohol befindet sich vollständig in dem flüssigen Rückstande.

Eine ähnliche Erniedrigung des Gefrierpunktes und eine Scheidung beim Erstarren tritt bei Salzlösungen ein. Meerwasser von 1,028 specifischem Gewicht gefriert bei — 2,6°; es bildet sich reines Eis. Indessen hat das aus Salzlösungen gebildete Eis ein blätteriges Gefüge, welches zwischen den einzelnen Schichten noch eine Quantität der Lösung festhält. Rüdorff hat gezeigt, dass die Erniedrigung der Gefriertemperatur einer Salzlösung proportional der gelösten Salzmenge ist. Beim Kochsalz beträgt diese Erniedrigung für jeden Theil Kochsalz auf 100 Thle. Wasser z. B. 0,6°. Eine Lösung, welche 8 Thle. Kochsalz auf 100 Thle. Wasser enthält, gefriert also bei $-8 \cdot 0{,}6 = -4{,}8^0$.

Ein merkwürdiges Verhalten zeigen die Legirungen, indem dieselben sehr häufig niedrigere Schmelzpunkte besitzen, als jeder der Bestandtheile, aus denen sie zusammengesetzt sind. So liegt der Schmelzpunkt des Rose'schen Metallgemisches, welches aus 2 Thln. Wismuth, 1 Thl. Zinn und 1 Thl. Blei besteht, bei 95°. Bei dieser Temperatur fängt nämlich das Gemisch an, weich zu werden, und bei 98° ist dasselbe ganz flüssig. Von den drei Bestandtheilen des Rose'schen Gemisches hat das Zinn den

niedrigsten Schmelzpunkt und zwar bei 235°. Den niedrigsten Schmelzpunkt von allen Legirungen hat ein Gemisch (Wood'sches Metall), welches aus 8 Thln. Blei, 15 Thln. Wismuth, 4 Thln. Zinn und 3 Thln. Cadmium besteht; dasselbe erweicht bei 60° und ist bei 65° ganz flüssig.

Die folgende Tabelle enthält die Schmelzpunkte einiger Legirungen aus Zinn und Blei.

Aequivalente	Procentische Zusammensetzung	Schmelzpunkte
Zinn	100 Zinn, 0 Blei	235°
5 Zinn, 1 Blei	73,7 „ 26,3 „	194
4 „ 1 „	69,3 „ 30,7 „	189
3 „ 1 „	63,0 „ 37,0 „	186
2 „ 1 „	53,2 „ 46,8 „	196
1 „ 1 „	36,2 „ 63,8 „	241
1 „ 3 „	15,9 „ 84,1 „	289
Blei	0 „ 100 „	334

Wie man sieht, entspricht der Legirung von 3 Aeq. Zinn und 1 Aeq. Blei der niedrigste Schmelzpunkt.

Auch bei Mischungen verschiedener Salze tritt häufig eine Erniedrigung des Schmelzpunktes ein. So schmilzt z. B. salpetersaures Natron bei 311°, salpetersaures Kali bei 339°; eine Mischung beider Salze nach gleichen Aequivalenten schmilzt dagegen schon bei 220°.

§. 125.

Schmelzwärme. — Wenn ein Körper bei stetig zugeführter Wärme zu schmelzen begonnen hat, so ändert sich der Stand eines in die Masse getauchten Thermometers so lange nicht, bis der starre Körper vollständig in die flüssige Aggregatform übergegangen ist. Während dieses Processes wird alle zugeführte Wärme zur Lockerung des inneren Zusammenhanges der Theilchen verwendet, mit Ausnahme eines kleinen Theiles der Wärme, welches zur Zurückschiebung des äusseren Druckes verwendet ist, wenn, wie es meistens der Fall ist, eine Volumvergrösserung durch das Schmelzen eintritt. Unter Schmelzwärme einer Substanz versteht man die Anzahl von Wärmeeinheiten, welche erforderlich ist, die Gewichtseinheit der Substanz aus dem starren in den flüssigen Zustand überzuführen. Mischt man 1 kg Schnee oder Eis von 0° mit 1 kg Wasser von 80,025°, so erhält man nach der Mischung 2 kg Wasser von 0°, vorausgesetzt, dass kein Wärmeverlust nach Aussen stattgefunden hat. Die Schmelzwärme des Eises ist demnach gleich 80,025 Wärmeeinheiten.

Man nannte früher die Schmelzwärme latent, indem man annahm, dass die während des Schmelzungsvorganges zugeführte Wärme, weil

nicht am Thermometer nachweisbar, verborgen sei. Es ist indess zu beachten, dass die Schmelzwärme als Wärme überhaupt nicht mehr vorhanden, sondern in Arbeit umgesetzt ist, in jene Arbeit nämlich, welche nöthig war, um den Zusammenhang der Theilchen des starren Körpers so weit zu lockern, dass die flüssige Form eintreten konnte. Der eigentliche Wärmevorrath, oder die lebendige Kraft der Bewegung der Körpertheilchen, ist im geschmolzenen Zustande nicht grösser als im starren, so lange die Temperatur unverändert ist.

Die Bestimmung der Schmelzwärme kann so ausgeführt werden, dass die Körper im geschmolzenen Zustande in eine abgewogene Menge Wasser gebracht werden, um darin zu erstarren, wobei sie ihre Schmelzwärme an das Wasser abgeben. Die Endtemperatur, welche das Wasser annimmt, ist jedoch ausser durch die Schmelzwärme selbst, auch durch diejenige Wärme hervorgebracht, welche die geschmolzene Substanz abgab, indem sie sich von ihrer Anfangstemperatur bis zur Erstarrungstemperatur und von dieser bis zur Endtemperatur des Wassers abkühlte. Deshalb ist es erforderlich, die specifische Wärme des betreffenden Körpers im starren und flüssigen Zustande zu kennen.

Person [1]) fand folgende Werthe für die Schmelzwärme:

Quecksilber	2,82	Zinn	14,25
Phosphor	5,00	Silber	21,1
Blei	5,4	Zink	28,1
Schwefel	9,4	Krystallisirtes Chlorcalcium	40,7
Jod	11,7	Salpetersaures Kali	47,4
Wismuth	12,6	Salpetersaures Natron	63,0
Cadmium	13,6	Eis	80,0

Körper, welche schon im merklichen Abstande von ihrem Schmelzpunkte zu erweichen beginnen, — wie Butter, Talg, Wachs, — nehmen von da ab bereits einen Theil der Schmelzwärme auf.

Wenn eine Substanz aus dem flüssigen Zustand in den starren Zustand zurückkehrt, so giebt sie bei diesem Uebergange eine Wärmemenge an die äussere Umgebung ab, die gleich der Schmelzwärme ist. Auf dieser Thatsache beruht ja die Bestimmung der Schmelzwärme, wie sie oben angegeben ist. Die Folge dieser Wärmeabgabe ist es, dass das unter den gewöhnlichen Umständen frierende Wasser die Temperatur 0^0 trotz der kälteren Umgebung so lange beibehält, als noch flüssiges Wasser im Ueberschusse vorhanden ist. Aus derselben Ursache erklärt es sich, dass die ganze Masse einer erkaltenden Flüssigkeit gewöhnlich nicht auf einmal erstarren kann.

Besonders deutlich tritt die Schmelzwärme hervor, wenn man die flüssige Substanz beträchtlich unterhalb ihres normalen Schmelzpunktes erkaltet und dafür Sorge trägt, dass die flüssige Form erhalten bleibt. Eine geringe Erschütterung reicht dann hin, das Starrwerden der Masse einzuleiten, und hierbei erhöht sich dann die Temperatur, indem die Schmelzwärme der erstarrten Theile zur Geltung kommt, bis zum normalen Schmelzpunkt. Ausser an dem Wasser lässt sich an dem krystallisirten unterschwefligsauren Natron die beim Erstarren auftretende

[1]) Person, Ann. de chimie et de physique. III. Sér. T. 21, 24, 27.

Wärme sehr leicht wahrnehmen. Man schmilzt zu dem Zwecke etwa 200 g des Salzes bei etwa 50° vorsichtig in seinem Krystallwasser und lässt dann auf einem schlechten Wärmeleiter das Kölbchen bei Vermeidung jeder Erschütterung langsam bis zur Temperatur der umgebenden Luft erkalten. Hierbei bleibt die ganze Masse flüssig; wirft man dann ein Stückchen festen Salzes in die flüssige Masse, so wird dieselbe unter merklicher Erhitzung ihrer ganzen Ausdehnung nach schnell starr.

Beim Abkühlen von Legirungen bemerkt man meist ein doppeltes Stationärwerden des Thermometers; z. B. beim Erstarren der Legirungen von Zinn und Blei, deren Schmelzpunkte §. 123 angegeben sind. Der erste, höchste Punkt, bei welchem das Thermometer stationär wird, ist je nach dem Gewichtsverhältnisse von Zinn und Blei in der Legirung veränderlich; indess überschreitet er niemals die Schmelzpunkte des Zinns und Bleis, also 235° und 334°. Der zweite, tiefste Punkt, ist dagegen für alle Legirungen constant und zwar gleich 186°, entsprechend dem Schmelzpunkte der Legirung von 3 Aeq. Zinn auf 1 Aeq. Blei. Man hat hieraus geschlossen, dass nur dieser Legirung der Charakter einer chemischen Verbindung zukomme, und dass die übrigen Legirungen stets diese Verbindung und darin aufgelöst einen Ueberschuss von Zinn oder Blei enthalten. Beim Erkalten wird zuerst dieser letztere Antheil eines der beiden Metalle starr, daher das erste Stationärwerden; sodann sinkt die Temperatur auf 186°, wo die Verbindung von 3 Aeq. Zinn und 1 Aeq. Blei erstarrt. Aehnlich verhalten sich viele andere Legirungen.

§. 126.

Volumänderung beim Schmelzen. — Die Volumänderung beim Schmelzen ist für verschiedene Körper nicht nur der Grösse, sondern auch dem Sinne nach verschieden; denn während die meisten Körper eine Volumvermehrung erfahren, wenn sie aus dem starren in den flüssigen Zustand übergehen, giebt es auch eine Reihe von Körpern, welche das entgegengesetzte Verhalten zeigen. Zu den letzteren gehört zunächst das Eis und ferner manche Metalle.

Setzt man das Volumen des Wassers bei 4° gleich 1, so ist

das Volumen des Wassers bei 0° gleich 1,00012
„ „ „ Eises „ „ „ 1,09082

Das Eis hat also ein Volumen, welches um mehr als 9 Procent grösser als dasjenige des Wassers gleicher Temperatur ist.

Um die Volumänderung anderer Körper beim Schmelzen zu bestimmen, wandte Kopp folgendes Verfahren an [1]. Ein Glascylinder, welcher unten geschlossen war, nahm den zu untersuchenden Körper im festen Zustande auf. Alsdann wurde der übrige Theil des Cylinders mit Oel gefüllt und derselbe mit einem durchbohrten Kork, durch welchen eine calibrirte Röhre ging, geschlossen. Um den Kork wasserdicht zu machen, wurde derselbe zuerst mit Wasser durchfeuchtet und dann in hoch erwärmtes Oel gebracht. Es tritt hierbei das Oel an die Stelle des verdampfenden Wassers und macht so den Kork wasserdicht.

---

[1] Kopp, Liebig's Ann. 93, 1855.

Erwärmt man den Cylinder durch ein Wasser- oder Oelbad, so dehnt sich der starre zu untersuchende Körper, das eingeführte Oel und der Glascylinder aus. Die Summen dieser Ausdehnungen beobachtet man an dem Steigen des Oelfadens in der calibrirten Röhre, und kann die gesuchte Ausdehnung des festen Körpers finden, sobald man die Ausdehnung des Oels und des Glases durch frühere Versuche ermittelt hat.

Kopp beobachtete nun zunächst die Ausdehnung des starren Körpers bis nahe an den Schmelzpunkt und berechnete durch eine Interpolationsformel das Volumen des starren Körpers für die Schmelztemperatur. Nach vollständiger Schmelzung wurde dann das Volumen des flüssigen Körpers in der Nähe der Schmelztemperatur und für einige höhere Temperaturen ebenfalls beobachtet und wieder durch eine Interpolationsformel das Volumen des flüssigen Körpers für die Schmelztemperatur berechnet. Die Differenz dieser berechneten Volumina im starren und flüssigen Zustande liefert alsdann die Volumänderung in Folge der Schmelzung.

Im Folgenden sind einige Resultate Kopp's mitgetheilt; das Volumen der Körper bei 0° ist immer gleich 1 gesetzt.

		starr						flüssig
Phosphor:	Temperatur	0°	10	20	30	40	44	46
	Volumen	1,0000	1,0038	1,0077	1,0115	1,0153	1,0176	1,0517
	Zuwachs des Volumens für 10°		0,0038	0,0039	0,0038	0,0038		

Die Ausdehnung des starren Phosphors ist, wie aus den obigen Zahlen hervorgeht, unabhängig von der Temperatur, denn das Volumen nimmt für je 10° um die gleiche Grösse 0,0038 zu. Beim Uebergange aus dem starren in den flüssigen Zustand tritt eine Volumvergrösserung von 0,0349, oder eine solche von 3,49 Procent ein.

		starr						flüssig
Schwefel:	Temperatur	0°	23	46	69	92	115	115
	Volumen	1,000	1,004	1,009	1,015	1,024	1,096	1,150
	Zuwachs des Volumens für je 23°		0,004	0,005	0,006	0,009	0,072	

		starr			flüssig
Wachs:	Temperatur	0°	32	64	64
	Volumen	1,000	1,018	1,161	1,166
	Zuwachs des Volumens für je 32°		0,018	0,143	

Auch beim Schwefel und Wachs tritt eine Volumvergrösserung durch das Schmelzen ein; die Ausdehnung der starren Körper nimmt aber mit wachsender Temperatur bedeutend zu.

Die Metalle verhalten sich theilweise wie Wasser, d. h. das flüssige Metall ists pecifisch schwerer, als das starre Metall gleicher Temperatur [1]).

---

[1]) Nies und Winkelmann, Wied. Ann. 13 (1881).

Wirft man bei Metallen dieser Art in eine flüssige Metallmasse ein starres Stück desselben Metalls, so sinkt dasselbe zuerst unter, steigt dann aber, sobald es sich hinreichend erwärmt hat, wieder an die Oberfläche, wo es sichtbar wird. In dieser Weise verhalten sich Eisen, Kupfer, Antimon und Wismuth. Bei dem Wismuth ist es auch gelungen, den Dichtigkeitsunterschied im starren und flüssigen Zustande annähernd durch folgende Methode festzustellen. Es wurden Gussstücke hergestellt, welche verschiedene Mengen eines specifisch schwereren Metalles enthielten, und dann beobachtet, welche von diesen Stücken beim Eintauchen in das flüssige Metall wieder an die Oberfläche emporstiegen und welche nicht. Man denke sich Wismuthstücke, welche verschiedene Gewichtsmengen Platin enthalten. Diese Stücke, bis nahe an die Temperatur des schmelzenden Wismuths erwärmt, werden theilweise specifisch schwerer, theilweise specifisch leichter, als das flüssige Wismuth sein. Aus der Beobachtung, welche Stücke untersinken, lassen sich also zwei Grenzen feststellen, welche nahezu die Aenderung des Volumens berechnen lassen. So wurde gefunden, dass das Volumen des flüssigen Wismuths um 3 bis 5 Proc. kleiner ist, als das Volumen des starren Wismuths gleicher Temperatur.

§. 127.

Einfluss des Druckes auf die Schmelztemperatur. — Der Einfluss des Druckes auf die Temperatur des Schmelzens ist, wie die mechanische Wärmetheorie nachweist, ein verschiedener, je nachdem das Volumen des flüssigen Körpers grösser oder kleiner als dasjenige des starren Körpers ist. Wenn, wie beim Wasser, der starre Körper specifisch leichter als der flüssige ist, so bewirkt eine Vergrösserung des Druckes eine Erniedrigung der Schmelztemperatur; wenn hingegen, wie beim Schwefel, Phosphor, Wachs, das Umgekehrte der Fall ist, so hat eine Vermehrung des Druckes eine Erhöhung der Schmelztemperatur zur Folge. Die Aenderungen, welche die Schmelztemperatur in Folge von Druckänderungen erfährt, sind sehr gering, und man muss schon ganz bedeutende Drucke anwenden, um Temperaturänderungen sichtbar zu machen. Beim Wasser sinkt die Schmelztemperatur nur um $0{,}00820^0$, wenn der Druck um 1 Atmosphäre zunimmt. Thomsen hat diese Thatsache beim Wasser zuerst mittelst des Oersted'schen Compressionsapparates nachgewiesen. Thomsen fand für eine

Druckzunahme von 7,1 Atmosphären eine Erniedrigung von $0{,}0575^0$
" " 15,8 " " " " $0{,}1287^0$,

Beobachtungen, welche mit der Rechnung $7{,}1 \,.\, 0{,}00820 = 0{,}0582$ und $15{,}8 \,.\, 0{,}00820 = 0{,}1295$ vorzüglich übereinstimmen.

Bezeichnet man nämlich die Temperaturänderung, welche in Folge der Druckvermehrung von p eintritt mit τ, so ist [1])

$$\tau = \frac{(273 + t)\,(s - \sigma)}{424 \,.\, r} \cdot p.$$

Hier bezeichnet t die Schmelztemperatur, s das Volumen der Gewichts-

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 81 (1850).

einheit des flüssigen Körpers, σ das des starren Körpers, r die Schmelzwärme des Körpers und $\frac{1}{424}$ das Wärmeäquivalent.

Für Wasser ist $t = 0$, $s = 0{,}001$ cbm, $\sigma = 0{,}0011$ cbm, $r = 80{,}025$. p ist der Druck in Kilogrammen pro Quadratmeter; setzt man p gleich dem Drucke einer Atmosphäre, so ist $p = 10\,334$. Daher hat man beim Wasser für die Temperaturänderung, welche einer Druckvermehrung von 1 Atmosphäre entspricht,

$$\tau = \frac{273 . t\ (0{,}001 - 0{,}0011) . 10334}{424\ .\ 80{,}025} = -\ 0{,}0082^0.$$

Fig. 254.



Bunsen[1]) hat einen sehr einfachen Apparat construirt, um den Einfluss des Druckes auf die Schmelztemperatur zu untersuchen. Derselbe besteht, wie Fig. 254 zeigt, aus einem dickwandigen Glasrohr, welches sich an einer Stelle erweitert, (zwischen B und C), und unten umgebogen ist. Das getrocknete Rohr wird mit Quecksilber ganz gefüllt und bei A zugeschmolzen. Alsdann wird bei D etwas Quecksilber ausgetrieben und die zu untersuchende Substanz, z. B. Paraffin, eingeführt. Hierauf wird bei D das Rohr zugeschmolzen und bei A wieder geöffnet, um etwas Quecksilber bei A durch Erwärmung auszutreiben. Wenn der Apparat erkaltet, tritt bei A Luft ein, welche durch Zuschmelzen des Apparates bei A abgeschlossen wird. Das Volumen, die Temperatur und der Druck der Luft im Moment des Abschlusses wird bestimmt. Taucht man nun den Apparat in ein warmes Wasserbad, so dehnt sich das Quecksilber im Rohre aus, und aus der Volumverminderung der bei A abgeschlossenen Luft lässt sich der Druck im Innern des Apparates bestimmen. Um den Druck bei ungeänderter Temperatur zu steigern, braucht man nur den Theil BC des Apparates tiefer in das Bad einzutauchen und so die sich ausdehnende Quecksilbermasse zu vergrössern. Ist das Wasserbad etwas über dem normalen Schmelzpunkt erwärmt, so wird der bei D geschmolzene Körper wieder fest, wenn durch tieferes Einsenken des Apparates in das Bad der Druck vermehrt wird. Für Wallrath und Paraffin erhielt Bunsen folgende Erstarrungstemperaturen.

	Wallrath				Paraffin		
Druck in Atmosphären	1	29	96	156	1	85	100
Erstarrungstemperatur	47,7°	48,3°	49,7°	50,9°	46,3°	48,9°	49,9°

Die Resultate zeigen deutlich, dass bei Wallrath und Paraffin die Erstarrungstemperatur um so mehr sich erhebt, je höher der auf dem flüssigen Körper lastende Druck ist.

1) Bunsen, Pogg. Ann. 81 (1850).

§. 128.

Lösungswärme der Salze. — Wenn man Salze in Wasser löst, so tritt eine Temperaturerniedrigung der Lösung ein, ein Beweis, dass zur Lösung des Salzes Wärme verbraucht ist. Die Grösse der Temperaturänderung ist für verschiedene Salze verschieden.

Unter der Lösungswärme eines Salzes versteht man diejenige Wärme, welche bei der Lösung von 1 g Salz der Lösung zugeführt werden muss, um die Temperatur constant zu erhalten. Die Lösungswärme ist verschieden je nach der Wassermenge, in welcher 1 g Salz gelöst wird, und hängt ferner von der Temperatur ab, bei der die Lösung vorgenommen wird.

Angenommen, man habe in p g Wasser 1 g Salz gelöst und es sei dabei die Temperatur von t^0 auf τ^0 gesunken, ohne dass von Aussen Wärme zu- oder abgeführt sei, so ist die Lösungswärme gleich der Wärme, welche nothwendig ist, um die Lösung von τ auf t zu erwärmen. Ist die specifische Wärme der Lösung gleich k, so ist also die Lösungswärme bei t^0 gleich

$$\lambda_t = k\,(1 + p)\,(t - \tau).$$

Nimmt man ferner an, dass die Lösungswärme bei 0^0 gleich λ_0 sei, und dass hier eine Temperaturerniedrigung ϑ eintrete, so ist

$$\lambda_0 = k\,(1 + p)\,.\,\vartheta.$$

Es lässt sich nun leicht zeigen, in welcher Beziehung λ_t und λ_0 zu einander stehen müssen. Zu dem Ende denke man sich 1 g Salz und p g Wasser bei der Temperatur 0^0. Löst man das Salz bei 0^0 in Wasser, so ist die Wärme λ_0 erforderlich, und um die Lösung von 0 auf t zu erwärmen, ist die Wärme

$$k\,(1 + p)\,t$$

nöthig. Um also aus Salz und Wasser von 0^0 eine Lösung von t^0 herzustellen, ist die Wärme

$$\lambda_0 + k\,(1 + p)\,t \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

nöthig. Das Gleiche kann man erreichen, wenn man zunächst Salz und Wasser getrennt bis t^0 erwärmt und alsdann bei t^0 löst. Ist c die specifische Wärme des Salzes, so ist hierzu die Wärme

$$(c + p)\,t + \lambda_t \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

nöthig. Die Werthe 1) und 2) sind einander gleich, daher

$$\lambda_0 + k\,(1 + p)\,t = (c + p)\,t + \lambda_t$$

oder

$$\lambda_t - \lambda_0 = \{k\,(1 + p) - (c + p)\}\,t = \left\{k - \frac{c + p}{1 + p}\right\}(1 + p)\,t.$$

Es ist daher die Lösungswärme nur dann von der Temperatur unabhängig, wenn

$$k - \frac{c + p}{1 + p} = 0.$$

Die Grösse $\frac{c+p}{1+p}$ stellt die mittlere specifische Wärme der Bestandtheile der Lösung dar. Ist daher die specifische Wärme k der Lösung grösser, als die mittlere der Bestandtheile, so wächst die Lösungswärme mit wachsender Temperatur; ist dagegen das Umgekehrte der Fall, so nimmt die Lösungswärme mit wachsender Temperatur ab. Das Letztere tritt bei den Salzlösungen meistens ein.

Person hat die Richtigkeit der obigen Gleichung bestätigt, wie aus folgenden Zahlen hervorgeht.

Salz	Wasser auf 1 g Salz	t	λ		λ_0
Chlornatrium	7,28	18,7	13,34		18,39
"	"	16,3	13,81		18,16
"	"	0,16	17,67		17,71
				Mittel	18,04
Kaliumnitrat	10	23,6	77,62		81,06
"	"	5,5	80,15		80,97
				Mittel	81,01

Person glaubte weiter schliessen zu können, dass die Lösungswärme unter sonst gleichen Umständen um so grösser sei, je grösser die Wassermenge p sei. Es ist dies indess nicht allgemein richtig, wie aus den Versuchen des Verfassers hervorgeht [1]). Berechnet man z. B. für Chlorammonium die Werthe von λ_{50} und λ_0 für verschiedene Werthe von p, so findet man:

p g Wasser auf 1 g Salz	λ_0	λ_{50}
4,0	76,21	57,6
6,6	79,83	56,5
10,0	80,17	56,3
17,5	82,98	56,0
33,0	84,38	55,4

Man sieht aus vorstehenden Zahlen, dass λ_0 mit wachsendem p zunimmt, dass dagegen λ_{50} mit wachsendem p abnimmt. Nur die Lösungswärmen bei 0° folgen also der Auffassung Person's: sie werden um so grösser, je grösser die Wassermenge ist. Person betrachtete den Lösungsvorgang in folgender Weise: Zunächst ist zur Lösung des Salzes eine bestimmte Wärme nöthig, und dann wird eine weitere Wärmemenge zur Verbreitung des gelösten Salzes in dem übrigen Wasser erfordert. Die erste Wärme ist unabhängig von der Menge des angewandten Wassers, die zweite dagegen wächst gleichzeitig mit dieser Menge. Diese Auffassung Person's, obschon sie durch die experimentell bestimmte Lösungswärme nicht bestätigt wird, wird auch nicht durch dieselbe widerlegt. Die beobachtete Lösungswärme giebt nämlich nicht die vollständige Wärmemenge wieder, welche zur Lösung verbraucht ist. Es würde dies nur dann der Fall sein, wenn die Energie der Lösung gleich der

[1]) Winkelmann, Pogg. Ann. 149 (1873).

Energie der getrennten Bestandtheile bei der gleichen Temperatur wäre. Es ist dies aber höchst wahrscheinlich nicht der Fall, wie schon aus der Aenderung der specifischen Wärme der Lösung angenommen werden kann. Da wir aber über die Aenderung, welche die Energie der Bestandtheile in Folge der Lösung erfährt, keine Kenntniss haben, so können wir auch die vollständige oder wahre Lösungswärme nicht bestimmen und daher die Ansicht Person's einer experimentellen Prüfung nicht unterziehen.

Auf der Auflösungswärme beruhen auch die Kältemischungen. Dieselben zeigen die stärkste Temperaturerniedrigung, wenn man statt des Wassers Schnee oder fein zertheiltes Eis verwendet. In diesem Falle kommt nicht nur die Auflösungswärme des Salzes, sondern auch die Schmelzwärme des Eises zur Geltung, indem beide Wärmemengen der Mischung entzogen werden.

Im Folgenden sind einige Kältemischungen angegeben:

	Die Temperatur sinkt von	bis
1 Theil Wasser mit 1 Theil salpetersaurem Ammoniak	+ 10°	— 16°
8 Theile Glaubersalz mit 5 Theilen Salzsäure	+ 12	— 18
1 Theil Schnee mit 1 Theil verdünnter Schwefelsäure .	— 7	— 51
1 Theil Schnee mit 1 Theil Chlornatrium	0	— 18
1 Theil Schnee mit 1 Theil krystallisirtem Chlorcalcium	0	— 45
1 Theil Schnee mit 2 Thln. krystallisirtem Chlorcalcium	— 18	— 55

Dämpfe.

§. 129.

Sieden. Verdunsten. — Wenn man Wasser bis zum Sieden erhitzt, so nimmt es, gleich wie beim Uebergange aus dem starren in den flüssigen Zustand, eine feste Temperatur an. Bei näherer Betrachtung des Vorganges in einem Glasgefässe bemerkt man an den erhitzten Gefässwänden die Bildung von Blasen, welche, indem sie sich in der flüssigen Masse erheben, dieselbe in Wallung versetzen, oder diejenige charakteristische Bewegung hervorbringen, welche man mit dem Worte Sieden bezeichnet. Die aufsteigenden Dampfblasen sammeln sich in dem Raume des Gefässes oberhalb des siedenden Wassers an. Der Dampf zeigt eine ähnliche Beschaffenheit wie die Luft; er kann ausgedehnt werden und einem äusseren Drucke, z. B. dem der Luft oder einer flüssigen Säule Widerstand leisten.

Nach den Erfahrungen über die Schmelzwärme liegt das Verständniss der festen Temperatur des Siedepunktes nahe. Offenbar bedarf das Wasser, welches bis zur Siedetemperatur erwärmt ist, noch einer weiteren Wärme, um in den dampfförmigen Zustand übergeführt zu werden. Diese Wärme bewirkt keine Temperaturerhöhung, weil sie vollständig zur Arbeitsleistung verbraucht wird. Die Wärmemenge, welche von der Gewichtseinheit Flüssigkeit verlangt wird, um bei der Temperatur des Siedepunktes in Dampf von derselben Temperatur übergeführt zu werden, nennt man die Ver-

dampfungswärme. Es wird von derselben später genauer die Rede sein und gezeigt werden, dass ihre Grösse von der Temperatur abhängt.

Wenn eine Flüssigkeit in offenem Gefässe an der Luft steht, so wird sie allmälig verschwinden; die Flüssigkeit geht dann ohne eine künstliche Zufuhr von Wärme in den dampfförmigen Zustand über; aber es erheben sich in diesem Falle keine Dampfblasen aus dem Innern, sondern die Theilchen lösen sich nur an der Oberfläche ab. Dieser Vorgang wird Verdunstung genannt. Die Verdunstung schreitet um so rascher fort, je wärmer die Flüssigkeit ist, eine je grössere Oberfläche sie der Luft darbietet und je schneller die in die Luft bereits eingedrungenen Dampftheile mit dieser entfernt werden.

Auch zur Verdunstung wird Wärme verbraucht und die Verdunstungswärme ist von der Verdampfungswärme nicht verschieden, wenn beide für die gleiche Temperatur bestimmt werden. Weil eben zur Verdunstung Wärme erforderlich ist, so kühlen sich verdunstende Flüssigkeiten ab, denn die Verdunstungswärme wird theilweise den Flüssigkeiten selbst entzogen. Man braucht nur die Hand mit Wasser oder besser noch mit etwas Aether zu befeuchten, um sogleich die Abkühlung zu empfinden, welche die Verdunstung erzeugt. Umgiebt man die Kugel eines Thermometers mit einem befeuchteten Läppchen, so nimmt man die Abkühlung an der Senkung des Quecksilbers deutlich wahr. Ein Luftstrom, welcher die befeuchtete Stelle trifft, vergrössert die Schnelligkeit der Verdunstung und damit den Betrag der Abkühlung. Es wäre jedoch irrig, hieraus zu schliessen, dass die Luft die verdunstende Flüssigkeit auflöse, etwa wie Wasser Salze auflöst. Denn die Dampfbildung erfolgt im leeren Raume noch schneller als in der Luft, und die Bewegung der Luft wirkt nur in sofern als mit ihr die über der feuchten Stelle gebildete Dampfatmosphäre entfernt wird, welche durch ihre Anhäufung dem Diffusionsgesetze gemäss die weitere Verdunstung verlangsamt und bei einer gewissen mit der Temperatur veränderlichen Spannung und Dichte des Dampfes sie endlich ganz hemmen würde.

§. 130.

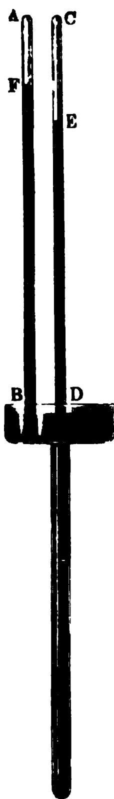
Gesättigte Dämpfe. Nicht gesättigte Dämpfe. — In dem Apparat Fig. 255 ist ein Barometer *AB* aufgestellt, ausserdem eine zweite Röhre *CD*, welche zuerst auch ein Barometer repräsentirte. In diese Röhre ist von unten eine kleine Wassermenge eingeführt, welche sich in dem luftleeren Raume des Rohres ansammelte, dort verdampfte und bewirkte, dass das Quecksilber bis *E* sank. Der Dampf übt also einen Druck aus, welcher durch die Höhendifferenz der beiden Quecksilbersäulen, oder durch die Säule *FE* gemessen wird.

Vermindert man jetzt das Volumen des Dampfes, indem man die Säule *CD* herunter drückt, so wird der Druck des Dampfes grösser, wie man daran erkennt, dass das Quecksilber in *CD* sinkt. Es theilt daher der Dampf mit den Gasen die Eigenschaft, einen vermehrten Druck auszuüben, wenn sein Volumen verkleinert, oder seine Dichtigkeit vergrössert wird. Schreitet man aber mit der Volumveränderung weiter vor, so zeigt sich ein neues Verhalten des Dampfes. Bei einem bestimmten Volumen

(dessen Grösse von der Menge des eingeführten Wassers und von der Temperatur abhängt), ist nämlich das Maximum des Druckes erreicht; eine weitere Volumverminderung bewirkt dann nur, dass eine theilweise Condensation des Dampfes eintritt, die keine Drucksteigerung zur Folge hat. Sobald dieses Volumen erreicht ist, tritt durch eine fortgesetzte Volumverminderung auch keine Vermehrung der Dichtigkeit des Dampfes ein, vielmehr wird aller Dampf, der zur Vermehrung der Dichtigkeit dienen könnte, zur Flüssigkeit condensirt.

Die angeführten Verhältnisse treten ein, wenn man dafür Sorge trägt, dass die Temperatur des Dampfes immer dieselbe bleibt. In diesem Falle besitzt der Dampf ein Maximum des Druckes, denn es ist nicht möglich, den Druck des Dampfes über dieses Maximum hinaus zu vermehren. Gleichzeitig mit dem Druckmaximum besitzt der Dampf das Maximum seiner Dichtigkeit; denn jede weitere Volumverminderung bewirkt eine Condensation ohne die Dichtigkeit des übrigbleibenden Dampfes zu vergrössern. Man nennt daher einen Dampf, welcher das Maximum der Dichtigkeit besitzt, gesättigt. Da das Maximum des Druckes und der Dichtigkeit immer gleichzeitig eintreten, so ist auch ein Dampf, der das Maximum des Druckes besitzt, gesättigt. Aus dem Vorhergehenden folgt, dass ein Dampf immer gesättigt ist, wenn er in Berührung mit der Flüssigkeit ist, aus welcher er entstehen kann. Nothwendig ist diese Berührung für den Zustand der Sättigung indessen nicht, vielmehr braucht der Dampf nur in einem solchen Zustande zu sein, dass die geringste Volumverminderung hinreichen würde, um eine Condensation hervorzurufen. Dämpfe, welche nicht das Maximum der Dichtigkeit haben, nennt man nicht- oder ungesättigt.

Fig. 255.



Den Unterschied zwischen gesättigten und nicht gesättigten Dämpfen kann man auch kurz so ausdrücken: Bei dem gesättigten Dampfe ist der Druck unabhängig vom Volumen des Dampfes, bei dem nicht gesättigten Dampfe hängt dagegen der Druck vom Volumen ab.

Die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes wächst mit wachsender Temperatur. Ist der gesättigte Dampf mit seiner Flüssigkeit in Berührung, so bewirkt eine Temperaturerhöhung, dass ein Theil der Flüssigkeit verdampft, und die Dichtigkeit des ursprünglichen Dampfes vermehrt. Gleichzeitig mit der Temperaturerhöhung tritt auch eine Druckvergrösserung des gesättigten Dampfes ein. Da nun bei jeder Temperatur der Druck und die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes vom Volumen des Dampfes unabhängig sind, so sind diese beiden Grössen nur Functionen der Temperatur.

Da die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes mit wachsender Temperatur wächst, so giebt es zwei Mittel, um einen Dampf vom gesättigten

in den ungesättigten Zustand und umgekehrt überzuführen. Denkt man sich den Dampf im Sättigungszustande, aber nicht in Berührung mit Flüssigkeit, so wird jede Vergrösserung des Dampfraumes bei constanter Temperatur den Dampf zu einem ungesättigten machen, weil seine Dichtigkeit entsprechend der Volumvergrösserung vermindert wird. Andererseits kann man den gesättigten Dampf bei constant gehaltenem Volumen durch Temperaturerhöhung zu einem ungesättigten machen. Denn die Dichtigkeit des Dampfes bleibt unverändert, so lange das Volumen des Dampfes selbst sich nicht ändert. Da aber die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes mit wachsender Temperatur wächst, wenn derselbe auch bei der höheren Temperatur noch gesättigt ist, so kann ein Dampf, welcher bei einer bestimmten Temperatur gesättigt ist, nicht auch bei einer höheren Temperatur gesättigt sein, ohne eine grössere Dichtigkeit anzunehmen.

Geht man dagegen von einem ungesättigten Dampfe aus, so führen die umgekehrten Operationen zu einem gesättigten Dampfe. Man erhält also aus einem ungesättigten Dampfe einen gesättigten, wenn man das Volumen des Dampfes bei constanter Temperatur hinreichend verkleinert, oder wenn man die Temperatur des Dampfes bei constantem Volumen genügend erniedrigt.

Da man jeden ungesättigten Dampf durch Temperaturerhöhung aus einem gesättigten Dampfe sich entstanden denken kann, so nennt man die ungesättigten Dämpfe auch überhitzte.

Die ungesättigten Dämpfe verhalten sich gegenüber Druck- und Temperaturänderungen wie die Gase, wenn sie weit von ihrem Sättigungspunkte entfernt sind. Sie befolgen alsdann die Gesetze von Boyle und Gay-Lussac; je näher sie aber dem Sättigungspunkte kommen, um so grössere Abweichungen zeigen sie von diesen beiden Gesetzen. Wir werden hierauf später zurückkommen.

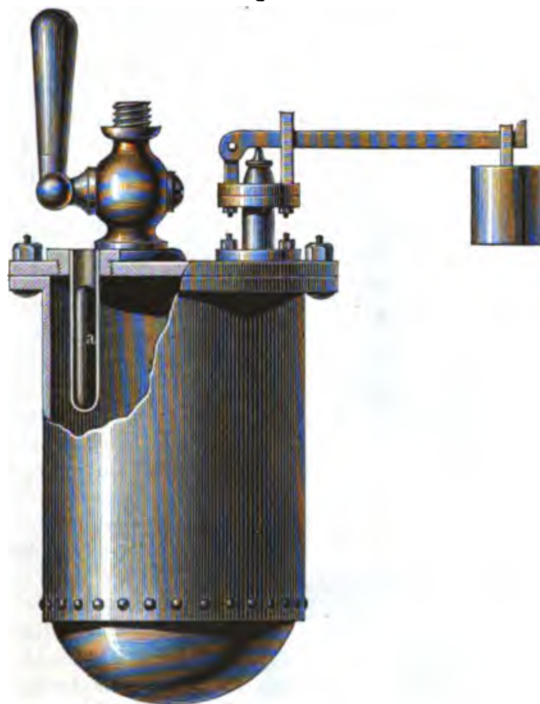
§. 131.

Spannkraft der gesättigten Dämpfe. — Im Inneren einer Flüssigkeit bilden sich erst dann Dampfblasen und die Flüssigkeit kommt zum Sieden, wenn die Temperatur so hoch ist, dass der Dampfdruck dem auf der Flüssigkeit lastenden Luftdrucke gleich wird. Der Siedepunkt ist also nur insofern als eine unveränderliche physikalische Eigenschaft einer Substanz zu betrachten, als dabei ein bestimmter Luftdruck zu Grunde gelegt wird. Die Siedetemperatur des Wassers wie anderer Flüssigkeiten ändert sich mit dem Luftdrucke. Auf dem Gipfel des Montblanc, in einer Höhe von 4772 m, ist der Luftdruck 417 mm und das Wasser siedet bei 84^0. Bringt man Wasser von 50^0 unter die Glocke einer Luftpumpe und verdünnt rasch die Luft, so sieht man das Sieden beginnen, wenn der Druck unter 92 mm gesunken ist. Es wird von dieser und ähnlichen Erfahrungen eine nützliche Anwendung auf das Eindampfen solcher Flüssigkeiten gemacht, welche einen bei höherer Temperatur sich chemisch ändernden Bestandtheil enthalten.

Andererseits kann man durch Verstärkung des Luftdruckes den Siedepunkt des Wassers über 100^0 erhöhen. Wenn man an dem Manometer beobachtet, dass die über dem Wasser stehende Luft auf die doppelte

Spannung der Atmosphäre, auf 2·760 mm gebracht ist, so bedarf es einer Temperatur von 121°, um das Wasser zum Sieden zu bringen. Dieselbe Wirkung, wie die über dem Wasser stehende verdichtete Luft, äussert auch der Wasserdampf. In dem Deckel des Dampfkessels, Fig. 256, ist eine weite Oeffnung angebracht, welche nach Belieben durch einen Hahn geschlossen werden kann; ein Röhrchen von Eisenblech, in den Deckel dampfdicht eingelassen, ist theilweise mit Quecksilber gefüllt und zur Aufnahme eines Thermometers bestimmt. Endlich ist der Deckel noch mit einer kreisförmigen Oeffnung versehen, welche, am Grunde eines hohlen Conus angebracht, durch einen in diesen passenden soliden Metall-

Fig. 256.



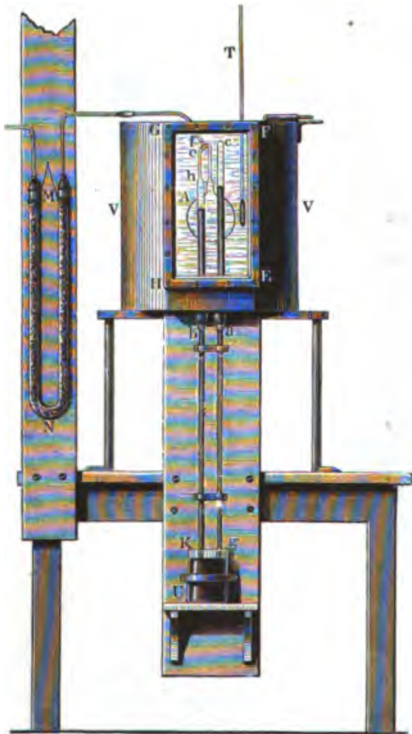
kegel geschlossen ist. Letzterer, das Sicherheitsventil, kann durch das in der Figur sichtbare Laufgewicht verschieden stark belastet werden. Wird nun zunächst das im Kessel befindliche Wasser erhitzt, während der Dampf bei geöffnetem Hahn freien Abzug hat, so kommt das Wasser bei 100° zum Sieden. Schliesst man den Hahn, so steigt die Temperatur und dieser entsprechend der Dampfdruck, bis das Sicherheitsventil gehoben wird. Erst wenn der Dampf durch dieses entweicht, geräth das Wasser ins Kochen. Der Papin'sche Topf oder Digestor fällt im Wesentlichen mit der eben beschriebenen Einrichtung zusammen; er diente seinem Erfinder Papin dazu, solche Substanzen, welche sich bei 100° noch nicht erweichen, in Wasser von höherer Temperatur (150° bis 200°) zu kochen.

§. 132.

Methode zur Messung der Spannkraft gesättigter Dämpfe. — Es giebt zwei Methoden, das Spannungsmaximum der Dämpfe für verschiedene Temperaturen zu ermitteln. Nach der einen Methode lässt man die Flüssigkeit in einem abgeschlossenen luftleeren Raume verdampfen, bestimmt die Temperatur und gleichzeitig mit dieser den Druck, den die aus überschüssiger Flüssigkeit gebildeten Dämpfe ausüben. Nach der anderen Methode bringt man die Flüssigkeit unter verschiedenem Drucke zum Sieden und bestimmt die jedesmalige Siedetemperatur.

Um nach der ersten Methode das Spannungsmaximum zu bestimmen, dient der Apparat Fig. 257, welcher aber nur für sehr kleine Drucke anwendbar ist. In dem Blechgefässe *V* ist die vordere Wand mit einer Oeffnung versehen, welche mit einer aufgekitteten Platte von Spiegelglas geschlossen ist.

Fig. 257.

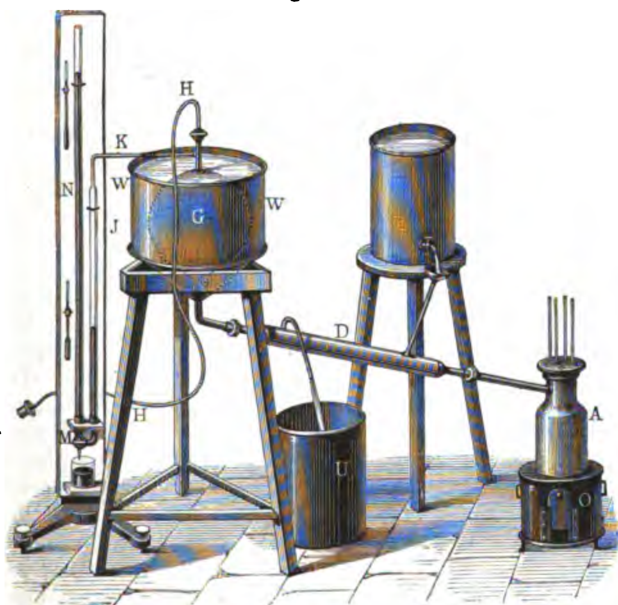


Durch den Boden dringen zwei in das nämliche Quecksilbergefäss tauchende Barometerröhren, deren eine oben geschlossen ist, während die andere mit dem Ballon *A* in Verbindung steht. Von dem Verbindungsrohre zweigt sich bei *f* ein Rohr ab, welches mit einer Luftpumpe in Verbindung gesetzt werden kann. In dem Ballon *A* ist ein dünnwandiges, mit luftfreier Flüssigkeit, z. B. Wasser, gefülltes Glaskügelchen eingeschlossen. Nachdem der Ballon möglichst luftleer gemacht, dann wieder mit zuvor durch Chlorcalcium streichender Luft gefüllt und diese Operation sehr häufig wiederholt ist, kann der innere Raum als trocken gelten. Wenn dann nochmals ausgepumpt ist, kann aus dem Unterschiede der Quecksilberstände in den Barometern *a* und *b* die Spannkraft der noch zurückbleibenden Luft zwischen denjenigen Temperaturgrenzen, für welche der Apparat gebraucht werden soll, bestimmt werden. Nachdem durch starke Erwärmung das eingeschlossene Glaskügelchen zersprengt ist, füllt sich der Ballon und der obere Theil des Barometers *b* mit Dampf. Um die Spannkraft desselben bei 0^0 oder niedrigeren Temperaturen zu messen, ist es ausreichend, nur den Ballon in entsprechender Weise abzukühlen,

z. B. mit schmelzendem Schnee oder einer Kältemischung zu umgeben. Für höhere Temperaturen muss das ganze Gefäss *A* mit Wasser gefüllt werden. Durch eine unter dem Boden des Gefässes befindliche Flamme lassen sich verschiedene Temperaturen, welche nicht 60° überschreiten, lange Zeit ganz beständig erhalten. Bei jeder derselben nimmt der Dampf, wenn die Flüssigkeit im Ueberschuss in den Ballon gebracht worden war, das entsprechende Maximum seiner Spannkraft an. Die Temperatur selbst wird durch das neben dem Ballon angebrachte Thermometer angezeigt, vorausgesetzt, dass das den Ballon umgebende Wasser in steter Bewegung erhalten wird, damit es in allen seinen Theilen eine gleiche Temperatur behaupte.

Um nach der zweiten Methode die Spannkräfte der Dämpfe zu bestimmen, dient der Apparat Fig. 258.

Fig. 258.



Durch den Deckel des kupfernen Siedegefässes *A* gehen zwei eiserne Röhren bis nahe auf den Boden des Gefässes, zwei andere bis in die Mitte desselben hinab. Sie sind theilweise mit Quecksilber gefüllt und bestimmt, 4 Thermometer aufzunehmen, deren zwei die Temperatur der siedenden Flüssigkeit, zwei andere die des Dampfes zu beobachten gestatten. Die sich entwickelten Dämpfe werden in einem vorgelegten Kühlrohre verdichtet und fliessen in das Siedegefäss zurück. Das Kühlrohr mündet in einen Ballon *G*, welcher durch das Rohr *HH* mit einer Luftpumpe in Verbindung gesetzt werden kann, um die Luft entweder zu verdünnen, wenn man die Spannkräfte unter dem Drucke einer Atmosphäre bestimmen will, oder zu verdichten, wenn es sich um grössere Spannkräfte handelt. Der Ballon ist von Wasser umgeben, welches ihn auf die Temperatur der umgebenden Luft erhält. Er steht durch ein zweites Rohr *K* mit einem Manometer *N*, welches einen offenen Schenkel hat, in Verbindung.

Durch dieses Manometer wird der im Ballon und im Siedegefässe herrschende Druck durch den Niveauunterschied der beiden Quecksilbersäulen und Beachtung des jeweiligen Barometerstandes gemessen. Je höher das Manometer ist, um so grössere Drucke lassen sich anwenden; bei Regnault hatte das Manometer eine Länge von 22 m, so dass der Apparat Drucke bis zu 30 Atmosphären zu messen gestattete.

Wenn das Sieden bei gegebenem Luftdrucke einmal eingeleitet ist, so halten sich die Thermometer des Siedegefässes sehr lange constant; eine kleine Veränderung, welche man an dem Drucke durch Oeffnen des Hahnes *M* (unten am Manometer) anbringt, drückt sich schnell in der Veränderung des Thermometerstandes im Siedegefässe aus.

Ausser den angegebenen Apparaten sind noch manche von anderer Form angewandt, bezüglich deren wir auf die Abhandlungen von Wüllner[1]), Landolt[2]), Städel und Hahn[3]) verweisen.

§. 133.

Aenderungen des Siedepunktes bei constantem Druck und Bestimmung des Siedepunktes bei Atmosphärendruck. — Die Siedetemperatur einer Flüssigkeit hängt nicht allein von dem Drucke, sondern auch von der Beschaffenheit der Gefässwände und anderen Einflüssen ab. Wasser kocht in Metallgefässen nahezu bei 100°, in Glasgefässen ein bis mehrere Grade höher. Namentlich, wenn die Wandungen des Glasgefässes sehr glatt (ohne vorstehende Ecken und Spitzen) sind und vor dem Einbringen der Flüssigkeit sorgfältig (durch Behandlung mit Schwefelsäure und vollkommenes Ausspülen) gereinigt wurden, ist der Siedepunkt des Wassers (bis um 6°) höher als der normale. Das Sieden tritt in einem solchen Falle immer plötzlich und stossweise, namentlich bei Erschütterungen des Gefässes ein, und ein in die Flüssigkeit gebrachtes Thermometer zeigt bei jeder plötzlichen Dampfentwickelung eine Temperaturerniedrigung an. Das Eintreten eines abnormen Siedepunktes und das sogenannte stossweise Kochen erklärt sich aus der grossen Adhäsion der Flüssigkeiten an die Gefässwände, welche der Dampfbildung hindernd in den Weg tritt. Eine Flüssigkeit, welche ausser aller Berührung mit starren Körpern ringsum von anderen Flüssigkeiten umgeben ist, kann unter gewöhnlichem Drucke weit über ihren normalen Siedepunkt erhitzt werden, ohne dass Dampfbildung erfolgt; so z. B. Wasser, in einer Mischung von Mandelöl und Nelkenöl von gleichem specifischen Gewicht in Form von Tropfen schwebend, selbst bis gegen 170°. Aehnliches gilt für andere Flüssigkeiten. Sowie eine in dieser Art innerhalb einer anderen Flüssigkeit bis über ihren wahren Siedepunkt erhitzte Flüssigkeit mit einem festen Körper in Berührung kommt, tritt stürmische Dampfbildung ein.

Um das stossweise Kochen der Flüssigkeiten zu verhindern, bringt man eckige Körper, z. B. Glasstücke, oder Stücke von Metalldraht in die Flüssigkeit. Als sehr wirksam erweist sich auch das Einbringen reiner Kohle, welche mit Platindraht umwunden ist. Die am Boden liegende

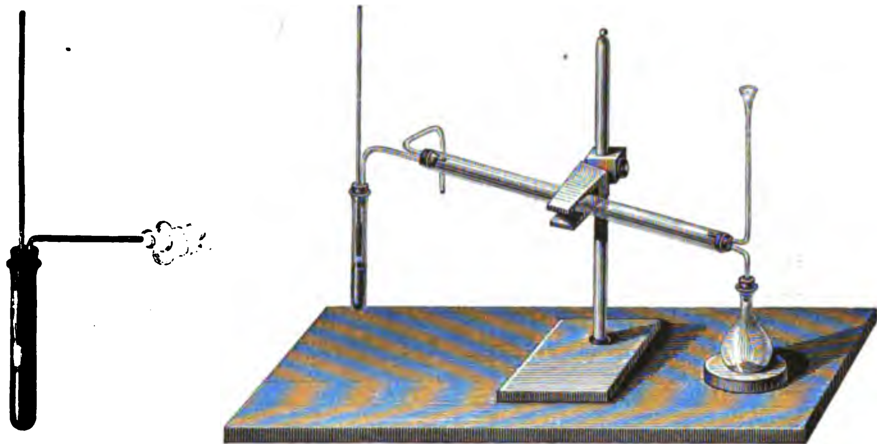
---

[1]) Wüllner, Pogg. Ann. **103**, 1858. — [2]) Landolt, Liebig's Ann. Supplementbd. **6**, 1868. — [3]) Städel und Hahn, Liebig's Ann. **195**, 1878.

Kohle giebt beim Sieden die von ihr absorbirte Luft langsam ab und die Luftbläschen leiten dann eine stetige Dampfbildung ein.

Wenn der Siedepunkt einer Flüssigkeit bestimmt werden soll, von welcher nur kleine Mengen zu Gebote stehen, so kann man sich einer Glasröhre als Siedegefäss bedienen. Der Kork, welcher dieselbe schliesst, ist doppelt durchbohrt, Fig. 259; durch die eine Bohrung geht das Thermo-

Fig. 259. Fig. 260.



meter, durch die andere ein im rechten Winkel umgebogenes hinlänglich weites Glasrohr, welches zur Ableitung der Dämpfe dient. Will man die verdampfende Flüssigkeit wieder gewinnen, so muss mit dem angegebenen Apparate ein Kühlrohr und eine lose daran gestellte Vorlage, Fig. 260, verbunden werden.

Wenn man das Thermometergefäss in die siedende Flüssigkeit selbst eintauchen lässt, so sucht man das Eintreten des abnormen Siedepunktes und stossweisen Kochens durch die oben angegebenen Mittel zu verhindern.

§. 134.

Spannkraft der gesättigten Wasserdämpfe. — Unter den vielen empirischen Formeln, welche die Abhängigkeit der Spannkraft des Wasserdampfes von der Temperatur angeben, führen wir jene von Regnault und Magnus an. Bezeichnet man die Spannkraft des Dampfes bei der Temperatur t mit S, so ist nach Regnault [1])

$$\log S = a - b\alpha^x - c\beta^x$$

und es ist

$$x = t + 20.$$

Die Constanten haben folgende Werthe:

$$a = 6{,}2640348 \qquad \log \alpha = 0{,}994049292 - 1$$
$$\log b = 0{,}1397743 \qquad \log \beta = 0{,}998343862 - 1$$
$$\log c = 0{,}6924351$$

[1]) Regnault, Memoires de l'Academie XXI. Pogg. Ann. Ergb. II. 1848.

Die Formel von Magnus [1]) lautet dagegen:

$$S = 4{,}525 \,.\, 10^{\frac{7{,}4475\,.\,t}{234{,}69 + t}}.$$

Die Beobachtungen von Magnus, welche der obigen Formel zu Grunde liegen, reichen bis 105°, während Regnault seine Beobachtungen bis 220° ausdehnte. In der folgenden Tabelle sind die Spannkräfte des gesättigten Wasserdampfes, ausgedrückt in Millimetern Quecksilber, für die Temperaturen des Luftthermometers nach Regnault wiedergegeben.

Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes.

Temperatur	mm	Temperatur	mm	Temperatur	mm
— 32°	0,32	+ 20°	17,39	+ 105°	906,41
— 30	0,39	21	18,50	110	1075,37
— 25	0,61	22	19,66	115	1269,41
— 20	0,93	23	20,89	120	1491,28
— 15	1,40	24	22,18	125	1743,88
— 10	2,09	25	23,55	130	2030,28
— 5	3,11	26	24,99	135	2353,73
0	4,60	27	26,51	140	2717,63
+ 1	4,94	28	28,10	145	3125,55
2	5,30	29	29,78	150	3581,23
3	5,69	30	31,55	155	4088,56
4	6,10	35	41,83	160	4651,62
5	6,53	40	54,91	165	5274,54
6	7,00	45	71,39	170	5961,66
7	7,49	50	91,98	175	6717,43
8	8,02	55	117,48	180	7546,39
9	8,57	60	148,79	185	8453,23
10	9,17	65	186,95	190	9442,70
11	9,79	70	233,09	195	10519,63
12	10,46	75	288,52	200	11688,96
13	11,16	80	354,64	205	12955,66
14	11,91	85	433,04	210	14324,80
15	12,70	90	525,45	215	15801,33
16	13,54	95	633,78	220	17390,36
17	14,42	100	760,00		
18	15,36				
19	16,35				

[1]) Magnus, Pogg. Ann. 61 (1844).

Die Spannkräfte des Wasserdampfes in der Nähe von 100°, deren Kenntniss bei der Bestimmung des Siedepunktes der Thermometer nothwendig ist, sind bereits §. 93 angegeben.

§. 135.

Spannkräfte der gesättigten Dämpfe einiger anderer Flüssigkeiten.

Temperatur	Alkohol mm	Holzgeist mm	Aether mm	Schwefelkohlenstoff mm	Terpentinöl mm
— 20°	3,34	6,27	67,49	43,48	—
— 10	6,58	13,47	113,35	81,01	—
0	12,83	26,82	183,34	131,98	2,07
+ 10	24,30	50,13	286,40	203,00	2,94
20	44,48	88,67	433,26	301,78	4,45
30	78,49	149,99	636,33	436,97	6,87
40	133,64	243,51	909,59	616,99	10,80
50	219,88	381,68	1271,12	856,71	16,98
60	350,26	579,93	1728,52	1163,73	26,46
70	541,21	857,10	2307,81	1551,84	40,64
80	812,76	1238,47	3024,41	2033,77	61,30
90	1188,43	1741,67	3898,05	2622,23	90,61
100	1694,92	2405,15	4950,81	3329,54	131,11
110	2361,63	3259,60	6208,37	4167,18	185,62
120	3219,68	4341,77	7702,20	5145,43	257,21
130	4301,04	5691,30	—	6273,03	348,98
140	5637,00	7337,10	—	7556,88	464,02
150	7258,73	9361,35	—	—	605,20
160	—	—	—	—	775,09
170	—	—	—	—	975,42

Für die Spannkraft der gesättigten Dämpfe des Quecksilbers erhielt Regnault folgende Werthe:

Temperatur	mm	Temperatur	mm
0°	0,020	240°	58,82
20	0,037	260	96,73
40	0,077	280	155,17
60	0,164	300	242,15
80	0,353	320	368,73
100	0,746	340	548,35
120	1,534	360	797,74
140	3,059	380	1136,65
160	5,900	400	1587,96
180	11,00	420	2177,53
200	19,90	440	2933,99
220	34,70		

Aus den vorstehenden Zahlen geht hervor, dass die Spannkraft des Quecksilberdampfes bei gewöhnlichen Zimmertemperaturen (bis 30°) so klein ist, dass sie unberücksichtigt bleiben darf.

Beim Sieden unter gleichem Luftdrucke, z. B. bei 760 mm Barometerstand, sind natürlicher Weise die Dampfspannungen aller Flüssigkeiten gleich. Dalton glaubte annehmen zu können, dass auch für gleiche Temperaturabstände vom Siedepunkte die Gleichheit der Dampfspannung noch fortbestehe. Dies ist jedoch nicht richtig. So kommt z. B. dem Wasser die Temperatur 100°, dem Alkohol die Temperatur 78,2° für die Spannkraft von 760 mm zu. Für um 25° über diesen Siedepunkten liegende Temperaturen sind aber die Spannkräfte beider Dämpfe nicht gleich: Die des Wasserdampfes ist bei 125° gleich 1744 mm, die des Alkoholdampfes bei 103,2° dagegen gleich 1887 mm.

Kopp hat gefunden, dass die normalen Siedepunkte der Flüssigkeiten häufig einfache Beziehungen zu ihrer chemischen Zusammensetzung zeigen. So fand er für die Ameisensäurereihe, dass jedes folgende Glied um 19° höher siede als das vorhergehende, wie folgende Tabelle zeigt.

	Siedetemperatur für 760 mm Druck	Differenz
Ameisensäure, CH_2O_2 . .	100	
		19
Essigsäure, $C_2H_4O_2$	119	
		19
Propionsäure, $C_3H_6O_2$ . .	138	
		19
Buttersäure, $C_4H_8O_2$ . . .	157	
		19
Valeriansäure, $C_5H_{10}O_2$ . .	176	

Für einen anderen Druck wird die Differenz der Siedetemperaturen geändert, bleibt aber auch für je zwei folgende Säuren nahezu gleich.

Wir werden später den Zusammenhang der Spannkraftscurven der Flüssigkeiten zeigen, nachdem die Betrachtung über die kritische Temperatur vorausgegangen ist.

§. 136.

Spannkraft der gesättigten Dämpfe von Flüssigkeitsgemischen und von Salzlösungen. — Die Spannkraft der Dämpfe von Flüssigkeitsgemischen steht im Zusammenhange mit der Spannkraft der Bestandtheile, ist aber verschieden je nach der Einwirkung der Bestandtheile auf einander. Man hat nach Regnault[1]) drei Arten von Gemischen hinsichtlich ihrer Spannung zu unterscheiden.

1. Gemenge, welche sich nicht mischen, wie Wasser und Schwefelkohlenstoff. Bei diesen ist die Spannkraft des Gemenges gleich der Summe der Spannkräfte ihrer Bestandtheile.
2. Gemische, bei denen sich die eine Flüssigkeit nur in einer begrenzten Menge mit der anderen mischt, wie Wasser und Aether.

[1]) Regnault, Mémoires de l'Academie. T. XXVI. Pogg. Ann. 93 (1854).

Die Spannkraft dieser Gemische erreicht nahezu die Spannkraft des flüchtigeren Bestandtheils.

3. Gemische von Flüssigkeiten, die sich in allen Verhältnissen mischen, wie Wasser und Alkohol. Für diese Gemische ist die Spannung kleiner als die Spannung des flüchtigen, grösser als die Spannung des anderen Bestandtheils.

Die Dämpfe aus Salzlösungen haben immer eine kleinere Spannkraft, als die Dämpfe des reinen Wassers bei gleicher Temperatur. Daraus folgt unmittelbar, dass der normale Siedepunkt der Lösungen höher liegt, als jener des Wassers. Denn wenn die Dämpfe des Wassers einen Druck von 760 mm ausüben (bei 100⁰), so besitzen die Dämpfe der Salzlösung bei gleicher Temperatur einen kleineren Druck. Man muss also die Temperatur noch steigern, damit die Dämpfe der Lösung den Druck von 760 mm erreichen [1]).

Die Verminderung der Spannkraft, welche die Dämpfe des reinen Wassers in Folge des gelösten Salzes erleiden, ist der Menge des aufgelösten Salzes proportional. Der Dampf des reinen Wassers hat z. B. bei 51,8⁰ den Druck 100 m, die Dämpfe einer 5proc. Kochsalzösung zeigen den Druck 97 mm, einer 10proc. Lösung den Druck von 94 mm, einer 15proc. Lösung den Druck von 91 mm bei der gleichen Temperatur. Für jedes Procent tritt daher für diese Temperatur eine Verminderung von 0,6 mm ein.

Für verschiedene Temperaturen ist die Verminderung der Spannkraft des Wasserdampfes, welche durch die Lösung des Salzes eintritt, verschieden; die Verminderung wächst aber mit wachsender Temperatur. Setzt man die Spannkraft des Wasserdampfes gleich S, so ist die Verminderung v gleich

$$v = a \,.\, S + b\, S^2,$$

wo a und b Constante bedeuten, welche für die verschiedenen Salze verschiedene Werthe haben. Die Grösse a ist für alle Salze positiv, b kann dagegen positiv, negativ und Null sein. Beim Kochsalz ist b gleich Null, beim salpetersauren Kali ist b positiv, beim schwefelsauren Kali ist b negativ. Man sieht daraus, dass je nach der Natur des Salzes die Verminderung proportional der Dampfspannung sein kann (Kochsalz), dass sie aber andererseits sowohl rascher (salpetersaures Kali), als auch langsamer (schwefelsaures Kali) mit wachsender Temperatur zunehmen kann, als die Spannkraft der Dämpfe des reinen Wassers.

Eine gesättigte Lösung von Kochsalz (41 Thle. Salz, 100 Thle. Wasser) siedet bei 108⁰ bis 109⁰; eine gesättigte Lösung von salpetersaurem Kali (335 Thle. Salz auf 100 Thle. Wasser) siedet bei 116⁰.

Obwohl die Siedetemperatur einer Salzlösung höher, als jene des reinen Wassers bei gleichem Drucke ist, zeigt doch ein Thermometer, welches man in die Dämpfe einer siedenden Salzlösung bringt, nur die Temperatur, die den Dämpfen des reinen Wassers zukommt; unter dem Drucke von 760 mm zeigt also das Thermometer nur 100⁰, obwohl die Lösung selbst eine höhere Temperatur besitzt. Man hat früher daraus geschlossen, dass die Temperatur der Dämpfe einer Salzlösung überein-

---

[1]) Wüllner, Pogg. Ann. 103, 105 (1858); 110 (1860).

stimme mit der Temperatur der Dämpfe aus reinem Wasser, welche unter demselben Drucke stehen. Dieser Schluss ist aber unrichtig. Aus der Salzlösung steigen nur reine Wasserdämpfe auf. Bringt man daher in die Dämpfe einer Salzlösung einen kühleren Körper, so condensiren sich die Dämpfe zunächst auf der Oberfläche desselben und in späterer Folge werden diese condensirten Dämpfe dann nicht weiter erwärmt, als es der Temperatur der reinen Wasserdämpfe entspricht; daher kommt es, dass das Thermometer bei 760 mm nicht höher als 100° zeigt. Ein solcher Versuch giebt daher keinen Aufschluss über die Temperatur der Dämpfe, welche aus der Lösung aufsteigen. Diese Temperatur erhält man, wenn man das Thermometer vorher bis über die Temperatur der Lösung erhitzt und dann in die Dämpfe einführt. Hierdurch wird bewirkt, dass auf dem Thermometer keine Condensation stattfindet, und in diesem Falle beweist der höhere Stand des Thermometers, dass die Temperatur der Dämpfe mit jener der Lösung nahe übereinstimmt.

Aus dem Vorstehenden folgt der wichtige Schluss, dass man die Siedepunktsbestimmungen der Thermometer am besten in den Dämpfen und nicht im Wasser macht. Denn wenn das Wasser nicht vollkommen rein ist, tritt eine Erhöhung seines Siedepunktes in Folge der etwa darin gelösten Salze ein; die Dämpfe verhalten sich aber gerade so, wie die Dämpfe reinen Wassers, wenn das Thermometer nicht vorher erwärmt ist, so dass eine Condensation stattfinden kann.

§. 137.

Spannkraft der Dämpfe in Gasen. — Sind in einem Raume ausser Dämpfen auch noch Gase vorhanden, welche chemisch nicht auf einander einwirken, so ist die Spannung, welche ausgeübt wird, nahezu gleich der Summe der Spannungen, welche jede Substanz für sich allein ausüben würde, wenn sie bei gleicher Temperatur den Raum erfüllt. Gesetzt, ein gewisses Volumen eines trockenen Gases steht bei 25° unter dem Drucke von 600 mm Quecksilber, so wird dieselbe Menge Gas bei derselben Temperatur mit Wasserdampf gesättigt und auf dem früheren Volumen erhalten, einer Quecksilbersäule von 623,6 mm das Gleichgewicht halten, weil die Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes bei 25° einer Quecksilberhöhe von 23,6 mm entspricht. Dasselbe Volumen, welches eine gewisse Menge trockenen Gases unter dem Drucke B erfüllt, nimmt das Gas, mit Wasserdampf bei derselben Temperatur gesättigt, unter dem Drucke $B' = B + S$ ein, wo S die Spannkraft des bei dieser Temperatur gesättigten Wasserdampfes bedeutet. Wenn man umgekehrt den Druck B' beobachtet hat, unter welchem ein mit Wasserdampf gesättigtes Gas ein gewisses Volumen besitzt, so kann man schliessen, dass dieselbe Menge Gas in trockenem Zustande bei derselben Temperatur das nämliche Volumen unter dem Drucke $B = B' - S$ erfüllen würde.

Regnault hat zwar gefunden, dass die Dämpfe in mit Gasen erfüllten Räumen immer eine etwas kleinere Spannung besitzen, als sie unter gleichen Umständen im Vacuum zeigen; indess ist dieser Unterschied beim Wasserdampf sehr gering, wie folgende Beobachtungen Regnault's zeigen.

Temperatur	Spannkraft des Wasserdampfes		
	im Stickstoff mm	im Vacuum mm	Differenz
0,00°	4,44	4,60	— 0,16
5,27	5,96	6,66	— 0,70
13,12	10,58	11,25	— 0,67
15,75	12,72	13,33	— 0,61
21,46	18,68	19,03	— 0,42
32,50	35,92	36,38	— 0,46

Wie man sieht, sind die Differenzen so klein, dass sie in den meisten Fällen unberücksichtigt bleiben können.

Bei flüchtigeren Substanzen treten indess sehr viel stärkere Unterschiede hervor; so nimmt z. B. der Aether bei 33,6° im Vacuum die Dampfspannung von 726 mm, in der Luft dagegen nur von 705,1 mm an.

Die Ursache der Verminderung der Dampfspannung in mit Gasen erfüllten Räumen liegt in der Verzögerung der Dampfbildung und in der Condensation der Dämpfe auf den Gefässwänden. Diese Condensation tritt auch im Vacuum ein; während hier aber die Verdampfung sofort die condensirten Dämpfe ersetzt, ist in den Räumen, welche ausser den Dämpfen auch Gase enthalten, die Verdampfung behindert, so dass kein vollständiger Ersatz für die Condensation stattfindet. Regnault hat durch die Compression des Dampfes gezeigt, dass die eben gegebene Erklärung richtig ist. Es fand nämlich bei der Compression eine Drucksteigerung des Dampfes statt, ein Beweis, dass der Dampf in dem mit Luft gefüllten Raume nicht im Maximum seiner Spannung war.

§. 138.

Dichtigkeit der Dämpfe. — Ebenso wie die Dichtigkeit der Gase auf zwei verschiedene Einheiten, auf Luft oder Wasser, bezogen wird, so auch die Dichtigkeit der Dämpfe. Das Gewicht eines Cubikcentimeters Dampf ausgedrückt in Grammen liefert die Dichtigkeit des Dampfes bezogen auf Wasser als Einheit, da das Gewicht eines Cubikcentimeters Wasser (bei 4°) 1 g ist.

Das Gewicht eines beliebigen Volumens Dampf, dividirt durch das Gewicht des gleichen Volumens Luft, welche dieselbe Temperatur und denselben Druck wie der Dampf hat, liefert die Dichtigkeit des Dampfes bezogen auf Luft als Einheit. Die auf Luft als Einheit bezogene Dichtigkeit des Dampfes wird häufig als die Dampfdichte bezeichnet; dieser Bezeichnung wollen wir uns im Folgenden anschliessen.

Das Gewicht von 1 ccm Luft bei 0° und 760 mm Druck ist 0,001293 g. Das Gewicht von v ccm Luft bei der Temperatur t^0 und dem Drucke von p mm ist also gleich

$$s = v \cdot 0{,}001293 \cdot \frac{p}{760 \,.\, (1 + 0{,}00367 \,.\, t)}.$$

Hat man daher gefunden, dass das Gewicht von v ccm eines Dampfes bei t^0 und p mm Druck gleich S ist, so ist die Dampfdichte d gleich

$$d = \frac{S}{s} = \frac{S}{v \,.\, 0{,}001293} \cdot \frac{760 \,.\, (1 + 0{,}00367 \,.\, t)}{p}.$$

Befolgt der Dampf die Gesetze von Boyle und Gay-Lussac, d. h. dehnt sich der Dampf in Folge von Druck- und Temperaturänderungen gerade so aus, wie die Luft, so ist die Dampfdichte unabhängig von dem Drucke und der Temperatur, bei welchem dieselbe bestimmt wurde. In diesem Falle ist daher die Dampfdichte eine charakteristische Grösse für den Dampf. So findet man z. B. die Dichte des Wasserdampfes gleich 0,623.

Die Versuche haben nun gezeigt, dass ungesättigte Dämpfe, welche hinreichend weit von ihrem Sättigungspunkt entfernt sind, eine constante Dichte zeigen, d. h. den Gesetzen von Boyle und Gay-Lussac folgen. Je näher beim Sättigungspunkt aber die Dampfdichte bestimmt wird, um so grösser wird dieselbe. Die Methoden zur Bestimmung der Dampfdichten sind in dem Capitel über specifische Gewichte mitgetheilt; hier mögen aber die Resultate einiger Beobachtungen Platz finden, um die Richtigkeit des oben angegebenen Verhaltens zu beweisen. Cahours bestimmte die Dichtigkeit des Dampfes von Essigsäure für den Druck von einer Atmosphäre bei verschiedenen Temperaturen und erhielt folgende Werthe:

Temperatur	125⁰	130⁰	150⁰	200⁰	230⁰	250⁰	280⁰	300⁰	321⁰
Dampfdichte des Essigsäuredampfes	3,30	3,12	2,75	2,22	2,09	2,08	2,08	2,08	2,08

Die vorstehenden Zahlen zeigen deutlich, dass die Dampfdichte mit wachsender Temperatur bei constantem Drucke (1 Atmosphäre) ganz bedeutend abnimmt (von 3,20 bis 2,08), bis sie bei 250⁰ den constanten Werth 2,08 erreicht. Die Essigsäure siedet unter dem Drucke von einer Atmosphäre bei 119⁰; um eine constante Dampfdichte zu erhalten, muss man also bei der Essigsäure die Temperatur um mehr als 100⁰ steigern.

Die Versuche haben übrigens gezeigt, dass bei den meisten anderen Dämpfen eine geringere Steigerung der Temperatur genügt, um constante Werthe für die Dampfdichte zu erzielen. So hat man z. B. beim Alkohol folgende Werthe ermittelt:

Temperatur	88⁰	98⁰	110⁰	125⁰	150⁰	175⁰	200⁰
Dampfdichte des Alkoholdampfes	1,725	1,649	1,610	1,603	1,604	1,607	1,602

Hier zeigt der Dampf bei der Temperatur 125⁰ schon eine constante Dampfdichte; es genügt also eine Temperatursteigerung von 30⁰ bis 40⁰ zur Erreichung dieses Resultats.

Während in den mitgetheilten Versuchen die constante Dampfdichte durch Erhöhung der Temperatur bei unveränderlichem Drucke erreicht wurde, lässt sich andererseits auch durch Verminderung des Druckes bei constant gehaltener Temperatur dasselbe Resultat gewinnen. Denn auch auf diesem Wege wird der Dampf vom Sättigungspunkte weiter ent-

fernt. Man kann daher die constanten Dampfdichten auch bei der normalen Siedetemperatur und sogar bei niedrigeren Temperaturen bestimmen, wenn man nur dafür Sorge trägt, dass der Dampfdruck hinreichend klein ist.

Der Unterschied der Dampfdichten für gesättigte und ungesättigte Dämpfe ist um so grösser, je höher die Temperatur oder je grösser der Druck, für welche die Dichte des gesättigten Dampfes bestimmt wird. Für Wasser ist z. B. die Dichte des gesättigten Dampfes nach einer Berechnung von Clausius

bei der Temperatur . . .	0°	50°	100°	150°	200°
	0,622	0,631	0,645	0,666	0,698

Während also bei 0° die Dichte gesättigten Dampfes von jener des ungesättigten Dampfes der constanten Dampfdichte nicht merklich verschieden ist, wächst dieselbe mit steigender Temperatur immer mehr, bis sie bei 200° den Werth 0,698 erreicht.

Die Dichtigkeit der Dämpfe bezogen auf Wasser als Einheit wächst ebenso wie die Dichtigkeit der Gase mit steigendem Drucke ganz bedeutend. Es gilt dies sowohl für die gesättigten, als auch für die ungesättigten Dämpfe; nur ist die Steigerung der Dichtigkeit für die gesättigten Dämpfe noch bedeutender als für die ungesättigten, wie aus den Angaben über die Dampfdichten unmittelbar folgt. Um eine Uebersicht zu geben, sind in der folgenden Tabelle die Dichtigkeit und das Volumen des gesättigten Wasserdampfes für verschiedene Drucke angegeben.

Tabelle des gesättigten Wasserdampfes[1]).

Temperatur	Druck in Millimetern Quecksilber	Dichtigkeit = Gewicht von 1 Cubikcentimeter, ausgedrückt in Grammen	Volumen von 1 Gramm Dampf, ausgedrückt in Cubikcentimetern
46,2	76	0,0000687	14560
81,7	380	0,0003153	3171
100,0	760	0,0006059	1650
120,6	1520	0,0011631	859,7
133,9	2280	0,0017024	587,4
144,0	3040	0,0022303	448,4
152,2	3800	0,0027500	363,6
180,3	7600	0,0052704	189,7

Die letzte Reihe zeigt die Volumina von 1 g gesättigten Dampfes für verschiedene Temperaturen. Da das Volumen von 1 g flüssigen Wassers auch in höheren Temperaturen nicht viel von 1 ccm sich ent-

[1]) Die obigen Werthe sind von Zeuner, „Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie", berechnet.

fernt (bei 100⁰ ist das Volumen gleich 1,043, bei 180⁰ gleich 1,127), so geben die obigen Volumina des Dampfes nahezu das Verhältniss des Dampfvolumens zum Flüssigkeitsvolumen für gleiche Temperaturen [1]).

§. 139.

Verdampfungswärme. — Unter Verdampfungswärme einer Flüssigkeit versteht man jene Wärmemenge, welche der Gewichtseinheit Flüssigkeit zugeführt werden muss, um dieselbe in Dampf von der gleichen Temperatur zu verwandeln. Die Verdampfungswärme ist von der Temperatur abhängig, bei der die Verdampfung vor sich geht.

Um die Verdampfungswärme bei verschiedenen Temperaturen zu bestimmen, wandte Regnault [2]) zwei verschiedene Methoden an. Nach der ersten Methode wurde die Flüssigkeit, deren Verdampfungswärme bestimmt werden sollte, unter einem bestimmten Drucke zum Sieden gebracht. Die siedenden Dämpfe wurden durch ein Schlangenrohr geleitet, welches sich in einem Calorimeter befand. In diesem Rohre condensirten sich die Dämpfe und kühlten sich dann bis zur Temperatur des Calorimeters ab. Das Calorimeter erhält daher zwei Wärmemengen: erstens die Condensationswärme des Dampfes, welche der Verdampfungswärme gleich ist, zweitens jene Wärme, welche die condensirte Flüssigkeit abgab.

Bezeichnet r die Verdampfungswärme, p das Gewicht der condensirten Dämpfe, T die Temperatur der Dämpfe beim Eintritt in das Calorimeter, c die specifische Wärme der condensirten Flüssigkeit, t_1 die Anfangs-, t_2 die Endtemperatur des Calorimeters und P das Gewicht des Wassers im Calorimeter mit dem Wasserwerthe desselben, so ist

$$p \,.\, r + p \,.\, c\,(T - t_2) = P\,(t_1 - t_2).$$

Aus dieser Gleichung erhält man die Verdampfungswärme r, nämlich

$$r = \frac{P\,(t_1 - t_2) - p\,c\,(T - t_2)}{p}.$$

Die oben dargelegte Methode wandte Regnault in höheren Temperaturen an. Je nach dem Drucke, unter welchem das Sieden der Flüssigkeit eingeleitet wurde, erhielt man die Verdampfungswärmen für verschiedene Temperaturen.

In tieferen Temperaturen liess Regnault die Flüssigkeit aus einem Gefässe verdampfen, welches in einem Calorimeter stand. Es wurde zu dem Ende das Gefäss durch eine Röhrenleitung mit einer Luftpumpe einerseits und mit einem Condensationsgefäss, welches von einer Kältemischung umgeben war, andererseits verbunden.

Wenn durch die Pumpe der Druck in dem Gefässe hinreichend vermindert war, so begann die Verdampfung der Flüssigkeit, deren Dämpfe in dem mit einer Kältemischung umgebenen Gefässe condensirt wurden. Die zur Verdampfung nöthige Wärme lieferte das Calorimeter und aus der Temperaturerniedrigung desselben liess sich dann die Verdampfungswärme berechnen.

---

[1]) Die Methoden zur Bestimmung der Dampfdichte siehe die §§. 177 ff.

[2]) Regnault, Mémoires de l'Academie. T. XXI.

Regnault fand, dass die Verdampfungswärme fast aller Flüssigkeiten mit wachsender Temperatur stetig abnimmt. Die Verdampfungswärme des Wassers wird durch folgende Formel dargestellt:

$$r = 607{,}0 - 0{,}708 \,.\, t.$$

Es ist daher die Verdampfungswärme des Wassers bei 0° gleich 607,0 und bei 100° gleich 536,2. Diese Zahlen zeigen, dass die Verdampfungswärme des Wassers sehr bedeutend ist. Um 1 kg Wasser von 0° in Dampf von 0° zu verwandeln, ist die Wärmemenge 607,0 nothwendig, eine Wärmemenge, die hinreichen würde, um 607 kg Wasser von 0° auf 1° zu erwärmen.

Ausser Wasser untersuchte Regnault noch eine Reihe anderer Flüssigkeiten, deren Verdampfungswärme bei 0° in der folgenden Tabelle mitgetheilt sind.

	Verdampfungswärme r bei 0°
Wasser	607,0
Schwefelkohlenstoff	90,0
Aether	94,0
Benzin	109,0
Chloroform	67,0
Chlorkohlenstoff	52,0
Aceton	140,5
Alkohol	236,5

Die Verdampfungswärmen aller dieser Flüssigkeiten nehmen mit steigender Temperatur stetig ab, mit Ausnahme jener des Alkohols, welche etwa bis 25° wächst, und erst von dieser Temperatur an bei weiterer Erhöhung der Temperatur auch abnimmt. Worauf dieses eigenthümliche Verhalten des Alkohols beruht, ist bisher noch nicht aufgeklärt.

Die Wärme, welche bei der Verdampfung einer Flüssigkeit zugeführt wird, bewirkt keine Erwärmung und wird daher nur zur Arbeitsleistung verwandt. Die zu leistende Arbeit ist eine doppelte; denn erstens muss die Cohäsion der flüssigen Theilchen so weit überwunden werden, dass der dampfförmige Aggregatzustand resultiren kann, und zweitens ist der äussere Druck, der auf der Flüssigkeit lastet, durch den sich bildenden Dampf zurückzudrängen. Da nämlich der Dampf ein grösseres Volumen beansprucht, als die Flüssigkeit besitzt, aus welcher er sich entwickelt, so muss der äussere Druck dieser Volumvergrösserung entsprechend zurückgeschoben werden. Man unterscheidet daher die beiden Arbeiten, welche die Verdampfungswärme zu leisten hat, in eine innere (Ueberwindung der Cohäsion) und äussere Arbeit (Ueberwindung des Druckes).

Die äussere Arbeit lässt sich berechnen, sobald die Volumvermehrung und der Druck bekannt ist. Angenommen, das Volumen der Gewichts-

einheit Flüssigkeit sei σ, das Volumen der Gewichtseinheit Dampf sei s, der Druck pro Flächeneinheit p, so ist die zu leistende äussere Arbeit:

$$p\,(s - \sigma).$$

Die Wärme, welche zu dieser Arbeitsleistung nothwendig ist, ist daher

$$A\,.\,p\,(s - \sigma),$$

wo $A = \frac{1}{424}$ das Aequivalent bezeichnet.

Stellt daher r die Verdampfungswärme dar und bedeutet ϱ die Wärme, welche zu innerer Arbeit verbraucht wird, so ist

$$r = \varrho + Ap\,(s - \sigma).$$

Aus dieser Gleichung lässt sich die Grösse ϱ berechnen, sobald $Ap\,(s - \sigma)$ bekannt ist.

In der folgenden Tabelle sind für Wasser einige Werthe von $Ap\,(s - \sigma)$ und ϱ bei verschiedenen Temperaturen angegeben.

Temperatur	Verdampfungswärme r	Wärme, welche zu äusserer Arbeit verbraucht ist $= Ap\,(s - \sigma)$	Wärme, welche zu innerer Arbeit verbraucht ist ϱ
0^0	607,0	31,1	575,9
50	571,6	35,5	536,1
100	536,2	40,2	496,0
150	500,8	44,1	456,7

Aus den vorstehenden Zahlen ergiebt sich, dass die zu innerer Arbeit verbrauchte Wärme ϱ mit wachsender Temperatur abnimmt. Wenn also bei 0^0 das Wasser in den dampfförmigen Zustand übergeführt werden soll, so ist eine grössere innere Arbeit zur Ueberwindung der Cohäsion zu leisten, als z. B. bei 100^0. Dieses Resultat steht in einem unmittelbaren Zusammenhange mit der Betrachtung, welche früher (§. 105) über die specifische Wärme des flüssigen Zustandes angestellt wurde. Wir sahen dort, dass die Wärme, welche der Flüssigkeit bei ihrer Erwärmung zugeführt wird, nur theilweise zur Temperaturerhöhung, also zur Vermehrung der lebendigen Kraft der Bewegung der Theilchen verwandt wird, dass ein anderer Theil zur Lockerung des Zusammenhanges der Theilchen dient. Durch die Erwärmung einer Flüssigkeit wird also der dampfförmige Zustand schon vorbereitet, indem die Cohäsion sich vermindert. Die Cohäsionskräfte bieten daher in höherer Temperatur einen geringeren Widerstand als in tieferer Temperatur dar, und in Folge davon nimmt die zu innerer Arbeit bei der Verdampfung nothwendige Wärme mit Erhöhung der Temperatur ab.

In ganz gleicher Weise verhalten sich die anderen Flüssigkeiten, deren Verdampfungswärmen früher angeführt wurden, mit Ausnahme des Alkohols, der auch hier in niederen Temperaturen eine Abweichung zeigt.

In der folgenden Tabelle sind für einige Flüssigkeiten die Werthe $Ap\,(s - \sigma)$ und ϱ angegeben, welche sich auf 0^0 beziehen.

	r	$Ap\,(s - \sigma)$	ϱ
Aether	94,0	7,5	86,5
Alkohol	236,5	13,1	223,4
Aceton	140,5	8,7	131,8
Chloroform	67,0	4,5	62,5
Chlorkohlenstoff	52,0	3,4	48,6
Schwefelkohlenstoff	90,0	7,2	82,8

§. 140.

Fortsetzung. — Clausius hat eine einfache Beziehung zwischen Druck, Temperatur, Volumen des gesättigten Dampfes und der Verdampfungswärme r abgeleitet[1]). Diese Beziehung ergiebt sich aus der Gleichung III) des §. 108:

$$\frac{dQ}{dv} = A \cdot T \cdot \frac{dp}{dT} \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{III)}$$

Angenommen, man habe Wasser und Wasserdampf, zusammen 1 kg, von der Temperatur T. Das Volumen des Gemisches sei v, der Druck des Dampfes sei p.

Da die Wärmemenge r (Verdampfungswärme) nöthig ist, um die Gewichtseinheit Wasser von der Temperatur T in Dampf von der Temperatur T überzuführen, so wird die Wärmemenge $r\,.\,dm$ nothwendig sein, um dm Wasser zu verdampfen. Durch die Verdampfung von dm Wasser wird das Volumen v der Mischung um dv vergrössert. Es ist daher

$$r\,.\,dm = \left(\frac{dQ}{dv}\right) dv,$$

indem $\left(\frac{dQ}{dv}\right) dv$ die Wärmemenge darstellt, die der Gewichtseinheit eines Körpers zuzuführen ist, um ohne Temperaturerhöhung das Volumen des Körpers um dv zu vermehren. Die Grösse dv ist aber

$$dv = (s - \sigma)\, dm,$$

wenn s das Volumen der Gewichtseinheit Dampf, σ das Volumen der Gewichtseinheit Flüssigkeit darstellt. Daher hat man

$$r\,dm = \frac{dQ}{dv} \cdot (s - \sigma)\, dm$$

oder

$$\frac{dQ}{dv} = \frac{r}{s - \sigma}.$$

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 79 (1850). Gesammelte Abhandlungen I.

Setzt man diesen Werth in die obige Gleichung III) ein, so kommt

$$\frac{r}{s - \sigma} = A \cdot T \cdot \frac{dp}{dT}$$

oder

$$r = A \cdot T \cdot (s - \sigma) \frac{dp}{dT} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IIIa)}$$

Diese Gleichung stellt die von Clausius abgeleitete Beziehung dar.

Da die Grösse $\frac{dp}{dT}$ sich aus der Formel von Regnault für die Spannkraft des Wasserdampfes berechnen lässt, so kann die Gleichung IIIa) dazu dienen, die Grösse s oder das Volumen der Gewichtseinheit gesättigten Dampfes zu berechnen. Aus der Grösse s lässt sich dann auch leicht die Dichte des gesättigten Dampfes für verschiedene Temperaturen ableiten; in der folgenden Tabelle sind einige Werthe zusammengestellt.

Dichte des gesättigten Wasserdampfes.

	0,622	0,631	0,645	0,666	0,698
Temperatur	0^0	50^0	100^0	150^0	200^0

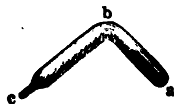
Wie man sieht, wachsen die Werthe für die Dichte des gesättigten Wasserdampfes ganz bedeutend mit der Temperatur.

§. 141.

Condensation der Gase. — Wenn die Dämpfe der Flüssigkeiten hinreichend weit von ihrem Condensationspunkte entfernt sind, so haben sie, wie früher erwähnt wurde, dieselben Eigenschaften wie die Gase, d. h. sie folgen annähernd den Gesetzen von Boyle und Gay-Lussac. Es liegt daher nahe, die Gase auch als ungesättigte Dämpfe zu betrachten, die weit von ihrer Sättigung entfernt sind. Wenn diese Folgerung richtig ist, so muss es möglich sein, die Gase selbst zu Flüssigkeiten zu condensiren, und zwar wird der Druck, welcher die Condensation hervorbringt um so grösser sein, je höher die Temperatur des Gases ist.

Es ist in der That gelungen, alle Gase zu condensiren; einige derselben lassen sich schon bei gewöhnlicher Temperatur ohne Anwendung eines grossen Druckes in den flüssigen Zustand überführen. Hierzu gehören schweflige Säure, Schwefelwasserstoff, Ammoniak, Chlor, Cyan u. a. Diese Gase lassen sich in gekrümmten starken Glasröhren, Fig. 261, durch ihren eigenen Druck verdichten. Um z. B. Ammoniak in flüssiger Gestalt zu erhalten, bringt man Silberchlorid-Ammoniak in den Schenkel eines solchen Rohres und verschliesst das offene Ende c mit dem Löthrohre. Wird hierauf der Schenkel, welcher das Chlorid enthält, in einem Wasserbade erwärmt, der andere mit Eis oder einer Kältemischung kühl erhalten, so sammelt sich das bei 38^0 vom Chlorid sich trennende Ammoniakgas bei c in flüssiger Form an. Wenn das Silberchlorid erkaltet, saugt es das Ammoniak nach und nach wieder

Fig. 261.



vollständig auf, so dass derselbe Apparat zur Anstellung dieses Versuches mehrmals dienen kann.

Besonders geeignet zur Condensation der Gase ist die Compressionsmaschine von Natterer (Fig. 262, a. f. S.). Ein cylindrisches schmiedeeisernes Rohr *ll* hat an der Seite etwas über dem unteren Ende eine Oeffnung, welche durch einen Kautschukschlauch mit dem Gasreservoir verbunden wird. In diesem Rohre lässt sich ein dicht anschliessender Kolben *k* mittelst Kurbel und Schwungrad auf und nieder bewegen. Die Oberfläche des Kolbens, bei der tiefsten Stellung des letzteren, liegt unterhalb der Seitenöffnung, so dass das Rohr bei jedem Niedergange des Kolbens eine Quantität Gas aus dem Reservoir schöpfen muss. Das aufgesaugte Gas wird durch den Aufgang des Kolbens sofort von der Zuflussöffnung abgeschlossen, verdichtet und in eine Condensationsflasche von Schmiedeeisen gepresst, welche auf dem oberen offenen Ende des Verdichtungsrohres aufgeschraubt ist. Diese Flasche, in Fig. 263 (a. f. S.) besonders abgebildet, ist unten mit einem nach Innen sich öffnenden Ventile versehen, wodurch das eingepresste Gas, am Wiederaustritte gehindert, sich mehr und mehr verdichten und endlich durch seinen eigenen Druck in den flüssigen Zustand übergehen muss. Um die Temperatur in Folge der Verdichtung nicht steigen zu lassen, und um überhaupt niedrige Temperaturen herzustellen, wird die Flasche mit einem Behälter umgeben, in welchen Eis oder nach Befinden eine Kältemischung gebracht werden kann.

Wird mit der Natterer'schen Pumpe das Gas, z. B. Kohlensäure, in dem oberen Behälter comprimirt, während die Temperatur constant erhalten wird, so steigt der Druck des comprimirten Gases nur bis zu einer gewissen Grenze. Sobald die Condensation des Gases beginnt, bringt eine neue Zufuhr von Gas keine weitere Druckvermehrung hervor, sondern es tritt bei unverändertem Drucke eine weitere Condensation des Gases ein. Es verhält sich das Gas also gerade so wie ein Dampf im Maximum seiner Spannkraft.

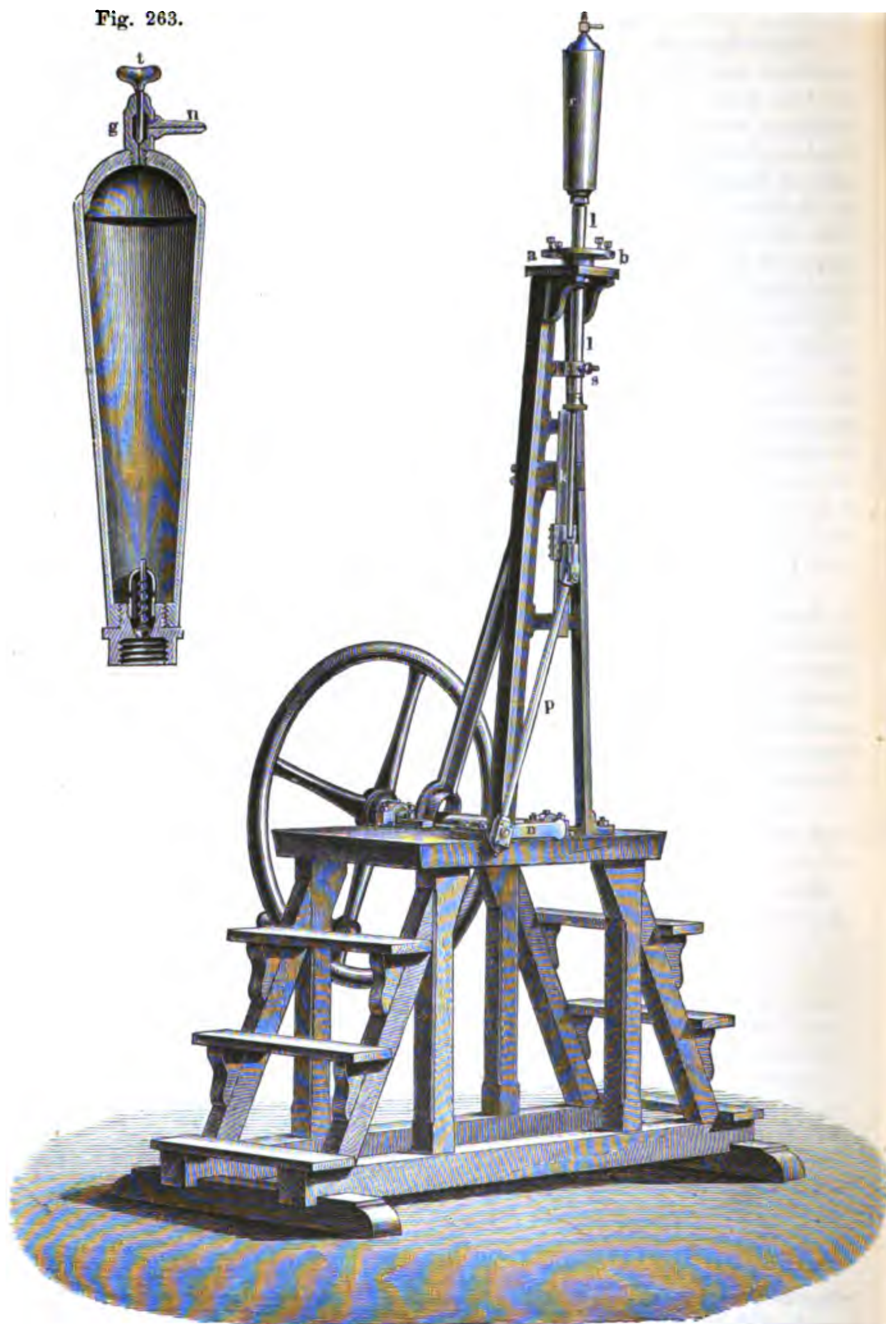
Folgende Zahlen geben für Kohlensäure das Maximum der Spannkraft für einige Temperaturen an:

Temperatur	Maximalspannung der Kohlensäuredämpfe in Millimetern
— 20°	15 142
— 10	20 340
0	26 907
+ 10	34 999
20	44 716
30	56 119

Die flüssige Kohlensäure liefert ein Mittel, um sehr niedrige Temperaturen herzustellen. Lässt man nämlich flüssige Kohlensäure aus der Flasche (Fig. 263) ausfliessen, so verdampft dieselbe in Folge des ver-

Fig. 262.

Fig. 263.



minderten Druckes sehr stark. Die bei der Verdampfung verbrauchte Wärme wird der Flüssigkeit entzogen; hierdurch tritt eine solche Abkühlung ein, dass die flüssige Säure starr wird und eine lockere, flockige, weisse Masse bildet, deren Temperatur — 78° beträgt. Um die starre Kohlensäure zur Abkühlung anderer Körper zu benutzen, mengt man ihr etwas Aether bei, welcher bei dieser niedrigen Temperatur flüssig bleibt und daher eine innigere Berührung mit dem abzukühlenden Körper vermittelt. Bringt man die Kältemischung von Aether und Kohlensäure, welche bei dem Drucke einer Atmosphäre die Temperatur — 78° hat, unter die Glocke einer Luftpumpe und bewirkt man durch Verminderung des Luftdruckes eine stärkere Verdampfung, so lässt sich die Temperatur der Mischung noch beträchtlich erniedrigen. In dieser Art erhielt Faraday bei dem Drucke von 137 mm die Temperatur — 91°, und bei dem Drucke von 30 mm sogar die Temperatur von — 110°.

Bei sehr niedrigen Temperaturen hat man manche Gase unter dem gewöhnlichen Drucke einer Atmosphäre zu Flüssigkeiten verdichtet. So fand Faraday folgende Werthe:

	Druck des gesättigten Dampfes in Atmosphären	Temperatur des Dampfes
Kohlensäure	1,2	— 78,9°
Stickstoffoxydul	1,0	— 87,2
Chlorwasserstoff	1,8	— 73,3
Schwefelwasserstoff	1,0	— 73,3
Arsenwasserstoff	1,1	— 56,7

§. 142.

Kritischer Zustand des Gases[1]). — So lange ein Gas dem Boyle'schen Gesetze folgt, ist der Zusammenhang von Druck und Volumen ein sehr einfacher; denn es ist für diesen Fall, so lange die Temperatur unveränderlich ist, das Product aus Druck und Volumen constant, oder

$$p \, . \, v \, . = const.$$

Man kann dies graphisch durch folgende Zeichnung (Fig. 264, a. f. S.) darstellen.

In der nachstehenden Figur ist das Volumen v durch die Horizontallinie Ov und der Druck durch die Verticallinie Op dargestellt. Es möge die Länge $Ov_{(1)}$ das Volumen 1 darstellen, so stellt $Ov_{(1/2)} = \frac{Ov_{(1)}}{2}$ das

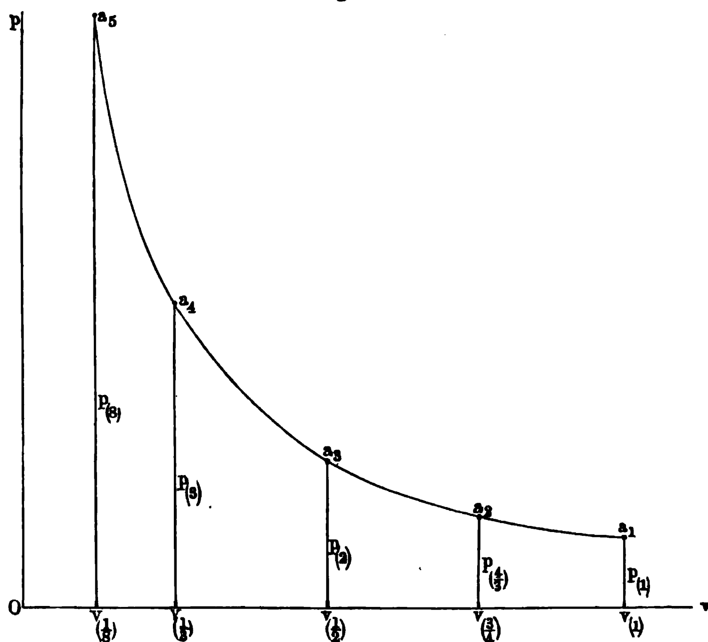
1) Van der Waals, Die Continuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes. Uebersetzt von F. Roth. — Maxwell, Theorie der Wärme. Uebersetzt von F. Neesen.

Volumen $\frac{1}{2}$ dar u. s. w.; ferner möge die Länge $p_{(1)}$ den Druck 1 darstellen, dann zeigt die Länge $p_{(2)} = 2 \,.\, p_{(1)}$ den Druck 2 an u. s. w.

Der Punkt a_1 entspricht nun dem Drucke $p_{(1)}$ und dem Volumen $v_{(1)}$, der Punkt a_2 dem Drucke $p_{(2)}$ und dem Volumen $v_{(1/2)}$ u. s. w.

Denkt man sich das Gas, welches das Volumen $v_{(1)}$ hat und unter dem Drucke $p_{(1)}$ steht, bei constanter Temperatur comprimirt, so wird der Punkt a, welcher den Zustand des Gases darstellt, von a_1 allmälig nach a_2, a_3, a_4... wandern. Das Charakteristische dieser Curve, welche der Punkt a durchwandert, ist, dass alle Punkte derselben folgende Eigenschaft besitzen: Fällt man von irgend einem Punkte ein Loth auf die

Fig. 264.



Linie Ov, so ist das Product, welches aus diesem Lothe und dem Abschnitte gebildet wird, den dieses Loth von O aus auf die Linie Ov macht, unabhängig von der Wahl des Punktes auf der Curve und eine constante Grösse. Es ist also

$$p_{(1)} \cdot v_{(1)} = p_{(4/3)} \cdot v_{(3/4)} = p_{(2)} \cdot v_{(1/2)} = \cdots = const.$$

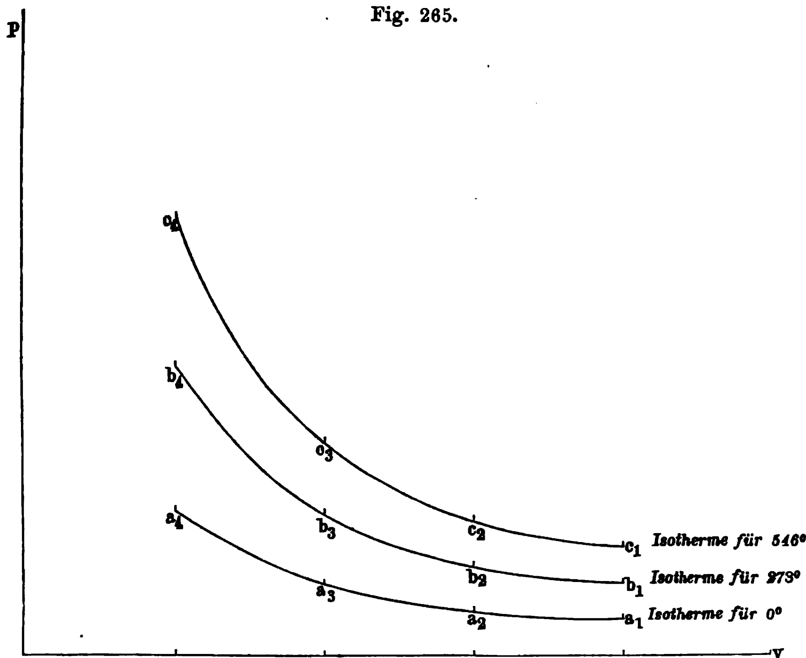
Man nennt die Curve $a_1\, a_2\, a_3$... eine **Isotherme**, weil die Temperatur bei den Veränderungen, welche das Gas erleidet, unverändert erhalten wird.

In der folgenden Fig. 265 sind drei verschiedene Isothermen construirt. Das Volumen des Gases ist für die drei Zustände, welche durch die Punkte a_1, b_1, c_1 dargestellt werden, das gleiche; denn die drei Punkte a_1, b_1, c_1 liegen in derselben Verticallinie. Das Gleiche gilt für die

Punkte a_2, b_2, c_2 u. s. w. Der Druck des Gases ist aber für die drei Zustände a_1, b_1, c_1 verschieden. Der Druck, welcher b_1 entspricht, ist doppelt so gross als jener, welcher a_1 entspricht. Gilt daher die Isotherme a_1, a_2, a_3, a_4 für 0^0, so gilt die Isotherme b_1, b_2, b_3, b_4 für eine höhere Temperatur von der Beschaffenheit, dass das Gas bei constantem Volumen durch Erwärmung von 0^0 auf t^0 den doppelten Druck erreicht. Diese Temperatur ist 273^0. Ebenso wie der Druck in b_1 doppelt so gross als in a_1 ist, ist er auch in b_2 doppelt so gross als in a_2 u. s. w.

Es unterscheiden sich überhaupt zwei Punkte, welche in derselben Verticallinie liegen, also dem gleichen Volumen angehören, dadurch, dass der Punkt auf der Isotherme $b_1 \ldots b_4$ immer einen doppelt so grossen Druck darstellt, als der zugehörige Punkt auf der Isotherme $a_1 \ldots a_4$.

Fig. 265.



Die Isotherme $c_1\, c_2\, c_3\, c_4$ gehört zur Temperatur 546^0, weil der Druck in c_1 dreimal so gross ist als in a_1. Aus der Gleichung

$$p\,.\,v = p_0\,.\,v_0\,(1 + \alpha t)$$

folgt dies unmittelbar, wenn man

$$v = v_0$$
$$p = 3\,.\,p_0$$

setzt.

§. 143.

Fortsetzung. — Es ist nun früher, §. 72, angegeben, dass kein einziges Gas dem Gesetze von Boyle genau folgt, und dass die Ab-

weichungen von diesem Gesetze für die verschiedenen Gase verschieden gross sind, dass ferner die Abweichungen auch bei demselben Gase je nach dem Drucke und der Temperatur ihren Sinn ändern können. Betrachten wir z. B. die Kohlensäure, welche sehr genau von Andrews untersucht ist, zunächst für die Isotherme von 0°. Geht man von dem Drucke einer Atmosphäre aus, so wird das Product aus Druck und Volumen, welches nach dem Boyle'schen Gesetze constant sein sollte, zunächst mit wachsendem Drucke kleiner. Diese Abnahme des Productes $p \, . \, v$ dauert aber nur bis zu einem gewissen Drucke fort; bei noch grösserem Drucke nimmt das Product mit wachsendem Drucke wieder zu.

Die Isotherme der Kohlensäure wird also nicht mit der Isotherme des vorigen Paragraphen übereinstimmen; der Charakter beider Isothermen ist aber insofern der gleiche, als einer Abnahme des Volumens immer eine Zunahme des Druckes bei beiden Isothermen entspricht. Sobald aber der Druck der Kohlensäure die Grösse von 35,4 Atmosphären erreicht hat, wird der Charakter der Isotherme ein ganz anderer. Bei diesem Drucke tritt nämlich die Verdichtung der Kohlensäure zur Flüssigkeit ein. Comprimirt man die Kohlensäure auf ein kleineres Volumen, so erfolgt keine weitere Vermehrung des Druckes; vielmehr bleibt der Druck constant gleich 35,4 Atmosphären.

In Fig. 266 ist dies Verhalten der Kohlensäure durch die Linie $a_0 a_1 a_2 a_3$ graphisch dargestellt. Die horizontale Linie stellt das Volumen, die verticale den Druck dar; nur ist hier mit dem Drucke von 30 Atmosphären begonnen. In dem Zustande der Kohlensäure, der durch den Punkt a_0 repräsentirt wird, ist dieselbe ihrer ganzen Ausdehnung nach gasförmig. Comprimirt man die Säure, so wächst der Druck bis 35,4 Atmosphären, daher steigt die Isotherme von a_0 bis a_1 an. Eine weitere Compression bewirkt keine Steigerung des Druckes; vielmehr bleibt der Druck constant, bis die ganze Säure flüssig geworden ist. Die Isotherme wird daher auf dem Wege der weiter fortschreitenden Condensation der Volumaxe parallel; $a_1 a_2$ parallel Ov. Der Punkt a_2 stellt das Volumen der vollständig flüssigen Kohlensäure dar. Die flüssige Kohlensäure vermindert mit wachsendem Drucke ebenfalls ihr Volumen, indessen äusserst langsam. Das Stück $a_2 a_3$ der Isotherme gehört der flüssigen Kohlensäure an. Da das Volumen derselben mit wachsendem Drucke kleiner wird, so ist a_3 näher an die verticale Drucklinie Op als a_2, aber der Unterschied ist sehr gering, so das $a_2 a_3$ fast Op parallel ist.

Kurz zusammengefasst bringt also die Isotherme $a_0 a_1 a_2 a_3$, welche für 0° gilt, die Zustände der Kohlensäure in folgender Weise zur Anschauung.

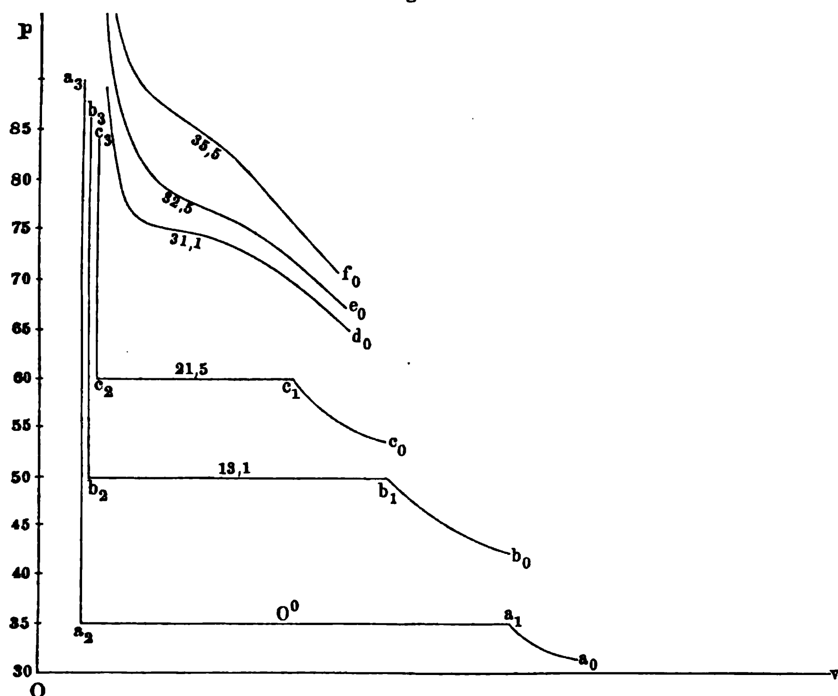
Bei a_0 ist die Säure gasförmig, und bleibt dies auch bis a_1.
„ a_1 ist der Beginn der Condensation; letztere schreitet fort bis a_2.
„ a_2 ist vollendete Condensation, die ganze Masse ist flüssig.
Von a_2 bis a_3 und weiter ist die Säure flüssig.

Die folgende Isotherme, Fig. 266, welche zu der Temperatur von 13,1° gehört, ist in ganz gleicher Weise aufzufassen. Bei b_1 beginnt die Condensation, bei b_2 ist sie vollendet. Man bemerkt aus der Vergleichung der beiden Isothermen 1) dass das Volumen, welches b_1 entspricht, kleiner als das Volumen von a_1, und 2) dass der Druck von b_1 grösser, als jener von a_1 ist. Es entspricht dies ganz den Verhältnissen, welche wir bei

den gesättigten Dämpfen besprochen haben: der Druck des gesättigten Dampfes wächst, das Volumen des gesättigten Dampfes nimmt dagegen ab mit wachsender Temperatur. Die Kohlensäure ist aber in a_1 und b_1 in dem Zustande eines gesättigten Dampfes, da sie gerade im Beginn ihrer Condensation steht.

Das Volumen von b_2 ist ferner grösser als jenes von a_2; oder das Volumen der flüssigen Kohlensäure nimmt mit wachsender Temperatur zu, wenn der Druck bei jeder Temperatur gleich dem Drucke des gesättigten Dampfes ist.

Fig. 266.



Die dritte Isotherme bezieht sich auf die Temperatur 21,5, auch hier ist das Volumen von c_1 kleiner als jenes von b_1, dasjenige von c_2 aber grösser als jenes von b_2.

Da das Volumen der Gewichtseinheit gesättigten Dampfes mit wachsender Temperatur kleiner wird, das Volumen der Flüssigkeit dagegen mit wachsender Temperatur wächst, so folgt, dass die Differenz zwischen dem Volumen des gesättigten Dampfes und der Flüssigkeit mit wachsender Temperatur kleiner wird. Es wird daher eine Temperatur existiren, bei welcher die gedachte Differenz gleich Null ist, bei welcher also das Volumen des gesättigten Dampfes dem Volumen der Flüssigkeit gleich geworden ist.

Der Zustand des Dampfes bei dieser Temperatur wird der kritische genannt; ebenso wird die Temperatur selbst die kritische Temperatur,

der Druck, den der gesättigte Dampf bei Annäherung an die kritische Temperatur besitzt, der kritische Druck, und das Volumen des gesättigten Dampfes bei der kritischen Temperatur und unter dem kritischen Drucke, das kritische Volumen genannt.

§. 144.

Nach den Untersuchungen von Andrews ist die kritische Temperatur der Kohlensäure 30,9⁰; der kritische Druck ist 73 Atmosphären. Erwärmt man nämlich die Kohlensäure bis zu dieser Temperatur und comprimirt man dieselbe, während die Temperatur constant gleich 30,9⁰ bleibt, indem man von einem kleinen Drucke ausgeht, so tritt mit jeder Verminderung des Volumens auch eine Druckvergrösserung ein, und es wird der Druck nie constant. Es verhält sich die Kohlensäure bei dieser Temperatur also ganz anders, als in tieferen Temperaturen, z. B. bei 0⁰. Denn bei 0⁰ wird der Druck für eine Strecke der Isotherme constant und zwar gleich 35,4 Atmosphären; d. h. es giebt auf der Isotherme für 0⁰ eine Strecke, auf welcher eine Verminderung des Volumens eintritt, ohne dass eine Drucksteigerung stattfindet. Ebenso finden sich auf allen Isothermen, welche Temperaturen angehören, die niedriger als die kritische Temperatur sind, solche Strecken.

Alle Isothermen hingegen, welche Temperaturen angehören, die gleich oder höher als die kritische Temperatur sind, zeigen mit abnehmendem Volumen auch immer einen wachsenden Druck. In der Fig. 266 sind die Isothermen der Kohlensäure für die Temperaturen 31,1⁰, 32,5⁰, 35,5⁰ gezeichnet. Ein Anblick derselben lehrt, dass sie kein geradliniges Stück besitzen, welches der Volumaxe parallel wäre.

Verfolgt man das Aussehen der Kohlensäure auf einer Isotherme, welche der kritischen oder einer höheren Temperatur angehört, so nimmt man keine Veränderung des Aggregatzustandes mehr wahr. Wie stark man auch den Druck vermehren möge, es bleibt die Kohlensäure immer in demselben Zustande, den man als den gasförmigen bezeichnet.

Man kann daher die kritische Temperatur auch so charakterisiren: Befindet sich ein Gas unterhalb seiner kritischen Temperatur, so ist es bei unveränderter Temperatur möglich, durch Druckvermehrung dasselbe zu einer Flüssigkeit zu condensiren; hat das Gas dagegen die kritische oder eine höhere Temperatur, so bleibt es auch bei dem grössten Drucke gasförmig und wird nicht flüssig. Man hat daher denselben Körper je nach der Temperatur als Gas oder als Dampf zu betrachten. Geht man davon aus, dass ein Körper dann als Dampf zu bezeichnen ist, wenn er ohne Temperaturänderung zu einer Flüssigkeit condensirt werden kann, so ist derselbe unterhalb seiner kritischen Temperatur ein Dampf, oberhalb derselben aber ein Gas. Es ist also die Temperatur das Bedingende dieser beiden Zustände.

Aus dem Vorhergehenden folgt ferner, dass der Uebergang aus dem gasförmigen in den flüssigen Zustand ein ganz continuirlicher ist. Denkt man sich z. B. Kohlensäure bei 0⁰ soweit comprimirt, dass die ganze Masse flüssig ist, so erfüllt sie den ihr zugewiesenen Raum ganz stetig und gleichmässig. Erwärmt man diese flüssige Kohlensäure ohne Aenderung

des Volumens bis über die kritische Temperatur, so wird sie gasförmig, denn oberhalb der kritischen Temperatur kann die Kohlensäure als Flüssigkeit nicht bestehen. Dieselbe Masse geht also bei dieser Erwärmung ohne Aenderung des Volumens aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand über.

Die Existenz einer kritischen Temperatur lässt die Ursache erkennen, weshalb man so lange Zeit hindurch vergeblich sich bemüht hat, eine Reihe von Gasen zu verdichten. Man hat die Versuche bei Temperaturen angestellt, die oberhalb der kritischen Temperatur lagen. Da ein Gas nur dann zu einer Flüssigkeit verdichtet werden kann, wenn seine Temperatur unterhalb der kritischen Temperatur sich befindet, und da ferner für einzelne Gase die kritische Temperatur sehr niedrig liegt, so kann man nur dann mit Aussicht auf Verdichtung die Compressionsversuche machen, wenn man im Stande ist, hinreichend tief liegende Temperaturen zu erreichen. Die kritische Temperatur der Luft liegt z. B. bei — 158°, während der kritische Druck 24,5 Atmosphären beträgt.

Umgekehrt liegt die kritische Temperatur der Substanzen, welche uns bei gewöhnlicher Temperatur als Flüssigkeiten erscheinen, sehr hoch. Die kritische Temperatur des Aethers ist 190°, und der kritische Druck 36,9 Atmosphären; die kritische Temperatur des Wassers ist nahezu 400°, der kritische Druck 278 Atmosphären.

§. 145.

Methoden zur Bestimmung des kritischen Zustandes. — Andrews[1]) wandte folgendes Verfahren an. Eine starkwandige, oben geschlossene, unten offene capillare Glasröhre, Fig. 267 (a. f. S.), wird mit dem zu untersuchenden Gase, z. B. Kohlensäure, gefüllt und mit dem offenen Ende in ein Quecksilbergefäss *aa* gesetzt; die Capillarröhre ist in ein ringförmiges Messingstück *bb* gekittet und wird durch dasselbe mit dem Quecksilbergefässe fest verbunden. Durch den Boden des Quecksilbergefässes führt eine Schraubenspindel *c*, welche durch Eindringen in das Quecksilber einen starken Druck hervorbringt, da das Quecksilber nur in die genannte Capillarröhre und in eine zweite Röhre (in der Figur nicht gezeichnet), welche mit Luft gefüllt in ähnlicher Weise befestigt ist, eindringen kann. Die mit Luft gefüllte Röhre dient zur Messung des Druckes, welcher aus der Compression der Luft abgeleitet wird. Zur Constanthaltung der Temperatur ist die Capillarröhre, welche das zu untersuchende Gas enthält, mit einem Glascylinder umgeben, durch welchen Wasser bekannter Temperatur hindurchfliesst.

Wie dieser Apparat zur Bestimmung des kritischen Zustandes dienen kann, ersieht man leicht. So lange die abgeschlossene Gasmasse durch Erhöhung des Druckes noch flüssig wird, ist die kritische Temperatur noch nicht erreicht. Man wird daher die Temperatur so lange langsam steigern, indem man für jede Temperatur den zugehörigen Druck bestimmt, bei welchem das Gas den flüssigen Zustand annimmt, bis man die Temperatur erreicht hat, bei welcher die Gasmasse auch bei wachsendem

---

[1]) Andrews, Pogg. Ann. Ergb. V. 1871.

Drucke keine Aenderung des Aggregatzustandes zeigt. Die so bestimmte Temperatur ist dann die kritische Temperatur. Der kritische Druck kann aus dem Versuche, welcher bei der kritischen Temperatur ausgeführt wurde, allein nicht abgeleitet werden. Kennt man aber die Spannung der gesättigten Dämpfe für niedrigere Temperaturen, so kann man den Druck ableiten, den diese gesättigten Dämpfe bei Annäherung an die kritische Temperatur besitzen; der so bestimmte Druck ist dann der kritische. Das Volumen des Gases bei der kritischen Temperatur und unter dem kritischen Drucke ist das kritische Volumen.

Fig. 267.

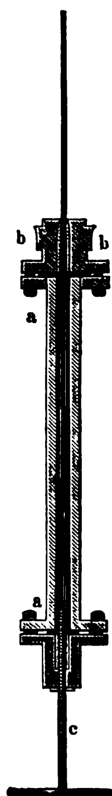


Fig. 268.



Caignard de la Tour benutzte einen Apparat, der in Fig. 268 abgebildet und der mit jenem übereinstimmt, welchen Bunsen zur Untersuchung des Einflusses des Druckes auf die Schmelztemperatur verwandt hat, §. 127. Ein U förmiges Rohr von starkem Glase ist an beiden Enden geschlossen und enthält in dem kurzen weiten Schenkel die zu untersuchende Substanz. Dieselbe ist durch Quecksilber von dem anderen engeren Schenkel, welcher Luft enthält, getrennt. Aus der Compression der Luft leitet sich der Druck für jede Temperatur ab. Während der Apparat von Andrews sich besonders für Gase eignet, dient der eben beschriebene Apparat nur für solche Substanzen, welche bei gewöhnlicher Temperatur flüssig sind. Je höher man die Temperatur steigert, um so grösser wird der Druck; sobald die kritische Temperatur erreicht ist, wird die ganze Flüssigkeit in Dampf verwandelt.

Nach demselben Princip, wie der Apparat von Caignard de la Tour, ist jener von Sajotschewsky construirt. Die Methode der Beobachtung ist aber eine andere und viel sicherere. Bestimmt man die Spannkraft der gesättigten Dämpfe der Flüssigkeit mit wachsender Temperatur, so ist dieselbe unabhängig von der Menge der in dem Apparate eingeschlossenen Flüssigkeit; denn die Spannkraft ist nur eine Function der Temperatur. Sobald aber die kritische Temperatur erreicht ist, hängt der Druck der abgeschlossenen Substanz, welche nicht mehr als Flüssigkeit existiren kann, auch von der Menge ab. Beobachtet man daher die Spannungscurve für verschiedene Mengen, so wird bis zur kritischen Temperatur eine Uebereinstimmung herrschen, bei höheren Temperaturen werden aber die Druckcurven auseinander gehen, und zwar wird der Apparat, in welchem die grössere Menge der Substanz sich befindet, auch den grösseren Druck zeigen. Aus der Vergleichung der beiden Spannungscurven findet man also sowohl die kritische Temperatur als auch den kritischen Druck.

In der folgenden Tabelle ist eine Reihe von kritischen Temperaturen und kritischen Drucken angegeben:

Substanz	Chemische Formel	Kritische Temperatur	Kritischer Druck, in Atmosphären
Aethylen	C_2H_4	9,2	58
Kohlensäure	CO_2	30,9	73
Stickoxydul	N_2O	36,4	73,07
Acetylen	C_2H_4	37,0	68
Chlorwasserstoff	HCl	51,25	86
Schwefeldioxyd	SO_2	155,4	78,9
Chloräthyl	C_2H_5Cl	182,5	52,6
Aether	$C_4H_{10}O$	190,0	36,9
Aceton	C_3H_6O	232,8	52,2
Chloroform	$CHCl_3$	260	54,9
Schwefelkohlenstoff . . .	CS_2	271,8	74,7
Chlorkohlenstoff	CCl_4	277,9	58,1
Benzol	C_6H_6	280,6	49,5

Die Substanzen sind nach ihren kritischen Temperaturen geordnet. Wie man sieht, sind die kritischen Drucke sehr verschieden, und es entspricht einer höheren kritischen Temperatur durchaus kein grösserer kritischer Druck oder umgekehrt.

§. 146.

Isothermen nach der Formel von van der Waals. — Wir haben früher, §. 101, gezeigt, dass die Beziehung zwischen Druck, Temperatur und Volumen eines Gases sich durch eine Formel darstellen lässt, welche von van der Waals herrührt. Diese Formel lautet:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \left(P_0 + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b)\,(1 + \alpha \,.\, t).$$

In derselben bedeutet

P resp. P_0 den Druck des Gases bei der Temperatur t^0 resp. 0^0;
V resp. V_0 das Volumen des Gases bei der Temperatur t^0 resp. 0^0;
α den Ausdehnungscoefficienten des Gases;
a, b constante Grössen, die von der Natur des Gases abhängen.

Setzt man in obiger Formel $a = b = 0$, so erhält man die Formel, welche das vereinigte Gesetz von Boyle und Gay-Lussac ausdrückt:

$$P \,.\, V = P_0 \,.\, V_0\,(1 + \alpha t).$$

Diese Formel ist für starke Drucke unbrauchbar, während die Formel von van der Waals auch bei stärkeren Drucken sowohl unterhalb als auch oberhalb der kritischen Temperatur die Beobachtungen wiedergiebt.
Man kann der obigen Formel eine einfachere Gestalt geben, wenn

man voraussetzt, dass Druck und Volumen bei 0^0 der Einheit gleich seien. Setzt man $P_0 = V_0 = 1$, so wird die Formel:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = (1 + a)(1 - b)(1 + \alpha t).$$

Ordnet man diese Gleichung nach V, so erhält man:

$$V^3 - V^2\left\{b + \frac{(1 + a)(1 - b)(1 + \alpha t)}{P}\right\} + V\frac{a}{P} - \frac{ab}{P} = 0 \;.\; \text{I)}$$

Man sieht daher, dass die Gleichung für V dritten Grades ist. Eine solche Gleichung hat nun entweder drei oder eine reelle Wurzel; wenn also Druck und Temperatur gegeben sind, sind entweder drei Volume möglich oder nur eins.

Ob das eine oder das andere eintritt, hängt von den Coefficienten der Gleichung ab, also in dem gegebenen Falle von den Werthen a, b, α, P und t.

Betrachten wir zunächst noch einmal eine Isotherme der Kohlensäure, z. B. jene für $13{,}1^0$ in Fig. 266. Für niedrige Drucke zeigt die Isotherme nur ein Volumen; mit wachsendem Drucke wird das Volumen kleiner, bis in b_1 der Anfang der Condensation sich zeigt. Von hier an bleibt mit abnehmendem Volumen der Druck (49 Atmosphären) so lange unverändert der gleiche, bis die ganze Masse flüssig geworden ist, d. h. bis b_2. Die Curve zeigt also bei der Temperatur $13{,}1^0$ und bei dem Drucke von 49 Atmosphären unendlich viele Volume, welche auf der Strecke b_1 bis b_2 liegen.

Setzt man in obiger Gleichung I) für t den Werth $13{,}1^0$ und für P den Werth ein, welcher 49 Atmosphären entspricht, so findet man drei verschiedene Werthe für V, die wir mit V_1, V_2, V_3 bezeichnen wollen. Der Werth V_1 entspricht dem Punkte b_1 (Fig. 269); V_1 stellt also das Volumen der Gewichtseinheit gesättigten Kohlensäuredampfes bei der Temperatur $13{,}1^0$ dar. V_2 entspricht dem Punkte b_2; V_2 stellt das Volumen der Gewichtseinheit flüssiger Kohlensäure unter dem Drucke von 49 Atmosphären bei der Temperatur $13{,}1^0$ dar. V_3 ist grösser als V_2, aber kleiner als V_1; V_3 entspricht also einem Punkte auf der Linie b_1 b_2; dieser Punkt sei b_3.

Lässt man in der Gleichung I) t constant gleich 13,1, nimmt man aber für P einen etwas grösseren Werth, so erhält man wieder drei Werthe für V, die in der Fig. 269 mit b_1', b_2', b_3' bezeichnet sind. Bestimmt man nun in gleicher Weise aus der Gleichung I) für $t = 13{,}1^0$ für jeden Druck die zugehörigen Volumina und zeichnet dieselben auf, so erhält man die Fig. 269, welche die Isotherme von $13{,}1^0$ nach der Gleichung I) darstellt.

Die gezeichnete Isotherme zeigt sofort, dass eine Parallele zur Volumaxe die Curve entweder nur in einem Punkte oder in drei Punkten schneidet, dass also bei unverändertem Drucke entweder nur eins oder drei Volume möglich sind. Die Curve zeigt ferner, dass für Drucke, die kleiner als AB, oder die grösser als CD sind, nur ein Volumen existirt.

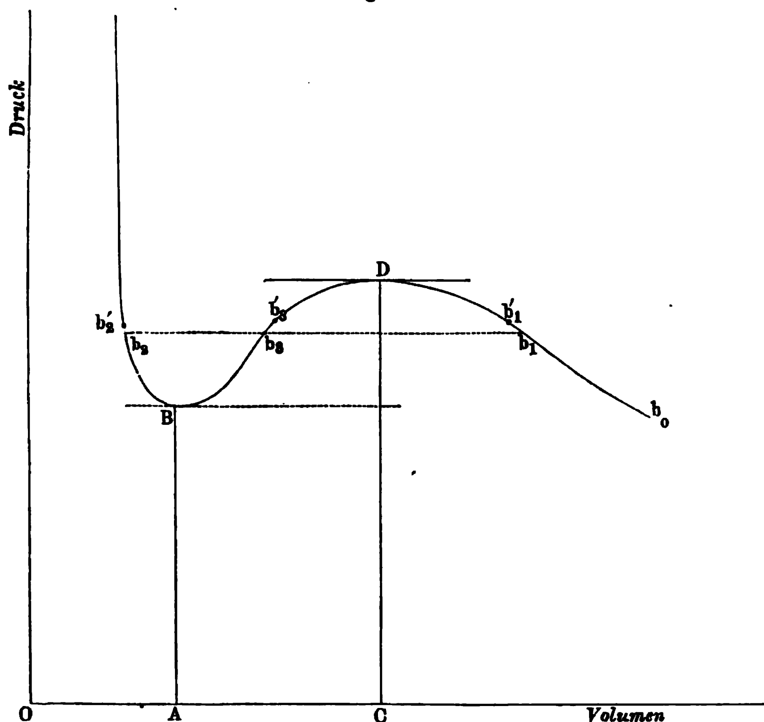
Betrachten wir zunächst das Volumen bei b_3. Wenn bei b_3 der Druck abnimmt, so nimmt das Volumen auch ab, denn die Isotherme schreitet von b_3 nach unten links fort. Die Kohlensäure ist also in b_3 im labilen

Gleichgewicht. Denn befindet sich die Kohlensäure in dem Zustande bei b_3, so wird eine geringe Druckverminderung genügen, um dieselbe ein immer kleineres Volumen annehmen zu lassen, bis dass sie das kleinere Flüssigkeitsvolumen b_2 erreicht hat.

Während die Volume b_1 und b_2 als Dampf resp. als Flüssigkeit wirklich existiren, ist für das Volumen b_3 nur eine theoretische Möglichkeit vorhanden.

In dem Theile b_2 B b_3 ist der Druck kleiner, als jener des gesättigten Dampfes, und in dem Theile b_3 D b_1 ist der Druck grösser. Beides ist möglich. Zunächst kann man luftfreie Flüssigkeiten bis über ihren

Fig. 269.



normalen Siedepunkt erwärmen, ohne dass dieselben kochen. Wir haben diese Erscheinung bei Besprechung des stossweisen Siedens näher dargelegt. In diesem Falle hat man Flüssigkeiten unter geringerem Drucke als jenem, welcher der Maximalspannung des gesättigten Dampfes bei der betreffenden Temperatur entspricht. Die Flüssigkeit verhält sich also dann, wie das Curvenstück b_2 B b_3 angiebt.

Der Theil der Curve $b_3 D b_1$ ist dadurch charakterisirt, dass der vom Dampfe ausgeübte Druck grösser ist, als der gewöhnliche Druck des gesättigten Dampfes. Es ist nun von W. Thomsen gezeigt, dass die Form der Oberfläche der Flüssigkeit einen Einfluss auf den Druck ausübt; in einem capillaren Rohre ist bei concaver Oberfläche die Spannung ge-

ringer, bei convexer Oberfläche dagegen grösser, als über einer Oberfläche, die eine ebene Fläche bildet. Es ist so wenigstens theoretisch die Möglichkeit gegeben, dass der Theil $b_2\ B\ b_3$ der Curve existirt.

§. 147.

Ableitung des kritischen Zustandes aus der Formel von van der Waals. — In dem vorigen Paragraphen ist gezeigt, dass die Formel von van der Waals für die Kohlensäure bei der Temperatur von 13,1⁰ eine Isotherme liefert, welche die Eigenschaft besitzt, dass sie innerhalb gewisser Drucke drei verschiedene Volume für jeden Druck liefert. Das grösste Volumen stellt das Volumen des gesättigten Dampfes, das kleinste das Volumen der flüssigen Kohlensäure dar. Diese beiden Werthe der Volume zeigen, wie im §. 143 angegeben, einen um so geringeren Unterschied, je höher die Temperatur wird, bis bei der kritischen Temperatur der fragliche Unterschied gleich Null wird.

Das dritte Volumen, welches die Formel von van der Waals liefert, fällt immer zwischen den beiden genannten Volumen, und daher sind bei der kritischen Temperatur die drei Volume, welche sich aus der Formel von van der Waals ergeben, einander gleich. Diese Thatsache giebt ein einfaches Mittel an die Hand, aus der genannten Formel Temperatur, Druck und Volumen im kritischen Zustande zu bestimmen. Man hat in der Gleichung

$$V^3 - V^2 \left\{ b + \frac{(1+a)(1-b)(1+\alpha t)}{P} \right\} + V \frac{a}{P} - \frac{ab}{P} = 0$$

die Coefficienten nur so zu bestimmen, dass man für V drei gleiche Wurzeln erhält. Wird diese Wurzel mit V_1 bezeichnet, so ist [1])

$$3\,V_1 = b + \frac{(1+a)(1-b)(1+\alpha t)}{P}$$

$$3\,V_1^2 = \frac{a}{P}$$

$$V_1^3 = \frac{ab}{P}.$$

---

[1]) Hat man die allgemeine Gleichung dritten Grades:

$$x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0,$$

und bezeichnet man die drei Wurzeln dieser Gleichung mit x_1, x_2, x_3, so ist

$$x_1 + x_2 + x_3 = -A$$
$$x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + x_3 \cdot x_1 = B$$
$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -C.$$

Sind die drei Wurzeln einander gleich, also $x_1 = x_2 = x_3$, so werden die vorigen Gleichungen

$$3\,x_1 = -A$$
$$3\,x_1^2 = B$$
$$x_1^3 = -C.$$

Von dieser Beziehung ist oben Gebrauch gemacht.

Aus diesen Gleichungen folgt:

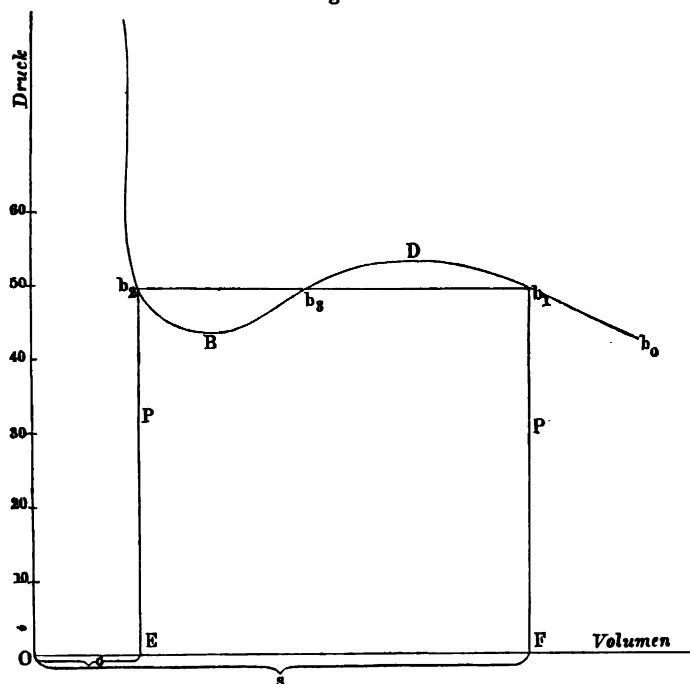
$$V_1 = 3b; \quad P = \frac{a}{27b^2}; \quad 1 + \alpha t = \frac{8}{27} \cdot \frac{a}{b(1+a)(1-b)}.$$

Die erste Gleichung giebt das kritische Volumen, die zweite den kritischen Druck an und die dritte Gleichung gestattet die kritische Temperatur zu berechnen. Sobald daher für eine Substanz die Grössen a und b bestimmt sind, gestattet die Formel von van der Waals die Bestimmungsgrössen des kritischen Zustandes zu berechnen.

§. 148.

Beziehung der Spannkraftscurven verschiedener Substanzen zu einander. — Da die Formel von van der Waals sowohl

Fig. 270.



für den gasförmigen als dampfförmigen Zustand (für den letzteren wenigstens in der Nähe des kritischen Zustandes) den Beobachtungen sich anschliesst, kann sie dazu dienen, eine einfache Beziehung zwischen den Spannkraftscurven verschiedener Substanzen aufzustellen.

Die theoretische Isotherme, welche aus der Formel von van der Waals sich ergiebt und welche in der Fig. 270 nochmals für Kohlensäure bei 13,1° durch $b_0\ b_1\ D\ b_3\ B\ b_2$ dargestellt ist, unterscheidet sich von der wirklichen Isotherme $b_0\ b_1\ b_3\ b_2$ dadurch, dass in letzterer eine gerade Linie $b_1\ b_2$

vorkommt, welche in der theoretischen Isotherme durch die krumme Linie $b_1\ D\ b_3\ B\ b_2$ vertreten ist. Diese beiden Stücke zeigen nun eine bestimmte Eigenschaft, welche von Maxwell und Clausius gefunden ist.

Denkt man sich nämlich den Dampf von b_1 auf der geraden Linie nach b_2 und dann auf der krummen Linie nach b_1 zurückgeführt, so hat derselbe einen vollständigen Kreisprocess beschrieben, bei dem im Ganzen weder Wärme zu- noch abgeführt ist. Folglich kann auch keine Arbeit von dem Dampfe geleistet sein. Während der Dampf aber von b_1 unter constantem Drucke P nach b_2 geht, wird sein Volumen von s (Volumen des gesättigten Dampfes) auf σ (Volumen der Flüssigkeit) vermindert. Es wird hierbei von Aussen eine Arbeit $P\,(s-\sigma)$ zu leisten sein. Diese Arbeit ist ausgedrückt durch das Rechteck $EFb_1\,b_2$, indem $EF=(s-\sigma)$ und $Eb_2=Fb_1=P$ ist. Wenn dann der Dampf von b_2 über B und D nach b_1 zurückkehrt, so wird sein Volumen von b_2 bis b_1 wachsen und daher wird hier der Dampf selbst eine Arbeit leisten. Während der Dampf diese Arbeit leistet, ist der Druck verschieden, wie die Curve angiebt; die Arbeit wird dargestellt durch die Fläche $EFb_1\ Db_3\,B\,b_2E$. Da nun im Ganzen der Dampf während des Kreisprocesses keine Arbeit leistet, so muss die Arbeit, welche auf dem Wege $b_1\ b_2$ dem Dampfe von Aussen geleistet wurde, gleich jener sein, welche der Dampf selbst auf dem Wege $b_2\ B\ D\ b_1$ leistet; oder die bezüglichen Flächenstücke müssen gleich sein:

$$EFb_1\,b_2\,E = EFb_1\,D\,b_3\,B\,b_2\,E.$$

Aus der Gleichheit dieser Flächentücke folgt dann direct die Gleichheit der folgenden Stücke:

$$b_2\,B\,b_3\,b_2 = b_3\,D\,b_1\,b_3.$$

Hieraus erkennt man, dass die theoretische Isotherme so liegt, dass sie ein ebenso grosses Flächenstück unterhalb wie oberhalb der Horizontalen, welche den gesättigten und theilweise condensirten Dampf darstellt, begrenzt.

Die Gleichung

$$EFb_1b_2E = EFb_1\ Db_3\ Bb_2E$$

lässt sich schreiben:

$$P\,.\,(s-\sigma) = \int_\sigma^s P\,.\,dv.$$

Aus der Gleichung von van der Waals

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) = (1+a)\,(1-b)\,(1+\alpha t) \quad . \quad . \quad \text{I)}$$

folgt nun

$$P = \frac{(1+a)\,(1-b)\,(1+\alpha t)}{V-b} - \frac{a}{V^2}.$$

Setzt man diesen Werth in das Integral $\int_\sigma^s P\,dv$ ein und integrirt, so erhält man

$$P\,(s-\sigma) = (1+a)\,(1-b)\,(1+\alpha t)\,log\,n\,\frac{s-b}{\sigma-b} + \frac{a}{s} - \frac{a}{\sigma} \quad \text{II)}$$

Für Druck, Volumen und Temperatur im kritischen Zustande mögen die Bezeichnungen

$$P_1;\ V_1;\ t_1$$

dienen. Nach dem vorigen Paragraphen ist dann

$$P_1 = \frac{a}{27\,b^2};\ V_1 = 3\,b;\ 1 + \alpha t_1 = \frac{8}{27} \cdot \frac{a}{b\,.\,(1+a)\,(1-b)} \qquad \text{III)}$$

Wenn nun der gesättigte Dampf bei einer beliebigen Temperatur t den Druck P und das Volumen s besitzt, während σ das Volumen des zur Flüssigkeit condensirten Dampfes darstellt, so lassen sich diese vier Grössen als Theile der entsprechenden Grössen im kritischen Zustande ausdrücken; es sei daher

$$P = \varepsilon\,.\,P_1;\quad s = \gamma_1\,.\,V_1;\quad \sigma = \gamma_2\,.\,V_1;\quad 1 + \alpha t = m(1 + \alpha t_1) \qquad \text{IV)}$$

wo immer $\varepsilon < 1$; $\gamma_1 > 1$; $\gamma_2 < 1$; $m < 1$ ist.

Setzt man in Gleichung I) für $V = s$ und dann für P, s und $(1 + \alpha t)$ die eben angegebenen Werthe ein, so erhält man:

$$\left(\varepsilon P_1 + \frac{a}{\gamma_1^2 V_2}\right)(\gamma_1 V_1 - b) = (1 + a)\,(1 - b)\,(1 + \alpha t_1)\,.\,m.$$

Aus dieser Gleichung erhält man durch Einführung der Werthe nach III):

$$\left(\varepsilon \frac{a}{27\,b^2} + \frac{a}{\gamma_1^2\,.\,9\,b^2}\right)(\gamma_1\,.\,3\,b - b) = (1+a)(1-b)\frac{8}{27}\,\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{(1+a)(1-b)},$$

welche sich reducirt auf die folgende:

$$\left(\varepsilon + \frac{3}{\gamma_1^2}\right)(3\,\gamma_1 - 1) = 8\,m \quad \ldots\ldots \quad \text{V a)}$$

Setzt man ebenso in Gleichung I) $P = \varepsilon P_1$; $V = \sigma = \gamma_2 V_1$; $(1 + \alpha t) = m(1 + \alpha t_1)$, so erhält man in gleicher Weise:

$$\left(\varepsilon + \frac{3}{\gamma_2^2}\right)(3\,\gamma_2 - 1) = 8\,m \quad \ldots\ldots \quad \text{V b)}$$

Führt man endlich in Gleichung II) die Werthe IV) ein, so erhält man

$$\varepsilon P_1 (\gamma_1 V_1 - \gamma_2 V_2) =$$
$$= (1 + a)\,(1 - b)\,(1 + \alpha t_1) m\,.\,log\,nat.\left(\frac{\gamma_1 V_1 - b}{\gamma_2 V_1 - b}\right) + \frac{a}{\gamma_1 V_1} - \frac{a}{\gamma_2 V_1}.$$

Durch Einführung der Werthe III) in diese Gleichung findet man:

$$(\gamma_1 - \gamma_2)\left\{\varepsilon + \frac{3}{\gamma_1\,.\,\gamma_2}\right\} = \frac{8}{3}\,m\,.\,log\,nat.\left(\frac{3\,\gamma_1 - 1}{3\,\gamma_2 - 1}\right) \quad . \quad \text{V c)}$$

Die drei Gleichungen V) enthalten nur die vier Grössen ε, γ_1, γ_2 und m. Durch Elimination von γ_1 und γ_2 findet man daher eine Beziehung zwischen ε und m, die kurz so

$$\varepsilon = f(m) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{VI)}$$

ausgedrückt werden möge.

Da die Gleichungen V) die Grössen a und b, welche für die verschiedenen Substanzen verschieden sind, nicht mehr enthalten, so enthält auch $\varepsilon = f(m)$ die Grössen a und b nicht. Die Function $f(m)$ ist also unabhängig von der Natur des Körpers.

Nun ist nach IV)

$$\varepsilon = \frac{P}{P_1} \text{ und } m = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_1} = \frac{\frac{1}{\alpha} + t}{\frac{1}{\alpha} + t_1} = \frac{T}{T_1}.$$

Hier bedeuten T und T_1 die absoluten Temperaturen (§. 102), welche von — 273 an gezählt sind; T_1 ist die absolute kritische Temperatur. Hiernach wird Gleichung VI):

$$\frac{P}{P_1} = f\left(\frac{T}{T_1}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{VI b)}$$

Da diese Gleichung, wie erwähnt, von der Natur des Körpers unabhängig ist, so folgt aus derselben:

Ist für verschiedene Körper die absolute Temperatur derselbe Theil der kritischen absoluten Temperatur, so ist auch der Druck des gesättigten Dampfes für dieselben ein gleich grosser Theil des kritischen Druckes.

Um diesen Satz zu erläutern, sei T_1, P_1 absolute kritische Temperatur, resp. kritischer Druck bei dem Körper 1, und die entsprechenden Grössen bei dem Körper 2 seien T_2 und P_2. Nimmt man nun eine beliebige absolute Temperatur τ_1 des Körpers 1, so ist diese ein bestimmter Bruchtheil von T_1; es sei $\tau_1 = m \,.\, T_1$. Für den Körper (2) findet man die zu τ_1 correspondirende Temperatur τ_2, wenn man $\tau_2 = m \,.\, T_2$ berechnet. Zu der Temperatur τ_1 gehört ein Druck p_1 des gesättigten Dampfes des Körpers 1; dieser Druck ist ein bestimmter Bruchtheil von dem kritischen Drucke P_1, es sei $p_1 = \varepsilon\, P_1$. Ferner gehört zu der Temperatur τ_2 auch bestimmter Druck des gesättigten Dampfes des Körpers 2, dieser Druck sei p_2. Der obige Satz sagt nun aus, dass $p_2 = \varepsilon\, P_2$ sei.

Der obige Satz lässt sich auch so ausdrücken. Die Dampfspannungen, welche zu correspondirenden absoluten Temperaturen zweier Körper gehören, stehen in einem constanten Verhältnisse, und zwar ist dies Verhältniss gleich jenem, welches zwischen den kritischen Drucken besteht. Zwei absolute Temperaturen sind correspondirend, wenn sie denselben Bruchtheil der absoluten kritischen Temperaturen darstellen.

Ein Beispiel möge dies erläutern:

	Kritischer Druck in Atmosphären	Kritische Temperatur	Absolute kritische Temperatur
Aether ($C_4H_{10}O$)	36,9	190^0	463^0
Schwefeldioxyd (SO_2) . .	78,9	$155,4^0$	$428,4^0$

Den absoluten Temperaturen von SO_2	correspondiren die absoluten Temperaturen von $C_4H_{10}O$	Druck in Atmosphären von		Verhältniss der Drucke
		SO_2	$C_4H_{10}O$	
428,4	463,0	78,9	36,9	2,14
423,0	457,1	71,45	33,7	2,12
413,0	446,3	60,00	28,4	2,11
403,0	435,5	49,97	23,5	2,13
393,0	424,7	41,56	19,4	2,14
383,0	413,9	33,95	16,0	2,12
373,0	403,1	27,82	12,8	2,17
363,0	392,3	22,47	10,2	2,20
353,0	381,5	18,09	8,0	2,26
343,0	370,7	14,31	6,3	2,27
333,0	359,9	11,09	4,8	2,30
323,0	349,1	8,43	3,6	2,34

In vorstehender Tabelle giebt die erste Reihe die Temperaturen von SO_2 in Abständen von 10^0 zu 10^0 an. Die zweite Reihe enthält die correspondirenden Temperaturen des Aethers. Um die correspondirende Temperatur zu 423^0 zu erhalten, hat man folgende Gleichung:

$$423 \cdot \frac{463,0}{428,4} = 457,1.$$

Man erkennt, dass die Temperaturen von $C_4H_{10}O$ um je 10,8 abnehmen, wenn die Temperaturen von SO_2 um 10^0 abnehmen; es ist nämlich

$$\frac{463,0}{428,4} \cdot 10 = 10,8.$$

Die dritte und vierte Reihe enthalten die Drucke der gesättigten Dämpfe von SO_2 und $C_4H_{10}O$, welche nach den Beobachtungen von Sajotschewsky den Temperaturen der beiden ersten Reihen zukommen. Nach dem oben angeführten Gesetze soll nun das Verhältniss dieser Drucke gleich sein; in der letzten Reihe ist das Verhältniss angegeben und man sieht, dass dasselbe mit abnehmender Temperatur zunächst bis zu der Temperatur von 373^0 für SO_2 nahezu gleich 2,14, dem Verhältniss der kritischen Drucke, ist. Das Gesetz wird also bis dahin bestätigt. Bei weiterer Temperaturabnahme nimmt aber das Verhältniss entschieden zu und erreicht den Maximalwerth 2,34.

Bei der absoluten Temperatur von $349,1^0$ hat der Aether nach der Tabelle den Druck von 3,6 Atmosphären; sollte bei dieser Temperatur der Druck des Aethers zu dem Drucke von SO_2 in demselben Verhältnisse wie bei der kritischen Temperatur stehen, so müsste er statt 3,6 den Druck von 3,9 Atmosphären zeigen.

Es ist nicht zu übersehen, dass die Werthe in der angegebenen Tabelle mit Beobachtungsfehlern behaftet sind (man kann diese durch eine Vergleichung der Drucke unter einander leicht nachweisen), und dass besonders eine etwas fehlerhafte Bestimmung der kritischen Temperatur und des kritischen Druckes einen grossen Einfluss ausüben muss.

In der folgenden Tabelle ist eine Vergleichung des Benzols und des Schwefeldioxyds durchgeführt.

Den absoluten Temperaturen von SO_2	correspondiren die absoluten Temperaturen von C_6H_6	Druck in Atmosphären von		Verhältniss der Drucke
		SO_2	C_6H_6	
428,4	553,6	78,9	49,5	1,59
413	533,7	60,00	38,6	1,55
403	520,8	49,97	32,7	1,53
393	507,9	41,56	27,0	1,54
383	494,9	33,95	22,1	1,54
373	482,0	27,82	17,8	1,56
363	469,1	22,47	14,4	1,56
353	456,2	18,09	11,7	1,55

Eine weitere Vergleichung lässt sich nicht durchführen, weil die Beobachtungen nicht weiter reichen. Obwohl in dem obigen Beispiele das Verhältniss der Drucke mit noch grösserer Annäherung constant bleibt, so lässt sich doch nicht behaupten, dass das fragliche Gesetz exacte Gültigkeit besitzt. Es ist vielmehr wahrscheinlich, dass dasselbe in grösserer Entfernung von der kritischen Temperatur Abweichungen zeigt, welche nicht durch Beobachtungsfehler erklärt werden können. Wir werden daher das Gesetz als ein solches betrachten müssen, welches noch einer Correction bedarf, deren Grösse aber in der Nähe der kritischen Temperatur nur gering ist. Jedenfalls ist das Gesetz als ein wichtiger Fortschritt in der Erkenntniss der Beziehungen der verschiedenen Spannkraftscurven anzusehen.

Es möge noch auf eine einfache Formulirung des besprochenen Gesetzes hingewiesen werden, welche sich auf die graphische Darstellung stützt:

Betrachtet man für jede Substanz ihre absolute kritische Temperatur als Einheit der Temperaturmessung und ihren kritischen Druck als Einheit des Druckes, so fallen die Spannkraftscurven der verschiedenen Substanzen zusammen.

§. 149.

Beziehung der Ausdehnung verschiedener Substanzen zu einander. — In dem vorigen Paragraphen ist aus den drei Gleichungen Va, Vb, Vc die Beziehung der Spannkraftscurven abgeleitet, indem durch Elimination von γ_1 und γ_2 die Grösse ε sich als Function von m ergab.

Denkt man sich jetzt aus den genannten Gleichungen zuerst γ_2 und ε eliminirt, so erhält man eine Beziehung zwischen γ_1 und m, die mit

$$\gamma_1 = f_1(m) \qquad \text{VII a)}$$

bezeichnet werden möge.

Eliminirt man dann statt γ_2 die Grösse γ_1, so erhält man eine Beziehung zwischen γ_2 und m, die durch

$$\gamma_2 = f_2(m) \qquad \text{VII b)}$$

dargestellt werde.

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$\gamma_1 - \gamma_2 = f_1(m) - f_2(m) = f_3(m) \qquad \text{VII c)}$$

Ebenso wie in Gleichung VI) die Function $f(m)$ unabhängig von der Natur des Körpers ist, so ist dies auch bei den obigen Functionen $f_1(m)$, $f_2(m)$ und $f_3(m)$ der Fall.

Da ferner nach den Gleichungen IV)

$$\gamma_1 = \frac{s}{V_1};\ \gamma_2 = \frac{\sigma}{V_1};\ m = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_1} = \frac{T}{T_1},$$

so erhält man aus den Gleichungen VII)

$$\frac{s}{V_1} = f_1\left(\frac{T}{T_1}\right);\ \frac{\sigma}{V_1} = f_2\left(\frac{T}{T_1}\right);\ \frac{s - \sigma}{V_1} = f_3\left(\frac{T}{T_1}\right). \qquad \text{VIII)}$$

Es stellt s das Volumen des gesättigten Dampfes, σ das Volumen der Flüssigkeit, beide bei der absoluten Temperatur T dar; endlich bezeichnet V_1 das kritische Volumen.

Da nun, wie erwähnt, die obigen Functionen unabhängig von der Natur des Körpers sind, so ergeben die Gleichungen den Satz: Ist bei verschiedenen Körpern die absolute Temperatur derselbe Bruchtheil der kritischen absoluten Temperatur, so ist auch das Volumen, sowohl das des gesättigten Dampfes, wie das der Flüssigkeit, ein gleich grosser Theil des kritischen Volumens.

Zur Erläuterung dieses Satzes werde angenommen, dass:

dem Körper (1) entspreche:

T_1 als kritische absolute Temperatur.

V_1 als kritisches Volumen.

Zur absoluten Temperatur t_1 gehöre das Volumen x_1 der Flüssigkeit; zur absoluten Temperatur t_2 das Volumen x_2.

dem Körper (2) entspreche:

T_2 als kritische absolute Temperatur.

V_2 als kritisches Volumen.

Der absoluten Temperatur t_1 correspondire die absolute Temperatur τ_1 des Körpers (2), zu dieser Temperatur gehöre das Volumen y_1 der Flüssigkeit. Aehnlich verhält sich τ_2 und y_2.

Es ist daher nach der Gleichung VIII):

$$\frac{x_1}{V_1} = f_2\left(\frac{t_1}{T_1}\right);\quad \frac{y_1}{V_2} = f_2\left(\frac{\tau_1}{T_2}\right)$$

$$\frac{x_2}{V_1} = f_2\left(\frac{t_2}{T_1}\right);\quad \frac{y_2}{V_2} = f_2\left(\frac{\tau_2}{T_2}\right).$$

Nun ist, da t_1 und τ_1 correspondirende Temperaturen sind, und ebenso t_2 und τ_2,

$$\frac{t_1}{T_1} = \frac{\tau_1}{T_2};\quad \frac{t_2}{T_1} = \frac{\tau_2}{T_2},$$

daher

$$\frac{x_1}{V_1} = \frac{y_1}{V_2};\quad \frac{x_2}{V_1} = \frac{y_2}{V_2}.$$

Hieraus

$$\frac{x_2 - x_1}{V_1} = \frac{y_2 - y_1}{V_2} \text{ oder } \frac{x_2 - x_1}{x_1} = \frac{y_2 - y_1}{y_1}. \quad . \quad . \quad \text{IX)}$$

Die Grösse $\frac{x_2 - x_1}{x_1}$ giebt die Volumvergrösserung des Körpers (1) für die Temperaturerhöhung von t_1^0 auf t_2^0, gemessen nach dem Volumen bei t_1^0 als Einheit. Die Grösse $\frac{y_2 - y_1}{y_1}$ giebt die Volumvergrösserung des Körpers (2) für die Temperaturerhöhung von τ_1^0 auf τ_2^0, gemessen nach dem Volumen bei τ_1^0 als Einheit. Diese beiden Grössen sind nach der letzten Gleichung gleich. Daher hat man den Satz: Die Volumvergrösserung ist für alle Körper die gleiche, wenn 1) die Erwärmung bei einer absoluten Temperatur beginnt, welche der kritischen absoluten Temperatur proportional ist, wenn man 2) die Körper um eine Anzahl Grade erwärmt, welche der kritischen absoluten Temperatur proportional ist, und wenn 3) die Volumvergrösserung nach der Einheit gemessen wird, welche das Volumen bei der Temperatur besitzt, von der die Erwärmung ausgeht. Dieser Satz ist zunächst für Flüssigkeiten abgeleitet, er gilt aber auch, wie man direct sieht, für gesättigte Dämpfe.

Zunächst möge eine Vergleichung von Aether und Benzol Platz finden.

Die kritische absolute Temperatur des Aethers ist $T_1 = 463^0$, des Benzols $553{,}6^0$.

Der absoluten Temperatur des Aethers	correspondirt die absolute Temperatur des Benzols
273 + 0	273 + 53,42
273 + 10	273 + 65,38
273 + 20	273 + 77,34

Nach Pierre wird die Ausdehnung des flüssigen Aethers bestimmt durch:

$$v_t = 1 + 0{,}0015130\,t + 0{,}00000236\,t^2 + 0{,}000000040\,t^3.$$

Nach Kopp hat man für die Ausdehnung des flüssigen Benzols:

$$v_t = 1 + 0{,}00117626\,t + 0{,}000001278\,t^2 + 0{,}000000002714\,t^3.$$

Berechnet man für das Intervall von 10^0 bei Aether und von $11{,}96^0$ bei Benzol die Ausdehnung, indem man von correspondirenden Temperaturen ausgeht, so erhält man

für Aether		für Benzol	
von 0° bis 10° . .	0,01541	0,01584 . .	von 53,42° bis 65,38°
„ 10 „ 20 . .	0,01613	0,01685 . .	„ 65,38 „ 77,34

Die beiden ersten Zahlen von Aether und Benzol zeigen eine Differenz von 0,00043, die beiden letzten von 0,00072. Es ist aber hierbei zu beachten, dass die von Pierre und Kopp untersuchten Präparate sehr wohl eine etwas andere kritische Temperatur haben können, wie oben angenommen wurde.

Nimmt man für Wasser die kritische absolute Temperatur zu 410° + 273° an, so correspondirt

0° bei Aether	mit 128°	bei Wasser
10 „ „	„ 142,75	„ „
20 „ „	„ 157,5	„ „

Nach den Versuchen von Hirn lässt sich die Ausdehnung des Wassers in diesem Intervall berechnen; man hat die Ausdehnung

für Aether		für Wasser	
von 0° bis 10° . .	0,01541	0,01407 . .	von 128° bis 142,75°
„ 10 „ 20 . .	0,01613	0,01520 . .	„ 142,75 „ 157,5

Auch hier tritt keine vollständige Uebereinstimmung ein.

Dividirt man die betrachteten Ausdehnungen durch die Anzahl Grade, für welche sie bestimmt, so erhält man die Ausdehnungscoefficienten in correspondirenden Zuständen.

Für den Körper (1) ist der Ausdehnungscoefficient:

$$\alpha_1 = \frac{x_2 - x_1}{x_1 (t_2 - t_1)},$$

für den Körper (2):

$$\alpha_2 = \frac{y_2 - y_1}{y_1 (\tau_2 - \tau_1)}.$$

Nun ist $(t_2 - t_1)$ und $(\tau_2 - \tau_1)$ der gleiche Bruchtheil der betreffenden kritischen absoluten Temperatur, daher:

$$t_2 - t_1 = n \, . \, T_1; \quad \tau_2 - \tau_1 = n \, . \, T_2.$$

Hierdurch wird:

$$\alpha_1 = \frac{x_2 - x_1}{x_1 n \, . \, T_1}; \quad \alpha_2 = \frac{y_2 - y_1}{y_1 \, . \, n \, . \, T_2}.$$

Mit Rücksicht auf Gleichung IX) wird daher:

$$\alpha_1 \, . \, T_1 = \alpha_2 \, . \, T_2 \quad \text{X)}$$

Diese Gleichung sagt aus: Das Product aus dem Ausdehnungscoefficienten der einzelnen Körper in correspondirenden Zuständen und aus den kritischen absoluten Temperaturen ist für alle Körper gleich.

Die Gleichung X) ist übrigens nur eine andere Form der Gleichung IX); daher ist auch nicht nöthig, dieselbe weiter zu verificiren.

Aus der Gleichung VII):

$$\gamma_1 - \gamma_2 = f_3 (m)$$

lässt sich eine weitere Beziehung ableiten. Nach den Gleichungen IV) ist

$$\gamma_1 = \frac{s}{V_1}; \quad \gamma_2 = \frac{\sigma}{V_1},$$

wo s das Dampf-, σ das Flüssigkeitsvolumen und V_1 das kritische Volumen darstellt. Als Einheit für das Volumen gilt hierbei jenes, welches der Körper bei 0° und unter dem Drucke von 760 mm einnimmt. In diesem Falle ist $V_1 = 3b$. Nimmt man jetzt als Einheit des Volumens 1 cbm und nimmt man ferner als Gewichtseinheit 1 kg, so möge 1 kg des Körpers bei 0° und 760 mm Druck das Volumen δ haben. Dann ist

$$V_1 = 3b \,.\, \delta.$$

Wir erhalten daher:

$$\gamma_1 = \frac{s_1}{3b\delta}; \quad \gamma_2 = \frac{\sigma_1}{3b\delta}$$

und Gleichung VII) wird

$$\frac{s_1 - \sigma_1}{3b\delta} = f_3(m).$$

Es stellt hier s_1 das Dampf-, σ_1 das Flüssigkeitsvolumen der Gewichtseinheit des Körpers dar; diese Volume nennt man **specifische** Volume und bezeichnet die Differenz $(s_1 - \sigma_1)$ gewöhnlich mit u. Da ferner die Grösse δ dem Moleculargewichte μ umgekehrt proportional ist, so hat man:

$$\delta = \frac{1}{\mu} \cdot c,$$

wo c eine Constante bezeichnet, die von der Natur des Körpers unabhängig ist. Die obige Gleichung geht daher über in die folgende:

$$\frac{u \,.\, \mu}{3 \,.\, b \,.\, c} = f_3(m).$$

Endlich ist b gleich $4b_1$, wo b_1 das Gesammtvolumen der Molecüle darstellt; daher

$$\frac{u \,.\, \mu}{12 \,.\, b_1 \,.\, c} = f_3(m)$$

oder

$$\frac{u \,.\, \mu}{b_1} = 12 \,.\, c \,.\, f_3(m) = f_4(m) = f_4\left(\frac{T}{T_1}\right) \quad \ldots \quad \text{XI)}$$

Diese Gleichung sagt aus: **Die Differenz zwischen dem specifischen Dampf- und Flüssigkeitsvolumen, multiplicirt mit dem Moleculargewichte und dividirt durch das Volumen der Molecüle, ist bei correspondirenden Temperaturen für alle Körper dieselbe.**

Um zu untersuchen, in wie weit die Gleichung XI) mit den Beobachtungen übereinstimmt, sind im Folgenden einige Werthe zusammengestellt. Die Werthe von u sind den Tabellen von Zeuner[1]) entnommen. Die Werthe von $b_1 = \frac{b}{4}$ lassen sich aus den bekannten Werthen des kritischen Druckes und der kritischen Temperatur berechnen. Aus

[1]) Zeuner, Mechanische Wärmetheorie.

$$P_1 = \frac{a}{27 b^2}$$

$$1 + \alpha . t_1 = \frac{8}{27} \frac{a}{b(1 + a)(1 - b)}$$

folgt

$$b = \frac{(1 + \alpha t_1)(1 + a)(1 - b)}{8 . P_1},$$

wofür man mit grosser Annäherung setzen kann:

$$b = \frac{1 + \alpha t_1}{8 . P_1}.$$

In der folgenden Tabelle sind die Werthe für Aether, Aceton, Chloroform, Schwefelkohlenstoff und Chlorkohlenstoff angegeben.

	Correspondirende Temperaturen t	Differenz der specifischen Volume bei t^0 u	Moleculargewicht μ	Volumen der Molecüle b_1	$\frac{u . \mu}{b_1}$
Aether	70,0⁰	0,119	74	0,00144	6115
Aceton	101,7	0,130	58	0,00111	6793
Chloroform	121,9	0,0485	119,5	0,00111	5221
Schwefelkohlenstoff .	130,6	0,0437	76	0,00084	4055
Chlorkohlenstoff . .	135,1	0,0434	154	0,00109	6131

Die letzte Verticalreihe sollte nach Gleichung XI) übereinstimmende Werthe liefern; man sieht, dass die beiden Werthe von Chloroform und Schwefelkohlenstoff stark abweichen, während die drei übrigen Werthe näher bei einander liegen. van der Waals macht darauf aufmerksam, dass die Werthe von b resp. b_1 nothwendig mit einer nicht geringen Unsicherheit behaftet sind. Um unabhängig von diesen Werthen eine Untersuchung anzustellen, kann man die Gleichung XI) für zwei Körper so schreiben:

$$\frac{u . \mu}{b_1} = \frac{u' \mu'}{b_1'}$$

oder

$$\frac{u}{u'} = \frac{\mu'}{\mu} . \frac{b_1}{b_1'}.$$

Da die rechte Seite dieser Gleichung unabhängig von der Temperatur ist, so muss es auch die linke sein, oder: das Verhältniss $\frac{u}{u'}$, bei correspondirenden Temperaturen genommen, muss von der Temperatur unabhängig sein.

In der folgenden Zusammenstellung sind für Aceton und Aether einige Angaben gemacht.

Aceton		Aether		$\frac{u}{u'}$
Temperatur	u	Temperatur	u'	
25,2⁰	1,45	0⁰	1,272	1,14
36,2	0,959	10	0,839	1,14
47,1	0,645	20	0,571	1,13
58,4	0,451	30	0,398	1,13
68,9	0,320	40	0,285	1,12
79,8	0,232	50	0,209	1,11
90,8	0,172	60	0,156	1,10

Die Werthe von $\frac{u}{u'}$ zeigen nur eine geringe Abnahme (4 Procent). Führt man die gleiche Rechnung für Chloroform durch, so erhält man grössere Unterschiede, wie die folgende Tabelle zeigt.

Temperatur	41,3	52,8	64,3	75,8	87,3	98,8	110,3
u	0,437	0,290	0,202	0,145	0,106	0,0793	0,0607
$\frac{u'}{u}$	2,91	2,88	2,83	2,74	2,69	2,64	2,57

Bei der Bildung von $\frac{u'}{u}$ sind die oben angegebenen Werthe u' des Aethers benutzt. Man sieht, dass hier die Werthe von $\frac{u'}{u}$, welche nach der Gleichung XI) constant sein sollten, um mehr als 10 Procent abnehmen. Wenn nun auch die Gleichung XI) durch die vorliegende Vergleichung nicht bestätigt wird, so trifft dieselbe doch mit einer gewissen Annäherung zu; es muss späterer Untersuchung überlassen bleiben, ob die Differenzen in den Beobachtungen liegen, oder ob die Gleichung XI) einer Correction bedarf.

§. 150.

Die Dichte der gesättigten Dämpfe im kritischen Zustande. — Es ist schon im §. 138 bemerkt, dass die Dichte der gesättigten Dämpfe mit wachsender Temperatur wächst. Würden die gesättigten Dämpfe sich in Bezug auf Druck- und Temperaturänderung gerade so verhalten wie Luft, so würde die Dampfdichte der gesättigten Dämpfe constant, also unabhängig von Druck und Temperatur sein. In diesem Falle könnte man das vereinigte Gesetz von Boyle und Gay-Lussac auch für die Dämpfe als gültig annehmen; man hätte dann

$$P \,.\, V = P_0 \,.\, V_0 (1 + \alpha t),$$

oder wenn man $P_0 = V_0 = 1$ setzt,

$$P \,.\, V = (1 + \alpha t,$$

und daraus

$$\frac{1}{V} = \frac{P}{(1 + \alpha t)}.$$

Nach der Formel von van der Waals haben wir statt der Gesetze von Boyle und Gay-Lussac die folgende Beziehung:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = (1 + a)(1 - b)(1 + \alpha t).$$

Setzt man hierin für V, P und t die kritischen Werthe V_1, P_1, t_1 und eliminirt man die Grössen a_1 und b mittelst der Gleichungen:

$$V_1 = 3b; \qquad \text{oder} \quad b = \frac{V_1}{3}$$

$$P_1 = \frac{a}{27 b^2}; \qquad \text{„} \quad a = 3 \,.\, P_1 \,.\, V_1^2,$$

so erhält man

$$\frac{8}{3} P_1 V_1 = (1 + 3 P_1 V_1^2)\left(1 - \frac{V_1}{3}\right)(1 + \alpha t_1).$$

Da V_1 gegenüber 1 immer sehr klein ist, so kann man angenähert

$$(1 + 3 P_1 V_1^2)\left(1 - \frac{V_1}{3}\right) = 1$$

setzen; dann geht die vorige Gleichung über in

$$\frac{8}{3} P_1 V_1 = (1 + \alpha t_1)$$

oder

$$\frac{1}{V_1} = \frac{8}{3} \cdot \frac{P_1}{1 + \alpha t_1}.$$

Man sieht daher, dass $\frac{1}{V_1}$ sehr nahe $\frac{8}{3}$ mal so gross ist, als der Werth, den das Gesetz von Boyle und Gay-Lussac liefert. Da nun $\frac{1}{V_1}$ der Dichte proportional und die letzte Gleichung unabhängig von der Art des Körpers ist, so hat man den Satz:

Die Dampfdichte beim kritischen Punkte ist für alle Körper $\frac{8}{3}$ mal so gross, als sie sein würde, wenn bis dahin das Gesetz von Boyle und Gay-Lussac Geltung hätte.

Es sind noch keine genauen Volumbestimmungen bei der kritischen Temperatur gemacht, so dass sich der obige Satz noch nicht prüfen lässt.

§. 151.

Beziehung der Verdampfungswärmen verschiedener Körper zu einander. — Die Verdampfungswärme eines Körpers stellt nach §. 139 die V r, welche nothwendig ist, um die Gewichts-

einheit einer Flüssigkeit ohne Temperaturerhöhung in Dampf zu verwandeln. Die Verdampfungswärme leistet eine doppelte Arbeit, eine innere zur Ueberwindung der Cohäsionskräfte und eine äussere zur Zurückdrängung des Druckes, der auf der Flüssigkeit lastet, nach Maassgabe der Volumvergrösserung des Dampfes gegenüber der Flüssigkeit. Wir sahen schon früher, dass die Verdampfungswärme mit wachsender Temperatur abnimmt, und es wird daher eine Temperatur existiren, bei der die Verdampfungswärme zu Null wird. Diese Temperatur ist kritische. Bei derselben ist die Differenz des specifischen Dampf- und Flüssigkeitsvolumens, oder die Grösse u, gleich Null. Eine äussere Arbeit ist also bei der kritischen Temperatur während der Verdampfung nicht zu leisten, weil keine Volumvergrösserung eintritt. Es ist aber auch keine innere Arbeit zu leisten, weil die Cohäsionskräfte durch die Erwärmung bis zur kritischen Temperatur schon so weit überwunden sind, dass der dampfförmige Zustand ohne eine weitere Verminderung der Cohäsionskräfte eintritt. Die Verdampfungswärme ist experimentell nicht bis nahe an den kritischen Punkt untersucht, und daher können die empirischen Formeln, welche die Verdampfungswärmen darstellen, auch nicht ohne Weiteres für die anderweitig bestimmte kritische Temperatur angewandt werden.

Die Formel von van der Waals und die Gesetze, welche sich aus dieser Formel ableiten lassen, gestatten aber eine Beziehung zwischen den Verdampfungswärmen verschiedener Substanzen aufzustellen. Nach der mechanischen Wärmetheorie wird die Verdampfungswärme r durch

$$r = A \cdot T \cdot u \cdot \frac{dP}{dT}$$

dargestellt. Hier bedeutet $A = \frac{1}{424}$ das Aequivalent, T die absolute Temperatur, u die Differenz des specifischen Dampf- und Flüssigkeitsvolumens, P den Druck des gesättigten Dampfes bei der Temperatur T; dP stellt die Vermehrung des Druckes dar, wenn die Temperatur um dT wächst.

Aus obiger Gleichung folgt:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{r}{A \,.\, T \,.\, u}.$$

Setzt man nun in dieser Gleichung, entsprechend den Gleichungen IV), §. 148:

$$P = \varepsilon P_1; \quad T = m \,.\, T_1;$$

und nach Gleichung XI), §. 149:

$$u = f_3(m) \cdot \frac{b \,.\, 3c}{\mu},$$

so wird dieselbe:

$$\frac{d\varepsilon}{dm} \cdot \frac{P_1}{T_1} = \frac{r \,.\, \mu}{A \,.\, m \,.\, T_1 \,.\, b \,.\, 3c \,.\, f_3(m)}$$

oder

$$\frac{d\varepsilon}{dm} = \frac{r \,.\, \mu}{T_1} \cdot \frac{T_1}{P_1 \,.\, b \,.\, A \,.\, m \,.\, 3c \,.\, f_3(m)}.$$

Nun ist

$$1 + \alpha t_1 = \alpha T_1 = \frac{8}{27}\frac{a}{b\,.\,(1+a)(1-b)}$$

$$P_1 = \frac{a}{27\,.\,b^2}.$$

Daher ist

$$\frac{T_1}{P_1\,.\,b} = \frac{8}{\alpha(1+a)(1-b)},$$

wofür man mit grosser Annäherung setzen kann:

$$\frac{T_1}{P_1\,.\,b} = \frac{8}{\alpha}.$$

Mit diesem Werthe erhält man

$$\frac{d\varepsilon}{dm} = \frac{r\,.\,\mu}{T_1}\cdot\frac{8}{\alpha\,.\,A\,.\,m\,.\,3c\,.\,f_3(m)}.$$

Nun enthält der Ausdruck

$$\frac{8}{\alpha\,.\,A\,.\,m\,.\,3c\,.\,f_3(m)}$$

nichts, was von der Natur des Körpers bedingt ist. Ebenso ist $\frac{d\varepsilon}{dm}$ unabhängig von der Natur des Körpers, weil nach Gleichung VI), §. 148

$$\varepsilon = f(m)$$

von der Natur des Körpers nicht abhängt.

Hieraus folgt, dass auch $\frac{r\,.\,\mu}{T_1}$ von der Natur des Körpers unabhängig ist; daher

$$\frac{r\,.\,\mu}{T_1} = f_5 m) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{XII)}$$

oder in Worten: **Die Verdampfungswärme bei correspondirenden Temperaturen, multiplicirt mit dem Moleculargewichte und dividirt durch die absolute kritische Temperatur, ist für alle Körper gleich gross.**

In der folgenden Zusammenstellung findet man die gleichen Flüssigkeiten, welche schon in §. 149 angeführt sind.

	Absolute kritische Temperatur T_1	Correspondirende Temperaturen t	Verdampfungswärmen r, entsprechend t^0	Moleculargewicht μ	$\frac{r\,.\,\mu}{T_1}$
Aether	463⁰	70,0⁰	84,3	74	13,5
Aceton	505,8⁰	101,7	116,9	58	13,4
Chloroform . . .	533,0	121,9	54,7	119,5	12,2
Schwefelkohlenstoff	544,8	130,6	69,9	76	9,7
Chlorkohlenstoff .	550,9	135,1	40,2	154	11,2

Wie man sieht, weicht auch hier Schwefelkohlenstoff bedeutend von den übrigen Werthen ab. Die Gleichung XII) lässt sich für zwei Körper so schreiben:

$$\frac{r \cdot \mu}{T_1} = \frac{r' \cdot \mu}{T'_1}$$

oder

$$\frac{r}{r'} = \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{T_1}{T'_1} \quad \dots \dots \dots \quad \text{XII a)}$$

Da die rechte Seite der Gleichung von der Temperatur unabhängig ist, so muss es auch die linke sein, oder: das Verhältniss der Verdampfungswärmen zweier Körper, bei correspondirenden Temperaturen genommen, ist constant.

Die folgende Tabelle giebt einige Werthe für Aceton und Aether.

Aceton		Aether		
Temperatur	Verdampfungswärme r	Temperatur	Verdampfungswärme r'	$\frac{r}{r'}$
25,2	136,4	0	94,0	1,45
36,2	134,3	10	93,1	1,44
47,1	131,9	20	92,1	1,43
58,0	129,3	30	90,9	1,42
68,9	126,5	40	89,5	1,41
79,8	123,4	50	87,9	1,40
90,8	120,3	60	86,2	1,39

Die letzte Reihe zeigt, dass das Verhältniss $\frac{r}{r'}$ nicht vollständig constant ist, wie es die Gleichung XII_a verlangt, sondern langsam mit wachsender Temperatur abnimmt.

Ueberblickt man die Resultate der letzten Paragraphen, welche den Entwickelungen von van der Waals gewidmet sind, so erkennt man, dass die aufgestellten Sätze nirgends vollständig mit den Beobachtungen übereinstimmen. Wenn nun auch nicht zu verkennen ist, dass die Beobachtungen selbst, besonders was den kritischen Druck und die kritische Temperatur angeht, noch nicht überall eine genügende Sicherheit darbieten, so wird man die Ursache der gedachten Nichtübereinstimmung doch nicht hierin allein finden wollen; vielmehr sind die von van der Waals aufgestellten Sätze selbst nicht vollkommen der Wahrheit entsprechend, sondern geben nur eine Annäherung, die je nach den Substanzen, auf welche die Sätze angewandt werden, mehr oder weniger gross ist. Da die bezüglichen Sätze aus der Formel von van der Waals abgeleitet sind, so wird diese Formel noch einer Correction bedürfen, um vollständig mit der Erfahrung übereinzustimmen. Trotz dieses Mangels, welcher jetzt noch der Formel anhaftet, wird man dieselbe doch als einen

grossen Fortschritt betrachten, der sich besonders durch die Fruchtbarkeit der Consequenzen, welche sich aus der Formel ableiten liessen, bekundet hat.

§. 152.

Hygrometrie. — Die atmosphärische Luft enthält in Folge der Verdunstung des Wassers zu jeder Zeit Wasserdampf. Die Menge desselben ist an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten sehr verschieden; die Aufgabe der Hygrometrie besteht darin, diese Menge zu bestimmen.

Nach Regnault ist die Spannkraft des Wasserdampfes in der Luft fast genau gleich der Spannkraft des Dampfes bei gleicher Temperatur im leeren Raume und daher kann man die Menge des in einem bestimmten Luftquantum vorhandenen Wasserdampfes bestimmen, sobald man die Spannung des Dampfes ermittelt.

Die Luft ist nun fast nie mit Wasserdampf vollständig gesättigt, d. h. die Spannkraft des in der Luft vorhandenen Dampfes ist fast nie so gross, wie die Spannung des gesättigten Wasserdampfes bei gleicher Temperatur sein würde. Beträgt die Spannkraft des gesättigten Dampfes bei der Temperatur t^0 P mm, und enthält die Luft von der Temperatur t^0 Wasserdämpfe, deren Spannung p mm ist, so bezeichnet man den Quotienten $\frac{p}{P}$ als relative Feuchtigkeit, oder nennt $\frac{p}{P} \cdot 100$ den Procentgehalt der Luft an Wasserdampf, während p selbst als absolute Feuchtigkeit bezeichnet wird.

Die Grösse $\frac{p}{P}$ giebt auch das Gewichtsverhältniss des wirklich vorhandenen Wasserdampfes zu dem Wasserdampfe an, welcher im Maximum bei der betreffenden Temperatur vorhanden sein könnte. Denn 1 ccm Wasserdampf, welches bei der Temperatur t den Druck von p mm besitzt, wiegt, wenn man das Boyle-Gay-Lussac'sche Gesetz als richtig ansieht,

$$a = 0{,}623 \cdot \frac{0{,}001293}{1 + \alpha t} \cdot \frac{p}{760} \text{ Gramm.}$$

Bei der gleichen Temperatur wiegt 1 ccm Wasserdampf, welches den Druck P ausübt:

$$A = 0{,}623 \cdot \frac{0{,}001293}{1 + \alpha \,.\, t} \cdot \frac{P}{760},$$

daher

$$\frac{p}{P} = \frac{a}{A}.$$

Aus dem Obigen folgt, dass die relative Feuchtigkeit sich vermindert, wenn bei constanter absoluter Feuchtigkeit die Temperatur erhöht wird; denn in dem Ausdrucke $\frac{p}{P}$ wächst alsdann bei constantem p die Grösse P,

so dass der Quotient $\frac{p}{P}$ abnimmt. Nimmt dagegen die Temperatur ab, so wächst bei constantem p die relative Feuchtigkeit, weil P abnimmt.

Senkt sich die Temperatur so weit, dass $P = p$ wird, so ist die Luft mit Wasserdampf gesättigt. Diese Temperatur, bei welcher eine Sättigung der Luft mit Wasserdampf eintritt, nennt man den Thaupunkt der Luft; die geringste weitere Abkühlung bewirkt eine Condensation des in der Luft vorhandenen Wasserdampfes zu Wasser.

§. 153.

Absorptionshygrometer. — Ein directes und zugleich sehr scharfes Messverfahren der Luftfeuchtigkeit beruht auf dem Vermögen verschiedener Substanzen, der Luft, mit welcher sie in Berührung kommen, alle Feuchtigkeit zu entziehen. Mit Hülfe des Aspirators lässt man nach Brunner ein bestimmtes Volumen atmosphärischer Luft durch ein Glasrohr gehen, welches mit Chlorcalciumstücken, oder mit durch concentrirte Schwefelsäure befeuchtetem Bimsstein gefüllt ist. Der Gewichtsunterschied des Glasrohres vor und nach dem Versuche bestimmt das Gewicht des absorbirten Dampfes, welcher in dem durch den Aspirator gemessenen Luftquantum enthalten war. Aus diesem Gewichte lässt sich dann nach der Gleichung des vorigen Paragraphen die Spannung p und die relative Feuchtigkeit ableiten, sobald man die Spannkraftstabelle des Wasserdampfes zu Hülfe nimmt. Diese Methode Brunner's ist zwar sehr genau aber auch so zeitraubend, dass man sie fast nur bei Fundamentalversuchen zur Vergleichung mit anderen Apparaten anwendet.

Rüdorff hat in neuerer Zeit ein Absorptionshygrometer angegeben, welches ohne grossen Zeitaufwand auch gute Resultate giebt [1]). Die Flasche g (Fig. 270) enthält drei Oeffnungen, in welche Schliffstücke passen. Die rechts liegende Oeffnung trägt ein Glasrohr, welches fast bis auf den Boden des Gefässes reicht und durch einen Hahn s verschliessbar ist. Die mittlere Oeffnung trägt eine Hahnbürette P, welche in $^1/_{10}$ ccm getheilt ist. Die links gelegene Oeffnung trägt das Manometer M und den Hahn t, welcher doppelt durchbohrt ist. Das Manometer wird mit verdünnter Schwefelsäure vom specifischen Gewicht 1,300 gefüllt. Diese Verdünnung zieht bei gewöhnlicher Temperatur weder Wasserdampf aus der Luft an, noch auch verdampft Wasser aus derselben.

Nachdem der Apparat mit der zu untersuchenden Luft gefüllt ist und die Temperatur der Umgebung angenommen hat, wird der Hahn t so gestellt, dass er mit g in Verbindung ist und der Hahn s geschlossen. Lässt man dann durch Drehung des Hahnes r vorsichtig etwas Schwefelsäure in das Gefäss g fliessen, so wird der Wasserdampf der in g enthaltenen Luft absorbirt und der Druck im Innern von g erscheint vermindert, wie das Manometer M angiebt. Man lässt dann so viel Schwefelsäure nachfliessen, bis das Manometer in beiden Säulen gleich hoch steht. Es ist jetzt der absorbirte Wasserdampf durch ein gleiches Volumen Schwefelsäure ersetzt. Kennt man daher das Volumen des Apparates und das Volumen der ein-

[1]) Berichte der deutschen chem. Gesellschaft, Berlin 1880.

getretenen Schwefelsäure, so erhält man die Menge des gesuchten Wasserdampfes in Volumprocenten.

Der Apparat von Rüdorff hatte einen Inhalt von 965 ccm. Bei einem Versuche waren 11,5 ccm Schwefelsäure eingelassen. Folglich waren in der Luft $\frac{11,5 \,.\, 100}{965} = 1,19$ Proc. Wasserdampf enthalten. Um hieraus den Druck des Dampfes in Millimetern zu berechnen, braucht man nur den Barometerstand zu kennen, unter dem die Luft in g abgeschlossen wurde; sei derselbe gleich 750 mm. Es ist dann der Druck des Wasserdampfes in der Luft gleich $\frac{1,19 \,.\, 750}{100} = 8,92$ mm.

Fig. 271.



Bezeichnet man daher das Volumen des Gefässes g mit V, das Volumen der eingetretenen Schwefelsäure mit v, den Barometerstand mit b, so ist der Druck p des Wasserdampfes gleich

$$p = \frac{v \,.\, b}{V}.$$

Um den Apparat nach dem Gebrauche zu reinigen, entleert man denselben und spült ihn dann mit Alkohol und darauf mit entwässertem Aether aus. Zur Füllung des Apparates mit der zu untersuchenden Luft verbindet man das Glasrohr am Hahne s mit einem Aspirator und öffnet den Hahn t so, dass die Luft in den Apparat eintreten kann. Es ist natürlich nothwendig, ein grösseres Luftvolumen durch den Apparat zu saugen, um die in demselben vorhandene Luft zu verdrängen.

Da der Apparat ein grosses Volumen hat, so giebt er die geringsten Temperaturänderungen an dem Manometer an. Neesen[1]) hat daher, um daraus resultirende Fehler zu vermeiden, zwei Gefässe gleicher Grösse mit einander verbunden und in dem Verbindungsrohre eine Oel-

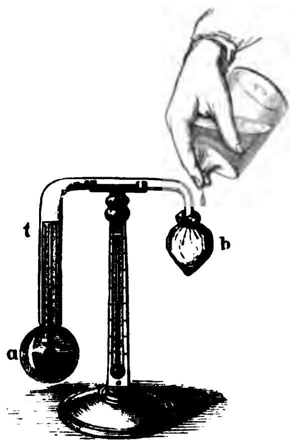
[1]) Neesen, Wiedem. Ann. 11 (1880).

schicht, welche das Manometer von Rüdorff ersetzt, als Index angebracht. Wenn beide Gefässe die gleiche Temperaturänderung erfahren, so tritt keine Verschiebung des Index ein. Man lässt zuerst in das eine Gefäss so viel Schwefelsäure ein, bis der Index seine anfängliche Lage wieder einnimmt, und macht dann einen Controlversuch, indem man in das zweite Gefäss, welches ebenfalls eine Hahnbürette besitzt, die Schwefelsäure in ganz gleicher Weise einlässt.

§. 154.

Condensationshygrometer. — Bei diesem Hygrometer wird der Thaupunkt der Luft, d. i. jene Temperatur beobachtet, bei welcher die Luft mit Wasserdämpfen gerade gesättigt ist. Kühlt man einen Körper bis zum Thaupunkte in der Luft ab, so beginnt auf der Oberfläche des Körpers bei der geringsten weiteren Abkühlung eine Condensation des Wasserdampfes. Um die ersten Spuren der Condensation leicht sichtbar zu machen, werden glänzende Oberflächen angewandt, welche den Beginn der Condensation durch eine leichte Trübung verrathen.

Fig. 272.



Das Hygrometer von Daniell (Fig. 272) besteht aus einer gekrümmten Glasröhre *t*, welche in zwei Kugeln endigt. Die Kugel *a* ist vergoldet oder mit einer dünnen, glänzenden Platinschicht überzogen und theilweise mit Aether gefüllt. Die Kugel *b* ist mit einem Läppchen umwickelt, welches mit Aether befeuchtet wird, um durch die hierdurch eintretende Abkühlung der Kugel *b* die Verdampfung des Aethers in *a* und somit auch die Abkühlung dieser Kugel einzuleiten. Ein Thermometer, dessen Gefäss in den in *a* enthaltenen Aether taucht und dessen Scala in der Röhre *t* sichtbar ist, sinkt in Folge der Abkühlung von *a* und man kann somit den Punkt beobachten, bei welchem der erste zarte Thau auf der glänzenden Metallfläche bemerkbar wird.

Das Daniell'sche Hygrometer hat manche Nachtheile (die Oberfläche des Aethers in *a* kühlt sich stärker ab als der übrige Theil; der verdunstende Aether ist selbst fast immer etwas wasserhaltig und bewirkt so eine Aenderung des Dampfgehaltes der Luft; der Beobachter muss nahe bei dem Apparate verweilen und durch die Athmung wird ebenfalls eine Fehlerquelle bedingt), welche von Regnault vermieden sind.

Das Regnault'sche Hygrometer [1]) (Fig. 273) besteht aus einer hochpolirten glänzenden Silberröhre, welche unten geschlossen, oben mit einer Glasröhre *a* verbunden ist. Die Glasröhre trägt einen Kork, durch welchen ein Thermometer *c* und eine Glasröhre *g* hindurchgeführt ist. Die Röhre *g*

---

[1]) Regnault, Annales de chimie et de physique. III. Sér. T. XV. Pogg. Ann. 65 (1845); 88 (1853).

reicht bis nahe an den Boden des Gefässes. Wird die seitliche Röhre *r* mit einem Aspirator verbunden, so wird die Luft durch die Röhre *g* in den Apparat eintreten und den in demselben befindlichen Aether zum Verdunsten bringen. Durch Regulirung des Aspiratorhahnes hat man es in der Hand, die Verdunstung des Aethers beliebig zu verlangsamen und so ein langsames Fallen des Thermometers in dem Apparate zu bewirken. Um den Moment der Trübung sicher beurtheilen zu können, ist eine zweite, ganz gleiche Silberröhre mit dem Thermometer *t* neben der ersten aufgestellt. Aus der Vergleichung beider Röhren lässt sich dann leicht ein Unterschied wahrnehmen und der erste Thau erkennen.

Die Beobachtung des Regnault'schen Hygrometers geschieht mittelst eines Fernrohres. Sobald der erste Thau sich auf der einen Silberröhre zeigt, schliesst man den Aspirator und liest die Temperatur des in den Aether eingetauchten Thermometers ab. Durch die warme Umgebung erwärmt sich dann der Apparat langsam und bei einer bestimmten Temperatur verschwindet der Thau wieder. Man kann durch Oeffnen des

Fig. 273.



Aspirators den Versuch wiederholen und so die frühere Beobachtung controlliren.

Angenommen, die Temperatur der Luft sei 18⁰ und der Thaupunkt derselben sei 11⁰. Aus der Spannkraftstabelle findet man zu 11⁰ die Spannkraft $p = 9{,}79$ mm, zu 18⁰ $P = 15{,}36$. Die absolute Feuchtigkeit ist also 9,79, die relative $= \frac{9{,}79}{15{,}36} = 0{,}637$ oder gleich 63,7 Proc.

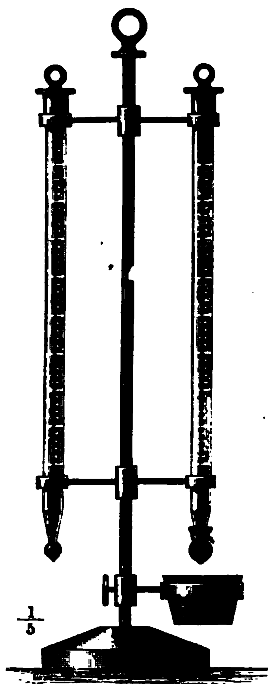
§. 155.

Psychrometer. — Das Psychrometer, von August[1]) construirt, besteht aus zwei Thermometern, welche an einem gemeinschaftlichen Stative

[1]) August, Pogg. Ann. 5 (1825).

angebracht sind (Fig. 274). Das Gefäss des einen Thermometers ist mit einem Läppchen von Gaze umgeben, welches durch capillare Aufsaugung feucht erhalten wird. Dieses Thermometer zeigt, weil ihm durch Verdunstung Wärme entzogen wurde, eine niedrigere Temperatur als das andere an, welches die Temperatur der Luft angiebt. Nur dann, wenn die Luft bei der herrschenden Temperatur mit Feuchtigkeit gesättigt wäre, würden beide Thermometer gleichen Stand haben. Das befeuchtete Thermometer wird so lange sinken, als ihm noch Wärme in Folge der Verdunstung entzogen wird. Wird aber die zur Verdunstung nothwendige Wärme von der Umgebung allein geliefert, so nimmt das feuchte Thermometer eine constante Temperatur an. Die Differenz der Angaben des trockenen und feuchten Thermometers ist um so grösser, je stärker das Wasser verdunstet, je weiter also die Luft von ihrem Sättigungspunkte entfernt ist. Zur Bestimmung der absoluten Feuchtigkeit (Druck des Dampfes in Millimetern) dient folgende Formel:

Fig. 274.



$$p = p' - 0{,}00079\,(t - t')\,.\,b.$$

Hierin bedeutet p die gesuchte Grösse, t die Temperatur des trockenen, t' die des feuchten Thermometers, p' den Druck des gesättigten Wasserdampfes bei der Temperatur t', b die Höhe der Barometersäule.

Es ist indess die Temperaturdifferenz $(t - t')$ nicht allein von dem Feuchtigkeitszustande der Luft, sondern auch von der Geschwindigkeit abhängig, mit welcher die Luft an dem feuchten Thermometer vorbeistreicht. Die obige Constante 0,00079 kann als gültig für eine mässig bewegte Luft angesehen werden; je grösser die Geschwindigkeit der Luft ist, um so kleiner wird bis zu einer gewissen Grenze der Werth dieser Constante. Man sieht aus Allem, dass das Psychrometer nicht so genaue Werthe liefert, wie das Condensationshygrometer von Regnault oder die chemische Methode von Brunner.

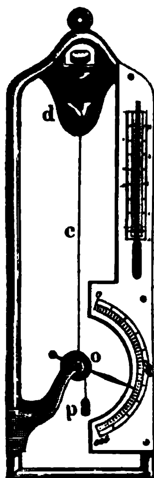
§. 156.

Haarhygrometer. — Zu den Substanzen, welche sich in Folge von Feuchtigkeit verändern, gehören auch die Haare; dieselben verlängern oder verkürzen sich, je nachdem sie in feuchtere oder trockenere Luft kommen.

Saussure benutzte die Haare, um ein Hygrometer zu construiren. Auf einem Stative (Fig 275) ist ein Haar bei d befestigt, dann um eine Rolle o geführt und unten durch ein kleines Gewicht p von 0,2 g gespannt. An der Axe der Rolle ist ein Zeiger befestigt, der sich an einer

Theilung bewegt und hierdurch Veränderungen des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft anzeigt. Das Instrument wird auf folgende Weise graduirt. Man bringt dasselbe mit einer Trockensubstanz (z. B. Schwefelsäure) unter eine Glocke und bezeichnet die Stelle der Scala, auf welcher der Zeiger nach Verlauf einiger Zeit stehen bleibt, mit 0. Dann befeuchtet man das Innere der Glocke mit Wasser und benetzt ebenso den Teller, auf welchem die Glocke steht; die Stelle, welche der Zeiger unter diesen Umständen einnimmt, bezeichnet man mit 100. Der Bogen zwischen 0 und 100 wird in 100 gleiche Theile getheilt.

Fig. 275.



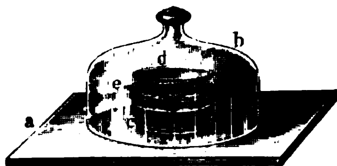
Regnault hat indess gezeigt, dass die Veränderungen des Haares der relativen Feuchtigkeit der Luft nicht proportional sind, wenn auch die beiden Ausgangspunkte richtig gewählt sind. So fand er, dass bei 50 Proc. Luftfeuchtigkeit das Haarhygrometer über 70° anzeigte, also einen Unterschied von mehr als 20 Proc. darstellte. Um daher das Haarhygrometer von Saussure zur Bestimmung der relativen Feuchtigkeit benutzen zu können, ist es nothwendig, eine Graduirung von 10 zu 10 Proc. vorzunehmen und eine Reductionstabelle zu entwerfen.

In neuerer Zeit ist von Klinkerfues ein Bifilarhygrometer construirt, welches bessere Resultate als das Hygrometer von Saussure liefert. Das Klinkerfues'sche Hygrometer besteht aus einem Stäbchen, welches durch zwei Haarstränge aufgehängt ist, die bei ihrer Verkürzung und Verlängerung das Stäbchen drehen. Diese Drehung wird auf einen Zeiger übertragen, welcher auf einer Scala die relative Feuchtigkeit direct abzulesen gestattet.

§. 157.

Trockenapparate. — Zur Entfernung hygroskopischer Feuchtigkeit genügt es oft, die Substanz in einem abgeschlossenen trockenen Raume, welcher zugleich einen den Wasserdampf absorbirenden Körper enthält (z. B. unter einer Glasglocke, welche auf einer Glasplatte dicht schliesst und ein Gefäss mit concentrirter Schwefelsäure enthält, Fig. 276), längere Zeit verweilen zu lassen, bis ihr Gewicht constant bleibt. Letzteres wird durch wiederholte Wägungen constatirt, und um hierbei das Wiederanziehen von Feuchtigkeit zu verhindern, muss das die Substanz enthaltende Gefäss mit einem Deckel verschlossen werden, welcher den freien Zutritt der Luft abhält. Bei Anwendung kleinerer Mengen Substanz trocknet man dieselbe zweckmässig in einem Uhrglase, welches man dann, wenn man die Substanz aus dem Trockenraume herausnimmt, mit einem zweiten gleich grossen und genau auf das erste auf-

Fig. 276.



schliessenden Uhrglase schliesst. In anderen Fällen ist Trocknen in luftverdünntem Raume (unter der Glocke der Luftpumpe, gleichfalls über Schwefelsäure, damit diese die entweichende Feuchtigkeit absorbire) oder bei höherer Temperatur nöthig. Durch beide Mittel kann indessen auch Wasser, welches unter gewöhnlichen Umständen (bei gewöhnlicher Temperatur und gewöhnlichem Luftdrucke) in fester chemischer Verbindung in der Substanz enthalten ist, ausgetrieben werden, was z. B. bei krystallisirten Substanzen oft an dem Mattwerden der vorher glänzenden Krystallflächen erkannt werden kann.

Die Mittel, Substanzen durch Temperaturerhöhung frei von hygroskopischem Wasser oder überhaupt von einem bestimmten und constanten Grad der Trockenheit zu erhalten, geben die sogenannten Trockenbäder ab. Ein häufig angewendetes Trockenbad für Temperaturen von 100° oder darüber ist in Fig. 277 dargestellt; es ist aus Metallblech mit doppelten Wänden angefertigt, kann durch die Oeffnung *b* mit Wasser zum Trocknen bis 100°, oder mit Oel zum Trocknen bei höheren Temperaturen gefüllt werden und wird durch eine Gasflamme erhitzt. Ein in *a* mittelst eines Korkes eingesetztes Thermometer giebt die Temperatur der Flüssigkeit an, die auch der innere Raum nahezu hat, welcher, nachdem die zu trocknende Substanz eingebracht ist, verschlossen gehalten wird.

Fig. 277.

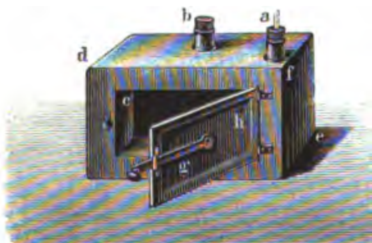


Fig. 278.



Auch findet häufig ein Luftbad, aus hartgelöthetem Kupferblech (Fig. 278) verfertigt, Anwendung.

Bei den beschriebenen Trockenbädern findet ein Entweichen der ausgetriebenen Feuchtigkeit nach Aussen nur durch den unvollkommenen Verschluss des inneren Raumes statt. Rascher wird das Austrocknen bewirkt, wenn man einen trockenen Luftstrom über die Substanz leitet, während diese bis zu derjenigen Temperatur erhitzt ist, für welche alles nicht mehr chemisch gebundene Wasser ausgetrieben werden soll. Fig. 279 zeigt eine rasch wirkende Vorrichtung dieser Art. Die zu trocknende Substanz wird in das Glasrohr *m* gebracht und durch ein Bad, dessen Temperatur durch ein eingesenktes Thermometer gemessen werden kann, erhitzt, während ein Strom getrockneter Luft mittelst eines Aspirators

über die Substanz geleitet wird. Wird eine Substanz bei dem Trocknen durch den Sauerstoff der Luft verändert, so leitet man einen Strom eines indifferenten Gases, welches vorher von Feuchtigkeit befreit wurde, über dieselbe.

Zum Trocknen grösserer Mengen von Substanz leistet die Trockenstube, Fig. 280, gute Dienste, in welcher zwar die Luft nicht von Feuchtigkeit befreit, aber doch erwärmt über die Substanz hinstreicht. Die bei *f* erhitzte Luft geht über die im Raume *ab* auf vielen horizontalen Lagern geschichtete Substanz und zieht, mit der aufgenommenen Feuchtigkeit beladen, durch den Schornstein *c* ab. Die auf dem obersten Lager befindliche Substanz wird von der heissesten und trockensten Luft getroffen; indem man die unteren Schichten allmälig nach oben rücken lässt, wird für jede Schicht der gewünschte Grad der Austrocknung erreicht.

Fig. 279.

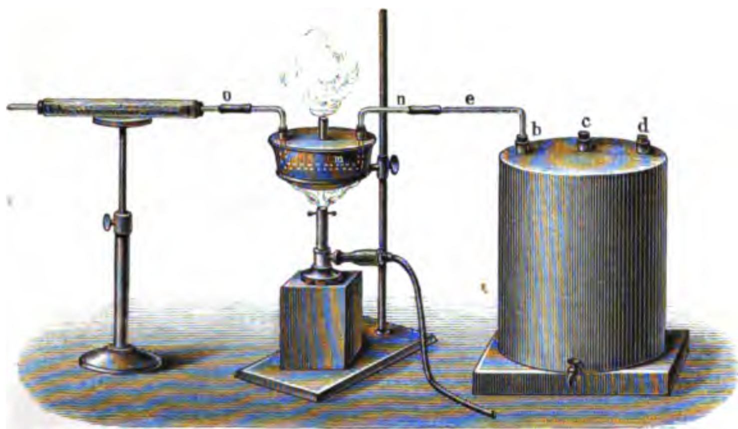


Fig. 280.



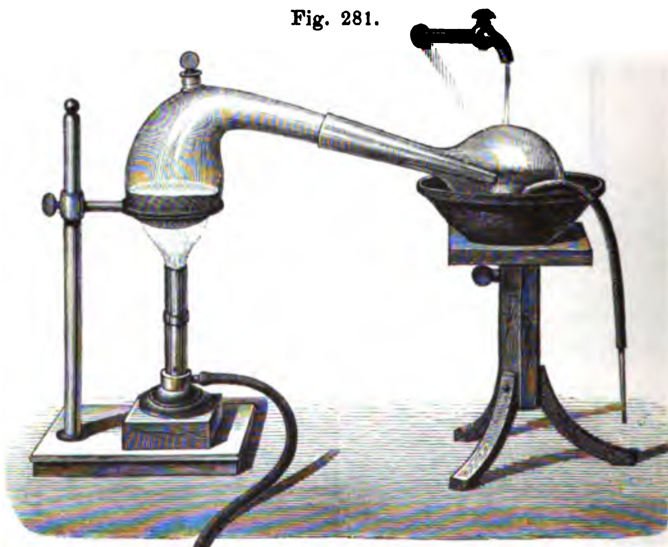
Dampfheizung. — Die Wärme, welche das Wasser aufnimmt, indem es sich bei 100° in Dampf verwandelt, kann unter Anderem sehr zweckmässig zur Heizung von Trockenräumen verwandt werden. Zu dem Zwecke werden die Dämpfe in Leitungsröhren, in welchen man eine Verdichtung durch Abkühlung möglichst zu verhüten sucht, nach den Räumen geführt, welche geheizt werden sollen. Dort treten sie in weite Röhren mit innen rauher, aussen geschwärzter Oberfläche, welche zur reichlichen Verdichtung der Dämpfe und zur Ausstrahlung der Wärme besonders geeignet sind. Die Luft, welche die Röhren umgiebt, nimmt die freiwerdende Verdampfungswärme auf und das gebildete Wasser wird zum Kessel zurückgeführt.

§. 158.

Destillation. — Die Destillation hat den Zweck, leichter flüchtige Substanzen durch Einwirkung der Wärme von schwerer flüchtigen zu trennen, entweder um die ersteren für sich in flüssiger Form wieder zu gewinnen, oder um bei der Entfernung der zu verflüchtigenden Substanz die bei dem Verdampfen in offenen Schalen sich etwa bemerkbar machende Einwirkung der Luft auf die zurückbleibende Substanz zu verhindern.

Der Destillationsapparat besteht wesentlich aus einem Gefässe, in welchem die Verwandlung der zu verflüchtigenden Substanz in Dampf vorgenommen wird (z. B. einer Retorte), und der Vorlage, in welcher die wieder verdichtete Flüssigkeit sich sammelt. Die zur Verdichtung nöthige

Fig. 281.



Abkühlung wird zuweilen durch Erkalten der Vorlage selbst bewirkt. Fig. 281 zeigt eine derartige Vorrichtung, bei welcher der Hals der Retorte unmittelbar in die Vorlage einmündet und die letztere durch einen Strom kalten Wassers, welcher sich auf ihrer Oberfläche mittelst eines aufgelegten Netzes oder Stückes groben Zeuges oder Fliesspapieres ausbreitet, sowie durch kaltes Wasser, in welches sie eingesenkt ist, kalt gehalten wird. Da die kugelförmigen Vorlagen eine im Verhältniss zu ihrem Cubikinhalte nur kleine Oberfläche besitzen, so wird diese Art der Verdichtung nur bei solchen Körpern angewendet, deren Dämpfe durch geringere Abkühlung verdichtet werden, oder welche in Folge ihrer ätzenden Beschaffenheit die Anwendung weiterer Verbindungsmittel wie Korke und dergleichen ausschliesst. Es ist aber im Allgemeinen nicht rathsam, mangelhafter Verdichtung von Dämpfen durch dichte Verbindung der Vorlage mit der Retorte vorbeugen zu wollen, da die Erhöhung der Spannung im Inneren zu Unfällen Veranlassung geben kann.

Besser ist es immer, wenn irgend zulässig, die Dämpfe zu verdichten, ehe sie in die Vorlage gelangen. Zu den zweckmässigsten Kühlapparaten

Fig. 282.

gehört der in den Fig. 282 und 283 dargestellte. Zwischen dem Siedegefässe und der Vorlage ist eine Glasröhre eingeschaltet, welche wasser-

Fig. 283.

dicht durch ein mit Wasser gefülltes Kühlrohr hindurchgeht, in dessen unteres Ende man kaltes Wasser einfliessen lässt, während an dem

oberen Ende erwärmtes Wasser abläuft. Fig. 282 zeigt das Kühlrohr, wie es für Destillationen in grösserem Maasstabe aus Blech hergestellt ist; Fig. 283 dasselbe, wie man es sammt der eingesetzten Destillationsröhre leicht aus verschieden weiten Glasröhren und Korken zusammenstellen kann. Der Dampf wird da, wo die Destillationsröhre in das Kühlrohr eintritt, verdichtet und erwärmt die hier befindlichen oberen Wasserschichten. Diese werden durch Zufluss von kaltem Wasser am unteren Ende fortwährend verdrängt und durch kälteres Wasser ersetzt. Das in dem unteren Theile des Kühlrohres enthaltene kalte Wasser vervollständigt, wenn nöthig, die Verdichtung der überdestillirenden Flüssigkeit.

Auf die Destillationsgefässe wirkt die Wärme vorzugsweise von unten ein. An den oberen durch die Luft abgekühlten Stellen des Siedegefässes verdichtet sich schon etwas Flüssigkeit, die in das Siedegefäss zurückfliesst. Damit alles einmal in Dampf Verwandelte erst im Kühlrohre verdichtet werde und in die Vorlage fliesse, die Destillation somit rascher vor sich gehe, schützt man oft den oberen Theil des Siedegefässes durch eine Haube von Eisenblech oder gebranntem Thon vor dem Zutritte kälterer Luft.

Bei stossweisem Kochen einer Flüssigkeit kann diese umher geschleudert und theilweise, ohne in Dampf verwandelt zu sein, in die Verdichtungsröhre und in die Vorlage gespritzt werden. Die Mittel zur Verhütung dieses Umstandes wurden bereits §. 133 angegeben. Zuweilen tritt das stossweise Kochen erst im Verlaufe der Destillation ein, wenn sich der Boden des Siedegefässes mit einer aus der concentrirter werdenden Flüssigkeit abgeschiedenen Substanz bedeckt. Man verfährt dann zweckmässig so, dass man die Retorte von den Seiten, nicht von dem Boden aus erhitzt.

Bei Destillationen sehr flüchtiger Flüssigkeiten, welche erst bei Temperaturen unter 0° tropfbar werden, kann der in Fig. 284 dargestellte Apparat, bestehend aus einer gebogenen Glasröhre, welche in der Mitte zu einer oder mehreren Kugeln ausgeblasen ist, als Vorlage dienen, indem derselbe leicht in einer Schale mit der erforderlichen Kältemischung umgeben werden kann. Zur Aufbewahrung werden derartige Destillate in Glasröhren von der Form Fig. 285 eingefüllt. Man giesst zuerst einige Tropfen der Flüssigkeit in die obere trichterförmige Erweiterung des Röhrchens, taucht dasselbe dann in die Kältemischung, wodurch die Flüssigkeit in den unteren Raum gelangt. Nachdem man sie durch Erwärmen mit der Hand zum Sieden gebracht und hierdurch die Luft verdrängt hat, taucht man sie, indem man zugleich Flüssigkeit oben aufgiesst, abermals in die Kältemischung. Nachdem sich das Röhrchen gefüllt hat, schmilzt man, ohne dasselbe aus der Kältemischung zu nehmen, den Hals mittelst des Löthrohres ab.

Fig. 284.



Fig. 285.

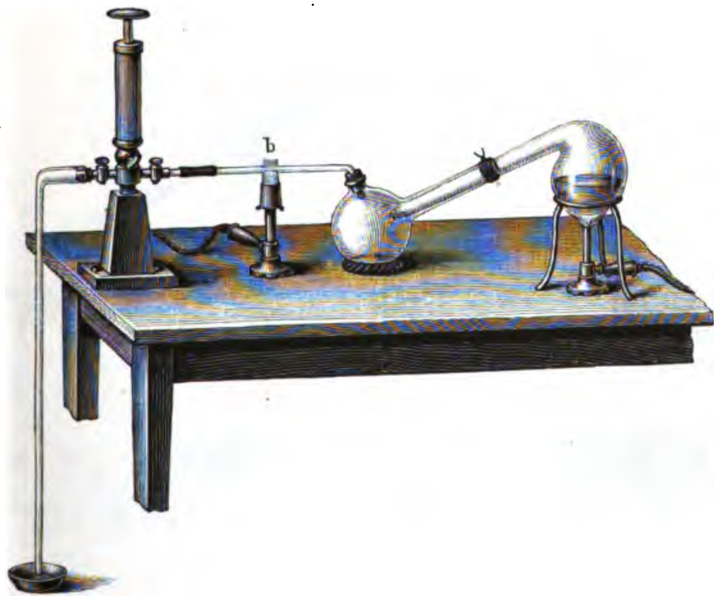


Um Flüssigkeiten, welche ihrer leichten Zersetzbarkeit wegen nicht bis zum Siedepunkte erhitzt werden dürfen, im luftverdünnten Raume zu destilliren, dient der folgende Apparat (Fig. 286). Die Retorte ist mittelst Kork oder Kautschukverschluss luftdicht mit der tubulirten Vorlage und diese mittelst eines bei *b* fein ausgezogenen Glasrohres mit einer Hand-

luftpumpe verbunden. An einem andererseits mit der Luftpumpe verbundenen Manometerrohre erkennt man den luftdichten Schluss. Nachdem die Luft auf den gewünschten Grad verdünnt ist, wird das Verbindungsrohr bei *b* mit dem Löthrohre abgeschmolzen und nun die Destillation bei ganz gelinde ansteigender Erwärmung und starker Abkühlung der Vorlage vorgenommen.

Zwei Flüssigkeiten von gleichem oder nahezu gleichem Siedepunkte lassen sich, wenn einmal gemischt, durch Destillation nicht von einander trennen; bei dem Sieden der Mischung bilden sich aus beiden Flüssigkeiten Dämpfe in demselben Verhältnisse, in welchem diese in der Mischung enthalten sind, Dämpfe, die sich auch wieder gemeinsam verdichten. Bei dem Sieden einer Mischung zweier Flüssigkeiten von ungleichem Siede-

Fig. 286.



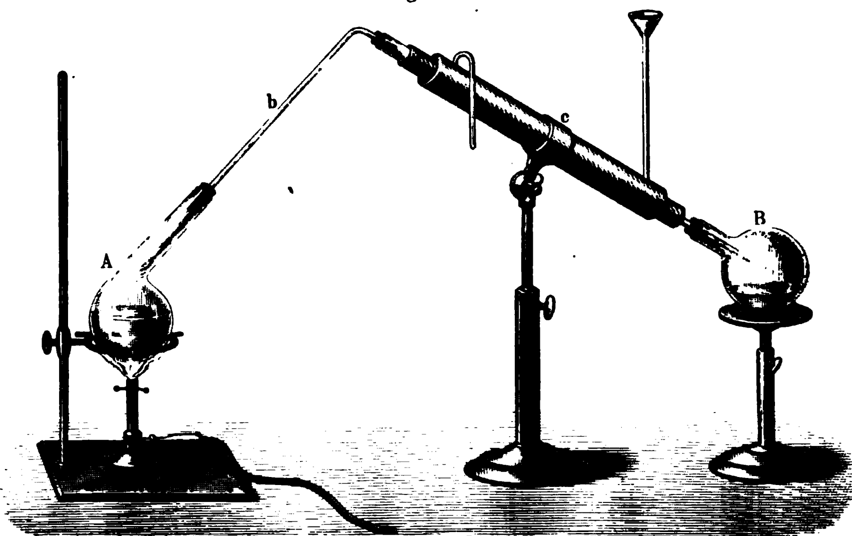
punkte bilden sich im Beginn des Siedens vorzugsweise Dämpfe der flüchtigeren Substanz, welchen sich in dem Maasse, als die Destillation vorschreitet und der Siedepunkt der noch rückständigen Mischung steigt, Dämpfe der schwerer flüchtigen Substanz beimischen, bis endlich die letzteren vorwaltend werden.

Sind die Siedepunkte der beiden Bestandtheile der Mischung sehr verschieden, so geht im Beginn der Destillation bei einer beinahe constant bleibenden Siedetemperatur fast nur der flüchtigere Bestandtheil über; dann steigt die Siedetemperatur rasch auf den Siedepunkt des schwerer flüchtigen Bestandtheiles, welcher nun übergeht.

Bei der fractionirten Destillation, bei welcher die bei verschiedenen Siedetemperaturen oder die zwischen verschiedenen Temperaturgrenzen übergegangenen Destillate gesondert aufgefangen werden, gelingt es nur

selten, durch eine einzige Operation den flüchtigeren Bestandtheil einer Mischung von dem weniger flüchtigen nahezu vollständig zu trennen. Man erhält verschiedene Portionen des Destillates, deren eine vorzugsweise den flüchtigeren Bestandtheil, eine andere vorzugsweise den weniger flüchtigen enthält, während in den zwischen diesen beiden aufgefangenen Portionen das Verhältniss der Bestandtheile sich mehr demjenigen in der ursprünglichen Mischung nähert. Durch nochmalige fractionirte Destillation jeder einzelnen Portion und Wiederholung dieser Operation mit den wiederum bei verschiedenen Temperaturen übergegangenen und gesondert aufgefangenen Destillaten gelingt es oft, einen oder mehrere Bestandtheile (wenn auch nicht die ganze Menge derselben, welche in der ursprünglichen Flüssigkeit enthalten war) nahezu rein zu erhalten.

Fig. 287.

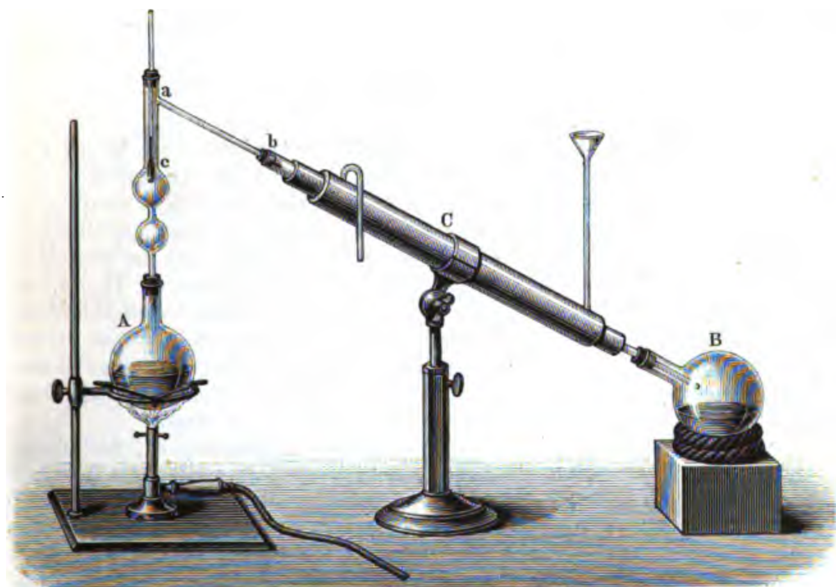


Die Zahl der hierzu nöthigen fractionirten Destillationen kann oft mit Vortheil dadurch verringert werden, dass man die Abkühlung so einrichtet, dass in einem Theile des Destillationsapparates vorzugsweise der weniger flüchtige, in einem anderen Theile der flüchtigere Bestandtheil der der Destillation unterworfenen Mischung verdichtet wird. Bei der Rectification von alkoholhaltigem Aether ist es z. B. zweckmässig, die aus der Mischung von Aether und Alkohol entwickelten Dämpfe zunächst in eine Vorlage zu leiten, welche durch umgebendes Wasser auf 35° bis 38° erwärmt ist, und von da aus durch eine möglichst kalt gehaltene Kühlvorrichtung in eine zweite Vorlage. In der ersten Vorlage verdichtet sich der Dampf des (bei 78°) siedenden Alkohols fast vollständig, während von dem Dampfe des bei 34° siedenden Aethers fast Nichts verdichtet wird. Der Aetherdampf geht durch eine aus der ersten Vorlage in die Kühlvorrichtung führende Röhre weiter und wird hier zu fast reinem Aether verdichtet. Die erste Vorlage wirkt hier, weil über dem Siede-

punkte der flüchtigeren und unter dem Siedepunkte der weniger flüchtigen Substanz erwärmt, als Verdichtungsraum für die letztere und als Siedegefäss auf die erstere. — Um z. B. aus einer viel Wasser und wenig Alkohol enthaltenden Flüssigkeit den letzteren sofort in ziemlich concentrirtem Zustande zu erhalten, kann die in Fig. 287 abgebildete Vorrichtung dienen.

In der Retorte *A* bringt man die ursprüngliche Flüssigkeit zum Sieden; es bilden sich Wasser- und Alkoholdämpfe, welche in die aufsteigende Röhre *b* (welche noch länger sein kann, als die Figur sie andeutet) treten. Die letztere wird, da die Dämpfe nicht die Temperatur des siedenden reinen Wassers erreichen und ausserdem noch die Luft abkühlend wirkt, bald eine Temperatur annehmen, welche zwischen dem

Fig. 288.



Siedepunkte des reinen Alkohols und dem des reinen Wassers liegt. Letzteres wird daher in der Röhre *b* schon vorzugsweise verdichtet und fliesst in die Retorte *A* zurück. Die Dämpfe des Alkohols aber gehen, mit weit weniger Wasserdampf gemischt, als bei ihrer Entwickelung in *A*, in den Kühlapparat *c*. In der Vorlage *B* sammelt sich ein bei Weitem alkoholreicheres Destillat, als wenn man ohne die vorgängige Abscheidung und Zurückleitung eines Theiles des in *A* verdampften Wassers die dort entwickelten Dämpfe sofort in den Kühlapparat *c* hätte treten lassen.

Aehnlich wirkt die in Fig. 288 dargestellte Destillationsvorrichtung. Die vorgängige Abkühlung der aus *A* entwickelten Dämpfe und die Verdichtung der Dämpfe des weniger flüchtigen Bestandtheiles geht hier in der eine grössere Oberfläche bietenden und darum durch die Luft mehr abgekühlten Röhre *c* vor sich. Das hier Verdichtete fliesst in den Kolben *A*

zurück, das dampfförmig Bleibende wird erst in dem Kühlapparate *C* verdichtet. Diese letztere Vorrichtung bietet den Vortheil, dass ein in *c* mittelst eines Korkes eingesenktes Thermometer die Temperatur der Dämpfe zeigt, welche hier noch unverdichtet bleiben, und dass damit ein Anhaltspunkt für die Beurtheilung gewonnen ist, welchen Siedepunkt und somit auch welchen Grad der Reinheit das in *C* sich Verdichtende hat.

Wenn die Dämpfe einer Substanz beim Erkalten sich nicht in flüssiger, sondern sogleich in starrer Aggregatform niederschlagen, so wird der Process Sublimation genannt. So sublimirt Jod, welches man in einem Kölbchen erhitzt, indem sich die violetten Dämpfe an den kühlen Theilen des Halses als starres Jod ansetzen.

Fortpflanzung der Wärme durch Strahlung.

§. 159.

Allgemeines. Reflexion der Wärmestrahlen. — Wenn ein Körper von Wärmestrahlen getroffen wird, so wird im Allgemeinen ein Theil der Strahlen zurückgeworfen oder reflectirt, ein Theil wird beim Eindringen in den Körper von diesem absorbirt und der Rest der Strahlen durchdringt den Körper. Je nach der Natur des Körpers und der Strahlen, welche den Körper treffen, ist das Verhältniss der genannten Theile, in welche sich die Strahlensumme zerlegt, verschieden. Diese Verschiedenheit kann so weit gehen, dass zwei Theile gleich Null werden. Es ist dieses z. B. der Fall bei einer Schicht von Russ. Ist ein Körper mit einer Russschicht bedeckt, so werden sämmtliche auffallende Strahlen absorbirt; eine Reflexion und ein Durchgang der Strahlen findet nicht statt.

Was zunächst die Reflexion der Wärmestrahlen angeht, so folgen dieselben dem gleichen Gesetze wie die Lichtstrahlen. Denkt man sich auf der reflectirenden Fläche in dem Punkte, wo der auffallende Strahl die Fläche trifft, ein Loth errichtet, so bildet der reflectirte Strahl den gleichen Winkel mit diesem Lothe, wie der auffallende Strahl, und liegt ausserdem in der Ebene, welche durch den einfallenden Strahl und das Loth gebildet wird. Es sind daher Hohlspiegel ebenso wie beim Lichte auch bei der Wärme zur Concentration der Strahlen geeignet.

Stellt man zwei Hohlspiegel so auf, dass ihre Axen zusammenfallen, und bringt in den Brennpunkt des einen Spiegels eine glühende Holzkohle, in den Brennpunkt des anderen Spiegels ein Stückchen Zunder, so entzündet sich letzterer, Fig. 289.

Die Strahlen, welche von der glühenden Holzkohle nach allen Seiten ausgehen, treffen theilweise den Spiegel, in dessen Brennpunkt die Kohle sich befindet. Diese Strahlen werden von dem Spiegel parallel gemacht und auf den zweiten Spiegel geworfen. Letzterer concentrirt sie in seinem Brennpunkte.

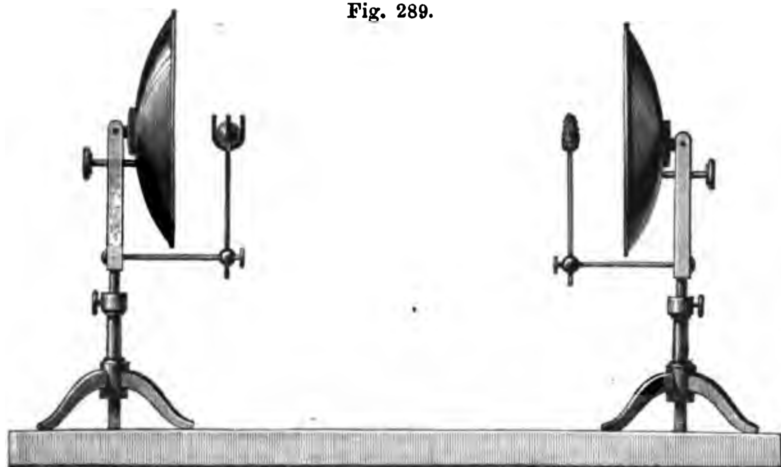
Ersetzt man die glühende Kohle durch ein Gefäss mit siedendem Wasser, so zeigt ein in dem anderen Brennpunkte angebrachtes Thermometer deutlich die Erwärmung an. Während die glühende Kohle leuch-

tende und dunkle Strahlen aussendet, gehen von dem Gefässe mit siedendem Wasser nur dunkle Strahlen aus.

Bringt man in den Brennpunkt eines Spiegels einen Körper, der kälter als die Umgebung ist, z. B. ein Stück Eis, so zeigt das Thermometer in dem anderen Brennpunkte eine Abkühlung gegen die Temperatur der Umgebung an. Es ist diese Erscheinung nicht so zu verstehen, als ob von dem Eise Kälte ausstrahle, welche in dem Brennpunkte des Spiegels verdichtet werde; vielmehr giebt die Thermometerkugel mehr Wärme strahlend aus, als sie unter den angegebenen Umständen von aussen empfängt, daher die Abkühlung. Wäre die Temperatur des Thermometers und der Umgebung beim Beginn des Versuches unter 0^0, so würde es selbst durch ein Stück schmelzenden Eises erwärmt werden.

Es strahlen demnach alle Körper beständig Wärme aus, auch wenn sich die Körper in einem Raume befinden, in welchem überall gleiche

Fig. 289.



Temperatur herrscht. In einem solchen Raume empfängt jeder Körper ebenso viel Wärme, als er in derselben Zeit abgiebt, und daher ändert sich seine Temperatur nicht. Befindet sich ein Körper in einer kälteren Umgebung, so giebt er mehr Wärme ab als er empfängt, daher kühlt er sich ab; befindet er sich umgekehrt in einer wärmeren Umgebung, so strahlt er trotzdem Wärme aus, aber er bekommt von der Umgebung mehr Wärme zurück als er abgegeben hat und daher tritt eine Erwärmung des Körpers ein. Die Wärmestrahlung eines Körpers hängt nur von dem Körper selbst ab (abgesehen davon, dass auch das den Körper berührende Gas einen kleinen Einfluss ausübt), nicht aber davon, ob er von wärmeren oder kälteren Körpern umgeben ist.

§. 160.

Brechung der Wärmestrahlen. Wärmespectrum. — Lässt man das Sonnenlicht durch einen schmalen Spalt in ein dunkles

Zimmer auf ein Prisma fallen, so wird das weisse Licht der Sonne in ein farbiges Band, das Spectrum, zerlegt. Die Reihenfolge der Farben in dem Spectrum ist vom Roth bis zum Violett die gleiche wie bei dem Regenbogen. Bringt man nun ein empfindliches Thermometer in die einzelnen Theile des Spectrums, indem man von der violetten Seite ausgeht, so zeigt das Thermometer eine um so stärkere Erwärmung, je mehr man sich dem rothen Ende des Spectrums nähert. Hieraus geht hervor, dass erstens die Lichtstrahlen auch Wärmestrahlen sind und dass zweitens die Intensität der Strahlen je nach ihrer Brechbarkeit verschieden ist. Während die Intensität der brechbarsten (violetten) Strahlen sehr gering ist, wächst dieselbe je mehr die Brechbarkeit abnimmt. Stellt man das Thermometer neben dem rothen Ende des Spectrums in den dunklen Raum, so zeigt auch hier noch das Thermometer eine Erwärmung an. In den Sonnenstrahlen giebt es also neben den leuchtenden Wärmestrahlen auch noch dunkle Wärmestrahlen, deren Brechbarkeit noch kleiner als die der rothen Strahlen ist und die daher ausserhalb des sichtbaren Spectrums neben den rothen Strahlen gelegen sind; man nennt diese Strahlen ultraroth.

Man kann die gedachten Verhältnisse am besten mit Hülfe der Thermosäule, welche viel empfindlicher als das Thermometer ist, untersuchen.

Fig. 290.



Wie wir bereits in §. 97 erwähnten, bietet die Thermoelektricität ein Mittel, um einen sehr empfindlichen Apparat für Temperaturänderungen zu construiren. Es ist dort bereits das Princip der Temperaturmessung beschrieben und möge hier nur eine Thermosäule der gewöhnlichen Art eine Abbildung finden. Fig. 290 stellt eine Thermosäule von quadratischem Querschnitt dar. Auf der einen Seite befinden sich die geraden Löthstellen von Wismuth und Antimon, auf der anderen Seite die ungeraden. Hat die eine Seite der Thermosäule nur eine geringe Temperaturdifferenz gegenüber der anderen, so entsteht schon ein merklicher elektrischer Strom, der durch einen Multiplicator sichtbar gemacht wird. Fig. 291 stellt die Thermosäule auf einem Stativ dar und verbunden mit einem Multiplicator. Die Hülsen *a* und *b* (Fig. 291) dienen dazu, um seitliche Strahlen, welche die Thermosäule treffen könnten, abzuhalten. Die Ausgangspunkte *x* und *y* (Fig. 290 u. 291) werden mit dem Multiplicator durch die Drähte *g* und *h* verbunden und stellen hierdurch einen geschlossenen Stromkreis her. Je stärker der Strom ist, welcher durch diesen Kreis hindurchgeht, um so grösser ist auch die Ablenkung, welche die Nadel des Multiplicators aus ihrer Ruhelage erfährt. Bei geringen Temperaturdifferenzen der beiden Seiten der Thermosäule ist die Stromintensität direct den Temperaturdifferenzen proportional. Kennt man nun ferner die Ablenkungen der Nadel, welche den einzelnen Stromintensitäten entsprechen, so kann man aus der beobachteten Ablenkung auf die Temperaturdifferenz schliessen und so die Thermosäule und den Multiplicator als Messapparat benutzen.

Um das Wärmespectrum der Sonne zu untersuchen, wendet man hohe aber schmale Thermosäulen an; es wird hierdurch ermöglicht, kleinere Theile des Spectrums, getrennt von den anderen, zu prüfen.

Man findet nun bei einer solchen Untersuchung, dass die Natur des Prismas von grossem Einflusse auf die Intensität der einzelnen Spectral-

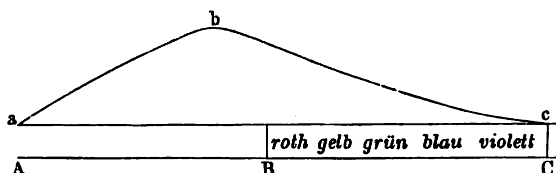
theile ist. Die Ursache hiervon liegt darin, dass die verschiedenen Körper, auch wenn sie alle gleichmässig durchsichtig sind, doch eine verschieden starke Absorption auf die dunklen Wärmestrahlen ausüben, wie wir dies im nächsten Paragraphen genauer sehen werden. Man wendet daher zur Untersuchung des Wärmespectrums eine Substanz an, welche möglichst wenig absorbirt, nämlich das Steinsalz.

Fig. 291.



Mit einem Steinsalzprisma findet man nun ein Wärmespectrum, dessen Intensitäten in Fig. 292 dargestellt sind. Die Intensitätscurve *abc* hat bei *b* ihre grösste Höhe und fällt von da nach links schneller, nach rechts langsamer ab. Man sieht, dass die Intensität des violetten

Fig. 292.



Lichtes nur schwach ist und selbst auf der Thermosäule nur einen geringen Eindruck macht. Der Theil *CB* stellt das sichtbare Spectrum dar; die Maximalintensität *b* liegt daher ausserhalb des sichtbaren Theiles des Spectrums im ultrarothen Theile. Da *BA* fast ebenso lang als *BC* ist, so folgt daraus, dass der unsichtbare Theil des Wärmespectrums sich fast ebenso weit erstreckt wie der sichtbare.

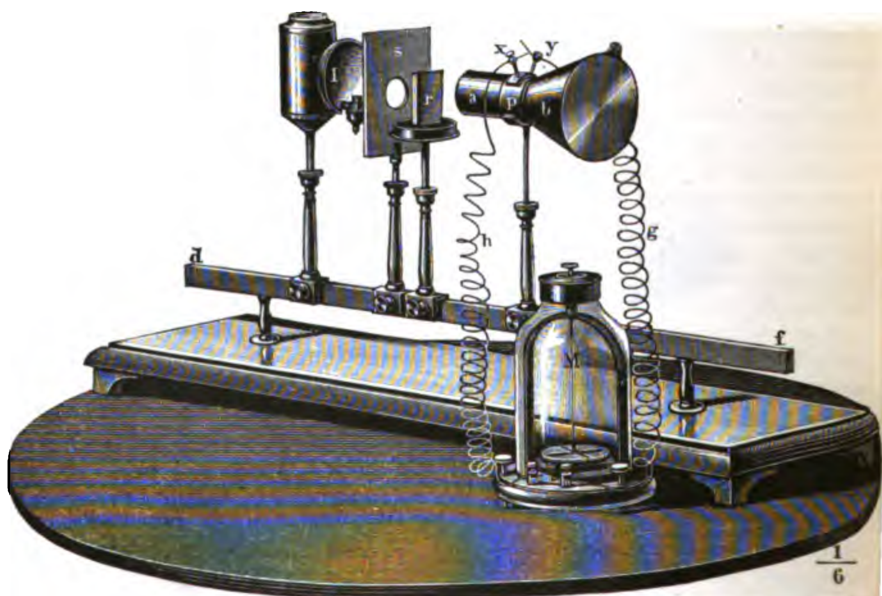
Aus der ganzen Darstellung geht hervor, dass zwischen den dunklen Wärmestrahlen und den Lichtstrahlen an sich nur der Unterschied der verschiedenen Brechbarkeit besteht. Die hellen Wärmestrahlen, oder die

Lichtstrahlen, sind stärker brechbar oder haben eine kürzere Wellenlänge als die dunklen Wärmestrahlen. Unser Auge ist nur im Stande, Strahlen ganz bestimmter Wellenlänge zu empfinden; sobald die Wellenlänge grösser wird als jene, welche dem rothen Lichte zukommt, oder kleiner als jene, welche das violette Licht besitzt, wird die entsprechende Strahlengattung nicht mehr als Licht empfunden. Die Sichtbarkeit der hellen und die Unsichtbarkeit der dunklen Wärmestrahlen ist also nicht im Wesen der Strahlen selbst, sondern in der Beschaffenheit des menschlichen Auges begründet.

§. 161.

Durchgang der Wärmestrahlen durch Körper. — Wir unterscheiden beim Lichte durchsichtige Körper und undurchsichtige, je

Fig. 293.



nachdem die Körper das Licht durchlassen oder nicht. Ebenso unterscheiden wir die Körper bezüglich der Wärmestrahlen in diathermane und adiathermane. Um zu untersuchen, in welcher Menge die Wärmestrahlen von diathermanen Substanzen durchgelassen werden, stellt man auf das Stativ *df* (Fig. 293) eine möglichst constante Wärmequelle, deren Strahlen durch einen Doppelschirm vollständig abgehalten werden können. Ein folgender Schirm hat eine passende Oeffnung, damit alle Seitenstrahlung vermieden werde und nur ein prismatisches Bündel paralleler Strahlen durchgehe. Bei *r* werden die Platten, deren Durchstrahlbarkeit untersucht werden soll, so aufgestellt, dass ihre parallelen Grenzflächen rechtwinkelig von den Wärmestrahlen getroffen werden und diese nach dem Durchgange zur Thermosäule gelangen.

Nimmt man zunächst eine Locatelli'sche Lampe, d. h. eine Oellampe ohne Glascylinder mit prismatischem Docht und mit Metallreflector, Fig. 293, als Wärmequelle, so erhält man folgende Resultate bei verschiedenen Platten, deren Dicke gleichmässig 2,6 mm war.

Von den Wärmestrahlen der Locatelli'schen Lampe gehen durch

Steinsalz	Flussspath	Spiegelglas	Alaun	Eis
92 Proc.	78 Proc.	39 Proc.	9 Proc.	6 Proc.

Die Platten sind in obiger Tabelle in der Reihenfolge ihrer grössten Diathermanität geordnet. Das Steinsalz lässt 92 Proc., das Eis nur 6 Proc. der auffallenden Strahlen durch. Da beide Körper durchsichtig und farblos sind und die leuchtenden Strahlen gleich gut durchlassen, so kann der grosse Unterschied, den Steinsalz und Eis nach dem obigen Versuche bieten, nur darin begründet sein, dass sie die dunklen Wärmestrahlen, welche von der Locatelli'schen Lampe neben den hellen ausgesandt werden, sehr verschieden durchlassen, und zwar muss das Eis für die dunklen Wärmestrahlen grösstentheils, wenn nicht gänzlich, adiatherman sein.

Diese Schlussfolgerung wird durch folgende Versuchsreihe bestätigt:

Wärmequelle	Von den auffallenden Strahlen gehen in Procenten durch				
	Steinsalz	Flussspath	Spiegelglas	Alaun	Eis
Kupferblech von 400°	92	42	6	0	0
Messingblech von 100°	92	33	0	0	0

Das Kupferblech von 400° und das Messingblech von 100° sind nicht leuchtend, dieselben senden daher nur dunkle Wärmestrahlen aus. Der Versuch zeigt, dass das Steinsalz wieder 92 Proc. der auffallenden Strahlen durchlässt. Eis lässt dagegen von diesen dunklen Strahlen keine nachweisbare Menge mehr durch. Das Eis ist daher für diese dunklen Wärmestrahlen adiatherman.

Vergleicht man die Resultate für die drei verschiedenen Wärmequellen mit einander, so erkennt man, dass alle Platten mit Ausnahme des Steinsalzes sich je nach der angewandten Wärmequelle verschieden verhalten.

Je geringer die Temperatur der Wärmequelle wird, einen um so geringeren Procentsatz der auffallenden Strahlen lassen die angeführten Substanzen durch. So lässt z. B. die Spiegelglasplatte bei der Locatelli'schen Lampe noch 39 Proc., bei dem Kupferblech von 400° noch 6 Proc. durch, und ist für die Strahlen, welche das Messingblech von 100° aussendet, adiatherman. Hieraus folgt zunächst, dass die dunklen Strahlen des Kupferbleches verschieden sind von den Strahlen, welche das Messingblech bei 100° aussendet. Denn während die Strahlen des ersteren noch theilweise die Spiegelglasplatte durchsetzen, gehen von den Strahlen des Messingbleches keine Strahlen mehr durch.

Eine genauere Untersuchung zeigt in der That, dass die Temperaturerhöhung nicht bloss die Intensität der Wärmestrahlung verstärkt, sondern

auch einen Zuwachs von neuen Strahlen hervortreten lässt. Denkt man sich von einem Körper ein Wärmespectrum dargestellt, so umfasst dasselbe bei niedriger Temperatur nur eine geringe Breite. Wenn man dann den das Spectrum liefernden Körper allmälig erwärmt, so nimmt das Wärmespectrum immer mehr auf der Seite der brechbaren Strahlen zu; es treten in Folge der Erwärmung stärker brechbare Strahlen auf, bis bei der Rothgluth die ersten sichtbaren Wärmestrahlen sich zeigen. Eine über die Rothgluth hinausgehende Steigerung der Temperatur lässt zunächst die gelben Strahlen auftreten und so folgen allmälig die weiteren Farben des Regenbogens, bis endlich bei völliger Weissgluth der Körper auch alle leuchtenden Wärmestrahlen aussendet.

Aus der Thatsache, dass die Spiegelglasplatte den verschiedenen Wärmequellen gegenüber sich in Bezug auf ihre Diathermanität verschieden verhält, folgt ferner, dass das Spiegelglas als thermisch gefärbt zu betrachten ist. Wir bezeichnen bekanntlich in optischer Beziehung eine durchsichtige Substanz als farblos, wenn sie alle Farben gleichmässig durchlässt, dagegen als gefärbt, wenn sie nur für eine oder eine beschränkte Anzahl von Farben durchlässig ist. Da die Spiegelglasplatte nach den obigen Versuchen die dunklen Wärmestrahlen in viel geringerem Maasse als die hellen durchlässt, so ist dieselbe, obwohl optisch farblos, doch thermisch gefärbt. Mit Rücksicht darauf, dass die Lichtstrahlen selbst Wärmestrahlen sind, ergiebt sich unmittelbar, dass eine optisch gefärbte Substanz auch immer thermisch gefärbt ist. Während es aber eine grössere Anzahl von optisch farblosen Substanzen giebt, sind nur zwei Substanzen bekannt, welche nahezu thermisch farblos sind; es sind dies das schon erwähnte Steinsalz und der Sylvin. Dass auch diese Substanzen nicht vollkommen farblos sind, folgt aus einer von Magnus beobachteten Thatsache. Erwärmt man nämlich das Steinsalz oder den Sylvin selbst und untersucht man die von den erwärmten Substanzen ausgehenden Strahlen, indem man sie durch Steinsalz- oder Sylvinplatten treten lässt, so findet man, dass eine bedeutendere Absorption stattfindet, als es sonst bei diesen Substanzen der Fall ist.

§. 162.

Verhältniss der Intensitäten von leuchtenden und dunklen Strahlen verschiedener Licht- und Wärmequellen. — Aus den Angaben des vorigen Paragraphen über den Durchgang der Strahlen der Locatelli'schen Lampe durch Eis folgt schon, dass die Intensität der leuchtenden Wärmestrahlen bei dieser Wärmequelle beträchtlich geringer ist, als jene der dunklen. Denn wenn der Versuch zeigte, dass das Eis, welches die leuchtenden Strahlen in Folge seiner vollkommenen Durchsichtigkeit fast ungeschwächt durchlässt, von den auffallenden Strahlen der Locatelli'schen Lampe nur 6 Proc. den Durchtritt gestattet, so können höchstens 6 Proc. leuchtende Strahlen in der Strahlensumme, welche die Locatelli'sche Lampe aussendet, vorhanden sein.

Ausgedehntere Versuche über das Verhältniss der leuchtenden zu den dunklen Strahlen hat Tyndall angestellt. Nachdem Tyndall gefunden hatte, dass eine Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff die dunklen

Wärmestrahlen fast vollständig durchlässt, während sie, weil ganz undurchsichtig, die leuchtenden zurückhält, war ein einfaches Mittel gegeben, um die angeregte Frage zu lösen. Es wurde in einen Trog von Steinsalz zunächst eine klare wasserhelle Schicht von Schwefelkohlenstoff, welche sowohl die leuchtenden als auch die dunklen Strahlen fast ungeschwächt hindurchlässt, gefüllt und die Intensität bestimmt, welche die Strahlen einer bestimmten Quelle nach dem Durchgange besitzen. Alsdann wurde der Trog mit der undurchsichtigen Jodlösung gefüllt und die Intensität der durchgegangenen Strahlen von Neuem bestimmt. Die Differenz der so gemessenen Intensitäten stellt direct die Intensität der leuchtenden Strahlen dar.

Setzt man für jede Quelle die Summe der Intensitäten von leuchtenden und dunklen Strahlen gleich 100, so ergaben sich nach Tyndall[1]) folgende Werthe:

Quelle	Leuchtende Strahlen	Dunkle Strahlen
Rothglühende Platinspirale . .	0	100
Oelflamme	3	97
Leuchtgasflamme	4	96
Weissglühende Spirale	4,6	95,4
Elektrisches Licht	10,0	90,0

Aus dieser Tabelle geht hervor, dass bei einer gewöhnlichen Oelflamme nur 3 Proc. der Strahlen leuchtend sind und dass 97 Proc. eine bloss erwärmende Wirkung haben. Selbst bei der intensivsten irdischen Lichtquelle, beim elektrischen Licht, sind nur 10 Proc. der Strahlen leuchtend.

§. 163.

Absorption der Wärmestrahlen. — Es ist bereits bei der Besprechung des Durchganges der Wärmestrahlen durch Körper §. 161 hervorgetreten, dass 1) die Absorption verschiedener Körper für die gleichen Wärmestrahlen und dass 2) die Absorption desselben Körpers für verschiedene Wärmestrahlen verschieden ist. Denn vergleicht man z. B. die dort angegebenen Resultate von Spiegelglas und Eis mit einander, so sieht man, dass ersteres den Strahlen einen besseren Durchtritt gestattet, also weniger von ihnen absorbirt, als letzteres. Ferner verhalten sich beide Körper verschiedenen Wärmequellen gegenüber verschieden. Von den Strahlen der Locatelli'schen Lampe lässt Spiegelglas noch 39 Proc., von den Strahlen, die von auf 400^0 erhitztem Kupferblech ausgehen, dagegen nur 6 Proc. durch; das Spiegelglas absorbirt

[1]) Tyndall, Pogg. Ann. 124 (1865).

also von den letzteren Strahlen viel mehr, als von den Strahlen der Locatelli'schen Lampe.

Je dicker die zu durchstrahlende Schicht ist, um so stärker ist auch die Absorption; indessen wächst die letztere viel langsamer als die Dicke der Schicht, wie folgende Zahlen zeigen, welche bei Glas gefunden wurden.

Von den Strahlen der Locatelli'schen Lampe gehen durch Glas,

dessen Dicke in Millimetern	0,5	1,0	2	3	5	8	war,
in Procenten	77,5	73,3	60,2	65,3	62,0	59,2	durch.

Diese Zahlen beweisen, dass der gleiche Zuwachs der Dicke der Schicht einen um so geringeren Einfluss hat, je dicker die schon durchstrahlte Schicht ist. Diejenigen Strahlen, welche besonders der Absorption unterliegen, werden schon in der ersten Schicht von sehr geringer Dicke absorbirt; diejenigen Strahlen dagegen, welche die erste Schicht durchsetzt haben, gehen mit geringer Schwächung durch die folgenden Schichten hindurch. Wenn man hinter einer Glasplatte von 1 cm Dicke noch ein dünnes Glasplättchen einschaltet, so schwächt dieses die Strahlung fast nur noch durch die geringe Reflexion an seinen Oberflächen. Anders würde ein gleich dickes Plättchen von Alaun wirken, weil diese Substanz eine andere Wärmefarbe als das Glas hat, d. h. solche Strahlen stark absorbirt, welche durch das Glas zu dringen fähig sind.

Die obigen Versuche, welche einen Schluss auf die Absorption aus dem Durchgange der Wärmestrahlen gestatten, können nur dann vergleichbare Resultate liefern, wenn die Reflexion immer gleich stark wirkt. Denn da die auffallenden Wärmestrahlen theilweise reflectirt werden, so ist die Menge der absorbirten Strahlen nicht gleich der Differenz der auffallenden und durchgegangenen Strahlen, sondern es sind auch noch die reflectirten Strahlen abzuziehen, um die Grösse der Absorption zu ermitteln. Um genauere Werthe für die Grösse der Absorption zu erhalten, hat man folgendes Verfahren angewandt. Der Kienruss hat die Eigenschaft, alle Strahlen, welche auf ihn fallen, vollkommen oder fast vollkommen zu absorbiren; es erstreckt sich diese Eigenschaft sowohl auf die dunklen als auch auf die leuchtenden Wärmestrahlen. Daher überzieht man auch die Thermosäule mit einer Russschicht und befähigt sie hierdurch, alle Strahlen, welche auf sie fallen, in gleicher Weise zu absorbiren. Mit der fast vollkommenen Absorption des Russes steht, wie wir im folgenden Paragraphen sehen werden, die Fähigkeit desselben im Zusammenhange, die Wärme am vollkommensten von allen Substanzen auszustrahlen. Diese Eigenschaft des Russes verwendet man, um die Absorption anderer Substanzen zu bestimmen. Man überzieht zu dem Zwecke eine dünne Messingscheibe auf der einen Seite mit Russ, auf der anderen Seite mit der zu untersuchenden Substanz und stellt dieselbe zwischen der Wärmequelle und der Thermosäule so auf, dass die Russschicht der Thermosäule zugekehrt ist. Je grösser die Absorption der zu untersuchenden Substanz ist, um so stärker wird die Erwärmung und damit die Ausstrahlung der Russschicht auf der anderen Seite sein, deren Grösse durch die Thermosäule gemessen wird. Um eine Vergleichung zu erhalten, bestimmt man die Absorption einer Substanz im Verhältniss zu der Absorption, welche der Russ unter gleichen Umständen zeigt. Setzt man die von Russ ab-

sorbirte Wärmemenge = 100, so erhält man folgende Werthe für andere Substanzen:

	Wärmequellen		
	Locatelli's Lampe	Kupfer von 400° geschwärzt	Kupfer von 100° geschwärzt
Russ, absorbirt . .	100	100	100
Bleiweiss, „ . .	53	89	100
Tusche, „ . .	96	87	85
Gummilack, „ . .	43	70	72
Blankes Metall, „ . .	14	13	12

Die obigen Zahlen gestatten zugleich das Absorptionsvermögen der Substanzen zu ermitteln. Unter dem Absorptionsvermögen einer Substanz versteht man das Verhältniss der absorbirten zur auffallenden Strahlenmenge. Absorbirt eine Substanz alle auffallenden Strahlen, so ist ihr Absorptionsvermögen gleich 1; der einzige Körper, welcher dieses Absorptionsvermögen nahezu erreicht, ist der Russ; alle anderen Körper haben ein Absorptionsvermögen kleiner als 1. Setzt man das Absorptionsvermögen von Russ gleich 1, so braucht man nur die obigen Zahlen durch 100 zu dividiren, um das Absorptionsvermögen der übrigen Substanzen zu erhalten. So hat also z. B. Tusche, je nach der Wärmequelle, das Absorptionsvermögen 0,96; 0,87; 0,85.

Aus den Zahlen der obigen Tabelle folgt, dass die Absorption desselben Körpers für Strahlen verschiedener Brechbarkeit verschieden ist; so absorbirt Bleiweiss von den Strahlen der Locatelli'schen Lampe nur 53 Proc., während derselbe Körper die Strahlen des auf 100° erwärmten Kupfers vollständig absorbirt.

Ferner zeigen die Zahlen, dass die Meinung, nach welcher dunkle Körper stets mehr Wärme aufnehmen als helle, nicht allgemein richtig ist. Denn bei Kupfer von 100° als Wärmequelle absorbirt Tusche entschieden weniger als Bleiweiss; auch bei Kupfer von 400° ist die Absorption der Tusche noch etwas kleiner als jene von Bleiweiss; für die Strahlen der Locatelli'schen Lampe zeigt dagegen Tusche eine viel stärkere Absorption. Je brechbarer die Strahlen einer Wärmequelle sind, um so stärker wird die Absorption eines dunklen Körpers gegenüber jener eines hellen. Bei den Strahlen der Sonne gilt dies also ganz besonders; es wird daher dunkel gefärbte Ackererde unter dem Einflusse der Sonnenstrahlen stärker erwärmt, als heller weisslicher Boden.

Ebenso wie die starren und flüssigen Körper zeigen auch die Gase und Dämpfe eine Absorption der Wärmestrahlen. Magnus füllte eine innen geschwärzte Glasröhre, welche an beiden Seiten durch Glasplatten verschlossen war, mit dem zu untersuchenden Gase und bestimmte die Strahlenmenge, welche von einer Gasflamme durch die Röhre hindurchging. Vergleicht man mit diesem Werthe jenen, welchen man erhält, wenn die

Röhre luftleer gepumpt ist, so erhält man eine Angabe über den Einfluss des Gases:

	Durchgelassene Strahlen
Beim leeren Raume	100
Bei Luft	97,56
„ Sauerstoff	97,56
„ Wasserstoff	96,43
„ Kohlensäure	91,81
„ ölbildendem Gase	64,69
„ Ammoniak	58,12

Da die Glasplatten, mit welchen die Röhre geschlossen war, den grössten Theil der dunklen Wärmestrahlen absorbiren, so geben die vorstehenden Zahlen kein Bild für die Absorption der Strahlen der Gasflamme und sagen insbesondere nichts darüber aus, in welchem Maasse die dunklen Wärmestrahlen von den Gasen absorbirt werden.

Tyndall zeigte die grosse Verschiedenheit der Gase in Betreff ihrer Absorptionsfähigkeit für dunkle Wärmestrahlen. Zu dem Zwecke wurde als Wärmequelle ein Metallblech von 100° (Leslie'scher Würfel) benutzt und die Röhre, in welcher die Gase eingeschlossen waren, an ihren Enden nicht mit Glasplatten, sondern mit Steinsalzplatten geschlossen. Setzt man die Absorption von Luft unter dem Drucke einer Atmosphäre bei einer bestimmten Schichtdicke gleich 1, so erhielt Tyndall für andere Gase unter den gleichen Umständen folgende Werthe:

Absorption der Gase	Luft	Sauerstoff	Wasserstoff	Kohlensäure	ölbildendes Gas	Ammoniak
	1	1	1	90	970	1195

Während nach Magnus die Absorption von Ammoniak etwa 20 mal so gross ist als jene von Luft (für Strahlen, die durch Glas gehen), ist nach Tyndall das Verhältniss 1195 (für dunkle Strahlen des auf 100° erhitzten Metallbleches).

Dass die Luft für Strahlen verschiedener Brechbarkeit eine sehr verschiedene Absorption besitzt, folgt direct aus der Art, wie unsere Atmosphäre durch die Sonnenstrahlen erwärmt wird. Die höheren Luftschichten bleiben, trotzdem sie die Sonnenstrahlen in grösster Intensität erhalten, doch sehr kalt; ebenso werden die unteren Luftschichten in der Nähe der Erdoberfläche nur wenig durch die Sonnenstrahlen direct erwärmt, vielmehr erfolgt diese Erwärmung durch die erhitzte Erdoberfläche, welche die Sonnenstrahlen stark absorbirt und dann ihre Wärme durch Strahlung wieder abgiebt. Die Atmosphäre absorbirt also die Strahlen geringer Brechbarkeit, welche von der Erdoberfläche ausgehen, sehr stark, während die stärker brechbaren Sonnenstrahlen eine viel geringere Absorption durch dieselbe erfahren.

§. 164.

Emission der Wärmestrahlen und Beziehung der Emission zur Absorption. — Die Ausstrahlung, oder die Emission der Wärmestrahlen eines Körpers, hängt, wie wir früher schon bemerkten, nicht davon ab, welche anderen Körper in der Nähe des ersteren sind, sondern ist nur durch diesen selbst bedingt. Dass trotzdem die Umgebung auf den Wärmezustand des Körpers von Einfluss ist, rührt von der Strahlung dieser Körper her. Ein Körper strahlt bei einer bestimmten Temperatur eine ganz bestimmte Wärmemenge aus, gleichgültig ob wärmere oder kältere Körper seine Umgebung bilden. Wird die von dem Körper ausgestrahlte Wärme gerade durch Absorption der von aussen auf ihn fallenden Strahlen ersetzt, so tritt keine Temperaturveränderung ein; erhält der Körper dagegen weniger Wärme von seiner Umgebung, als er abgiebt, so sinkt seine Temperatur, erhält er mehr, so steigt dieselbe [1]). Um die Emission verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, hat man gleich grosse Oberflächen verschiedener Körper auf dieselbe Temperatur erwärmt und die Ausstrahlung dieser Oberflächen durch die Thermosäule bestimmt. Erwärmt man bis 100° und setzt die Emission einer Russschicht = 100, so findet man für die Emission anderer Körper folgende Werthe:

	Emission
Von Russ	100
„ Bleiweiss	100
„ Tusche	85
„ Gummilack . . .	72
„ Metallfläche . . .	12

Vergleicht man die obigen Zahlen mit jenen, welche in §. 163 für die Absorption derselben Körper angegeben sind, wenn es sich um die Absorption der Strahlen handelt, die von einer auf 100° erhitzten Kupferplatte ausgehen, so findet man eine vollständige Uebereinstimmung. Es ist daher das Emissionsvermögen eines Körpers dem Absorptionsvermögen desselben unter bestimmten Bedingungen gleich, wenn man beide Grössen auf Russ als Einheit bezieht. Nun strahlt aber der Russ, wie jeder andere Körper, um so mehr Wärme aus, je höher seine Temperatur wird, während der Russ bei jeder Temperatur alle oder fast alle Strahlen absorbirt. Es ist daher zweckmässiger, das Emissionsvermögen des Russes nicht gleich 1 zu setzen, sondern allgemein durch e zu bezeichnen, indem man Rücksicht darauf nimmt, dass diese Grösse e mit wachsender Temperatur wächst.

Bezeichnet man ebenso das Emissionsvermögen einer Reihe von Körpern mit $E_1, E_2, E_3 \ldots$ und das Absorptionsvermögen derselben Körper mit $A_1, A_2, A_3 \ldots$, so ist nach dem obigen Satze:

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \cdots = e.$$

---

[1]) Vorausgesetzt ist hierbei, dass die Wärme nicht zu einer inneren Arbeit, wie z. B. beim Schmelzen, vollständig verwandt wird; in diesem Falle tritt trotz der Wärmezufuhr keine Temperaturerhöhung auf.

oder: Das Verhältniss des Emissions- zum Absorptionsvermögen ist von der Natur des Körpers unabhängig und gleich dem Emissionsvermögen eines vollkommen schwarzen Körpers, des Russes, dessen Absorptionsvermögen gleich 1 ist.

Dieser Satz gilt indess nur strenge, wenn noch auf zwei Punkte Rücksicht genommen wird. Erstens muss sich das Emissions- und das Absorptionsvermögen auf die gleiche Temperatur beziehen. Bei den obigen Versuchen wurde die Emission der verschiedenen Körper bei der Temperatur 100° untersucht, während die Zahlen des vorigen Paragraphen die Absorption der gleichen Körper angeben, wenn die Temperatur derselben die gewöhnliche Zimmertemperatur war. Hier ist also die Bedingung der Gleichheit der Temperatur nicht erfüllt. Dass trotzdem die Werthe für Emission und Absorption übereinstimmen, beruht darauf, dass das Absorptionsvermögen bei der niedrigen Temperatur in dem Intervall von 0° bis 100° sich nur wenig ändert.

Ferner haben die Zahlen des vorigen Paragraphen schon gezeigt, dass die Absorption desselben Körpers je nach der Wärmequelle verschieden ist; denn während Bleiweiss den Strahlen der Locatelli'schen gegenüber das Absorptionsvermögen 0,53 zeigt, ist dasselbe gegenüber den Strahlen des auf 400° erwärmten Kupfers gleich 0,89. Die zweite Einschränkung, welche der obige Satz erfährt, besteht nun darin, dass sich das Emissions- und Absorptionsvermögen auf dieselbe Strahlengattung beziehen muss. Berücksichtigt man beide genannten Punkte, so hat man den folgenden Satz, der von Kirchhoff[1]) zuerst allgemein nachgewiesen wurde:

Das Verhältniss des Emissions- zum Absorptionsvermögen, beide bezogen auf die gleiche Temperatur und auf die gleiche Wellenlänge, ist für alle Körper das gleiche und gleich dem Emissionsvermögen des schwarzen Körpers.

Dieser Satz lässt wichtige Folgerungen zu, die besonders in der Spectralanalyse von Bedeutung werden. Da

$$\frac{E}{A} = e, \text{ oder } E = e \,.\, A,$$

so folgt, dass, wenn bei einer bestimmten Temperatur ein Körper eine Strahlengattung besonders stark aussendet, also E gross wird, dann auch A oder das Absorptionsvermögen für dieselbe Strahlengattung bei der gleichen Temperatur bedeutend sein muss. Wenn umgekehrt ein Körper eine Strahlengattung gar nicht aussendet ($E = 0$), so wird er bei der gleichen Temperatur auch diese Strahlengattung nicht absorbiren ($A = 0$), sondern derselben freien Durchtritt gestatten.

In Folge des Zusammenhanges von Emission und Absorption bringt jede Aenderung der einen Grösse auch eine entsprechende Aenderung der anderen hervor. Bei einem und demselben Körper ist nun die Beschaffenheit der Oberfläche für die Emission von grosser Wichtigkeit. Wenn man z. B. zwei Oberflächen des gleichen Metalls hat, von denen die eine glänzend polirt, die andere dagegen matt geschliffen oder geritzt ist, so zeigt eine Vergleichung, dass die letztere Oberfläche beträchtlich mehr Wärme ausstrahlt als die erstere; es wird daher auch die matte Metalloberfläche ein stärkeres Absorptionsvermögen als die polirte besitzen.

---

[1]) Kirchhoff, Pogg. Ann. Bd. 109 (1860).

§. 165.

Interferenz und Polarisation der Wärmestrahlen. — Die vollständige Uebereinstimmung in dem Verhalten der Wärme- und Lichtstrahlen zeigt sich nicht bloss bei der Reflexion und Brechung, sondern auch bei der Interferenz und Polarisation. Insbesondere haben die ausgedehnten Untersuchungen von Knoblauch, welcher nach den verschiedenen Methoden die Interferenz und Polarisation der Wärmestrahlen erzeugte, dargethan, dass alle Eigenschaften, welche sich in optischer Beziehung zu erkennen geben, auch in thermischer Hinsicht von den Strahlen nachweisbar sind.

Wärmeleitung.

§. 166.

Wärmeleitung der starren Körper. — Bei der Fortpflanzung der Wärme durch Strahlung werden die durchstrahlten Medien, in so weit sie die Wärmestrahlen durchlassen, nicht erwärmt und daher kann ein entfernter Körper, welcher die Wärmestrahlen absorbirt, eine höhere Temperatur erhalten, als sämmtliche Zwischenglieder, welche die strahlende Wärme durchschritten hat. Im Gegensatze hierzu findet die Fortpflanzung der Wärme durch Leitung in der Art statt, dass die leitende Substanz die Wärme von Schicht zu Schicht weiter führt und eine Schicht auf die folgende erst dann Wärme durch Leitung überträgt, wenn sie selbst wärmer als diese ist. Bei dem Wärmeübergang durch Leitung ist es daher nicht wie bei der Strahlung möglich, dass beide Endglieder eine höhere Temperatur als die Zwischenglieder besitzen.

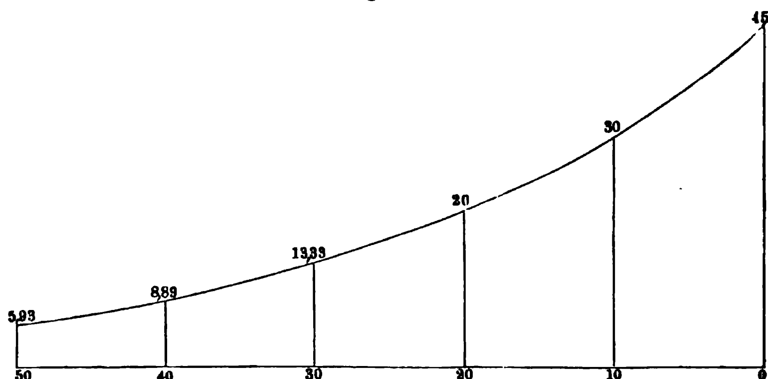
Wenn ein starrer Körper an einer Stelle erwärmt wird, so pflanzt sich die Wärme durch die übrigen Theile des Körpers von der erwärmten Stelle aus allmälig fort. Wird dafür Sorge getragen, dass die einmal vom Körper aufgenommene Wärme nicht wieder nach aussen abgegeben wird, so wird der Körper nach Verlauf einer gewissen Zeit überall die Temperatur der erwärmten Stelle angenommen haben. Kann dagegen die Wärme nach aussen hin entweichen, so wird sich nach einiger Zeit ein stationärer Zustand in der Art herausbilden, dass eine Temperaturänderung der einzelnen Theile des Körpers nicht mehr eintritt, dass aber andererseits diese einzelnen Theile verschiedene Temperatur besitzen. Die Vertheilung der Temperatur des Körpers hängt von seiner Wärmeleitungsfähigkeit ab.

Denken wir uns einen Stab von überall gleichem Querschnitt und von einer für Wärme undurchdringlichen Hülle umgeben. Das eine Ende des Stabes werde auf die Temperatur T erwärmt; die dem Stabe an diesem Ende zugeführte Wärme wird allmälig in dem Stabe sich weiter verbreiten und bis zu dem anderen Ende des Stabes gelangen; hier möge die Wärme an die Umgebung abgegeben werden. Die Temperatur an

dieser Endfläche wird sich durch die Wärmezufuhr allmälig erhöhen, aber nicht bis zur Temperatur T, sondern bloss bis zur Temperatur t. Die Endfläche wird diese Temperatur t erreicht haben, sobald sie ebenso viel Wärme nach aussen abgiebt, als sie durch den Stab zugeführt erhält. Wenn die beiden Endflächen eine constante Temperatur T resp. t besitzen, hat auch jeder Querschnitt eine constante Temperatur und der stationäre Zustand ist erreicht. Es nimmt dann die Temperatur ganz gleichmässig von dem einen Ende des Stabes bis zum anderen ab, so dass je zwei Querschnitte des Stabes, welche um eine gleiche Grösse von einander entfernt sind, dieselbe Temperaturdifferenz besitzen. Die Wärmemenge, welche durch die eine Endfläche des Stabes in einer gewissen Zeit nach aussen abgegeben wird, ist gleich jener, welche in derselben Zeit durch irgend einen Querschnitt des Stabes hindurchgeht.

Unter der Wärmeleitungsfähigkeit versteht man die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit durch die Einheit des Querschnittes hindurchgeht,

Fig. 294.



wenn zwei Querschnitte, die sich in der Entfernung 1 von einander befinden, die Temperaturdifferenz von 1⁰ haben.

In dem oben betrachteten Falle, wo der Stab sich in einer für Wärme undurchdringlichen Hülle befindet, nimmt die Temperatur von der erwärmten Stelle aus in einer arithmetischen Reihe ab, wenn die Abstände, in denen die Temperatur gemessen wird, in einer arithmetischen Reihe zunehmen. Sobald der Stab auch von seiner Oberfläche aus nach aussen Wärme abgeben kann, wird die Temperaturvertheilung eine andere. Es lässt sich zeigen, dass in diesem Falle die Temperatur in einer geometrischen Reihe abnimmt, wenn die Abstände von der Wärmequelle nach einer arithmetischen Reihe wachsen.

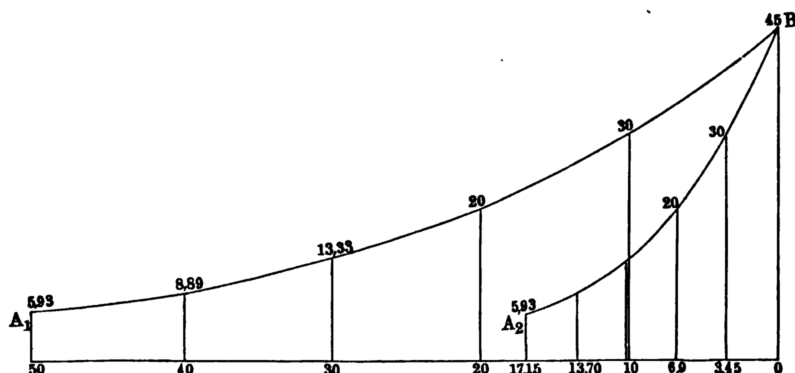
In Fig. 294 ist die Temperaturvertheilung gezeichnet, die ein Stab unter den gedachten Umständen annimmt; vorausgesetzt ist dabei, dass die Temperatur der Umgebung 0^0 sei. Das Verhältniss der Temperaturen zu einander in gleichen Abständen ist constant; es ist

$$\frac{45}{30} = \frac{30}{20} = \frac{20}{13,33} \cdots$$

Da die Oberfläche des Stabes auch Wärme an die Umgebung abgiebt, so hängt die Menge dieser Wärme von der Beschaffenheit der Oberfläche oder von der äusseren Wärmeleitungsfähigkeit ab. Um eine Vergleichung der inneren Wärmeleitungsfähigkeit für Stäbe verschiedener Natur zu erhalten, kann man zwei Stäbe gleicher Dicke und gleicher Oberfläche an ihrem einen Ende auf dieselbe Temperatur erwärmen und dann mittelst Anlegen eines Thermoelementes an verschiedenen Stellen die Temperaturvertheilung in beiden Stäben ermitteln. Es lässt sich zeigen, dass in diesem Falle die Leitungsfähigkeiten der beiden Stäbe sich verhalten wie die Quadrate der Abstände jener Querschnitte von der erwärmten Stelle, welche gleiche Temperatur haben (Fig. 295).

Angenommen, es stelle die Curve A_1 B die Temperaturvertheilung für einen Silberstab und die Curve A_2 B für einen Eisenstab dar, der dieselbe Dicke wie der Silberstab besitzt und zur Erreichung der gleichen Oberfläche mit einer dünnen Silberschicht überzogen ist. Vergleicht man

Fig. 295.



nun die Abstände, in denen beide Stäbe die gleiche Temperatur zeigen, so findet man:

Temperatur	Abstand beim Silberstab	Abstand beim Eisenstab
30	10	3,45
20	20	6,9
⋮	⋮	⋮
5,93	50	17,15

Nach dem angeführten Gesetze verhält sich daher die Leitungsfähigkeit k des Silbers, zur Leitungsfähigkeit k_1 des Eisens

$$\frac{k}{k_1} = \left(\frac{10}{3,45}\right)^2 = \cdots = \left(\frac{50}{17,25}\right)^2$$

oder

$$k : k_1 = 100 : 11,9.$$

In der folgenden Tabelle sind für eine Reihe von Metallen die relativen Werthe der Wärmeleitungsfähigkeiten angegeben, wie sie von Wiedemann und Franz[1]) ermittelt sind; es ist dabei die Leitungsfähigkeit des Silbers gleich 100 gesetzt.

Silber . . .	100	Zink	19,0	Platin	8,4
Kupfer . . .	73,4	Zinn	14,5	Neusilber . . .	6,3
Gold . . .	53,2	Eisen . . .	11,9	Rose's Metall .	2,8
Messing . .	23,1	Blei	8,5	Wismuth . . .	1,8

Um die absoluten Werthe der Leitungsfähigkeit der starren Körper zu ermitteln, sind verschiedene Methoden von Forbes, Neumann, H. F. Weber u. A. angewandt, auf welche wir hier nicht eingehen.

Sobald man für ein Metall den absoluten Werth kennt, kann man aus obiger Tabelle die entsprechenden Werthe für die übrigen Metalle ableiten. Es ist indessen zu bemerken, dass die Werthe der verschiedenen Beobachter noch ziemlich grosse Unterschiede zeigen. In der folgenden Zusammenstellung sind die absoluten Werthe angegeben, welche H. F. Weber ermittelt hat; die Einheiten, welche den Werthen zu Grunde liegen, sind Gramm, Centimeter und Secunde.

Wärmeleitungsfähigkeit in absolutem Maasse bei 0°.

Silber . . .	1,096	Cadmium . .	0,221	Blei	0,0719
Kupfer . . .	0,819	Messing . .	0,150	Wood's Metall	0,0319
Zink . . .	0,306	Zinn . . .	0,145	Wismuth . .	0,0108

Es möge noch bemerkt werden, dass die Leitungsfähigkeit der Metalle mit wachsender Temperatur abnimmt.

Die Metalle sind die besten Wärmeleiter; die anderen Körper leiten die Wärme fast alle schlechter, als die Metalle. Für Marmor hat man den absoluten Werth 0,026; für Porcellan 0,014 gefunden, die allerdings noch etwas grösser sind, als das am schlechtesten leitende Metall, Wismuth, geliefert hat.

Steine und Erden leiten die Wärme um so langsamer, je weniger dicht und homogen die Masse ist. Daher die lange Zeit, welche erforderlich ist, damit die Sonnenwärme bis zu einiger Tiefe in den Boden hinabdringt; während die höchste Mittelwärme im mittleren Europa in der den Boden berührenden Luftschicht dem Monat Juli zukommt, fällt dieselbe in 7 bis 8 m Tiefe erst in den Monat December.

Während die bisher betrachteten Körper die Wärme nach verschiedenen Richtungen gleich gut leiten, ist dies bei den Krystallen und Hölzern nicht der Fall. Nur die Krystalle des regulären Systems unterscheiden sich in ihrer Leitungsfähigkeit nach verschiedenen Richtungen nicht. Wird eine Glasplatte in der Mitte durchbohrt und ein durch die Bohrung gezogener Platindraht erwärmt, so bemerkt man, dass eine dünne Wachsschicht, mit welcher die Platte überzogen ist, in concentrischem Kreise um die Bohrung abschmilzt. Die isothermen Punkte, d. h. die

[1]) Wiedemann und Franz, Pogg. Ann. 89 (1853).

Punkte gleicher Temperatur, liegen also von dem erwärmten Mittelpunkte gleich weit entfernt. Würde man einen massiven Glaskörper von der Mitte aus erwärmen, so lägen die isothermen Punkte auf concentrischen Kugeloberflächen. Ebenso wie das Glas verhalten sich die Krystalle des regulären Systems.

Bei den Krystallen des quadratischen und hexagonalen Systems sind die isothermen Curven auf einer Platte nur Kreise, wenn die Platten senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe geschnitten sind; alle nach anderer Richtung geschnittenen Platten zeigen dagegen Ellipsen als isothermische Curven. Der Unterschied zwischen der grössten und kleinsten Axe der Ellipse wird am bedeutendsten, wenn die Platte der krystallographischen Hauptaxe parallel geschnitten war. Aus diesen Beobachtungen geht hervor, dass in einer Ebene senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe die Wärmeleitungsfähigkeit nach allen Richtungen die gleiche ist, dass aber die Leitungsfähigkeit zu- oder abnimmt, sobald man diese Ebene verlässt, so dass die krystallographische Hauptaxe entweder die grösste oder die kleinste Leitungsfähigkeit unter allen Richtungen im Krystalle besitzt. Würde man bei den Krystallen der genannten Systeme von einem Punkte im Innern aus eine Erwärmung erzeugen, so lägen die isothermen Punkte nicht auf der Oberfläche einer Kugel, sondern auf der Oberfläche eines Rotationsellipsoids, dessen Drehungsaxe mit der Hauptaxe des Krystalles zusammenfällt.

Die Leitungsfähigkeit der übrigen Krystallsysteme ist nach allen Richtungen verschieden und es giebt in Krystallen, die zu diesen Systemen gehören, keine Ebene, in der die Leitungsfähigkeit von der Richtung unabhängig wäre.

Organische Körper mit regelmässiger Textur verhalten sich den krystallisirten Substanzen insofern ähnlich, als sie in verschiedener Richtung ebenfalls eine ungleiche Wärmeleitungsfähigkeit besitzen. Die Hölzer leiten die Wärme am besten in der Richtung der Fasern.

§. 167.

Wärmeleitung der Flüssigkeiten. — Erwärmt man eine Flüssigkeit von unten, so steigen die erwärmten Flüssigkeitstheilchen in Folge ihrer geringer gewordenen Dichtigkeit in die Höhe und an ihre Stelle treten kältere Theilchen, die in Folge der Erwärmung in gleicher Weise bewegt werden. Durch diese Strömungen wird die ganze Flüssigkeitsmasse sehr bald erwärmt. Will man die Wärmeleitung der Flüssigkeiten untersuchen, so muss man die Strömung möglichst vermeiden, und dies geschieht am besten dadurch, dass man die Flüssigkeit von oben erwärmt oder von unten abkühlt.

Despretz wandte einen Cylinder von Holz an, welcher mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt wurde. Die Cylinderwand war in gleichen Abständen durchbohrt und durch die Bohrungen waren horizontal gestellte Thermometer in den Cylinder so eingeführt, dass die Thermometergefässe bis in die Mitte des Cylinders reichten. Auf die obere Fläche des Cylinders wurde ein Kupferkessel so gesetzt, dass die den Cylinder füllende Flüssigkeit die untere Kesselwand berührte. Indem man

den Kupferkessel mit warmem Wasser, welches häufig erneuert wurde, füllte, pflanzte sich die Wärme von oben her durch die Flüssigkeit des Cylinders nach unten hin fort, und die eingeführten Thermometer gaben nach Eintreten des stationären Zustandes die Temperatur in den einzelnen Schichten an. Despretz fand nach dieser Methode für die Wärmeleitungsfähigkeit des Wassers den Werth 9, wenn man für Kupfer 1000 annimmt; in absolutem Maasse würde dies für Wasser 0,007 liefern.

Am ausgedehntesten ist die Wärmeleitung der Flüssigkeiten von H. F. Weber[1]) untersucht. Derselbe wandte folgendes Verfahren an. Auf eine cylindrische Kupferplatte von 0,5 cm Dicke und etwa 8 cm Radius wurden drei gleich dicke kleine Stückchen Glas von 0,231 cm Dicke gelegt; auf diese wurde eine zweite Kupferplatte, welche der ersten an Grösse gleich, aber etwa 1 cm dick war, gesetzt. Der Zwischenraum zwischen beiden Platten, die horizontal gestellt waren, wurde mit der zu untersuchenden Flüssigkeit angefüllt und dann das ganze System auf eine Eisplatte niedergelassen. Die untere Kupferplatte nimmt sehr schnell die Temperatur des Eises an und entzieht dann der Flüssigkeit und der oberen Kupferplatte die Wärme. Die Temperatur der oberen Kupferplatte wurde auf thermoelektrischem Wege mit der Zeit verfolgt und hieraus die Wärmeleitung berechnet.

Weber fand eine einfache Beziehung zwischen der Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeit und der specifischen Wärme der Volumeinheit, d. i. dem Product aus der specifischen Wärme und der Dichtigkeit, wie sich aus der folgenden Tabelle ergiebt.

Flüssigkeit	Absolute Wärmeleitungsfähigkeit k	Dichtigkeit ϱ	Specifische Wärme c	$\frac{k}{\varrho \cdot c}$
Wasser	0,00124	1,000	1,000	0,00124
Kupfervitriollösung	0,00118	1,160	0,848	0,00120
Zinkvitriollösung	0,00118	1,134	0,861	0,00121
"	0,00115	1,362	0,706	0,00110
Kochsalzlösung	0,00115	1,178	0,800	0,00122
Glycerin	0,00067	1,220	0,738	0,00091
Alkohol	0,00049	0,795	0,566	0,00108
Schwefelkohlenstoff	0,00042	1,271	0,254	0,00136
Aether	0,00040	0,728	0,520	0,00107
Olivenöl	0,00039	0,911	0,471	0,00091
Chloroform	0,00037	1,485	0,233	0,00106
Citronenöl	0,00035	0,818	0,438	0,00098
Benzin	0,00032	0,701	0,381	0,00123

[1]) H. F. Weber, Wied. Ann. 10 (1880).

Die Einheiten, welche den absoluten Werthen zu Grunde liegen, sind dieselben wie früher bei den festen Körpern, nämlich Gramm, Centimeter und Secunde. Die Flüssigkeiten sind nach der Güte ihrer Leitungsfähigkeit geordnet; man sieht, dass das Wasser etwa viermal so gut leitet, wie das Benzin. Dividirt man die Leitungsfähigkeit k durch die specifische Wärme der Volumeinheit $\varrho \,.\, c$, so findet man die Werthe, welche in der letzten Reihe angegeben sind. Eine Vergleichung dieser Werthe lässt erkennen, dass dieselben keine sehr grossen Unterschiede zeigen; der kleinste Werth ist 0,00091, der grösste 0,00136. Es ist also innerhalb ziemlich naher Grenzen die Wärmeleitungsfähigkeit der untersuchten Flüssigkeiten der specifischen Wärme der Volumeinheit proportional.

Die metallischen Flüssigkeiten folgen der eben angeführten Beziehung indessen nicht. Die Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilbers ist in absolutem Maasse gleich 0,0152. Dividirt man diesen Werth durch die specifische Wärme der Volumeinheit, nämlich 0,441, so findet man 0,034, also einen Werth, der etwa 30 mal grösser ist, als das in der obigen Tabelle angegebene Verhältniss.

§. 168.

Wärmeleitung der Gase. — Die Gase leiten die Wärme in sehr geringem Maasse. Man hat sogar lange Zeit bezweifelt, ob dieselben überhaupt im Stande seien, die Wärme zu leiten. Die Wärmeleitung derselben ist aber in neuerer Zeit sowohl theoretisch als auch experimentell sehr eingehend untersucht. Die Theorie der Wärmeleitung, wie sie besonders von Clausius und Maxwell ausgebaut wurde, hat als Resultat ergeben, dass die Wärmeleitung der specifischen Wärme des Gases bei constantem Volumen und dem Reibungscoefficienten proportional sei; oder dass

$$k = a \,.\, \eta \,.\, c,$$

wo a einen Zahlenfactor, η den Reibungscoefficienten, c die specifische Wärme des Gases bei constantem Volumen bezeichnet [1]).

Aus dieser Beziehung folgen zwei wichtige Folgerungen:

1. Da sowohl der Reibungscoefficient η als auch die specifische Wärme c innerhalb sehr weiter Grenzen vom Drucke unabhängig ist, so ist auch die Wärmeleitung des Gases vom Drucke unabhängig.

2. Die Wärmeleitung wächst mit wachsender Temperatur und zwar in gleicher Weise, wie das Product von $\eta \,.\, c$ mit derselben wächst.

Die erste Folgerung hat sich durch die Versuche vollständig bestätigt; man hat gefunden, dass innerhalb der Druckgrenzen von 760 mm und 1 mm Quecksilber die Wärmeleitung der Gase ihre Grösse nicht ändert [2]). Die zweite Folgerung ist ebenfalls annähernd bestätigt.

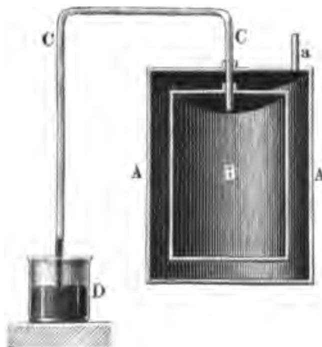
Stefan hat zuerst die Wärmeleitung der Gase ihrem absoluten Werthe nach bestimmt. In einem cylindrischen Gefässe A von Messing,

---

[1]) O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase. — [2]) Stefan, Wiener Berichte 1872. Kundt und Warburg, Pogg. Ann. 156 (1875), Winkelmann, Pogg. Ann. 156, 157, 159.

Fig. 296, befand sich ein zweiter Cylinder B, der den ersten Cylinder nirgends berührte, sondern von den Wandungen desselben überall gleich weit abstand. Dieser Cylinder wurde durch eine doppelt gebogene Glasröhre C getragen. Der obere Deckel des Cylinders A und der Cylinder B waren mit der Glasröhre C fest verbunden. Nachdem der Deckel und der Cylinder B in A eingesetzt waren, wurde der Zwischenraum zwischen beiden Cylindern durch das Ansatzrohr a mit dem zu untersuchenden Gase gefüllt und dann a geschlossen. Der Apparat, welcher die Zimmertemperatur hatte, wurde in schmelzendes Eis gesetzt und dabei das untere Ende der Röhre C in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäss D getaucht. Der Cylinder A nimmt fast momentan die Temperatur 0^0 des ihn berührenden Eises an; der Cylinder B kühlt sich alsdann allmälig ab, indem er sowohl durch Strahlung als auch Wärmeleitung, welche letztere das Gas des Zwischenraumes vermittelt, seine Wärme an den Cylinder A und damit nach aussen abgiebt. Die Temperaturänderung, welche B erfährt, giebt sich durch das Steigen des Quecksilbers in C zu erkennen; der Cylinder B ist nämlich als ein Luftthermometer zu betrachten, dessen Inhalt einen um so geringeren Druck ausübt, je niedriger die Temperatur wird.

Fig. 296.



Die Temperaturerniedrigung des Cylinders B, deren Grösse man messend verfolgen kann, hängt in ihrer Geschwindigkeit von dem Gewichte und der specifischen Wärme des Cylinders B, von der Grösse dieses Cylinders, von seinem Abstande bis zum Cylinder A und von der Leitungsfähigkeit des den Zwischenraum ausfüllenden Gases ab. Da der Cylinder A seiner ganzen Ausdehnung nach die Temperatur 0^0 erhält, so werden sich in Folge der verschiedenen Dichtigkeit in dem Zwischenraume Strömungen des Gases herstellen, welche die Geschwindigkeit der Abkühlung von B beschleunigen; insbesondere werden die an dem oberen Deckel von A befindlichen Gastheilchen nach abwärts sinken. Sowohl durch Verminderung des Gasdruckes als auch durch Verminderung des Abstandes beider Cylinder kann man den Einfluss der Strömungen auf ein Minimum reduciren.

Stefan fand für die absolute Wärmeleitungsfähigkeit der Luft, bezogen auf Gramm, Centimeter und Secunde als Einheiten, den Werth

$$k = 0{,}0000558.$$

Berechnet man den Werth von k nach der Formel

$$k = a \,.\, \eta \,.\, c$$

und setzt man mit O. E. Meyer $a = 1{,}53$, so erhält man mit $\eta = 0{,}000175$; $c = 0{,}2375$

$$k = 0{,}0000452,$$

also einen Werth, der mit dem beobachteten ziemlich nahe übereinstimmt.

Nach der Methode Stefan's sind später durch Plank, Kundt und Warburg, sowie durch den Verfasser auch andere Gase in Bezug auf ihre Wärmeleitung untersucht.

In der folgenden Tabelle sind die beobachteten Werthe mit den nach obiger Formel berechneten zusammengestellt.

	Wärmeleitungsfähigkeit der Gase in absolutem Maasse	
	berechnet von O. E. Meyer	beobachtet von Winkelmann
Luft	0,0000492	0,0000525
Wasserstoff, H_2	3497	3324
Kohlenoxyd, CO	490	510
Stickstoff, N_2	491	524
Sauerstoff, O_2	502	563
Kohlensäure, CO_2	407	317
Stickoxydul, N_2O	425	363
Sumpfgas, CH_4	829	647
Aethylen, C_2H_4	542	414

Eine Vergleichung der Zahlen zeigt, dass Wasserstoff von allen Gasen am besten und dass Kohlensäure am schlechtesten die Wärme leitet. Dieses Resultat zeigt die Beobachtung sowohl wie die Berechnung. Indessen liefert die Beobachtung für beide Gase einen kleineren Werth als die Theorie; auch bei den übrigen Gasen findet keine vollständige Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung statt. Theilweise ist dies darin begründet, dass die Werthe von η und c, welche zur Berechnung der Wärmeleitung benutzt sind, sich nicht auf die gleiche Temperatur beziehen wie die beobachtete Wärmeleitung.

Die Abhängigkeit der Wärmeleitung der Gase von der Temperatur wurde durch den Verfasser [1]) bestimmt. Setzt man die Wärmeleitung eines Gases bei t^0 gleich

$$k_t = k_0 (1 + \gamma \, . \, t),$$

so ist der Coefficient γ im Allgemeinen von der Natur der Gase abhängig. Für Luft und Wasserstoff ist $\gamma = 0{,}0021$; für Kohlensäure $\gamma = 0{,}0038$. Um diese Werthe mit der Theorie zu vergleichen, möge das Verhältniss der Wärmeleitung bei 100^0 und 0^0 betrachtet werden. Nach der Theorie ist

$$\frac{k_{100}}{k_0} = \frac{\eta_{100}}{\eta_0} \, . \, \frac{c_{100}}{c_0} \, .$$

Hiernach erhält man folgende Resultate:

[1]) Winkelmann, Pogg. Ann. 157 (1876). Wied. Ann. 19 (1883).

	$\frac{\eta_{100}}{\eta_0}$	$\frac{c_{100}}{c_0}$	$\frac{\varkappa_{100}}{\varkappa_0}$	
			berechnet	beobachtet
Luft	1,27	1,00	1,27	1,21
Kohlensäure	1,35	1,12	1,51	1,38

Diese Werthe zeigen, dass die Theorie ebenso wie die Beobachtung für die Kohlensäure einen grösseren Temperaturcoefficienten liefert als für Luft. Für beide Gase ist aber der beobachtete Werth kleiner als der theoretisch berechnete.

Maasse, Messen, Wägen.

§. 169.

M a a s s e i n h e i t e n. — In verschiedenen Ländern sind verschiedene Maass- und Gewichtseinheiten eingeführt. Bei wissenschaftlichen Untersuchungen bedient man sich vorzugsweise des französischen Maasssystems, welches seit 1872 auch für das Deutsche Reich eingeführt ist. Die Längeneinheit dieses Systems, das M e t e r, steht in einer einfachen Beziehung zu dem Umfange der Erde; es ist nämlich gleich dem 40 millionsten Theile eines Erdmeridians.

Die Eintheilung des Meters und das darauf gegründete Verhältniss der Quadrat- und Cubikmaasse ergiebt sich aus folgender Zusammenstellung.

1 m (Meter) = 10 dc (Decimeter) = 100 cm (Centimeter)
= 1000 mm (Millimeter),
1 dc (Decimeter) = 10 cm (Centimeter) = 100 mm (Millimeter),
1 cm (Centimeter) = 10 mm (Millimeter).

1 qm (Quadratmeter) = 100 qdc (Quadratdec.) = 10 000 qcm (Quadratcent.)
= 1 000 000 qmm (Quadratmillim.),
1 qdc (Quadratdec.) = 100 qcm (Quadratcent.) = 10000 qmm (Quadratmill.),
1 qcm (Quadratcent.) = 100 qmm (Quadratmill.).

1 cbm (Cubikmeter) = 1000 cdc (Cubikdec.) = 1 000 000 ccm (Cubikcent.)
= 1 000 000 000 cmm (Cubikmillim.),
1 cdm (Cubikdec.) = 1 000 ccm (Cubikcent.) = 1 000 000 cmm (Cubikm.),
1 ccm (Cubikcent.) = 1 000 cmm (Cubikmillim.).

Ausser dem Metersysteme findet auch noch das alte französische und das englische Maasssystem Anwendung, weshalb eine Vergleichung folgt:

1 Pariser Fuss = 12 Pariser Zolle = 144 Pariser Linien,
1 „ „ = 0,32484 Meter,
1 „ Zoll = 27,070 Millimeter,
1 „ Linie = 2,2558 „

1 Englischer Fuss = 12 Englische Zolle = 144 Englische Linien
1 „ „ = 0,3048 Meter,
1 „ Zoll = 25,40 Millimeter,
1 Englische Linie = 2,117 „

Als Einheit das Hohlmaasses gilt in dem metrischen Systeme das Liter, welches den Rauminhalt eines Cubikdecimeters hat.

Als Einheit des Gewichts gilt in dem metrischen Systeme das Gramm; das Gewicht von 1 Cubikcentimeter Wasser bei der Temperatur von 4° C. auf der Sternwarte zu Paris, dieses Gewicht, reducirt auf den luftleeren Raum, ist 1 Gramm. Die Unterabtheilungen des Gramms sind:

1 Gramm =	10 Decigramm =	100 Centigramm =	1000 Milligramm
	1 „ =	10 „ =	100 „
		1 „ =	10 „

1000 Gramm sind = 1 Kilogramm = dem Gewichte von 1 Liter Wasser bei der Temperatur von 4° C.

Die Gewichtseinheit im Deutschen Reiche ist das Pfund, welches 500 Gramm wiegt.

§. 170.

Messung von linearen Dimensionen. Kathetometer. Nonius. — Da jedes zu Maassstäben benutzte Material durch die Wärme ausgedehnt wird, kann jeder Massstab die Längeneinheit oder eine Unterabtheilung derselben streng genommen nur bei einer Temperatur richtig angeben. Der Fehler in den Abmessungen, welcher durch Anwendung des Maassstabes bei anderen Temperaturen hieraus hervorgehen würde, ist um so kleiner, je weniger die Temperatur von derjenigen abweicht, für welche der Maassstab richtig ist und je geringer die Ausdehnung der Substanz des Massstabes ist. In den meisten Fällen sind die Fehler so klein, dass sie nicht zu berücksichtigen sind. Angenommen, es habe ein Maassstab aus Glas bei 10° die normale Länge. Würde man nun bei 20° mit dem Glasmassstabe eine Länge gleich 1000 mm finden, so würde man, wenn der Maassstab bei seiner Normaltemperatur von 10° angewandt wäre, für dieselbe Länge

1000,09 mm

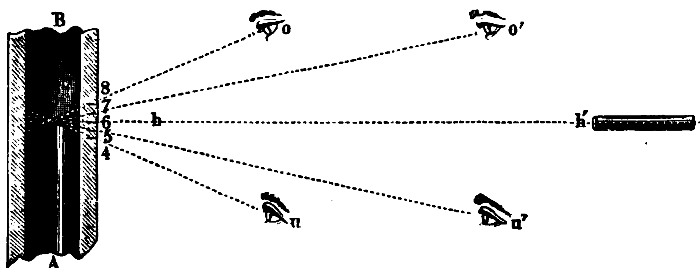
gefunden haben.

Bedeutendere Fehler können bei Längenmessungen dann entstehen, wenn die zu messende Linie und die Theilung des Maassstabes nicht dicht neben einander, sondern, wie es bei Barometern, Thermometern, calibrirten Röhren und dergleichen gewöhnlich der Fall ist, etwas entfernt von einander, also in verschiedenem Abstande vom Auge des Beobachters sich befinden.

Wenn die Höhe des Quecksilberstandes in dem Rohre AB, Fig. 297, an dem auf der Vorderfläche eingeätzten Maassstabe beobachtet werden soll, so müsste der Theilstrich 6, welcher sich mit dem Scheitel des Quecksilbermeniskus in einer Horizontalen befindet, abgelesen werden. Besteht aber für den Beobachter keine Controle dafür, dass sein Auge in der That sich in der Horizontalen hh' befindet, so kann er, je nachdem sich das Auge bei o oder bei u befindet, den Theilstrich 8 oder 4 ablesen. Den durch die fehlerhafte Stellung des Auges bei der Ablesung hervorgerufenen Fehler nennt man den Fehler wegen der Parallaxe. Bei einer gleich grossen Verschiebung von der Horizontalen hh', aber in

einer grösseren Entfernung vom Rohre AB, nimmt die Parallaxe ab; so werden z. B. bei der Stellung des Auges in o' oder u' die Theilstriche 7 oder 5 abgelesen. Das unbewaffnete Auge kann indessen sich nicht weit von dem Rohre entfernen, weil die Theilung bald zu klein und nicht mehr deutlich gesehen wird. Es ist daher gebräuchlich, Ablesungen, bei welchen

Fig. 297.



es auf einen höheren Grad von Genauigkeit ankommt, mittelst eines an einem vertical stehenden prismatischen Stabe verschiebbaren, stets horizontal gerichteten Fernrohres zu machen.

Ist der verticale Stab (gewöhnlich aus Eisen) mit einem Längenmaassstabe versehen und um seine verticale Axe drehbar; sind ferner die nöthigen Vorkehrungen getroffen, den Maassstab genau vertical, die Axe des Fernrohres horizontal zu stellen, so besitzt der Apparat alle wesentlichen Eigenschaften des unter dem Namen Kathetometer bekannten Messinstrumentes (Fig. 298, a. f. S.).

Die Hülse *aa* ist um einen mit drei Stellschrauben versehenen massiven verticalen Stab drehbar. Die Hülse trägt auf der einen Seite den prismatischen Stab *bb* und auf der anderen Seite als Gegengewicht des Stabes den Cylinder *cc*. An dem Stabe *bb*, welcher eine Millimetertheilung besitzt, lässt sich ein Schlitten, mit dem ein Fernrohr verbunden ist, auf und ab bewegen. Durch die Schraube *r* lässt sich der Schlitten in jeder beliebigen Höhe feststellen, und durch die Mikrometerschraube *s* lässt sich eine feinere Einstellung erzielen. Die Stellung des Schlittens wird durch den Nonius *f* (Fig. 299, a. f. S.) abgelesen. Soll z. B. die Höhendifferenz zweier Quecksilberkuppen bestimmt werden, so stellt man zunächst den Schlitten so, dass der horizontale Faden des Fernrohres die eine Kuppe berührt, und liest die Stellung des Schlittens ab, es sei a mm gefunden; dann macht man die gleiche Beobachtung für die andere Quecksilberkuppe; findet man dort die Stellung des Nonius bei b mm, so ist die Höhendifferenz der beiden Kuppen $(a - b)$ mm.

Damit das Kathetometer richtige Resultate liefert, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein: a) die Fernrohraxe muss horizontal sein; b) der Maassstab vertical stehen.

a) Bei dem in der Zeichnung abgebildeten Apparate ist das Fernrohr mit dem Schlitten und ebenso auch die Libelle mit dem Fernrohre fest verbunden. Um zu prüfen, ob die Libelle senkrecht zur Drehungsaxe steht, dreht man an der Stellschraube so lange, bis die Libelle einsteht. Alsdann dreht man den Massstab mit dem Fernrohre um 180°; steht dann die Libelle wiederum ein, so ist die Libelle senkrecht zur Drehungsaxe.

b) Um ferner die Drehungsaxe und damit den Massstab vertical zu stellen, richtet man zunächst das Fernrohr der Verbindungslinie zweier Stellschrauben parallel und dreht diese Schrauben so lange, bis die Libelle einsteht. Dann dreht man das Fernrohr um 90⁰ und bringt durch Drehung der dritten Stellschraube die Libelle wiederum zum Einstehen. Da man auf diese Weise bewirkt hat, dass die Libelle in zwei auf einander senkrechten Richtungen horizontal steht, so steht sie in allen Richtungen horizontal. Steht nun, wie vorausgesetzt ist, die Libelle senkrecht zur Drehungsaxe und zum Maassstabe, so ist auch durch die angegebene Operation der Maassstab vertical gerichtet.

Fig. 298.



Fig. 299.

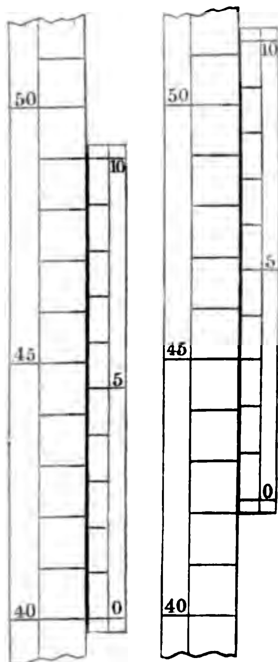


Bei den besseren Instrumenten ist das Fernrohr und die Libelle umlegbar, und ist ferner die Stellung beider zu corrigiren. Hierdurch kann man die Libelle der Fernrohraxe parallel machen und ferner die Sehaxe mit der Fernrohraxe zusammenfallen lassen. Das Fernrohr hat zu dem Zwecke zwei genau cylindrisch abgedrehte Verdickungen, mit denen es auf zwei Gabeln ruht und mit denen es ferner eine Libelle mit ausgedrehten Füssen trägt. Man erreicht die richtige Einstellung in folgender Weise:

1. Die Libelle soll der Fernrohraxe parallel sein. Man dreht die Stellschrauben des Apparates so weit, bis die ganze Blase der Libelle sichtbar wird. Dann merkt man sich genau die Stellung der Blase von der Mitte aus, nimmt die Libelle fort und legt sie in umgekehrter Stellung wieder ein. Ist die Libelle der Fernrohraxe parallel, so hat die Libellenblase ihre Stellung gegen den Beobachter durch das Umlegen nicht geändert. Tritt dagegen eine Verschiebung der Blase ein, so muss die Libelle durch eine Correctionsschraube, welche die eine Seite hebt oder senkt, corrigirt werden.

2. Die Fernrohraxe soll senkrecht zum Maassstabe stehen. Die Bedingung 1. sei erfüllt. Man dreht die Stellschrauben so weit, dass die Libelle horizontal steht; dann dreht man den Maassstab mit dem Fernrohre um 180° und sieht zu, ob bei dieser Stellung die Libelle wiederum horizontal steht. Ist dies der Fall, so ist die Bedingung erfüllt; ist es nicht der Fall, so corrigirt man den Fehler zur Hälfte an den Stellschrauben, zur Hälfte an einer Correctionsschraube, die unterhalb des Fernrohres dasselbe zu heben oder zu senken gestattet. Dann dreht man nochmals um 180° und corrigirt in der gleichen Weise, bis endlich eine Drehung um 180° keine Verschiebung der Libellenblase hervorbringt.

Fig. 300. Fig. 301.



3. Der Maassstab soll vertical stehen. Sind die Bedingungen 1. und 2. erfüllt, so lässt sich diese Bedingung nach den Angaben, die oben unter *b* gemacht sind, erfüllen.

4. Die Fernrohraxe soll mit der Sehaxe zusammenfallen. Die Bedingungen 1., 2., 3. seien erfüllt. Man stellt den horizontalen Faden des Fadenkreuzes auf eine nicht zu nahe stehende Spitze scharf ein. Dann nimmt man das Fernrohr aus seinem Lager und legt es in umgekehrter Stellung wieder hinein. Dreht man darauf den Apparat (nahezu um 180°), um wieder die Spitze zu beobachten, so wird letztere den horizontalen Faden des Fadenkreuzes tangiren, wenn die Bedingung erfüllt ist. Ist dies nicht der Fall, so corrigirt man die Sehaxe dadurch, dass man das Fadenkreuz durch Drehung der entsprechenden Schrauben hebt oder senkt.

N o n i u s. — Derselbe bietet ein Mittel, kleinere Unterabtheilungen zu messen, als die Theilung des Maassstabes wirklich enthält. Ein Schieber mit einer Marke (Nulllinie), deren Lage an dem Maassstabe in jedem Falle bestimmt werden muss, gleitet unmittelbar an oder auf dem Maassstabe. Es ist der Raum von $n - 1$ Abtheilungen des letzteren in n Theile auf dem Schieber eingetheilt, so dass, wenn die Nulllinie des Nonius gerade auf einen Strich des Maassstabes passt, Fig. 300, der nächste Theilstrich

um $\frac{1}{n}$, der folgende um $\frac{2}{n}$, der dritte um $\frac{3}{n}$ u. s. f. eines Maassstabtheiles gegen die entsprechenden Striche des Maassstabes verschoben erscheint.

Umgekehrt muss man schliessen, dass, wenn nicht die Nulllinie, sondern der nächste, der zweit- oder drittfolgende Theilstrich des Nonius mit einem Theilstriche des Maassstabes zusammenfällt, die Nulllinie um $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}$ oder $\frac{3}{n}$ eines Maassstabtheiles über den nächsten Theilstrich des Maassstabes hinausliegt. In Fig. 300 u. 301 (a. v. S.) sind 9 Maassstabtheile gleich 10 Abtheilungen des Nonius; der Unterschied zwischen zwei Abtheilungen beträgt daher $^1/_{10}$. In Fig. 300 fällt der Nullstrich des Nonius mit einem Maassstabstrich zusammen; der Strich 1 des Nonius ist also um $^1/_{10}$, der Strich 2 um $^2/_{10}$ u. s. f. gegen den entsprechenden Theilstrich des Maassstabes verschoben. In Fig. 301 liegt der Nullstrich zwischen den Strichen 42 und 43 des Maassstabes; da der dritte Strich des Nonius mit einem Theilstrich des Maassstabes zusammenfällt, so folgt, dass der Nullstrich um $^3/_{10}$ gegen den Strich 42 verschoben ist, oder dass die Stellung des Nullstriches, dessen Lage immer bestimmt wird, gleich 42,3 ist.

Der Nonius wird nicht bloss bei Längentheilungen, sondern auch bei Kreistheilungen angewandt.

§. 171.

Reduction der Wägung auf den luftleeren Raum. — Die Körper, deren Gewicht durch Abwägung bestimmt wird, so wie die Gewichte, deren man sich dazu bedient, sind während der Wägung in Luft getaucht und erscheinen folglich um so viel leichter, als das Gewicht der Luft beträgt, welches sie verdrängen.

Sei V das Volumen des abzuwägenden Körpers und v dasjenige der Gewichtsstücke, ausgedrückt in Cubikcentimetern; sei ferner λ das Gewicht von 1 ccm der verdrängten Luft, ausgedrückt in Grammen. Bei der Wägung in der Luft verliert dann der Körper λV, und die Gewichtsstücke $\lambda\, v$ g.

Ist nun das wahre Gewicht des Körpers P, dasjenige der Gewichtsstücke, welche ihm das Gleichgewicht halten, gleich p, so ist

$$P - \lambda \,.\, V = p - \lambda \,.\, v$$

oder

$$P = p + (V - v)\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Die Grössen V und v lassen sich aus dem specifischen Gewichte ableiten. Ist S das specifische Gewicht des Körpers, s dasjenige der Gewichtsstücke, so ist

$$V \,.\, S = P;\; v \,.\, s = p.$$

Daher wird Gleichung 1)

$$P = p + \left(\frac{P}{S} - \frac{p}{s}\right)\lambda$$

oder

$$P = p \frac{1 - \frac{\lambda}{s}}{1 - \frac{\lambda}{S}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Führt man diese Division aus, so erhält man

$$\frac{1 - \frac{\lambda}{s}}{1 - \frac{\lambda}{S}} = 1 - \frac{\lambda}{s} + \frac{\lambda}{S} - \frac{\lambda^2}{S \,.\, s} + \cdots$$

Da nun $\frac{\lambda}{s}$ und $\frac{\lambda}{S}$ immer kleine Grössen sind, so kann man mit grosser Annäherung setzen:

$$\frac{1 - \frac{\lambda}{s}}{1 - \frac{\lambda}{S}} = 1 - \frac{\lambda}{s} + \frac{\lambda}{S}$$

und daher wird Gleichung 2)

$$P = p\left(1 - \frac{\lambda}{s} + \frac{\lambda}{S}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Dies ist die Gleichung zur Reduction des Gewichtes auf den luftleeren Raum. Der Werth von λ hängt ab von dem Drucke, der Temperatur und der Feuchtigkeit der Luft; man kann aber diese Unterschiede fast immer unberücksichtigt lassen und für λ den constanten Werth:

$$\lambda = 0{,}0012$$

setzen. Bestehen die Gewichtsstücke aus Messing, so ist für s zu setzen 8,4, oder für $\frac{1}{s} = 0{,}12$ und man hat daher die Gleichung:

$$P = p + p \cdot 0{,}0012 \left\{\frac{1}{S} - 0{,}12\right\} \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

welche in jedem Falle die Reduction auf den luftleeren Raum leicht vornehmen lässt. Es bezeichnet

p das nicht reducirte Gewicht des Körpers,
S das specifische Gewicht des Körpers,
P das reducirte, also das wahre Gewicht des Körpers.

Um den Einfluss dieser Reduction zu zeigen, seien beispielsweise Quecksilber, Glas, Wasser und Alkohol und zwar 10 g von jeder Substanz abgewogen.

	Specifisches Gewicht S	Scheinbares Gewicht p	Wahres Gewicht P
Quecksilber	13,6	10	9,9994
Glas	2,5	10	10,0034
Wasser	1,0	10	10,0106
Alkohol	0,82	10	10,0133

Für diejenigen Körper, welche ein grösseres specifisches Gewicht als die Gewichtsstücke haben, z. B. für Quecksilber, ist das wahre Gewicht kleiner als das scheinbare, sonst ist das Umgekehrte der Fall.

§. 172.

Specifisches Gewicht. — Das specifische Gewicht eines Körpers ist eine Zahl, welche angiebt, wie vielmal schwerer der Körper ist, als das dem Körper gleiche Volumen Wasser bei 4° C. Ist das Gewicht eines Körpers P, das Gewicht des gleichen Volumen Wassers gleich p, so ist

$$\frac{P}{p} = s = \text{dem specifischen Gewichte des Körpers.}$$

Da das Gewicht der Volumeinheit (1 ccm) Wasser bei 4° C. gleich 1 g ist, so folgt aus der obigen Gleichung, dass das specifische Gewicht gleich ist dem Gewichte der Volumeinheit des Körpers. Wenn z. B. Messing das specifische Gewicht 8,4 hat, so heisst dies: 1 ccm Messing wiegt 8,4 g.

Aus dem gleichen Grunde ergiebt sich, dass die oben mit p bezeichnete Grösse gleich dem Volumen V des Körpers ist, wenn Gramm und Cubikcentimeter als Gewichts- resp. als Volumeinheit angenommen werden. Daher hat man auch:

$$\frac{P}{V} = s.$$

Da die Körper sich durch die Wärme ausdehnen, so ändert sich in Folge dessen auch ihr specifisches Gewicht mit der Temperatur, und zwar nimmt dasselbe mit wachsender Temperatur ab. Es ist daher nothwendig, anzugeben, auf welche Temperatur sich das specifische Gewicht eines Körpers beziehen soll.

§. 173.

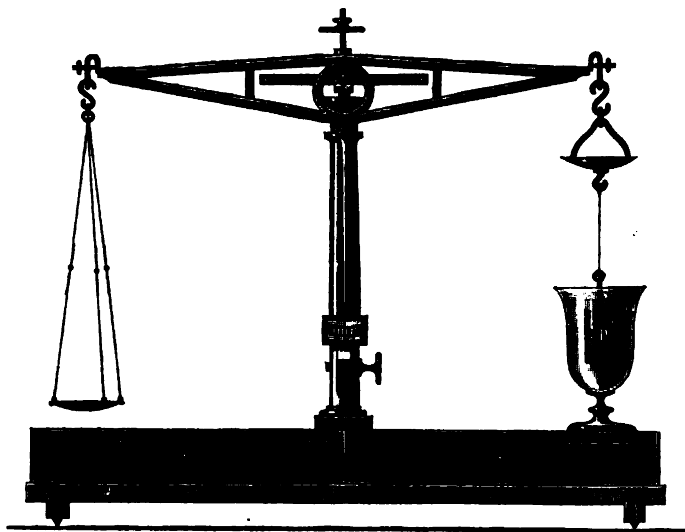
Bestimmung des specifischen Gewichtes starrer Körper. 1. Hydrostatische Wage. — Jeder Körper, welcher in einer Flüssigkeit gewogen wird, verliert so viel von seinem absoluten Gewichte, als

ein dem Körper gleiches Volumen Flüssigkeit wiegt. Ist daher das absolute Gewicht eines Körpers $P g$ und wiegt der Körper in Wasser von 4^0 $P_1 g$, so ist das Gewicht des dem Körper gleichen Volumens Wasser gleich $(P - P_1)$ und daher das specifische Gewicht s des Körpers

$$s = \frac{P}{P - P_1}.$$

Die hydrostatische Wage dient dazu, das Gewicht eines in Flüssigkeit eingetauchten Körpers zu bestimmen. Fig. 302 stellt eine solche dar. Den meisten genaueren Wagen ist eine besondere, unten mit einem Häkchen versehene Wagschale beigegeben, welche an die Stelle einer der gewöhnlich gebrauchten Schalen gehängt wird und mit dieser gleiches Gewicht hat; man kann dann unter diese Wagschale ein Becherglas mit Wasser setzen. Man bestimmt mittelst einer solchen Wage zuerst das

Fig. 302.



Gewicht des in Luft befindlichen Körpers, dann des Körpers, wenn er sich in Wasser befindet. Den Körper selbst hängt man mittelst eines Haares oder eines möglichst feinen Metalldrahtes, dessen Gewicht bekannt ist, unten an die höher hängende Wagschale.

Man hat dafür Sorge zu tragen, dass der in Wasser eingetauchte Körper an seiner Oberfläche keine Luftbläschen festhält; denn dies würde den Gewichtsverlust des Körpers in Wasser vergrössern und das specifische Gewicht zu klein erscheinen lassen. Grössere anhängende Luftblasen lassen sich unter Wasser mittelst eines Pinsels wegnehmen; zum vollständigen Beseitigen der Luft ist oft, wenn die Natur des Körpers es zulässt, Auskochen desselben in Wasser nothwendig.

Da das specifische Gewicht eines Körpers sich auf Wasser von 4^0 als Einheit beziehen soll, so ist die Temperatur des Wassers zu berücksichtigen,

wenn die Wägung unter Wasser bei einer anderen Temperatur vorgenommen wird. Ferner sind die beobachteten Gewichte auf den luftleeren Raum zu reduciren. Beides geschieht in folgender Weise:

Das scheinbare Gewicht des Körpers in der Luft sei p,
" " " " " in Wasser " p_1,
die Temperatur des Wassers sei t^0.

Das scheinbare Gewicht des verdrängten Wassers ist dann $(p - p_1)$. Das wahre Gewicht des verdrängten Wassers ist:

$$(p - p_1) + x,$$

wenn x das Gewicht der Luft bezeichnet, welche durch $(p - p_1)$ Wasser verdrängt wurde. Das gleiche Gewicht x hat auch der Körper bei seiner Wägung in Luft verdrängt; folglich ist das wahre Gewicht des Körpers

$$(p + x).$$

Das Wasser hatte die Temperatur t^0 und die Dichtigkeit des Wassers bei dieser Temperatur sei d. Das Volumen der verdrängten Wassermenge ist daher:

$$\frac{(p - p_1) + x}{d}.$$

Folglich ist das specifische Gewicht des Körpers bei t^0 bezogen auf Wasser von 4^0 als Einheit gleich

$$s_4^t = \frac{p + x}{(p - p_1) + x} \cdot d \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Wie oben angegeben, ist das Volumen des verdrängten Wassers und ebenso der Luft gleich

$$\frac{(p - p_1) + x}{d}.$$

Wiegt die Volumeinheit der verdrängten Luft $\lambda = 0{,}0012$ g (§. 176), so ist das Gewicht x der verdrängten Luft gleich

$$x = \frac{(p - p_1) + x}{d} \cdot \lambda$$

oder

$$x = \frac{(p - p_1)\,\lambda}{d - \lambda}.$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung 1), so erhält man für das specifische Gewicht s:

$$s_4^t = \frac{p\,(d - \lambda)}{(p - p_1)} + \lambda \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Man hängt den Körper, dessen specifisches Gewicht bestimmt werden soll, an einen feinen Draht. Die Länge des Drahtes und das Gewicht desselben wird bestimmt und in Rechnung gebracht; ferner wird von $(p - p_1)$ der Gewichtsverlust abgezogen, welchen das in Wasser hängende Drahtstück erfährt.

Angenommen, man habe einen 15 cm langen Silberdraht, welcher 0,105 g wiegt. An demselben werde ein Kupferstück befestigt und man erhalte:

Gewicht des Kupfers + Draht in Luft	30,228 g
„ „ „ „ „ „ Wasser	26,839 g

Bei dieser Wägung hängen 3 cm des Drahtes im Wasser; die Temperatur des Wassers sei 20°.

Da der 15 cm lange Draht 0,105 g wiegt, so wiegen 3 cm 0,021 g, und da das specifische Gewicht des Silbers 10,12 ist, so ist der Gewichtsverlust des Drahtstückes im Wasser gleich $\frac{0,021}{10,12} = 0,002$. Folglich ist

$$p = 30,228 - 0,105 = 30,123$$
$$p - p_1 = 30,228 - 26,839 - 0,002 = 3,387.$$

Bei der Temperatur 20° ist die Dichtigkeit d des Wassers nach §. 100 gleich $\frac{1}{1,00174} = 0,9982$.

Daher hat man nach Gleichung 2) für das specifische Gewicht des Kupfers:

$$s_4^{20} = \frac{30,123\,\{0,9982 - 0,0012\}}{3,387} + 0,0012 = 8,8670.$$

Würde man keine Rücksicht auf die Temperatur des Wassers nehmen und auch nicht die Gewichte auf den luftleeren Raum reduciren, so würde man erhalten $s = 8,8937$, also einen Werth, der schon in der zweiten Decimale unrichtig ist.

Wenn der Körper nicht in Wasser eingetaucht werden darf, so wägt man denselben in einer anderen Flüssigkeit, deren Dichtigkeit d bekannt ist, und berechnet das specifische Gewicht ebenfalls nach der Gleichung 2), in welcher dann p_1 das Gewicht des Körpers in der benutzten Flüssigkeit bedeutet.

2. Pyknometer. — Wenn man nur kleine Mengen des zu untersuchenden Körpers besitzt, wendet man zur Bestimmung des specifischen Gewichtes ein Pyknometer an. Dasselbe ist ein kleines Fläschchen, dessen ziemlich weiter Hals h (Fig. 303, a. f. S.) durch ein eingeschliffenes Thermometer geschlossen wird. Seitlich befindet sich eine capillare Röhre c, welche eine Marke m trägt, und deren oben befindliche Ausweitung ebenfalls verschliessbar ist. Man bestimmt zunächst das Gewicht des leeren Gefässes; füllt dann dasselbe mit Wasser, und setzt, während das capillare Rohr offen ist, das Thermometer ein. Darauf bringt man das Gefäss in ein Wasserbad und tupft, während das Thermometer eine constante Temperatur zeigt, das Wasser bis zur Marke m ab; hierzu wendet man zweckmässig ein aufgerolltes Stückchen Filtrir- oder Cigarettenpapier an. Nachdem das Gefäss gewogen ist, bringt man den zu untersuchenden Körper in dasselbe, tupft das Wasser wieder bis m ab, während das Gefäss in einem Wasserbade steht und wiegt dasselbe von Neuem.

Es sei p das Gewicht des Körpers in der Luft,
" " P_1 " " " mit Wasser gefüllten Gefässes,
" " P " " " " " und dem Körper gefüllten Gefässes,
" " r " " " leeren Gefässes.

Bezeichnet man mit y das Gewicht des vom Körper verdrängten Wassers, so ist:

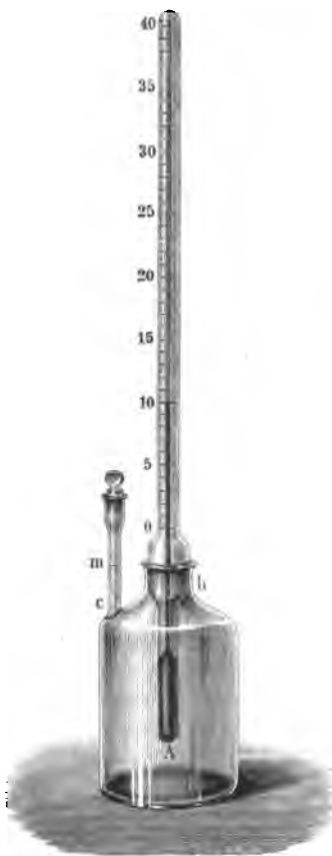
$$P_1 + p = P + y,$$

daher:

$$y = p - (P - P_1).$$

Das specifische Gewicht s des Körpers ist daher nach Gleichung 2):

Fig. 303.



$$s = \frac{p\,(d - \lambda)}{p - (P - P_1)} + \lambda \quad . \quad 3)$$

Es ist hierbei vorausgesetzt, dass das mit Wasser allein gefüllte Pyknometer die gleiche Temperatur hatte, wie das mit Wasser und dem Körper gefüllte. Ist dies nicht der Fall, so ist die Temperaturdifferenz in folgender Weise zu berücksichtigen.

Die Temperatur und die Dichtigkeit des Wassers bei der Bestimmung von

P sei t resp. d
P_1 " t_1 " d_1.

Ferner sei der cubische Ausdehnungscoefficient des Glases γ, für den man in diesem Falle mit genügender Annäherung 0,000025 setzen kann. Das scheinbare Gewicht des Wassers bei der Wägung von P_1 ist $(P_1 - r)$. Das Volumen dieses Wassers bei der Temperatur t_1 ist:

$$\frac{P_1 - r}{d_1}.$$

Das Gewicht des gleichen Volumens Wasser bei der Temperatur t ist:

$$\frac{P_1 - r}{d_1} \cdot d.$$

Dieses würde das scheinbare Gewicht des Wassers in dem Pyknometer bei der Temperatur t sein, wenn das Glas sich nicht ausdehnte. Da dies aber der Fall ist, so wird man für das scheinbare Gewicht des bei der Temperatur t^0 mit Wasser gefüllten Pyknometers erhalten:

$$\frac{P_1 - r}{d_1}\, d\,\{1 + \gamma\,(t - t_1)\} + r.$$

Das specifische Gewicht des Körpers ist daher:

$$s_4^t = \frac{p\,(d - \lambda)}{p - \left[P - (P_1 - r)\,\{1 + \gamma\,(t - t_1)\}\,\frac{d}{d_1} - r\right]} + \lambda \cdot \quad 4)$$

Man sieht, dass diese Gleichung in die Gleichung 3) übergeht, wenn $t = t_1$ und somit $d = d_1$ ist. Je kleiner das Verhältniss $\frac{p}{P}$ ist, um so nothwendiger ist die Rücksicht auf die Temperaturdifferenz $(t - t_1)$ und daher die Anwendung der Gleichung 4)



Fig. 304.

3. Volumenometer. Dasselbe dient zur Bestimmung des specifischen Gewichtes solcher Körper, die nicht mit einer Flüssigkeit in Berührung gebracht werden sollen. Unter den mannigfachen Constructionen ist die von Paalzow[1]) neuerdings ausgeführte wohl die bequemste und sicherste. Ein oben offener Behälter A, Fig. 304, steht in Verbindung mit einem Glasrohre B, welches zwei Marken m und m_1 besitzt. An dem Rohre B ist ein Kautschukschlauch C befestigt, welcher auf der anderen Seite mit dem am Apparat verschiebbaren Glasrohre D verbunden ist. An dem Apparate befindet sich wie beim Jolly'schen Luftthermometer eine mit Spiegel versehene Theilung.

Der Behälter A ist durch einen Deckel G luftdicht verschliessbar;

[1]) Paalzow, Wiedem. Ann. 13 (1881).

an G ist ein Glasrohr mit dem Hahn H angeschmolzen. — Das Volumen der Röhre B zwischen den Marken m und m_1 wird zunächst durch Wägung des dasselbe füllenden Quecksilbers genau bestimmt; das Volumen sei gleich a ccm.

Das Manometerrohr wird mit reinem Quecksilber gefüllt. In den Behälter A wird ein Einsatzgefäss gesetzt, welches später den Körper aufnimmt, dessen specifisches Gewicht bestimmt werden soll. Man verschiebt, während der Deckel G noch entfernt ist, das Rohr D so weit, bis das Quecksilber bei der Marke m steht; in dem Rohre D steht es dann in gleicher Höhe. Darauf setzt man den Deckel G luftdicht auf, schliesst den Hahn H und senkt das Rohr D so weit, bis das Quecksilber bei der Marke m_1 steht. An der Scala des Apparates liest man die Druckdifferenz d im Manometerrohre ab und beobachtet den Barometerstand p_0. Nennt man v_0 das Volumen des Behälters A mit Einsatzgefäss, so steht bei der ersten Stellung von D das Luftvolumen v_0 unter dem Drucke p_0, bei der zweiten Stellung von D das Luftvolumen $(v_0 + a)$ unter dem Drucke $(p_0 - d)$. Man hat daher nach dem Boyle'schen Gesetze:

$$v_0 \, . \, p_0 = (v_0 + a)\,(p_0 - d)$$

oder, indem man $p_0 - d = p$ setzt:

$$v_0 = a \frac{p}{p_0 - p} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

Man nimmt dann den Deckel G fort und füllt den zu untersuchenden Körper in das Einsatzgefäss. Verschiebt man das Rohr D wieder so weit, dass das Quecksilber bis zur Marke m reicht, setzt den Deckel D auf und schliesst den Hahn H, so ist das jetzt abgeschlossene Luftvolumen gleich $v_1 = (v_0 - x)$, wenn x das Volumen des Körpers ist. Senkt man darauf das Rohr D, bis das Quecksilber bei der Marke m_1 steht, so ist das Luftvolumen $(v_1 + a)$, und der Druck gleich $(p_0 - d_1)$, wenn d_1 die Druckdifferenz im Manometerrohre darstellt. Daher hat man:

$$v_1 \, p_0 = (v_1 + a)\,(p_0 - d_1)$$

oder, indem man $p_0 - d_1 = p_1$ setzt:

$$v_1 = a \frac{p_1}{p_0 - p_1}.$$

Das gesuchte Volumen x des Körpers ist daher in Cubikcentimetern:

$$x = v_0 - v_1 = a \left\{ \frac{p}{v_0 - p} - \frac{p_1}{p_0 - p_1} \right\} \quad \ldots \ldots \quad 6)$$

Ist das absolute Gewicht des Körpers P g, so ist das specifische Gewicht:

$$s_4^t = \frac{P}{x}.$$

Das so bestimmte specifische Gewicht bezieht sich wieder auf Wasser von 4^0 als Einheit und für den untersuchten Körper auf die Temperatur t des Versuches.

Um genaue Resultate zu erhalten, kann man denselben Versuch sehr leicht mehrmals wiederholen, indem man D hebt und senkt, jedesmal neu

einstellt und die Differenz abliest. Das Resultat ist bei gleichem Einstellungsfehler um so genauer, je kleiner die Volumina v_0 und a gewählt werden.

Der mit dem oberen Glasrohre verbundene Schlauch führt zu einem Trockenapparate, welcher dazu dient, den Behälter A mit trockener Luft zu füllen. Zu dem Zwecke hebt man D so weit, dass A mit Quecksilber gefüllt ist, alsdann senkt man D, lässt bei geöffnetem Hahne H Luft in A und B eintreten und wiederholt diese Operation mehrere Male.

Beispiel. Krystallisirtes Kupfervitriol, $P = 37{,}792$.

$$a = 30{,}00 \text{ ccm}$$
$$v_0 = 30{,}45 \text{ „}$$
$$p_0 = 745{,}3 \text{ mm}$$
$$d_1 = 505{,}5 \text{ „}$$

Es ist

$$p_1 = 745{,}3 - 505{,}5 = 239{,}8,$$

$$v_1 = 30 \cdot \frac{239{,}8}{505{,}5} = 14{,}23,$$

$$s = \frac{37{,}792}{30{,}45 - 14{,}23} = 2{,}33.$$

§. 174.

Bestimmung des specifischen Gewichtes der Flüssigkeiten.

1. Pyknometer. Das im vorigen Paragraphen beschriebene Pyknometer kann auch zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der Flüssigkeiten dienen. Wiegt das Pyknometer

mit Wasser,	bei der Temperatur t^0 gefüllt,					. . .	P_1 g
„ Flüssigkeit	„	„	„	„	„	. . .	P „
das leere Pyknometer	. . . .						r „

so ist (der Gleichung 2) im vorigen Paragraphen entsprechend) das specifische Gewicht der Flüssigkeit:

$$s_4^t = \left(\frac{P - r}{P_1 - r}\right)(d - \lambda) + \lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wo d die Dichtigkeit des Wassers bei t^0 bezeichnet und $\lambda = 0{,}0012$ zu setzen ist.

Ist die Temperatur, bei welcher das Pyknometer mit Wasser gefüllt ist, nicht gleich jener, bei welcher dasselbe mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt war, so ist statt der Gleichung 1) die folgende zu setzen [vergl. Gleichung 4) des vorigen Paragraphen]:

$$s_4^t = \frac{(P - r)(d - \lambda)}{(P_1 - r)\{1 + \gamma(t - t_1)\}\frac{d}{d_1}} + \lambda \quad . \quad . \quad . \quad 1\text{a})$$

Hier bezeichnet:

P_1 das Gewicht des mit Wasser bei $t_1{}^0$ gefüllten Pyknometers,
P „ „ „ „ Flüssigkeit „ t^0 „ „
r „ „ „ leeren Pyknometers,
d die Dichtigkeit des Wassers bei t^0,
d_1 „ „ „ „ „ $t_1{}^0$,
γ den cubischen Ausdehnungscoefficienten des Glases, für welchen man 0,000025 setzen kann,
λ das Gewicht von 1 ccm Luft, für welches man 0,0012 setzen kann.

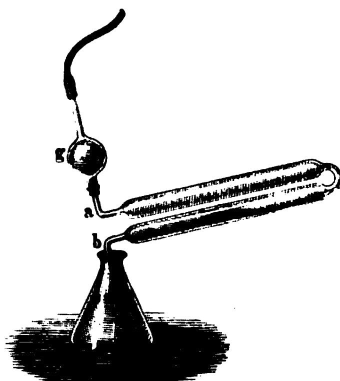
Es giebt s_4^t das specifische Gewicht der Flüssigkeit bei t^0 an, bezogen auf Wasser von 4^0 als Einheit.

Für die Ermittelung des specifischen Gewichtes der Flüssigkeiten ist die in den Fig. 305 und 305 a. dargestellte Form der Pyknometer, welche von Sprengel [1]) herrührt, besonders bequem. Fig. 305 zeigt eine U förmige

Fig. 305.



Fig. 305 a.



Röhre, welche in zwei capillaren Röhren a und b endigt. Der lichte Durchmesser von b ist etwa $^1/_2$ mm, derjenige von a dagegen nur $^1/_6$ bis $^1/_4$ mm. Man taucht die weitere Röhre b in die einzufüllende Flüssigkeit und saugt durch die Röhre a mittelst eines Schlauches die Flüssigkeit in den Apparat. Dann setzt man den Apparat bis nahe an die seitlichen Röhren in ein Wasserbad, dessen Temperatur regulirt ist. Da die Röhre a enger als b ist, so bleibt erstere trotz eintretender Volumänderung der Flüssigkeit doch immer gefüllt; dies ist das Charakteristische des Sprengel'schen Apparates. Die eintretende Volumänderung erstreckt sich nur auf die Röhre b. Diese soll bis zu der Marke m gefüllt sein, wenn der Apparat die Temperatur des Wasserbades erlangt hat. Um dies zu erreichen, verfährt man so: Ist der Apparat zu voll, d. h. steht die Flüssigkeit in der Röhre b über m hinaus, so berührt man das Ende

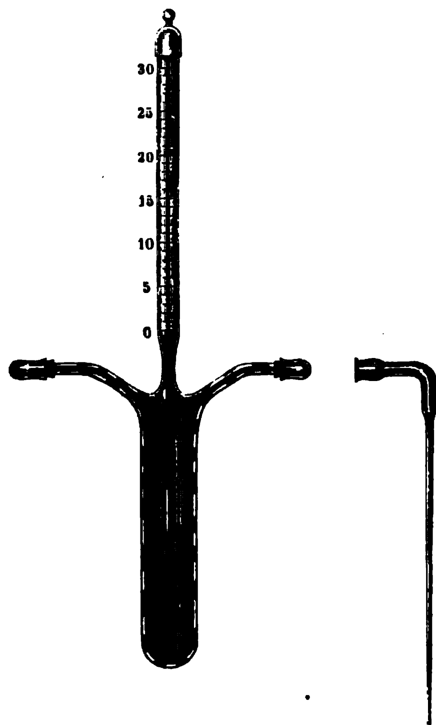
---

1) Sprengel, Pogg. Ann. 150 (1873).

der Röhre *a* mit einem Stückchen Fliesspapier und wiederholt diese Operation so oft, bis die Flüssigkeit genau bei *m* steht. Enthält dagegen der Apparat zu wenig Flüssigkeit, d. h. steht die Flüssigkeit in der Röhre *b* nicht bis *m*, so hält man einen Tropfen der Flüssigkeit mittelst eines Glasstabes an das Ende der Röhre *a*; der Tropfen wird von *a* eingesaugt und die Flüssigkeit in *b* vorwärts getrieben.

Nach Herausnahme des Apparates aus dem Wasserbade trocknet man denselben unter sorgfältiger Vermeidung der Berührung des Endes *a*. Um den Apparat zu entleeren, verbindet man *a* wieder mit einem Schlauche und comprimirt durch Blasen die Luft; hierdurch wird die Flüssigkeit aus *b* herausgedrückt.

Fig. 306.



In Fig. 306 enthält das Pyknometer ein Thermometer, welches fest mit demselben verbunden ist. Ebenso wie bei der oben beschriebenen Form ist auch hier das eine seitliche Capillarrohr enger als das andere. Die Capillarröhren können mit aufgeschliffenem Glashütchen bedeckt werden, um eine Verdampfung der Flüssigkeit zu vermeiden. Zur bequemeren Füllung des Pyknometers lässt sich auf das weitere Capillarrohr ein aufgeschliffenes rechtwinkelig gebogenes Glasrohr aufsetzen, welches in die zu untersuchende Flüssigkeit getaucht wird.

Zur Berechnung des specifischen Gewichtes dient die oben angegebene Gleichung 1) resp. 1 a); dieselbe liefert Werthe, welche noch in der vierten Decimale richtig sind.

Die Bestimmung des specifischen Gewichtes mittelst Pyknometer ist die genaueste. Die sogleich zu besprechenden Methoden liefern in kürzerer Zeit, aber mit einer geringeren Genauigkeit die gewünschten Resultate.

2. Die Mohr'sche Wage. — Dieselbe beruht auf dem Satze, dass ein Körper, in eine Flüssigkeit tauchend, gerade so viel an Gewicht verliert, als ein dem Körper gleiches Volumen der Flüssigkeit wiegt. Die Gewichtsverluste, welche ein und derselbe Körper beim Wägen in zwei verschiedenen Flüssigkeiten zeigt, drücken also die Gewichte gleicher Volume dieser Flüssigkeiten aus und stehen im Verhältnisse der specifischen Gewichte derselben.

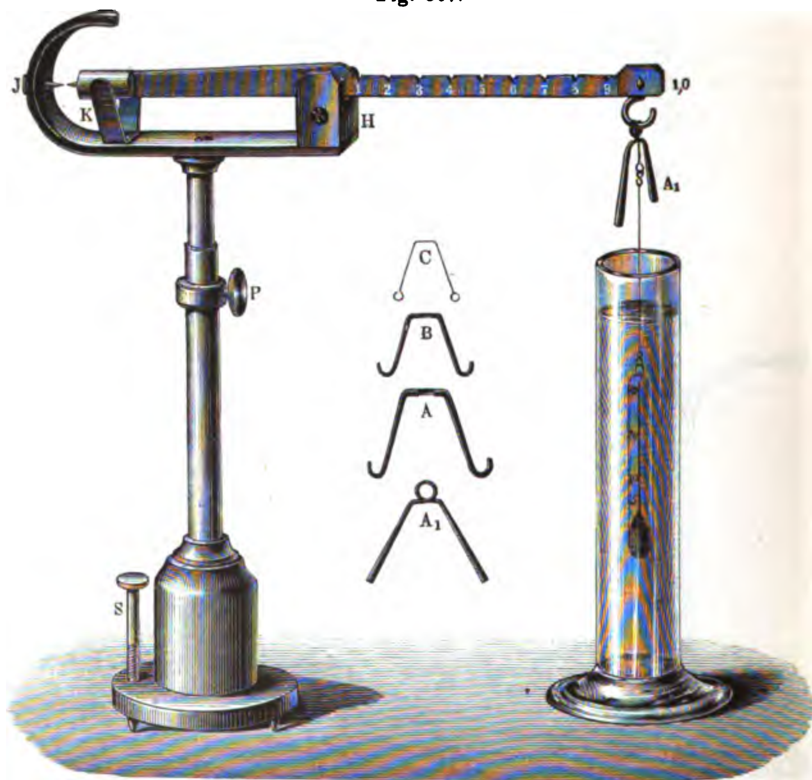
Eine bequeme Einrichtung hat die Mohr'sche Wage durch Westphal erhalten. Der Wagebalken ruht in dem Axenlager *H* (Fig. 307, a. f. S.),

ersterer ist auf der einen Seite in 10 gleiche Theile getheilt; auf der anderen Seite trägt er ein Gegengewicht mit einer Spitze, durch welche der Nullpunkt der Einstellung markirt wird.

An dem Wagebalken wird ein Senkkörper aus Glas, welcher ein kleines Thermometer enthält, mittelst eines feinen Platindrahtes gehängt.

Der Wage sind vier Gewichte beigegeben, A, A_1, B, C. Die Gewichte A und A_1 sind einander gleich und unterscheiden sich nur durch die Form; das Gewicht B ist $^1/_{10}\,A$; das Gewicht C ist $^1/_{100}\,A$. Die Gewichte A und A_1 sind so hergestellt, dass sie gleich sind dem Gewichte des vom

Fig. 307.



Senkkörper verdrängten Wassers bei 15⁰. Senkt man daher den Senkkörper in Wasser dieser Temperatur und hängt A_1, wie in Fig. 307 angegeben, an den Wagebalken, so ist Gleichgewicht vorhanden. Die Gewichte A, B, C sind als Reiter gebildet und können auf die verschiedenen Abtheilungen des Wagebalkens gesetzt werden.

Um das specifische Gewicht einer Flüssigkeit mit dieser Wage zu bestimmen, füllt man die erstere in ein kleines cylindrisches Gefäss und senkt den Glaskörper hinein. Dann vertheilt man die Gewichte auf dem Wagebalken so, dass Gleichgewicht vorhanden ist. Nur wenn die Flüssigkeit specifisch schwerer als Wasser ist, wird das Gewicht A_1 benutzt. Aus den

Fig. 308 und 308 a ist die Verwendung der Gewichte ersichtlich; bei der Belastung in Fig. 308 ist das specifische Gewicht gleich 1,846, in Fig. 308 a gleich 0,747.

Ist die Wägung bei 15⁰ vorgenommen, so erhält man in der directen Ablesung das specifische Gewicht der Flüssigkeit bei 15⁰, bezogen auf

Fig. 308.

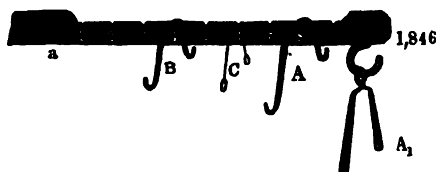
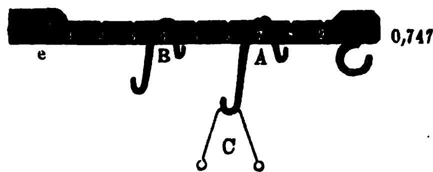


Fig. 308 a.

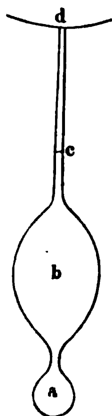


Wasser von derselben Temperatur als Einheit. Um das specifische Gewicht auf Wasser von 4⁰ als Einheit zu reduciren, ist die gewonnene Zahl mit 0,9991 (der Dichtigkeit des Wassers von 15⁰) zu multipliciren.

§. 175.

3. Aräometer. — Wenn ein Körper in einer Flüssigkeit frei schwimmend nicht völlig untersinkt, so wiegt das von dem eingesunkenen Theile verdrängte Volumen der Flüssigkeit so viel, wie der ganze schwimmende Körper. Soll ein schwimmender Körper das gleiche Volumen in verschiedenen Flüssigkeiten verdrängen, so muss sein Gewicht vergrössert werden, wenn er in eine specifisch schwerere Flüssigkeit eingesenkt wird. Dagegen wird bei gleichem Gewichte des schwimmenden Körpers der von ihm in einer specifisch schwereren Flüssigkeit einsinkende Theil kleiner sein, als der in einer specifisch leichteren einsinkende. Auf diesen Sätzen beruht die Bestimmung des specifischen Gewichtes der Flüssigkeiten mittelst des Aräometers. Ist der schwimmende Körper von veränderlichem Gewichte, so führt der Apparat den Namen Gewichtsaräometer, ist dagegen das Gewicht unveränderlich, so heisst er Scalenaräometer.

Fig. 309.



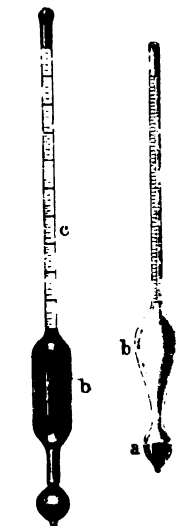
Bei den Gewichtsaräometern verändert man das Gewicht eines schwimmenden Körpers, bis derselbe genau bis zu einer Marke in die Flüssigkeit einsinkt; immer wiegt dann das Volumen der Flüssigkeit, welches dem Volumen des eingesunkenen Theiles (unter der Marke) gleich ist, so viel wie der ganze schwimmende Körper. Als Gewichtsaräometer wendet man gewöhnlich die Form Fig. 309 an. Ein hohler Glaskörper b ist unten in a mit einer passenden Menge Quecksilber beschwert, so dass er stets aufrecht schwimmt, und besitzt oben einen dünnen Hals mit einer Marke c und einer Schale d. Man bestimmt ein- für allemal das Gewicht r des Instrumentes, sodann das Gewicht P_1, welches man auf die Schale legen muss, damit es in reinem Wasser bis zur Marke einsinke. Bezeichnet dann P das Gewicht, welches auf die Schale zu legen ist, damit das Aräometer bis zur Marke in der zu untersuchenden Flüssigkeit ein-

sinke, so sind die Gewichte gleicher Volume von Wasser und der betreffenden Flüssigkeit $(r + P_1)$ und $(r + P)$ und daher das specifische Gewicht der letzteren:

$$s = \frac{r + P}{r + P_1}.$$

Die Scalenaräometer sind schwimmende Körper von unveränderlichem Gewichte, auf deren mehr oder weniger tiefem Einsinken bei dem Schwimmen in einer Flüssigkeit auf das specifische Gewicht der letzteren geschlossen wird. Sie haben, aus Glas gefertigt, gewöhnlich die in den Figuren 310 und 311 dargestellte Form. Ein hohler Körper *b* trägt einen stärker beschwerten Theil *a* (damit der Schwerpunkt des Instrumentes so tief liege, dass es immer aufrecht schwimmt) und einen dünneren Hals *c*; in diesen ist die auf Papier gezeichnete Scala eingeschoben und derselbe dann oben verschlossen.

Fig. 310. Fig. 311.



Ein Aräometer ist um so empfindlicher, d. h. giebt um so kleinere Unterschiede des specifischen Gewichtes an, je dünner der Hals im Verhältniss zu den Dimensionen des ganzen Instrumentes ist. Soll ein Aräometer sowohl für Flüssigkeiten von grösserem als auch kleinerem specifischen Gewichte, als das des Wassers, verwendbar sein, so muss es in Wasser etwa bis zur Hälfte des Halses einsinken. Um hinreichende Genauigkeit zu erhalten, ohne den Hals des Aräometers zu lang machen zu müssen, wendet man gewöhnlich für Flüssigkeiten, die specifisch schwerer sind als Wasser, andere Aräometer an, als für die leichteren.

Die Scalen der Aräometer sind nach verschiedenen Maassen ausgeführt und zwar theils rationell, theils willkürlich.

Unter den Aräometern mit rationeller Scala, bei welchen die Angaben der Scala in einer directen Beziehung zum specifischen Gewichte stehen, ist das einfachste das Gay-Lussac'sche Volumeter. Das Princip desselben ergiebt sich aus Folgendem. Ein cylindrisches unten geschlossenes Glasrohr, Fig. 312, sei in gleiche Theile getheilt und mit so viel Quecksilber beschwert, dass es in Wasser aufrecht schwimmend bis zu dem Theilstriche 100 eintaucht. Es ist dann das Gewicht des von 100 Volumtheilen verdrängten Wassers gleich dem Gewichte des Rohres sammt dem Quecksilber. Sinkt der Apparat in einer anderen Flüssigkeit schwimmend bis zum Theilstrich 80 ein, so zeigt dies, dass das Gewicht der von 80 Volumtheilen verdrängten Flüssigkeit auch gleich ist dem Gewichte des Rohres und des Quecksilbers; oder, dass 80 Volumtheile der letzteren Flüssigkeit ebenso viel wiegen, wie 100 Volumtheile Wasser. Das specifische Gewicht der Flüssigkeit ist also $^{100}/_{80} = 1{,}25$. Allgemein ist das specifische Gewicht einer Flüssigkeit, in welcher der Apparat bis zu dem Theilstriche y einsinkt, gleich $\frac{100}{y}$.

Fig. 312.



Um nach diesem Principe, welches aus den Angaben einer in gleiche Theile getheilten Scala leicht und sicher das specifische Gewicht abzuleiten gestattet, ein empfindliches Aräometer zu construiren, muss die Scalenröhre im Vergleich zu dem ganzen Instrumente lang und dünn sein. Man giebt daher dem Instrumente eine Form, wie sie in Fig. 313 dargestellt ist und bestimmt die Scala desselben in folgender Weise. Den Punkt der genau cylindrischen Scalenröhre, bis zu welchem der Apparat in reinem Wasser einsinkt, bezeichnet man mit 100; den Punkt, bis zu welchem derselbe in verdünnter Schwefelsäure von 1,25 specifischem Gewichte einsinkt, bezeichnet man, dem oben Angeführten entsprechend, mit 80. Den Zwischenraum zwischen diesen beiden Punkten theilt man in 20 gleiche Theile und setzt dieselbe Eintheilung nach unten und oben fort.

Fig. 313.



Man kann indessen die Scala auch bestimmen, ohne dass man eine zweite Flüssigkeit von bestimmtem specifischem Gewicht benutzt. Man füllt zu dem Ende so viel Quecksilber in den Apparat, dass er in Wasser bis zu einer gewünschten Stelle, die man mit 100 bezeichnet, eintaucht. Angenommen, das Gewicht des leeren Apparates sei r g und man habe p g Quecksilber eingefüllt. Dann füllt man so viel Quecksilber (p_1 g) ein, dass $r + p_1 = 2\,(r + p)$ ist. Man senkt den Apparat in Wasser und bezeichnet die Stelle, bis zu welcher er einsinkt, mit 200. Den Zwischenraum zwischen den beiden Stellen (100 und 200) theilt man in 100 gleiche Theile, füllt schliesslich wieder p g Quecksilber ein und schliesst den Apparat. Soll der Apparat zur Bestimmung von specifischen Gewichten dienen, die kleiner als 1 sind, so verfährt man zunächst ebenso wie oben angegeben ist, indem man die Stelle mit 100 bezeichnet, bis zu welcher der Apparat in Wasser einsinkt, wenn er im Ganzen $(r + p)$ g wiegt. Dann nimmt man Quecksilber heraus, so dass noch p_2 g in dem Apparate zurückbleiben und dass $(r + p_2) = {}^1/_2\,(r + p)$ ist. Die Stelle, bis zu der dann der Apparat in Wasser einsinkt, bezeichnet man mit 50 und theilt den Zwischenraum zwischen den beiden Marken (50 und 100) in 50 gleiche Theile. Schliesslich wird wieder p g Quecksilber eingefüllt und der Apparat oben geschlossen. In jedem Falle ist das specifische Gewicht der Flüssigkeit, in welcher der Apparat bis zum Theilstriche y eintaucht, gleich $\frac{100}{y}$.

Es ist einleuchtend, dass sich auch an dem Volumeter von Gay-Lussac eine Scala anbringen lässt, welche direct das specifische Gewicht der zu untersuchenden Flüssigkeit angiebt. Es muss dann stehen bei

dem Theilstrich .	40	60	80	100	120	140	160
das specif. Gew. .	2,500	1,666	1,250	1,000	0,833	0,714	0,625 u. s. w.

Jedes Aräometer muss bei Anstellung eines Versuches trocken und rein sein und langsam eingesenkt werden, damit es nicht über die Stelle hinaus, bis zu welcher es eingetaucht schwimmt, benetzt werde.

Aräometer mit willkürlicher Scala. — Bei diesen Aräometern steht die Eintheilung in keinem directen Zusammenhange mit dem specifischen Gewichte; wir erwähnen von denselben die Aräometer von Baumé und Beck.

Baumé hat die Aräometer verschieden graduirt, je nachdem sie für Flüssigkeiten dienen sollen, deren specifisches Gewicht grösser oder kleiner als dasjenige des Wassers ist. Bei dem Aräometer für Flüssigkeiten, deren specifisches Gewicht kleiner als 1 ist, wird der Punkt der Scala, bis zu welchem das Instrument in einer Lösung von 1 Thl. Chlornatrium und 9 Thln. Wasser einsinkt, mit 0 bezeichnet; der Punkt der Scala, bis zu welchem das Aräometer in reinem Wasser einsinkt, wird mit 10 bezeichnet. Der Raum der Scala zwischen diesen beiden Punkten wird in 10 gleiche Theile getheilt und diese Theilung wird weiter fortgesetzt.

Das Baumé'sche Aräometer für Flüssigkeiten, deren specifisches Gewicht grösser als 1 ist, wird so graduirt, dass der Punkt, bis zu welchem das Instrument in reinem Wasser einsinkt mit 0 bezeichnet wird, und der Punkt, bis zu welchem das Instrument in einer Lösung von 15 Thln. Chlornatrium und 85 Thln. Wasser einsinkt, die Zahl 15 erhält. Der Raum zwischen diesen beiden Punkten wird in 15 gleiche Theile getheilt und diese Theilung fortgesetzt. Die Versuchstemperatur soll 17,5° sein.

Auf den beiden Aräometern von Baumé ist somit das gleiche specifische Gewicht (das des Wassers) mit ungleichen Zahlen bezeichnet; ferner zeigt auf dem einen eine grössere Gradzahl eine specifisch leichtere, auf dem anderen eine specifisch schwerere Flüssigkeit an. Eine Angabe nach Baumé ist daher nur dann brauchbar, wenn es selbstverständlich oder ausdrücklich gesagt ist, ob sie sich auf das Aräometer für leichtere oder auf das für schwerere Flüssigkeiten bezieht.

An dem Aräometer von Beck ist der Punkt, bis zu welchem das Aräometer in Wasser einsinkt, mit 0, der Punkt, bis zu welchem es in einer Flüssigkeit von 0,850 specifischem Gewichte einsinkt, mit 30 bezeichnet. Der Raum der Scala zwischen diesen beiden Punkten (0 und 30) ist in 30 gleiche Theile getheilt und diese Theilung nach unten und oben fortgesetzt. Die Scala ist auch bei diesen Aräometern gewöhnlich auf zwei Instrumente vertheilt, deren eines für specifisch schwerere, das andere für specifisch leichtere Flüssigkeiten, als Wasser, bestimmt ist. Da die Grade nach beiden Seiten vom Nullpunkte ausgehen, so muss bei den Angaben nach Beck ebenfalls angegeben sein, ob sie sich auf eine Flüssigkeit von grösserem oder geringerem specifischen Gewichte als das des Wassers beziehen.

Zur Reduction der Aräometergrade auf specifisches Gewicht dienen folgende Formeln, in denen s das specifische Gewicht und n die Anzahl Aräometergrade bezeichnet:

	Flüssigkeiten, leichter als Wasser	Flüssigkeiten, schwerer als Wasser
Baumé (bei 17,5°) . .	$s = \frac{146,78}{136,78 + n}$	$s = \frac{146,78}{146,78 - n}$
Beck (bei 12,5°) . . .	$s = \frac{170}{170 + n}$	$s = \frac{170}{170 - n}$

Die folgende Tabelle giebt eine Zusammenstellung.

Vergleichung der Aräometer von Baumé und Beck.

Grade des Aräometers von Baumé oder Beck	Entsprechendes specifisches Gewicht für Flüssigkeiten			
	leichter als Wasser		schwerer als Wasser	
	bei Baumé	bei Beck	bei Baumé	bei Beck
0	—	1,0000	1,000	1,0000
1	—	0,9941	1,007	1,0059
2	—	0,9883	1,014	1,0119
3	—	0,9826	1,021	1,0180
4	—	0,9770	1,028	1,0241
5	—	0,9714	1,035	1,0303
6	—	0,9659	1,043	1,0366
7	—	0,9604	1,050	1,0429
8	—	0,9550	1,058	1,0494
9	—	0,9497	1,065	1,0559
10	1,000	0,9444	1,073	1,0625
11	0,993	0,9392	1,081	1,0692
12	0,987	0,9340	1,089	1,0759
13	0,980	0,9289	1,097	1,0828
14	0,973	0,9239	1,105	1,0897
15	0,967	0,9189	1,114	1,0968
16	0,961	0,9139	1,122	1,1039
17	0,954	0,9090	1,131	1,1111
18	0,948	0,9042	1,140	1,1184
19	0,942	0,8994	1,149	1,1258
20	0,936	0,8947	1,158	1,1333
21	0,930	0,8900	1,167	1,1409
22	0,924	0,8854	1,176	1,1486
23	0,919	0,8808	1,186	1,1565
24	0,913	0,8762	1,196	1,1644
25	0,907	0,8717	1,205	1,1724
26	0,901	0,8673	1,215	1,1806
27	0,896	0,8629	1,225	1,1888
28	0,891	0,8585	1,236	1,1972
29	0,885	0,8542	1,246	1,2057
30	0,880	0,8500	1,257	1,2143
31	0,875	0,8457	1,268	1,2230
32	0,870	0,8415	1,279	1,2319
33	0,865	0,8374	1,290	1,2409
34	0,860	0,8333	1,301	1,2500
35	0,855	0,8292	1,313	1,2593

Vergleichung der Aräometer von Baumé und Beck.

Grade des Aräometers von Baumé oder Beck	Entsprechendes specifisches Gewicht für Flüssigkeiten			
	leichter als Wasser		schwerer als Wasser	
	bei Baumé	bei Beck	bei Baumé	bei Beck
36	0,850	0,8252	1,325	1,2687
37	0,845	0,8212	1,337	1,2782
38	0,840	0,8173	1,349	1,2879
39	0,835	0,8133	1,362	1,2977
40	0,830	0,8095	1,375	1,3077
41	0,825	0,8061	1,388	1,3178
42	0,821	0.8018	1,401	1,3281
43	0,816	0,7981	1,414	1,3386
44	0,812	0,7944	1,428	1,3492
45	0,808	0,7907	1,442	1,3600
46	0,803	0,7871	1,456	1,3710
47	0,799	0,7834	1,471	1,3821
48	0,794	0,7799	1,486	1,3934
49	0,790	0,7753	1,501	1,4050
50	0,786	0,7727	1,517	1,4167
51	0,782	0,7692	1,533	1,4286
52	0,778	0,7658	1,549	1,4407
53	0,774	0,7623	1,565	1,4530
54	0,769	0,7589	1,582	1,4655
55	0,765	0,7556	1,599	1,4783
56	0,761	0,7522	1,616	1,4912
57	0,757	0,7489	1,635	1,5044
58	0,754	0,7456	1,653	1,5179
59	0,750	0,7423	1,672	1,5315
60	0,746	0,7391	1,691	1,5454
61	—	0,7359	1,711	1,5596
62	—	0,7328	1,731	1,5571
63	—	0,7296	1,752	1,5888
64	—	0,7265	1,773	1,6038
65	—	0,7234	1,795	1,6190
66	—	0,7203	1,817	1,6346
67	—	0,7173	1,840	1,6505
68	—	0,7142	1,863	1,6667
69	—	0,7112	1,887	1,6832
70	—	0,7083	1,912	1,7000

Aräometer für einzelne Flüssigkeiten. Alkoholometer. — Das specifische Gewicht einer Mischung von zwei Flüssigkeiten, welche verschiedene specifische Gewichte besitzen, hängt von dem Mengenverhältnisse der Bestandtheile ab. Daraus folgt, dass aus dem specifischen Gewichte der Mischung dieses Mengenverhältniss sich ableiten lässt. Hat man z. B. eine Mischung von Alkohol und Wasser bei der Temperatur 15° und findet man das specifische Gewicht derselben gleich 0,9338, so folgt, dass die Mischung 50 Volumprocente Alkohol enthält. In der folgenden Tabelle sind die specifischen Gewichte der Mischungen von Alkohol und Wasser, welche bei 15° ermittelt wurden, angegeben.

Volumprocente		Specifisches Gewicht bei 15° der Mischung
Wasser	Alkohol	
100	0	0,9991
90	10	0,9857
80	20	0,9750
70	30	0,9645
60	40	0,9511
50	50	0,9338
40	60	0,9131
30	70	0,8897
20	80	0,8635
10	90	0,8338
0	100	0,7941

Aus den vorstehenden Zahlen ergiebt sich, dass das specifische Gewicht der Mischung sich nicht nach der Formel:

$$s = \frac{v_1 s_1 + v_2 s_2}{v_1 + v_2}$$

berechnen lässt. Setzt man z. B. $v_1 = v_2 = 50$, so würde, da $s_1 = 0{,}9991$ und $s_2 = 0{,}7941$ ist, für s sich ergeben 0,8966, während es in Wirklichkeit gleich 0,9338 ist. Die Ursache dieser Nichtübereinstimmung liegt darin, dass die Mischung von Alkohol und Wasser eine Contraction erfährt, in Folge dessen das wahre specifische Gewicht grösser ist als dasjenige, welches sich ohne Rücksicht auf die Concentration berechnet. So erhält man z. B., wenn man 50 Volumen Wasser mit 50 Volumen Alkohol mischt, nicht 100, sondern nur 96,0 Volume Mischung.

Das Alkoholometer von Tralles ist nun derartig eingerichtet, dass es die Volumprocente des Alkohols in der Mischung direct abzulesen gestattet. Es sind daher die Punkte, bis zu denen das Instrument in Flüssigkeiten vom specifischen Gewicht 0,7941; 0,8338; 0,8635 etc. einsinkt, mit 100, 90, 80... bezeichnet.

Es ist einleuchtend, dass die Zahlen, welche das Alkoholometer als Volumprocente angiebt, nur bei Anwendung einer bestimmten Temperatur

richtig sein können. Die Temperatur, für welche das Instrument graduirt wurde, ist auf demselben angegeben. Um aber das Instrument auch bei anderen Temperaturen benutzen zu können, ist in demselben ein Thermometer angebracht und daran eine Correctionsscala befestigt. Diese Scala giebt an, wie viel Procente man bei jeder Temperatur von der Angabe des Apparates abziehen oder zu derselben addiren muss, um richtige Werthe zu erhalten.

§. 176.

Specifisches Gewicht und Dichte der Gase. — Das specifische Gewicht eines Gases hängt ausser von der Temperatur auch von dem Drucke ab, unter welchem das Gas steht. Man legt gewöhnlich die Temperatur 0^0 und den Druck von 760 mm Quecksilber bei der specifischen Gewichtsbestimmung der Gase zu Grunde. Daher ist das specifische Gewicht eines Gases das Gewicht von 1 ccm Gas, welches die Temperatur 0^0 und den Druck 760 mm besitzt, dieses Gewicht ausgedrückt in Grammen. So ist z. B. das specifische Gewicht der Luft 0,001293, d. h. 1 ccm Luft von 0^0 und 760 mm Druck wiegt 0,001293 g.

Sobald man das specifische Gewicht s eines Gases kennt, kann man das Gewicht eines Cubikcentimeters desselben Gases unter dem Drucke p mm und bei der Temperatur t mit Hülfe der Gesetze von Gay-Lussac und Boyle berechnen. Dasselbe ist nach §. 103 gleich:

$$s \cdot \frac{p}{760} \cdot \frac{273}{273 + t}.$$

Nach dieser Formel sind die Werthe der folgenden Tabelle berechnet.

Gewicht von 1 ccm trockener Luft in Grammen.

Temperatur t	Druck		
	720 mm	740 mm	760 mm
0	0,001225	0,001259	0,001293
5	1203	1236	1270
10	1181	1214	1247
15	1161	1193	1225
20	1141	1173	1204
25	1122	1153	1184
30	1103	1134	1165

Handelt es sich um die genaue Bestimmung des Gewichtes der feuchten Luft, so ist die Feuchtigkeit zu berücksichtigen. Da die Dichte des Wasserdampfes nahezu $^5/_8$ von derjenigen der Luft beträgt, so genügt es, durch ein Hygrometer den Druck e des Wasserdampfes zu bestimmen und von dem beobachteten Barometerstand $^3/_8\, e$ abzuziehen. Aus

dem so bestimmten Drucke ist mit Hülfe der obigen Tabelle das Gewicht der Luft zu berechnen. Angenommen, das auf 0^0 reducirte Barometer zeige 745 mm, der Druck e des Wasserdampfes sei 19 mm und die Temperatur der Luft sei 20^0, so ist das Gewicht der Luft 0,001175; ohne Rücksicht auf den Wasserdampf würde man 0,001181 erhalten.

Das specifische Gewicht der Gase wird in folgender Weise bestimmt. Ein Ballon, welcher in schmelzendem Eise steht, wird mit Gas unter dem Drucke P gefüllt, geschlossen und, nachdem er die Temperatur der Wage angenommen hat, gewogen; das Gewicht desselben sei Q g. Alsdann wird der Ballon, während er wieder im Eise steht, möglichst weit ausgepumpt, der Druck des zurückbleibenden Gases sei p. Die Wägung ergebe q g. Aus diesen beiden Wägungen ergiebt sich, dass $Q - q$ das Gewicht des den Ballon bei der Temperatur 0^0 und unter dem Drucke $(P - p)$ mm erfüllenden Gases ist; daher ist das Gewicht des den Ballon bei der Temperatur 0^0 und dem Drucke 760 mm erfüllenden Gases gleich:

$$(Q - q)\,\frac{760}{P - p}.$$

Wird dann der Ballon mit Wasser von 4^0 gefüllt und ist das Gewicht des Wassers Q_1 g, so ist das specifische Gewicht des Gases gleich:

$$\frac{Q - q}{Q_1} \cdot \frac{760}{P - p}.$$

Es ist bei diesen Bestimmungen von der grössten Wichtigkeit, die Wägungen mit Vorsicht auf den luftleeren Raum zu reduciren. Um diese Reduction, welche bei grossem Volumen immer mit einer gewissen Unsicherheit verbunden ist, zu vermeiden, wandte Regnault folgenden Kunstgriff an. Derselbe stellte zwei Ballons von möglichst gleichem Volumen her, von denen der eine hermetisch verschlossen war, während der andere mit Gas resp. Wasser in der oben angegebenen Weise gefüllt wurde. Indem je ein Ballon an jedem Arm der Wage aufgehängt wurde, verdrängten beide das gleiche Luftvolumen und es handelte sich nur noch um die Reduction der von den zugelegten Gewichten verdrängten Luft.

Methode von Bunsen. — Während die eben beschriebene Methode zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der Gase nur anwendbar ist, wenn grössere Quantitäten der Gase zur Verfügung stehen, hat Bunsen eine Methode bekannt gemacht [1]), welche auch schon von geringen Gasmengen die Bestimmung gestattet. Diese Methode beruht auf dem Satze, dass die Geschwindigkeiten, mit welchen verschiedene Gase durch die enge Oeffnung einer dünnen Wand strömen, in einem einfachen Zusammenhange mit den specifischen Gewichten der Gase stehen. Es verhalten sich nämlich die Ausflusszeiten τ_1 und τ_2, welche die gleichen Volume zweier Gase brauchen, um durch eine enge Oeffnung zu strömen, direct wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten s_1 und s_2 dieser Gase (vergl. §. 77), so dass man hat:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\sqrt{s_1}}{\sqrt{s_2}}$$

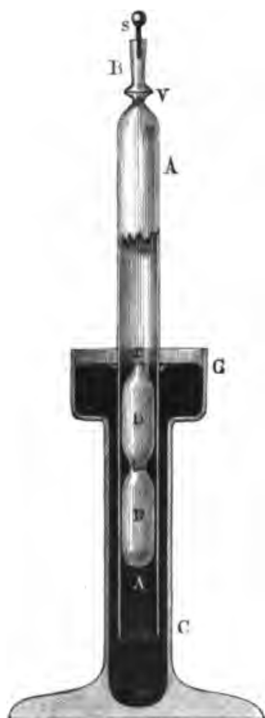
[1]) Bunsen, gasometrische Methoden.

oder

$$s_2 = s_1 \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2.$$

Der zu der Bestimmung der Ausflusszeiten benutzte Apparat hat von Bunsen folgende Gestalt erhalten. In ein etwa 70 ccm fassendes Glasrohr A, Fig. 314, ist oben bei V ein dünnes Platinplättchen, welches eine feine Oeffnung hat, eingeschmolzen. Oberhalb V besitzt das Rohr A ein engeres Rohr B, welches durch den dicht eingepassten Glasstöpsel s geschlossen werden kann. In der Röhre A befindet sich ferner ein sehr leichter, aus dünnem Glase gefertigter Schwimmer DD, welcher zwei Marken r und t trägt.

Fig. 314.



Das Rohr A wird durch Einsenken in Quecksilber bei geöffnetem Stöpsel mit Quecksilber gefüllt, während der Schwimmer DD sich in demselben befindet; darauf wird A bei geschlossenem Stöpsel mit trockener Luft oder einem anderen Gase von unten gefüllt. Mittelst eines passenden Halters wird nun A für alle Versuche gleich tief, bis zu einer Marke g, in das Quecksilber eingetaucht. Wird dann der Stöpsel s geöffnet, so strömt das Gas langsam durch die Platinöffnung aus und der Schwimmer hebt sich in dem Maasse, wie das Quecksilber von unten in die Röhre steigt. Man beobachtet die Zeit, welche verfliesst zwischen dem Sichtbarwerden der Marken r und t; dies ist die oben mit τ bezeichnete Ausflusszeit für ein bestimmtes Gasvolumen. Zur sichern Beobachtung von τ stellt man ein Fernrohr auf den Quecksilberspiegel G ein und beobachtet mit einer Secunden schlagenden Uhr sowohl den Moment, wo r sichtbar wird, als auch jenen, wo t sich zeigt.

Beispiel: Der Apparat sei mit Luft gefüllt. Die Ausflusszeit τ_1 sei gleich 102,7.

Der Apparat werde mit Kohlensäure gefüllt. Die Ausflusszeit τ_2 sei gleich 127,0. Das specifische Gewicht der Kohlensäure ist daher:

$$s_2 = s_1 \cdot \left(\frac{127}{102{,}7}\right)^2 = s_1 \cdot 1{,}529,$$

wo s_1 das specifische Gewicht der Luft bezeichnet.

Gasdichte. — Die Dichte eines Gases (Gasdichte) ist eine Zahl, welche angiebt, wie viel mal schwerer ein Gas ist, als ein dem Gase gleiches Volumen Luft, welches denselben Druck und dieselbe Temperatur wie das Gas besitzt. Ist das specifische Gewicht (Gewicht von 1 ccm bei 0° und 760 mm Druck) eines Gases gleich s_1, so ist das Gewicht von 1 ccm desselben Gases bei t^0 und p mm Druck gleich:

$$s_1 \cdot \frac{p}{760} \cdot \frac{273}{273 + t}.$$

Das Gewicht von 1 ccm Luft bei t^0 und p mm Druck ist:

$$s \cdot \frac{p}{760} \cdot \frac{273}{273 + t},$$

wo $s = 0{,}001293$ das specifische Gewicht der Luft bezeichnet.

Daher ist die Dichte des Gases:

$$d = \frac{s_1 \cdot \frac{p}{760} \cdot \frac{273}{273 + t}}{s \cdot \frac{p}{760} \cdot \frac{273}{273 + t}} = \frac{s_1}{s}.$$

Man sieht daher, dass die Gasdichte unabhängig von dem Drucke und der Temperatur ist, bei welcher dieselbe bestimmt wird. Dies gilt indess nur so lange, als das Gas und die Luft das Boyle'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz befolgen; bei kleinen Drucken (siehe §. 72) sind die Abweichungen von diesen Gesetzen so klein, dass man die letzteren bei der Bestimmung der Gasdichte als gültig betrachten darf. In der folgenden Tabelle sind für einige Gase die specifischen Gewichte und ihre Dichten angegeben:

Gase	Specifisches Gewicht (Gewicht von 1 ccm des Gases bei 0⁰ und 760 mm Druck in Grammen)	Dichte des Gases
Luft	0,001293	1,0000
Sauerstoff	0,001429	1,1056
Stickstoff	0,001256	0,9714
Wasserstoff	0,0000895	0,0693
Kohlensäure	0,001977	1,5291

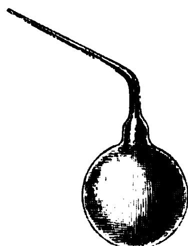
§. 177.

Dampfdichte. — Die Dichte eines Dampfes ist eine Zahl, welche angiebt, wie viel mal schwerer ein Dampf ist, als ein dem Dampfe gleiches Volumen Luft, welches denselben Druck und dieselbe Temperatur wie der Dampf besitzt. Die Dampfdichte ist im Allgemeinen abhängig von dem Drucke und der Temperatur, bei der dieselbe bestimmt wird; sie wird erst unabhängig davon, wenn der Dampf dem Boyle'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze folgt, also hinreichend weit von der Condensation entfernt ist.

§. 178.

Die Dumas'sche Methode der Dampfdichtebestimmung[1]. — Ein leichter reiner Gasballon von 250 bis 500 ccm Inhalt wird ausgetrocknet, indem man seinen Hals mit einer Chlorcalciumröhre und diese mit einer kleinen Luftpumpe verbindet und wiederholt Luft auspumpt und wieder zulässt. Der Hals des Ballons wird zu einer feinen Röhre ausgezogen, umgebogen und abgeschnitten, so dass der Ballon die Form wie Fig. 315 zeigt, erhält. Der abgeschnittene Rand an der Spitze wird rund geschmolzen, damit weniger leicht von demselben etwas abbreche. In diesem Zustande wird der Ballon gewogen und der Thermometer- und Barometerstand notirt. Dann wird in den Ballon die zu untersuchende Substanz eingefüllt. Ist diese eine Flüssigkeit, so taucht man die offene Spitze des gelinde erwärmten Ballons in sie ein; bei dem Abkühlen zieht sich die Flüssigkeit in den Ballon; nöthigenfalls wiederholt man das Erwärmen und Eintauchen in die Flüssigkeit. Je nach der Capacität des Ballons lässt man 5 bis 12 g Flüssigkeit in den Ballon treten. Ist der zu untersuchende Körper starr, so wird er geschmolzen und der Ballon an dem Bauche gelinder, an dem Halse und der Spitze stärker erwärmt und letztere in die geschmolzene Masse eingetaucht. Nachdem die Flüssigkeit in den Ballon getreten, erwärmt man die Spitze so weit, dass die darin haftende Substanz austritt und eine freie Verbindung zwischen dem Innern des Ballons und der äusseren Luft hergestellt wird.

Fig. 315.



Der Ballon wird alsdann je nach dem niedriger oder höher liegenden Siedepunkte der Substanz in ein Bad von Wasser, Oel oder Paraffin gebracht und dort mittelst eines Halters so gehalten, dass die Spitze aus dem Bade heraussieht. Man lässt die Temperatur des Bades steigen und wenn sie den Siedepunkt der Substanz überschritten hat, beginnt der Dampf aus der Spitze auszuströmen[2]. Wenn die Temperatur etwa 20° höher ist, als der Siedepunkt der Substanz, sucht man die Wärmezufuhr des Bades so weit zu vermindern, dass die Temperatur desselben nur sehr langsam steigt. Der Dampfstrom hört nach kurzer Zeit auf, wovon man sich dadurch überzeugt, dass eine vor die Spitze gebrachte Flamme nicht mehr bewegt wird. Man entfernt dann durch eine Flamme die in der Spitze und an der Mündung derselben condensirte Flüssigkeit oder starre Substanz und schmilzt mittelst eines Löthrohres die Spitze zu. Gleichzeitig notirt man die Temperatur des Bades und den Barometerstand.

Nachdem der Ballon aus dem Bade herausgenommen und gereinigt ist (bei Anwendung eines Oelbades taucht man denselben in eine Kalilösung), wird derselbe gewogen und die Temperatur und der Barometerstand be-

---

[1]) Dumas, Annales de chimie et de physique t. XXXIII. Pogg. Ann. 9, 1827. — [2]) Verdichtet sich die Substanz in der aus dem Bade herausragenden Spitze in starrem Zustande, so muss man die Substanz durch eine Gasflamme schmelzen, um so dem Dampfe einen freien Ausgang zu bewahren.

obachtet. Zuletzt hält man die Spitze in ausgekochtes luftfreies Wasser, feilt sie an und bricht sie ab. Der mit Wasser gefüllte Ballon wird nebst der abgebrochenen Spitze gewogen.

Auf diese Weise hat man alle Daten zur Berechnung der gesuchten Dampfdichte. Es sei:

P das Gewicht des mit Luft gefüllten Ballons,
P_1 „ „ „ „ Dampf „ „
P_2 „ „ „ „ Wasser „ „
T die Temperatur des Dampfes, B die Höhe des Barometerstandes im Augenblicke des Zuschmelzens,
t die Temperatur, b die Barometerhöhe bei der Wägung des mit Dampf gefüllten Ballons,
q die Dichtigkeit des den Ballon füllenden Wassers,
γ der cubische Ausdehnungscoefficient (0,000025) des Ballonglases.

Das Volumen v des Ballons bei der Temperatur t ergiebt sich aus dem scheinbaren Gewichte des Wassers. Dieses ist $P_2 - P$. Das wahre Gewicht ist gleich:

$$P_2 - P + v \cdot \lambda,$$

wenn λ das Gewicht von 1 ccm der verdrängten Luft bezeichnet. Das Volumen v des Ballons ist daher gleich:

$$v = \frac{P_2 - P + v \cdot \lambda}{q} \text{ oder } v = \frac{P_2 - P}{q - \lambda}.$$

Das Volumen V des Ballons bei der Temperatur T ist der Raum, den der Dampf im Moment des Zuschmelzens einnahm; dieses Volumen V ist gleich:

$$V = v\,\{1 + \gamma\,(T - t)\} = \frac{P_2 - P}{q - \lambda}\,\{1 + \gamma\,(T - t)\}.$$

Das scheinbare Gewicht des Dampfes ist:

$$P_1 - P,$$

daher das wahre Gewicht p des Dampfes:

$$p = P_1 - P + v\lambda = P_1 - P + \frac{P_2 - P}{q - \lambda} \cdot \lambda.$$

Das Gewicht p_1 der Luft vom Volumen V, der Temperatur T und dem Drucke B ist:

$$p_1 = V \cdot 0{,}001293 \cdot \frac{B}{760} \cdot \frac{273}{273 + T}$$
$$= \frac{P_2 - P}{q - \lambda}\,\{1 + \gamma(T - t)\} \cdot 0{,}001293\,\frac{B}{760} \cdot \frac{273}{273 + T}.$$

Die Dampfdichte d ist:

$$d = \frac{p}{p_1} = \frac{P_1 - P + \frac{P_2 - P}{q - \lambda} \cdot \lambda}{\frac{P_2 - P}{q - \lambda}\{1 + \gamma\,(T - t)\} \cdot 0{,}001293\,\frac{B}{760} \cdot \frac{273}{273 + T}}$$
$$= \frac{(P_1 - P)(q - \lambda) + (P_2 - P)\,\lambda}{(P_2 - P)\{1 + \gamma\,(T - t)\}\,0{,}001293 \cdot \frac{B}{760} \cdot \frac{273}{273 + T}} \quad \text{I)}$$

Um die Berechnung dieses Werthes zu erleichtern, sind die folgenden Tabellen berechnet. Die erste enthält die Werthe von $0{,}001293 \cdot \frac{273}{273 + T}$ von 10 zu 10°; die zweite die Werthe von $1 + \gamma (T - t)$ von 10 zu 10°; die dritte die Werthe von $\frac{B}{760}$ von 1 zu 1 mm fortschreitend.

T	$0{,}001293 \cdot \frac{273}{273 + T}$	$T - t$	$1 + \gamma (T - t)$
0	0,001293	0	1,00000
10	1248	10	1,00025
20	1205	20	1,00050
30	1165	30	1,00075
40	1128	40	1,00100
50	1093	50	1,00125
60	1060	60	1,00150
70	1029	70	1,00175
80	1000	80	1,00200
90	0972	90	1,00225
100	0946	100	1,00250
110	0921	110	1,00275
120	0898	120	1,00300
130	0876	130	1,00325
140	0854	140	1,00350
150	0834	150	1,00375
160	0815	160	1,00400
170	0796	170	1,00425
180	0779	180	1,00450
190	0762	190	1,00475
200	0746	200	1,00500
210	0730	210	1,00525
220	0715	220	1,00550
230	0701	230	1,00575
240	0688	240	1,00600
250	0674	250	1,00625
260	0662	260	1,00650
270	0650	270	1,00675
280	0638	280	1,00700
290	0626	290	1,00725
300	0616	300	1,00750

B	$\frac{B}{760}$	B	$\frac{B}{760}$	B	$\frac{B}{760}$	B	$\frac{B}{760}$	B	$\frac{B}{760}$
720	0,9474	730	0,9605	740	0,9737	750	0,9868	760	1,0000
721	0,9487	731	0,9618	741	0,9750	751	0,9882	761	1,0013
722	0,9500	732	0,9632	742	0,9763	752	0,9895	762	1,0026
723	0,9513	733	0,9645	743	0,9776	753	0,9908	763	1,0039
724	0,9526	734	0,9658	744	0,9789	754	0,9921	764	1,0053
725	0,9539	735	0,9671	745	0,9803	755	0,9934	765	1,0066
726	0,9553	736	0,9684	746	0,9816	756	0,9947	766	1,0079
727	0,9566	737	0,9697	747	0,9829	757	0,9961	767	1,0092
728	0,9579	738	0,9710	748	0,9842	758	0,9974	768	1,0105
729	0,9592	739	0,9724	749	0,9855	759	0,9987	769	1,0118

Beispiel: Aetherdampf.

$$P = 49{,}632 \qquad T = 82{,}5 \qquad B = 740{,}3$$
$$P_1 = 49{,}995 \qquad t = 19{,}0 \qquad b = 741{,}5.$$
$$P_2 = 325{,}610.$$

Für $t = 19$ ist die Dichtigkeit q des Wassers . . $= 0{,}9985$,
„ $t = 19$ und $b = 741{,}5$ ist λ (nach §. 176) . . $= 0{,}00118$.

Daher hat man nach Gleichung I) für die Dampfdichte des Aethers:

$$d = \frac{0{,}363 \,.\, 0{,}9973 + 275{,}98 \,.\, 0{,}00118}{275{,}98 \,.\, 1{,}00158 \,.\, 0{,}000994 \,.\, 0{,}9737} = 2{,}568.$$

Will man auf eine grössere Genauigkeit verzichten, so kann man statt der Gleichung I) die folgende anwenden:

$$d = \frac{(P_1 - P) + (P_2 - P)\, 0{,}0012}{(P_2 - P)\, 0{,}001293 \frac{B}{760} \cdot \frac{273}{273 + T}} \quad . \; . \; . \quad \mathrm{I\,a)}$$

In dieser Gleichung ist die Dichtigkeit des Wassers gleich 1 gesetzt, ferner ist für λ (unabhängig vom Barometerstande b und der Temperatur t) der constante Werth 0,0012 angenommen und endlich ist die Ausdehnung des Glases nicht berücksichtigt. Für das oben durchgeführte Beispiel erhält man nach Gleichung I a):

$$d = \frac{0{,}363 + 275{,}98 \,.\, 0{,}0012}{275{,}98 \,.\, 0{,}000994 \,.\, 0{,}9737} = 2{,}60.$$

Wenn beim Verdampfen der Substanz nicht alle Luft aus dem Ballon ausgetrieben wird, so füllt sich der Ballon nach Abbruch der Spitze unter Wasser nicht vollständig mit letzterem. Um die zurückgebliebene Luft bei Berechnung der Dampfdichte zu berücksichtigen, verfährt man folgendermaassen[1]). Man taucht den Ballon so weit in Wasser, dass das Wasser im Inneren des Ballons gleich hoch steht wie aussen, verschliesst ihn und

[1]) Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik.

wiegt den so theilweise gefüllten Ballon. Alsdann füllt man den Ballon vollständig mit Wasser und wiegt ihn nochmals.

Es sei wie oben:

P_2 das Gewicht des vollständig mit Wasser gefüllten Ballons,
ferner P_3 „ „ „ theilweise „ „ „ „

Das Volumen der eingeschlossenen Luft unter dem Drucke b und bei der Temperatur t ist dann:

$$\frac{P_2 - P_3}{q - \lambda}.$$

Dieses Volumen hatte im Momente des Zuschmelzens (unter dem Drucke B und bei der Temperatur T) die Grösse:

$$x = \frac{P_2 - P_3}{q - \lambda} \cdot \frac{b}{B} \cdot \frac{273 + T}{273 + t}.$$

Das Gewicht dieser Luftmasse ist $x \,.\, L$, wenn L das Gewicht von 1 ccm Luft bei B und T darstellt.

Das Gewicht p' des Dampfes ist daher:

$$p' = p - x \,.\, L.$$

Das Gewicht der Luft, welches dem Volumen $(V - x)$ entspricht, ist:

$$p_1' = (V - x) L \cdot = VL - xL = p_1 - xL.$$

Daher ist die Dampfdichte:

$$d' = \frac{p'}{p_1'} = \frac{p - xL}{p_1 - xL} = \frac{\frac{p}{p_1} - x\frac{L}{p_1}}{1 - x\frac{L}{p_1}}.$$

Da aber

$$p_1 = VL$$

ist, so hat man:

$$d' = \frac{\frac{p}{p_1} - \frac{x}{V}}{1 - \frac{x}{V}} = \frac{d - \frac{x}{V}}{1 - \frac{x}{V}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}$$

wo d nach der Gleichung I) resp. I a) zu berechnen ist und die Dampfdichte angiebt, ohne Rücksicht auf die Correction für das zurückgebliebene Luftvolumen x.

Setzt man für V die früher bestimmten Werthe ein, so erhält man:

$$\frac{x}{V} = \frac{P_2 - P_3}{P_2 - P} \cdot \frac{1}{1 + \gamma(T - t)} \cdot \frac{b}{B} \cdot \frac{273 + T}{273 + t}.$$

Da $\frac{x}{V}$ immer eine kleine Grösse darstellt, so kann man statt des obigen Ausdrucks mit hinreichender Genauigkeit setzen:

$$\frac{x}{V} = \frac{P_2 - P_3}{P_2 - P} \frac{273 + T}{273 + t}.$$

Beispiel: Aetherdampf.

Die Beobachtungen seien die gleichen, wie in dem obigen Beispiel.
Das Gewicht P_2 des vollständig mit Wasser gefüllten Ballons sei 325,610
" " P_3 " theilweise " " " " " 322,500

Es ergiebt sich:

$$\frac{x}{V} = \frac{3,11}{275,98} \cdot \frac{355,5}{292,0} = 0,0137.$$

Daher wird die Dampfdichte nach Gleichung II):

$$d' = 2,590 \text{ oder } 2,62,$$

je nachdem man d nach der Formel I) oder I a) berechnet.

§. 179.

Die Gay-Lussac'sche[1]) und Hofmann'sche[2]) Methode der Dampfdichtebestimmung. — Während man bei der Dumas'schen Methode für einen gegebenen Raum (die Capacität des Ballons) das zugehörige Gewicht des Dampfes bestimmt, sucht man bei der in der Ueberschrift genannten Methode für ein gegebenes Gewicht Substanz den zugehörigen Raum auf, welchen dieselbe im Dampfzustande einnimmt.

Fig. 316.



Der von Gay-Lussac angewandte Apparat ist in Fig. 316 abgebildet. Ein gusseisernes Gefäss c wird etwa zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt. In dieses Quecksilber wird die mit trockenem Quecksilber vollständig gefüllte Röhre g, welche etwa 400 mm lang und in Cubikcentimeter getheilt ist, umgestülpt; da die Röhre kürzer ist als die normale Barometerhöhe, so bleibt dieselbe auch nach dem Umkehren vollständig mit Quecksilber gefüllt. In die Röhre g wird jetzt in später zu beschreibender Weise eine gewogene Quantität der zu untersuchenden Substanz von unten eingeführt. Dann senkt man einen beiderseits offenen weiteren Glascylinder m über die

[1]) Gay-Lussac, Biot: Traité de physique. — [2]) Hofmann, Berichte der Berliner chem. Gesellschaft 1, 1868.

Röhre g in das Quecksilber ein und füllt diesen mit Wasser oder Oel, je nachdem die Dampfdichte bei Temperaturen unter oder über 100° bestimmt werden soll. Man erwärmt dann den Apparat so weit, dass nicht nur die in die Röhre g eingeführte Substanz vollständig verdampft ist, sondern sich auch mehrere Grade (20° bis 30°) von der Condensation entfernt hat. Hat man dann Temperatur, Volumen und Druck des Dampfes beobachtet, so lässt sich die Dichte desselben berechnen. Zur Bestimmung des Dampfdruckes wird die Schraube r, deren Länge bekannt ist, so weit herumgeschraubt, dass die Spitze das Quecksilber in c berührt.

Um die Substanz in die Röhre c einzuführen, benutzt man eine vor der Lampe geblasene dünnwandige Glaskugel von wenigen Millimetern Durchmesser, welche in einer feinen Spitze endigt. Zunächst bestimmt man das Gewicht dieser Kugel und füllt dann dieselbe in ähnlicher Weise, wie man Thermometer füllt, mit der zu untersuchenden Substanz. Nachdem die Spitze zugeschmolzen und durch eine neue Wägung das Gewicht der Substanz ermittelt ist, wird die Kugel von unten in die mit Quecksilber gefüllte Röhre g eingeführt. Wird dann die Röhre in der oben angegebenen Weise erwärmt, so wird die Kugel, welche sich jetzt oben in g befindet, durch die sich ausdehnende Substanz gesprengt. Die Substanz beginnt zu verdampfen und drängt das Quecksilber der Röhre g nach unten.

Die Berechnung der Dampfdichte ergiebt sich aus folgenden Grössen. Es sei:

p das Gewicht der eingeführten Substanz in Grammen;
V das Volumen des Dampfes in Cubikcentimetern;
h die Höhe der Quecksilbersäule in dem Rohre g, reducirt auf 0°;
B die Barometerhöhe, reducirt auf 0°;
t die Temperatur des Dampfes;
e die Spannkraft, welche der Quecksilberdampf bei der Temperatur t ausübt.

Der Druck, welchen der Dampf ausübt, ist dann $\{B - (h + e)\}$; das Gewicht der Luft von V ccm, dem Drucke $\{B - (h + e)\}$, und der Temperatur t ist (§. 176):

$$p_1 = V \cdot 0{,}001293 \cdot \frac{B - (h + e)}{760} \cdot \frac{273}{273 + t}.$$

Daher ist die Dampfdichte d:

$$d = \frac{p}{p_1} = \frac{p}{V \,.\, 0{,}001293} \cdot \frac{760}{B - (h + e)} \cdot \frac{273 + t}{273}.$$

Wendet man die Form:

$$d = \frac{p}{V \,.\, \left(0{,}001293 \cdot \frac{273}{273 + t}\right) \cdot \left(\frac{B - (h + e)}{760}\right)}$$

an, so lassen sich die Werthe der Klammerausdrücke aus den angegebenen Tabellen §. (178) direct ablesen.

Das beschriebene Verfahren von Gay-Lussac ist von A. W. Hofmann wesentlich verbessert worden. Eine etwa 1 m lange und 15 mm weite,

oben geschlossene und calibrirte Röhre wird mit Quecksilber gefüllt und in einer Quecksilberwanne umgestülpt. Hierdurch wird über dem Quecksilber eine Barometerleere von etwa 25 cm Länge gebildet. Die Einbringung der Substanz geschieht durch ein kleines Glasröhrchen, mit eingeriebenem Stöpsel, welches 0,02 bis 0,1 g Substanz fasst. Der Stöpsel springt entweder schon heraus, sobald das Röhrchen in die Barometerleere ankommt, oder sobald das Rohr erwärmt wird. Diese Erwärmung geschieht in folgender Weise. Die calibrirte Glasröhre wird mit einer Glashülle umgeben, welche etwa 40 mm weit und 90 cm lang ist. Oben verengt sich die Hülle zu einem Zuleitungsrohre, welches rechtwinkelig umgebogen ist; unten wird die Hülle durch einen um die Barometerröhre gelegten Kork geschlossen; dieser Kork ist aber von einem Glasrohre, das als Abzugsrohr dient, durchsetzt. Wird nun in das obere Zuleitungsrohr der Hülle der Dampf des siedenden Wassers oder einer anderen höher siedenden Flüssigkeit eingeleitet, so umspült dieser, indem er den Zwischenraum von Barometerrohr und Hülle vollständig ausfüllt, das Barometerrohr und erwärmt dieses auf die Temperatur der siedenden Flüssigkeit.

Den Hauptvortheil, den das Hofmann'sche [1]) Verfahren gegenüber demjenigen von Gay-Lussac darbietet, besteht darin, dass man die Dampfdichte bei sehr niedrigen Drucken und in Folge dessen auch bei verhältnissmässig niedrigen Temperaturen bestimmen kann. So ist es möglich, für Substanzen, welche bei gewöhnlichem Drucke erst bei etwa 180° sieden, schon bei 100°, also unter Anwendung von Wasserdämpfen, die Dampfdichte zu bestimmen. Ferner lässt sich die Temperatur des Dampfes leicht längere Zeit constant halten und mit grosser Genauigkeit ermitteln und endlich ist das Verfahren viel einfacher und leichter auszuführen, als das Gay-Lussac'sche.

Ein Moment ist indessen noch besonders zu beachten. Um den Druck des in der Barometerleere befindlichen Dampfes zu erhalten, ist die Kenntniss der Höhe der auf 0° reducirten Quecksilbersäule erforderlich. Diese Säule hat nun nicht ihrer ganzen Ausdehnung nach die gleiche Temperatur und daher ist die Reduction auf 0° mit einer gewissen Unsicherheit verbunden. Man kann aber diese Unsicherheit dadurch bedeutend vermindern, dass man in folgender Weise verfährt [2]). Nachdem der Apparat zusammengesetzt ist, erwärmt man denselben, **ohne die Substanz einzuführen**, auf die gewünschte Temperatur t. Man misst alsdann die Höhe der Quecksilbersäule b, lässt hierauf etwas erkalten, führt die Substanz ein, erwärmt zum zweiten Male bis t^0 und bestimmt wieder die Höhe der Quecksilbersäule b_1. Wenn während der kurzen Dauer des Versuchs der äussere Luftdruck sich nicht wesentlich geändert hat, was meistentheils der Fall sein wird, so ist der Druck, den der Dampf bei der Temperatur t ausübte, gleich dem Drucke einer Quecksilbersäule von $(b - b_1)$ Länge und von der Temperatur t^0; der Dampfdruck ist daher:

$$\frac{b - b_1}{1 + 0{,}000181 \,.\, t} = b_2.$$

---

[1]) Hofmann, Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft 1, 1868. — [2]) Brühl, Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft 9, 1876.

Haben daher die übrigen Buchstaben die gleiche Bedeutung wie oben, so ist die Dampfdichte gleich:

$$d = \frac{p}{V \,.\, 0{,}001293} \cdot \frac{760}{b_2} \cdot \frac{273 + t}{273}.$$

Es ist zu bemerken, dass die Spannung des Quecksilberdampfes hier nicht zu berücksichtigen ist. Vorausgesetzt dabei ist allerdings, dass die Temperatur der siedenden Dämpfe bei beiden Ablesungen die gleiche ist.

Für das folgende Zahlenbeispiel ist Dimethylanilin ($C_8H_{11}N$) gewählt, welches bei 192° siedet und dessen Dampfdichte von Brühl bei der Temperatur des siedenden Wassers bestimmt wurde.

Es war

p	— das Gewicht der eingeführten Substanz —	$= 0{,}0214$ g
V	— „ Volumen des Dampfes —	$= 194{,}7$ ccm
t	— die Temperatur des Dampfes —	$= 99{,}3^0$
b	— „ Höhe des Quecksilbers vor Einführung der Substanz —	$= 744{,}0$
b_1	— „ „ „ „ nach „ „ „ —	$= 722{,}8$

Hieraus folgt zunächst für den Dampfdruck b_2:

$$b_2 = \frac{744{,}0 - 722{,}8}{1 + 0{,}000181 \,.\, 99{,}3} = 20{,}8.$$

Daher die Dampfdichte d von $C_8H_{11}N$:

$$d = \frac{0{,}0214}{194{,}7 \,.\, 0{,}001293} \cdot \frac{760}{20{,}8} \cdot \frac{273 + 99{,}3}{273} = 4{,}24.$$

§. 180.

Vergleichung der Methoden von Dumas einerseits und von Gay-Lussac und Hofmann andererseits. — Beim Verfahren von Dumas braucht man eine verhältnissmässig grosse Menge von Substanz. Der grösste Theil derselben wird dazu verwendet, bei der Dampfbildung die Luft aus dem Ballon möglichst auszutreiben und geht dann gewöhnlich verloren. Ein Vortheil des Dumas'schen Verfahrens besteht darin, dass man nach ihm die Dampfdichten für viel höhere Temperaturen bestimmen kann, als nach dem Verfahren von Gay-Lussac-Hofmann.

Bei der Methode von Gay-Lussac-Hofmann bildet die ganze Flüssigkeit, die man bei dem Versuche anwendet, den Dampf; der Einfluss einer geringen Verunreinigung auf das Endresultat ist nicht bedeutend. Bei der Dumas'schen Methode wird, wenn die Substanz mit einer geringen Menge von einem weniger flüchtigen Bestandtheile verunreinigt ist, zuerst vorzugsweise reine Substanz verdampfen und ausströmen und der zuletzt noch im Ballon enthaltene Dampf wird die grössere Menge der Verunreinigung enthalten, was ein erheblich unrichtiges Resultat für die Dampfdichte der eigentlich untersuchten Substanz geben kann. Andererseits lässt gerade dieser Umstand die Bestimmung der Dampfdichte eine Controle für die Reinheit einer Substanz sein, wenn man die wahre Dampfdichte bereits kennt oder theoretisch berechnen kann.

Ein nicht unwichtiger Vortheil, den die Methode von Gay-Lussac-Hofmann hat, ist der, dass man die Dampfdichte derselben Substanzmenge für verschiedene Temperaturen bestimmen kann. Man braucht zu dem Ende nur die Heizung (Gay-Lussac) zu steigern, oder durch den Zwischenraum von Mantel und innerer Röhre (Hofmann) die Dämpfe einer höher siedenden Flüssigkeit durchzuleiten.

§. 181.

Dampfdichtebestimmung hochsiedender Körper von Victor Meyer. 1. Methode. — Die Methode von Gay-Lussac und Hofmann zur Bestimmung der Dampfdichte lässt sich auf hochsiedende Flüssigkeiten deshalb nicht anwenden, weil das bei dieser Methode unumgängliche Quecksilber selbst schon bei 360° siedet. Die Methode von Dumas gestattet zwar die Anwendung jeder Temperatur, sie hat aber, wie schon erwähnt, den Nachtheil, dass sie einen verhältnissmässig grossen Vorrath der Substanz bedingt und immer von einem nicht unbeträchtlichen Substanzverlust begleitet ist. Deshalb hat V. Meyer zwei Methoden ausgebildet, welche von diesen Uebelständen befreit sind.

Fig. 317.

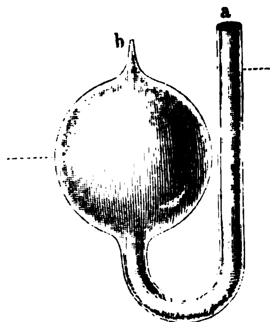
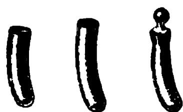


Fig. 318.



In den Glasapparat [1]) von der Form Fig. 317, welcher bei *a* und *b* offen ist, wird die zu untersuchende Substanz, die in einem Glaseimerchen, Fig. 318, enthalten und deren Gewicht bestimmt ist, eingeführt. Dann wird das Gewicht des Apparates (bis auf Decigramme genau) bestimmt. Zur Füllung des Apparates bedient sich V. Meyer der Wood'schen Metalllegirung, welche aus 15 Thln. Wismuth, 8 Thln. Blei, 4 Thln. Zinn und 3 Thln. Cadmium besteht, und deren Schmelzpunkt nahe bei 70° liegt. Um die käufliche Legirung zu reinigen, kocht man sie einige Male unter Benzol, dann unter Weingeist aus und trocknet sie im Wasserbade unter Umrühren und Entfernen einer schäumigen Schlacke. Dann erhitzt man die Legirung zur vollständigen Trocknung auf etwa 150°, lässt sie auf 100° abkühlen und füllt sie bei *a* in die Kugelröhre; das eingeführte Glaseimerchen wird hierbei gegen die Spitze *b* gehoben. Ist die Kugel und der Schenkel ganz gefüllt, so wird erstere bei *b* zugeschmolzen.

Da der Apparat genau bei der Temperatur des siedenden Wassers mit der Legirung gefüllt sein soll, so hängt man denselben mittelst eines Drahthalters in ein Blechgefäss von siedendem Wasser. In Folge der dabei eintretenden Temperaturerhöhung treten einige Tropfen des Metalls bei *a* aus. Nachdem man die bei *a* überstehende Metallkuppe abgestrichen und den Apparat getrocknet hat, wägt man denselben. Nur hat man darauf zu achten, dass der Apparat nicht vollständig erkaltet, da er dann bersten würde.

[1]) V. Meyer, Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft 9, 1876.

Der so vorbereitete Apparat wird dann in einen gusseisernen Tiegel wie dies Fig. 319 zeigt, eingesenkt. In dem Tiegel, welcher etwa 400 ccm Inhalt hat, befinden sich etwa 130 g Schwefel. Der Tiegel wird so weit erhitzt, bis der Schwefel kocht und die Dämpfe desselben aus den Fugen des mit einem Deckel versehenen Tiegels heraustreten und sich entzünden. Nachdem die Verdampfung, welche unter einem Abzuge vorgenommen wird, etwa 24 Minuten gedauert hat, nimmt man den Apparat aus dem Tiegel. Man bemerkt alsdann, dass ein Theil der Legirung bei *a* ausgeflossen ist und dass, während *a* vollständig gefüllt ist, die Legirung in der Kugel tiefer steht. Zur späteren Ermittelung des Dampfdruckes in der Kugel markirt man das Metallniveau in der Kugel, indem man durch ein Stückchen Siegellack einen kleinen Fleck macht und liest die Barometerhöhe ab. Darauf ist nur noch eine Wägung des Apparates (wiederum bis auf Decigramme) erforderlich, um alle Daten für die Dampfdichtebestimmung zu besitzen.

Fig. 139.



Die Dampfdichte *d* ist gleich:

$$d = \frac{p}{p_1},$$

wenn p das Gewicht der Substanz, p_1 das Gewicht der Luft unter den gleichen Umständen bezeichnet. Die Grösse p ist direct durch Wägung beobachtet. Zur Bestimmung von p_1 ist erforderlich die Kenntniss der Temperatur T, des Druckes D und des Volumens V des Dampfes.

Die Temperatur ist die Siedetemperatur des Schwefels. Nach Regnault siedet der Schwefel bei 447,71° für den Druck 763,04 mm und bei 440,3° für den Druck 679,97 mm. Aus diesen beiden Beobachtungen lässt sich die Temperatur T für den herrschenden Barometerdruck durch Interpolation leicht finden. Es siedet der Schwefel

bei	447,71°	447,0	446,0	445,0	444,0	443,0
für den Druck . . .	763,04 mm	755,08	743,87	732,66	721,45	710,24

Der Druck D des abgeschlossenen Dampfes ist gleich der auf 0° reducirten Barometerhöhe B, vermehrt um den Druck, den die im Schenkel *a* überstehende Metallsäule ausübt. Ist die Niveaudifferenz des

Metalls in der Röhre und Kugel gleich B_1 mm, so ist der Gesammtdruck des Dampfes $B + {}^2/_3\, B_1$, da die Dichtigkeit der Legirung bei 444° nahezu gleich ${}^2/_3$ von derjenigen des Quecksilbers ist.

Das Volumen des Dampfes berechnet sich aus dem Gewichte des bei der Temperatur T ausgeflossenen Metalls und aus dem Gewichte des angewandten Metalls. Enthält der Apparat bei 100° b Gramm Metall, so fliesst bei der Erwärmung auf 444°, nach den Versuchen von Meyer,

$$0{,}036 \,.\, b \text{ Gramm}$$

aus, wenn der Apparat keinen Dampf enthält. Fliesst a Gramm Metall aus, wenn der Apparat Dampf enthält, so hat der Dampf

$$(a - 0{,}036 \,.\, b) \text{ Gramm}$$

Metall verdrängt. Nun ist das Volumen von 1 Gramm Metall bei der Temperatur von 444° gleich 0,1092 ccm, folglich ist das Volumen des Dampfes gleich

$$V = 0{,}1092\ (a - 0{,}036 \,.\, b).$$

Das Gewicht p_1 der Luft ist daher:

$$p_1 = V \,.\, 0{,}001293 \cdot \frac{D}{760} \cdot \frac{273}{273 + T}$$

$$= 0{,}1092\ (a - 0{,}036 \,.\, b) \,.\, 0{,}001293 \cdot \frac{\left(B + \frac{2}{3} B_1\right)}{760} \cdot \frac{273}{273 + T}.$$

Daher ist die Dampfdichte d:

$$d = \frac{p}{p_1} = \frac{p \,.\, 760 \,.\, (273 + T)}{0{,}1092 \,.\, (a - 0{,}036 \,.\, b) \,.\, 0{,}001293 \,.\, \left(B + \frac{2}{3} B_1\right) \,.\, 273}$$

$$= \frac{p \,.\, (273 + T) \,.\, 19720}{(a - 0{,}036\, b)\left(B + \frac{2}{3} B_1\right)}.$$

Beispiel: Dampfdichte des Diphenyls $C_{12}H_{10}$.

p	— Gewicht der angewandten Substanz — . .	= 0,0543 g
b	— „ des „ Metalls —	= 258,7 „
a	— „ „ ausgeflossenen „ —	= 200,4 „
B	— Barometer auf 0° reducirt —	= 724,5 mm
B_1	— Wirksame Metallsäule —	= 43 „
T	— Temperatur des Schwefeldampfes — . . .	= 444,2°.

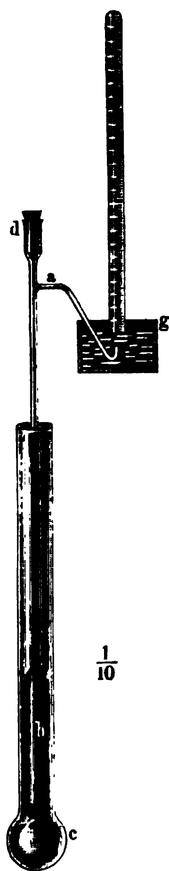
Hieraus folgt:

$$273 + T = 717{,}2$$
$$a - 0{,}036\, b = 191{,}1$$
$$B + \frac{2}{3} B_1 = 753{,}5.$$

Mit diesen Werthen erhält man nach der obigen Formel für die Dampfdichte d die Grösse 5,33.

2. Methode. Die oben besprochene Methode ist nicht anwendbar, wenn die zu untersuchende Substanz das Wood'sche Metall angreift, oder wenn ihr Siedepunkt noch höher als jener des Schwefels liegt. Die jetzt zu beschreibende Methode [1]) ist in jedem Falle zu gebrauchen. Das Gefäss *b*, Fig. 320, von etwa 100 ccm Inhalt und 200 mm Länge befindet sich an einer engen Röhre von etwa 600 mm Länge und ist mit einem Kautschukpfropfen *d*, welcher stets bis zu einer bestimmten Marke eindringt, verschlossen. Oben ist das enge Gasentbindungsrohr *a* (Durchmesser 1 mm, Länge 140 mm) angeschmolzen.

Fig. 320.



Dieser Apparat *b* wird in den Glaskolben *c* eingehängt, dessen Hals etwa 500 mm lang ist und dessen Kugel etwa 80 ccm Inhalt hat. Wird nun der Kolben *c* bis zur Siedetemperatur der darin befindlichen Flüssigkeit erwärmt, so wird nach einiger Zeit die Temperatur von *b* eine constante werden. Dies lässt sich daran erkennen, dass aus dem unter Wasser mündenden Entbindungsrohre *a* keine Luft mehr austritt. Sobald dies erreicht ist, wird über *a* eine mit Wasser gefüllte graduirte Röhre gestülpt, der Kautschukpfropfen *d* abgenommen, die in einem engen Fläschchen abgewogene Substanz in den Apparat hineingeworfen und *d* schnell wieder geschlossen. Da das herabfallende Fläschchen den Boden des Gefässes leicht zertrümmern könnte, ist in letzteres etwas Asbest gelegt. Sobald die eingeführte Substanz verdampft, tritt aus *a* Luft aus, welche in der graduirten Röhre aufgefangen und gemessen wird. Diese Messung wird in folgender Weise ausgeführt. Wenn keine Luft mehr in die graduirte Röhre eintritt, stellt man letztere in einen mit Wasser gefüllten Cylinder, so dass das Niveau innerhalb und ausserhalb des Rohres gleich steht. Nach einiger Zeit liest man das Luftvolumen ab, beobachtet die Temperatur des Wassers und notirt den Barometerstand.

Reicht die Temperatur des Diphenylamins von 310° nicht für die Verdampfung der Substanz aus, so wendet man anstatt des Kolbens *c* und einer verdampfenden Flüssigkeit ein Bad von geschmolzenem Blei an, in welches man *b* eintaucht.

Das Charakteristische der oben beschriebenen Methode besteht darin, dass weder die Temperatur des untersuchten Dampfes, noch das Volumen des benutzten Gefässes zur Berechnung der Dampfdichte nothwendig ist. Ist nämlich:

p das Gewicht der eingeführten Substanz in Grammen,
V das Luftvolumen in der graduirten Röhre in Cubikcentimetern,
t die Temperatur des Wassers in der graduirten Röhre,
B die auf 0° reducirte Barometerhöhe,
w der Druck des Wasserdampfes bei t^0,

[1]) V. Meyer, Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft 11, 1878

so ist die Dampfdichte d der Substanz:

$$d = \frac{p \cdot 760 \cdot (273 + t)}{V \cdot 0{,}001293\,(B - w) \cdot (273)}$$
$$= \frac{p \cdot (273 + t) \cdot 2140}{V \cdot (B - w)}.$$

Der Beweis dieser Formel ist folgender:

Ist D der Druck, V_1 das Volumen, T die Temperatur des Dampfes, so ist die Dichte d:

$$d = \frac{p}{p_1},$$

wo

$$p_1 = V_1 \cdot 0{,}001293 \cdot \frac{D}{760} \cdot \frac{273}{273 + T}$$

das Gewicht der Luft bezeichnet, welche das Volumen V_1, den Druck D und die Temperatur T hat.

Der Druck D des Dampfes ist gleich:

$$D = B + \frac{B_1}{s},$$

wenn B die auf 0° reducirte Barometerhöhe, B_1 die kleine Wassersäule gf bezeichnet und $s = 13{,}6$ die Dichtigkeit des Quecksilbers darstellt.

Das Volumen V_1 des Dampfes ist gleich dem Luftvolumen V in der graduirten Röhre, letzteres auf die Temperatur T und den Druck D gebracht. Es ist daher:

$$V_1 \cdot D \cdot \frac{273}{273 + T} = V \cdot (B - w) \frac{273}{273 + t}$$

oder:

$$\frac{V_1 D}{273 + T} = \frac{V \cdot (B - w)}{273 + t}.$$

Setzt man hieraus den Werth V_1 in p_1 ein, so erhält man obigen Ausdruck für d.

Beispiel: Bestimmung der Dampfdichte von Diphenylamin, $(C_6H_5)_2NH$, im Bleibade bei unbekannter Temperatur:

$p = 0{,}0905$ g
$V = 13{,}6$ ccm
$t = 17{,}0°$
$B = 714{,}8$ mm
$w = 14{,}4$ „

daher:

$$d = 5{,}90.$$

§. 182.

Beziehung zwischen der Dampfdichte und dem Moleculargewicht. — Nach dem Satze von Avogadro sind in gleichen Volumen der gas- oder dampfförmigen Verbindungen eine gleiche Anzahl

von Molecülen vorhanden, wenn die Volume denselben Druck und dieselbe Temperatur besitzen. Es muss sich daher das Gewicht gleicher Volume wie das Gewicht der einzelnen Molecüle verhalten. Da nun die Dampfdichten den Gewichten gleicher Volume proportional sind, so sind sie auch den Gewichten der einzelnen Molecüle proportional. Bezieht man daher die Dampfdichten und die Moleculargewichte auf dieselbe Einheit, so werden beide Grössen durch dieselbe Zahl dargestellt. In der folgenden Tabelle sind die Dampfdichten für einzelne Körper mitgetheilt, und zwar einmal bezogen auf Luft gleich 1 (wie es in den Formeln der vorigen Paragraphen immer geschehen ist) und dann bezogen auf Wasserstoff gleich 2. Da die Dichte des Wasserstoffs, bezogen auf Luft gleich 1, gleich 0,06925 ist, so braucht man die auf Luft bezogenen Dampfdichten nur mit $\frac{2}{0,06925} = 28,88$ zu multipliciren, um die Dampfdichten zu erhalten, welche sich auf Wasserstoff gleich 2 als Einheit beziehen.

Substanz	Dampfdichte, bezogen auf		Molecularformel	Moleculargewicht
	Luft = 1	Wasserstoff = 2		
Wasserstoff	0,06925	2	H_2	2
Stickstoff	0,9713	28,05	N_2	28
Quecksilber	6,976	201,4	Hg	200
Schwefel	2,211	63,85	S_2	64
Aether	2,568	74,16	$C_4H_{10}O_2$	74
Benzol	2,752	79,48	C_6H_6	78
Wasser	0,623	17,99	H_2O	18
Dimethylanilin . . .	4,24	122,4	$C_8H_{11}N$	121
Diphenyl	5,33	153,9	$C_{12}H_{10}$	154
Diphenylamin	5,92	170,9	$(C_6H_5)_2NH$	169

Eine Vergleichung der vorstehenden Werthe zeigt, dass die Dampfdichten bezogen auf Wasserstoff gleich 2 fast vollständig mit den Moleculargewichten übereinstimmen. Die Differenzen werden durch kleine Beobachtungsfehler bei Bestimmung der Dampfdichten erklärt.

Wie schon erwähnt, erhält man für die Dampfdichten nur dann constante Werthe, die unabhängig von dem Drucke und der Temperatur sind, wenn die Dämpfe hinreichend weit von ihrer Condensation entfernt sind. Für die meisten Dämpfe, welche unter dem gewöhnlichen Drucke der Atmosphäre gebildet sind, zeigt sich die Unabhängigkeit von der Temperatur, wenn diese mindestens 30° über dem Siedepunkte liegt. Für die Dichte des Alkoholdampfes ist z. B. bei dem Drucke einer Atmosphäre gefunden:

	1,725	1,649	1,610	1,603	1,604	1,607	1,602
bei	88°	98°	110°	125°	150°	175°	200°

Von 110° an ist also die Dampfdichte als constant zu betrachten. (Der Siedepunkt des Alkohols liegt bei 78,4°.)

Bei einigen Flüssigkeiten wird aber die Dampfdichte erst bei viel höherer Temperatur constant. So wurde für die Dampfdichte der Essigsäure bei Atmosphärendruck gefunden:

3,18	2,73	2,44	2,25	2,09	2,09	2,08	2,08
bei 125°	150°	180°	200°	240°	270°	310°	336°

Erst bei 240° wird die Dampfdichte der Essigsäure constant (der Siedepunkt der Essigsäure liegt bei 119°). Aus der Abnahme der Dampfdichte der Essigsäure bei constantem Drucke mit wachsender Temperatur folgt, dass der Dampf einen grösseren Ausdehnungscoefficienten besitzt als die Luft; erst bei 240° wird der Ausdehnungscoefficient der Essigsäure jenem der Luft gleich. Die nähere Betrachtung dieser Verhältnisse gehört indess in die theoretische Chemie.

Die Lehre von dem Lichte.

§. 183.

Das Wesen des Lichtes. — Von den beiden Hypothesen, welche über die Natur des Lichtes früher aufgestellt wurden, hat die eine, die Undulationstheorie, jetzt allgemeine Anerkennung gefunden, während die andere als mit den Thatsachen in Widerspruch verworfen ist. Die letztere war die Emissionshypothese, welche besonders von Newton vertreten wurde und welche das Licht als aus materiellen Theilchen, die von den leuchtenden Körpern ausgesandt werden, bestehend ansah. Wir erhalten nach dieser Hypothese die Empfindung des Lichtes, wenn die Theilchen in unser Auge eindringen und auf die Netzhaut stossen. Es giebt eine ganze Reihe von Lichterscheinungen, welche durch die Emissionshypothese eine Erklärung nicht finden können, insbesondere die Erscheinungen der Interferenz und Polarisation.

Der Undulationstheorie liegt die Annahme zu Grunde, dass alle Räume, welche das Licht durchdringt, einen sehr feinen Körper, den Aether, enthalten. Das Licht selbst ist eine schwingende Bewegung dieses Aethers und pflanzt sich in demselben nach den Gesetzen der Wellenbewegung fort. Wird die schwingende Bewegung auch auf den Aether übertragen, welcher sich in unserem Auge befindet, so empfinden wir die Stösse, welche von den hin- und hergehenden Aethertheilchen auf die Netzhaut ausgeübt werden, als Licht. Während nach der Emissionshypothese die verschiedenen Farben des Lichtes durch die Verschiedenheit der vom Lichte ausgesandten Theilchen erklärt wird, zeigt die Undulationstheorie, dass die Schwingungszeit oder die Zahl der in der Zeiteinheit erfolgenden Schwingungen das Bedingende für die Farben des Lichtes ist; den Eindruck des rothen Lichtes erhalten wir durch die langsamsten Schwingungen, die schnellsten Schwingungen liefern dagegen den Eindruck des violetten Lichtes.

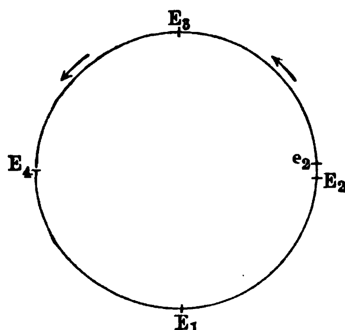
Der Aether hat ein so geringes Gewicht, dass es durch die Wage nicht nachgewiesen werden kann. Aus der Thatsache, dass die Erde und die übrigen Planeten in dem Aether sich um die Sonne bewegen, ohne einen merklichen Widerstand zu finden, folgt die sehr geringe Dichtigkeit des Aethers. Würde nämlich der Aether der Bewegung der Planeten einen merklichen Widerstand entgegensetzen, so müsste die Umlaufszeit

derselben um die Sonne allmälig mehr und mehr abnehmen; die Astronomie hat aber trotz vielhundertjähriger Beobachtungen eine Verminderung der Umlaufszeit nicht gefunden.

§. 184.

Geschwindigkeit des Lichtes. — Olaf Römer war der erste, welcher im Jahre 1676 die Geschwindigkeit bestimmte, mit welcher sich das Licht fortpflanzt. Der Planet Jupiter wird von vier Monden umkreist, welche jedesmal eine Verfinsterung erfahren, wenn sie in den Schatten des Jupiter eintreten. Beobachtet man die Zeit, welche zwischen zwei Verfinsterungen eines Mondes verstreicht, so erhält man die Umlaufszeit desselben. Die Beobachtung ergab nun für die Umlaufszeit eines Mondes je nach der Stellung der Erde verschiedene Werthe, während dieselbe, dem Newton'schen Gesetze entsprechend, constant sein muss. Olaf Römer erkannte die Ursache dieser Verschiedenheit in der Zeit, welche das Licht

Fig. 321.



gebraucht, um vom Jupiter zur Erde zu gelangen. Es stelle E_1 E_2 E_3 E_4, Fig. 321, die Bahn dar, welche die Erde innerhalb eines Jahres durchläuft und J möge den Jupiter mit der Bahn jenes Mondes darstellen, welcher dem Jupiter am nächsten ist.

Wenn die Erde sich in E_2 befindet, möge der Mond gerade in den Schatten des Jupiter eintreten. Nach Verlauf von $42^1/_2$ Stunde hat der Mond des Jupiter einen Umlauf vollendet und tritt also wieder in den Schatten des Jupiter ein. In derselben Zeit bewegt sich die Erde von E_2 nach e_2, ohne ihren Abstand vom Jupiter wesentlich zu ändern. Je weiter sich aber jetzt die Erde in dem folgenden Halbjahre in ihrer Bahn bewegt, um so weiter entfernt sie sich vom Jupiter. Das Licht des Jupiter hat also immer grössere Strecken zu durchlaufen, um zur Erde zu gelangen. Berechnet man nun aus der bekannten Umlaufszeit die Zeitmomente, in welchen jedesmal eine Verfinsterung eintreten müsste, wenn die Erde sich nicht vom Jupiter entfernte, so findet man, dass die wirklich beobachteten Verfinsterungen des Mondes sich gegenüber den berechneten Zeitmomenten immer mehr verspäten, je weiter sich die Erde vom Jupiter entfernt. Befindet sich die Erde in ihrem weitesten Abstande vom Jupiter, in E_4, so

tritt eine Verspätung von 16 Min. 36 Sec. = 996 Sec. ein, und diese Zeit hat offenbar das Licht gebraucht, um den Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen. Dieser Durchmesser beträgt nahezu 42 000 000 Meilen, folglich ist der Weg, den das Licht in einer Secunde durchläuft, gleich

$$\frac{42\,000\,000}{996} = 42\,000 \text{ Meilen.}$$

Zu fast genau demselben Werthe der Geschwindigkeit wurde im Jahre 1728 Bradley geführt, als er aus der Verschiebung (Aberration) der Fixsterne, welche aus einer Zusammensetzung der Geschwindigkeit des Lichtes mit derjenigen der Erde in ihrer Bahn sich ergiebt, die Geschwindigkeit des Lichtes ableitete.

In neuerer Zeit ist es auch gelungen, die Geschwindigkeit des Lichtes auf der Erde in geringen Entfernungen zu messen. Fizeau erhielt im Jahre 1849 den Werth von 42 200 Meilen, Foucault im Jahre 1865 nach einer anderen Methode 40 160 Meilen für die Geschwindigkeit des Lichtes. Diese letzteren Versuche zeigten ferner, dass das Licht in Wasser sich langsamer fortpflanzt als in Luft, ein Resultat, welches von der Undulationstheorie gefordert wird.

§. 185.

Geradlinige Ausbreitung des Lichtes. — Bezüglich ihres Verhaltens zum Lichte werden die Körper in selbstleuchtende und beleuchtete eingetheilt. Die Sonne wie die übrigen Fixsterne gehören zu der ersteren, die Planeten und ihre Monde zu der letzteren Classe. Die nicht selbstleuchtenden Körper nennt man durchsichtig, wenn sie das Licht in solcher Menge durchlassen, dass man durch dieselben andere Körper in bestimmten Umrissen wahrnehmen kann, wie z. B. Luft, Wasser, Glas u. a.; durchscheinend, wenn man durch dieselben andere Körper nur in unbestimmten Umrissen wahrnimmt, wie z. B. mattgeschliffenes Glas oder geöltes Papier; undurchsichtig, wenn sie gar kein Licht durchlassen. Es giebt weder vollkommen durchsichtige, noch vollkommen undurchsichtige Substanzen. Selbst die durchsichtigste Substanz, welche wir kennen, die Luft, schwächt in sehr dicken Schichten die Deutlichkeit der Umrisse entfernter Gegenstände; dagegen lassen die scheinbar ganz undurchsichtigen Metalle, wenn sie in sehr dünnen Blättchen ausgeschlagen werden, Licht durch; Goldblatt z. B., welches man auf Glas aufklebt und gegen das Licht hält, zeigt im durchfallenden Lichte einen blaugrünen Schimmer.

Dass das Licht sich nur in gerader Linie fortpflanzt, geht daraus hervor, dass man einen Lichtpunkt nicht wahrnimmt, sobald man zwischen ihn und das Auge einen undurchsichtigen Schirm schiebt.

Denkt man sich einen leuchtenden Punkt nach einander von concentrischen Kugelhüllen von 1, 2, 3... Meter Radius umschlossen, so verbreitet sich das von dem leuchtenden Punkte nach allen Richtungen ausstrahlende Licht auf die Innenfläche dieser Hüllen, deren Grösse im Verhältniss von 1 : 4 : 9 steht. Es ist hiernach klar, dass die Beleuchtung der Flächeneinheit durch eine gegebene Lichtquelle in dem-

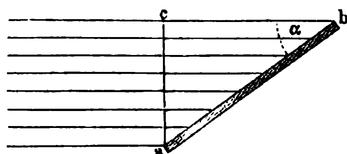
selben Verhältnisse abnehmen muss, wie das Quadrat der Entfernung wächst.

Nach diesem Gesetze kann man schliessen, dass die Intensität des Sonnenlichtes auf dem Uranus, welcher 20mal weiter von der Sonne entfernt ist als die Erde, 400mal geringer ist als bei uns; auf dem Planeten Neptun, dessen Entfernung 40mal grösser ist, ist die Intensität des Sonnenlichtes nur $^1/_{1600}$ von jener auf der Erde.

§. 186.

Messung der Lichtintensität. — Die Beleuchtung einer Fläche ist bei constanter Lichtquelle und Entfernung am stärksten, wenn die Strahlen rechtwinkelig auf die Fläche fallen. Wie sich die Intensität bei anderer Neigung verhält, ergiebt sich aus Fig. 322.

Fig. 322.



Die Fläche ab, auf welche die Strahlen unter dem Neigungswinkel α einfallen, erhält nicht mehr Licht, als die Fläche ac bei senkrechter Incidenz. Denkt man sich aus den Flächen ac und ab je 1 qcm ausgeschnitten, und erhält dieses in ac die Intensität i_1, in ab die Intensität i_2, so verhalten sich

$$i_1 : i_2 = ab : ac,$$

oder es ist

$$i_2 = i_1 \cdot \frac{ac}{ab} = i_1 \, . \, \sin \alpha.$$

Die Intensität der Strahlung, welche eine Fläche erhält, wird also um so kleiner, je kleiner der Neigungswinkel α ist.

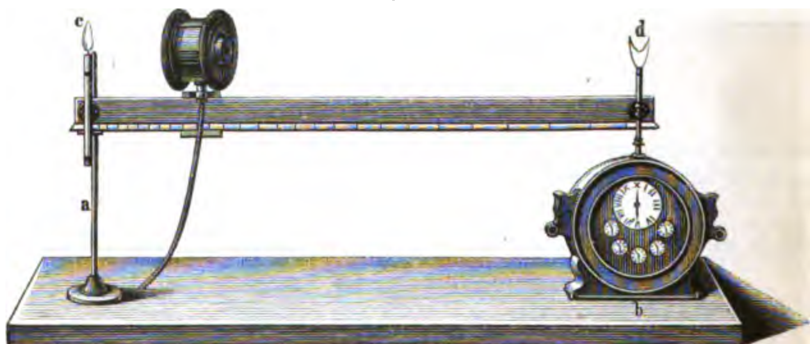
Um die Lichtstärken zweier Quellen zu vergleichen, benutzt man den im vorigen Paragraphen angeführten Satz, dass die Intensität des Lichtes proportional dem Quadrate der Entfernung abnimmt. Nach dem Vorgange von Rumford lässt man beide Quellen einen Stab bescheinen und von demselben zwei Schatten auf eine Papierfläche werfen. Man regulirt dann die Entfernung des einen Lichtes von der Fläche so, dass beide Schatten gleich hell erscheinen. Die Fläche empfängt dann von beiden Lichtquellen die gleiche Erleuchtung und die Intensitäten der Lichtquellen verhalten sich zu einander wie die Quadrate ihrer Entfernung von der Papierfläche.

Da das Urtheil über die gleiche Helligkeit der Schatten nicht sehr sicher ist, so erhält man genauere Resultate mit dem von Bunsen construirten Photometer.

Spannt man auf einem Rahmen weisses Papier, welches in der Mitte einen durch flüssiges Stearin erzeugten Fleck hat, so erscheint dieser Fleck hell auf dunklem Grunde, wenn das Papier stärker von hinten als von vorn beleuchtet wird, dagegen dunkel auf hellem Grunde im umgekehrten Falle. Der Fleck hört auf als solcher sichtbar zu sein, wenn die Beleuchtung von beiden Seiten gleich stark ist. Diese Eigenschaft

hat Bunsen zur Construction seines Photometers benutzt (Fig. 323). Ein auf einer Schiene verschiebbares Gehäuse besitzt an der einen Seite ein Diaphragma mit dem eben beschriebenen Fettfleck, während die gegenüber liegende Wand geschlossen ist. An der linken Seite des Gehäuses befindet sich die Normalkerze *c*, mit der die zu untersuchende Lichtquelle *d* auf der rechten Seite verglichen werden soll. Man schiebt das Gehäuse *k* bis zu einer Marke an der Schiene, so dass der Abstand von der Kerze 20 cm beträgt, und dreht das Diaphragma mit dem Fettfleck der Kerze zu. Dann zündet man die in der Mitte des Gehäuses *k* befindliche Gasflamme an und regulirt dieselbe so, dass der Fleck verschwindet. In diesem Falle erhält das Diaphragma von beiden Seiten eine gleich starke Beleuchtung. Dreht man dann das Diaphragma um 180°, so dass es der Lichtquelle *d* zugekehrt ist, so kann man das Gehäuse auf der Schiene jetzt so weit verschieben, bis der Fleck wieder verschwindet. Die Entfernung des Diaphragmas von der Lichtquelle *d* liefert

Fig. 323.



dann sofort die Intensität derselben im Vergleich mit der Normalkerze. Angenommen, diese Entfernung betrage 50 cm, so verhält sich

$$\text{die Lichtstärke von } d : \text{Lichtstärke von } c = (50)^2 : (20)^2 = 6{,}25 : 1.$$

§. 187.

Regelmässige Reflexion des Lichtes an ebenen Flächen. — Wenn ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche zweier Körper trifft, z. B. aus der Luft auf eine Wasserfläche, eine Papier- oder eine Metallfläche, so wird ein Theil des Lichtes zurückgeworfen oder reflectirt.

Ist die Grenzfläche beider Körper vollkommen glatt, so ist die Reflexion ausschliesslich eine sogenannte regelmässige. Errichtet man in dem Punkte *n*, Fig. 324, in welchem der Strahl *fn* auf die Grenzfläche trifft, ein Perpendikel *pn* — das Einfallsloth genannt —, so ist der reflectirte Strahl *nd* durch folgende zwei Bestimmungen charakterisirt:

1. Der reflectirte Strahl liegt in der durch *fn* und *pn* bestimmten Ebene, der Einfallsebene.

2. Der Reflexionswinkel *r* ist dem Einfallswinkel *i* gleich.

Befindet sich ein leuchtender Punkt oberhalb einer spiegelnden Fläche, so reflectirt letztere die von dem Punkte ausgehenden Strahlen nach dem oben angeführten Gesetze. Die Strahlen *lr*, *lr'*, *lr''* ..., welche von dem Punkte *l* (Fig. 325) ausgehen, werden durch die spiegelnde Fläche nach *rs*, *r's'*, *r''s''* ... reflectirt. Verlängert man diese Strahlen rückwärts, so schneiden sie sich alle in einem Punkte *l'*. Dieser Punkt *l'* liegt auf der Verlängerung des Perpendikels *lp*, und zwar ebenso weit hinter der Spiegelebene, als der leuchtende Punkt *l* vor derselben liegt; oder es ist $lp = pl'$. Die reflectirten Strahlen *rs*, *r's'* ... scheinen sämmtlich von ihrem Schnittpunkte *l'* auszugehen, und daher nennt man *l'* den Bildpunkt von *l*.

Fig. 324.

Construirt man für sämmtliche Punkte eines Gegenstandes die zugehörigen Bildpunkte nach der oben angegebenen Regel, so erhält man das Bild des Gegenstandes. Dieses Bild ist mit dem Gegenstande nicht congruent, so dass es zur Deckung gebracht werden könnte, sondern nur symmetrisch. Das Spiegelbild der linken Hand ist congruent mit der rechten, wie man sich leicht überzeugt, und daher nur symmetrisch mit der linken.

Fig. 325.

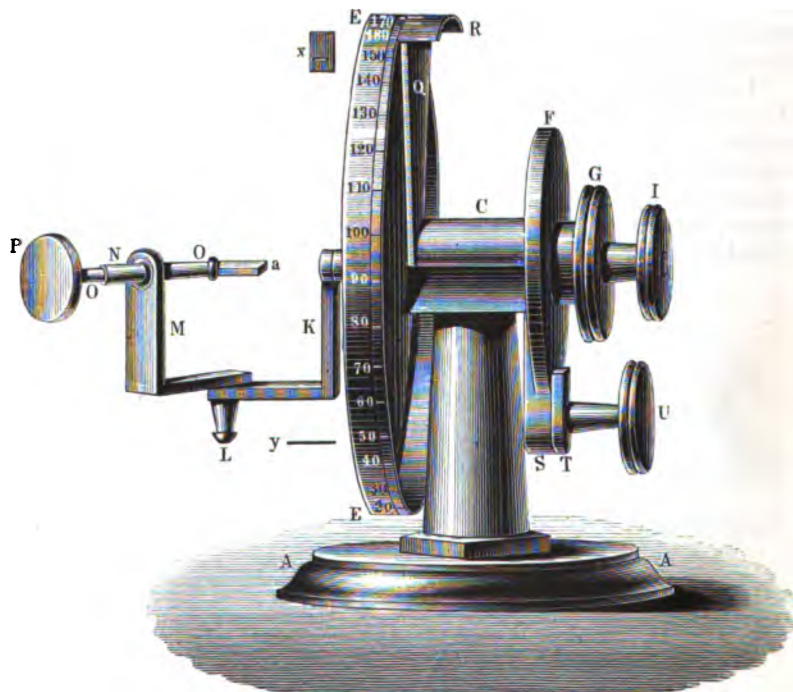
Fig. 326.

Man macht von dem Reflexionsgesetze vielfache Anwendung. Um den Winkel kleiner Krystalle mit gut spiegelnden Flächen zu messen, bedient man sich des Reflexionsgoniometers, dessen Princip aus Folgendem ersichtlich ist. Wenn der Winkel *onm* (Fig. 326) gemessen werden soll, so bringt man den Krystall in eine solche Lage, dass das Auge bei *A* das von *on* reflectirte Spiegelbild eines Gegenstandes *F* in Deckung mit dem direct gesehenen Objecte *E* erblickt. Alsdann dreht man den Krystall in die Lage *nm'o'*, so dass das Spiegelbild von *F*, entworfen durch die zweite Fläche *m'n* des zu messenden Winkels, abermals den Gegenstand *E* deckt. Der Winkel, um welchen man drehen musste, ist, wie die Figur zeigt, die Ergänzung des zu messenden Winkels zu 180⁰. Wenn die Gegenstände *F* und *E* sich in endlicher Entfernung befinden, dreht man den Krystall nicht um die Kante *n*, sondern, damit der Reflexionspunkt sich nicht

verschiebt, um eine durch den Krystall selbst gehende Axe, so dass *mn* die Lage einnimmt, in welcher vorher sich *on* befand.

Das Reflexionsgoniometer, welches zur genauen Ausführung solcher Messungen dient, ist in Fig. 327 abgebildet. Mit dem säulenförmigen Stativ ist der Nonius *R* fest verbunden; durch ein auf der Säule festsitzendes Messingstück geht eine Axe, welche mittelst des Knopfes *G* die Scheibe *F* und den auf dem Rande getheilten Kreis *EE* zu drehen gestattet. Durch Anziehen der Klemmschraube *U* kann die Scheibe *F* und damit die Axe sammt dem Theilkreise unverrückbar mit dem Stative verbunden werden. Die Axe ist hohl und durch dieselbe geht eine zweite

Fig. 327.



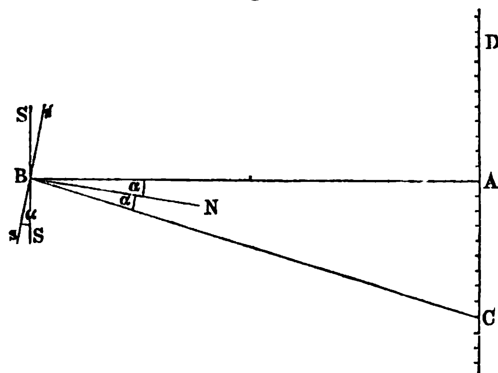
Axe, welche mittelst des Kopfes *I* drehbar ist und am anderen Ende ein System von Stäbchen *K*, *M* und *O* trägt, an dessen Ende der zu messende Krystall *a* mit etwas Wachs befestigt wird. Das Goniometer wird am Rande eines Tisches fest aufgestellt, so dass der Beobachter ein Fenster vor sich hat. Ein über eine helle Fensterscheibe horizontal ausgespannter dunkler Faden (oder eine Fenstersprosse) dient als oberes, eine parallel mit jenem auf dem Zimmerboden gezogene schwarze Linie als unteres Sehzeichen. Nachdem die Nulllinie des Nonius auf die Nulllinie der Theilung eingestellt und die Klemmschraube *U* angezogen ist, wird der Krystall so gerichtet, dass mit dem direct gesehenen unteren Sehzeichen das Spiegelbild des oberen in den beiden Flächen, welche den zu messenden Winkel bilden, zur Deckung gebracht werden kann. Hierzu

ist erforderlich, dass die Kante der beiden Flächen mit der Drehungsaxe des Instrumentes und mit dem linearen Sehzeichen parallel ist. Hat man nun durch Drehen an dem Kopfe *I* die Deckung der beiden Sehzeichen für eine spiegelnde Fläche erreicht, so löst man die Klemmschraube *U* und dreht den Theilkreis am Kopfe *G*, ohne *I* zu berühren, bis die Deckung durch das Spiegelbild in der zweiten Fläche erreicht wird, wobei eine Mikrometerschraube zur genaueren Einstellung dient. Der Winkel, welchen man alsdann am Nullstriche des Nonius abliest, muss von 180° abgezogen werden, um den Krystallwinkel selbst zu erhalten.

Man kann durch folgendes Repetitionsverfahren eine grössere Genauigkeit erhalten. Nachdem der Versuch bis dahin vorgeschritten ist, wie oben angegeben wurde, dreht man am Kopfe *I*, während die Klemmschraube *U* geschlossen ist, die mittlere Axe soweit zurück, bis die erste Fläche die Deckung der beiden Sehzeichen liefert; dann dreht man nach Lösung der Klemmschraube *U*, ohne *I* zu berühren, *G* vorwärts bis zur abermaligen Deckung mit dem Bilde der zweiten Fläche. Wiederholt man dies *n*mal und zieht den zuletzt am Nonius abgelesenen Winkel sammt der Anzahl der ganzen Umgänge von *EE*, welche stattgefunden haben, von *n* . 180 ab, so erhält man den *n*fachen Krystallwinkel. Dieses Verfahren der Repetition hat, da man nur am Ende der ganzen Operation abzulesen braucht, den Vortheil, dass die Unsicherheit der Ablesung nur mit ihrem *n*ten Theile auf den einfachen Krystallwinkel einwirken kann.

Zur genauen Messung kleiner Drehungswinkel findet ebenfalls das Reflexionsgesetz Anwendung. Mit dem Körper, dessen Drehung um eine verticale Axe bestimmt werden soll, wird ein kleiner ebener Spiegel *SS*, Fig. 328, fest verbunden, so dass die Spiegelebene vertical steht. Bei *A*, in einiger Entfernung von dem Spiegel, wird ein Fernrohr so aufgestellt, dass die Axe des Fernrohres in der verticalen Ebene liegt, die senkrecht zur Spiegelebene *SS* durch *B* gelegt ist. Eine Scala *CD* befindet sich oberhalb des Fernrohres und ein bestimmter Theilstrich *A* der Theilung, der gerade über der Fernrohraxe liegt, wird in Folge der Reflexion an *SS* in das Fernrohr reflectirt. Dreht sich nun der Spiegel *SS* um eine verticale Axe und nimmt die Stellung *ss* ein, so wird der Theilstrich *C* in das feststehende Fernrohr bei *A* reflectirt.

Fig. 328.



Ist nämlich *BN* senkrecht zu *ss*, so muss $\measuredangle\, CBN = \measuredangle\, NBA = \alpha$ sein, damit *C* nach *A* reflectirt werde. Der Winkel α ist aber gleich jenem, welchen die Spiegelebenen *SS* und *ss* mit einander bilden. Das Doppelte des Drehungswinkels α erhält man aus der Gleichung:

$$tang\ 2\alpha = \frac{AC}{AB}.$$

Kennt man daher die Entfernung AB des Spiegels von der Scala, so erhält man die Grösse des Drehungswinkels aus der Beobachtung AC mit grosser Genauigkeit. Es ist diese Methode der Spiegelablesung zuerst von Poggendorff und Gauss angewandt.

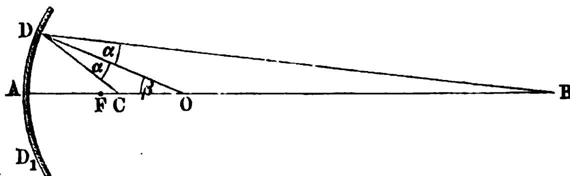
§. 188.

Unregelmässige Reflexion. — Eine ganz reine ruhende Wasserfläche oder äusserst sorgfältig polirte Metallspiegel geben fast nur regelmässig reflectirtes Licht; deshalb nimmt man die Flächen selbst kaum wahr, sondern sieht nur die Spiegelbilder äusserer Gegenstände. Schlecht polirte, mehr oder weniger rauhe Oberflächen sind aus sehr vielen, sehr kleinen Flächenelementen, mit sehr verschiedener Neigung gegen die Hauptrichtung, zusammengesetzt. Sie müssen daher dem Bilde eines jeden vor der Fläche liegenden leuchtenden Punktes ganz verschiedene Stellungen anweisen. Die ursprünglich von einem einzigen Punkte abstammenden Strahlen werden dadurch so zerstreut, wie wenn sie von sehr vielen Punkten herkämen. Der Eindruck der Lichtquelle verwischt sich und jeder reflectirende Punkt erscheint als selbständiger Lichtpunkt. Auf diesem Vorgange beruht die Sichtbarkeit an und für sich dunkler Körper, wenn sie unter dem Einflusse einer Lichtquelle stehen. So wirft eine Schneefläche oder weisse Papierfläche zwar grosse Mengen Lichtes, aber fast nur zerstreutes (diffuses) Licht zurück und wird dadurch sichtbar. Nur bei grossen Einfallswinkeln kann man auch bei derartiger Oberflächenbeschaffenheit Spuren von regelmässiger Reflexion wahrnehmen.

§. 189.

Reflexion an concaven sphärischen Spiegeln. — Für krumme Oberflächen gilt das gleiche Reflexionsgesetz wie für ebene Flächen; nur ist bei den ersteren zu beachten, dass die Normalen, welche für verschiedene Flächenelemente construirt werden, nicht wie bei den ebenen Flächen einander parallel, sondern zu einander geneigt sind. Stellt DAD_1, Fig. 329, eine Kugelschale dar, deren Kugelmittelpunkt in O liegt, so

Fig. 329.



gehen sämmtliche Normalen der Schale durch diesen Mittelpunkt. Die Verbindungslinie von der Mitte A des Spiegels nach O nennt man die Hauptaxe. Angenommen, es liege ein leuchtender Punkt B auf der Hauptaxe, so werden die von demselben ausgehenden und den Spiegel treffenden Strahlen so reflectirt, dass sie sich nahezu in einem Punkte,

dem Bildpunkte, schneiden. Um dies nachzuweisen, betrachten wir einen Strahl BD. Derselbe bildet mit der Normalen DO den Winkel α, der reflectirte Strahl DC wird also auch den Winkel α mit DO bilden. Der Schnittpunkt C des reflectirten Strahles und der Hauptaxe ist der Bildpunkt von B.

Es sei

$$AO = r;\ AB = g;\ AC = x.$$

Zur Bestimmung von x, der Entfernung des Bildpunktes vom Spiegel, hat man

$$x = AC = AO - OC = r - OC.$$

Ferner ist

$$OC : DC = \sin\alpha : \sin\beta$$

$$OB : DB = \sin\alpha : \sin\beta.$$

Daher

$$OC : DC = OB : DB$$

oder

$$OC = \frac{OB\,.\,DC}{DB}.$$

Da $OB = g - r$, ferner mit grosser Annäherung

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{x}{g},$$

so hat man

$$OC = \frac{(g - r)\,.\,x}{g}.$$

Daher

$$x = r - OC = r - (g - r)\,\frac{x}{g}$$

oder

$$x = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{g}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, dass x, oder der Abstand des Punktes C vom Spiegel, nur vom Radius r des Spiegels und dem Abstande g des leuchtenden Punktes abhängt, nicht aber von der Grösse des Winkels α. Daher schneiden alle reflectirten Strahlen die Hauptaxe in C, oder C ist der Bildpunkt von B. Man erkennt, dass die Unabhängigkeit des Werthes x von α dadurch erhalten wurde, dass

$$\frac{DC}{DB} = \frac{x}{g}$$

gesetzt ist. Es ist dies nicht strenge richtig, kommt aber der Wahrheit um so näher, je kleiner der Winkel α ist, je kleiner also die spiegelnde Fläche im Verhältniss zur ganzen Kugeloberfläche ist.

Die Gleichung I) dient dazu, um x für verschiedene Werthe von g zu bestimmen. Ist zunächst $g = \infty$, fallen also der Hauptaxe parallel Strahlen auf den Spiegel, so wird

$$x = \frac{1}{\frac{2}{r}} = \frac{r}{2}.$$

Parallele Strahlen werden daher durch den Spiegel in einem Punkte vereinigt, welcher in der Mitte zwischen A und O liegt. Diesen Punkt F nennt man den Brennpunkt des Spiegels und bezeichnet die Entfernung

$$f = \frac{r}{2}$$

als die Brennweite.

Führt man diesen Werth in I) ein, so erhält man

$$x = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{g}} \quad \text{II)}$$

Aus dieser Gleichung ergeben sich folgende Specialfälle:

Ist $g = \infty$, so ist $x = f$
„ $g = 2f$, „ „ $x = 2f$
„ $g < 2f$, „ „ $x > 2f$
„ $g = f$, „ „ $x = \infty$
„ $g < f$, „ „ x negativ.

Sobald daher der leuchtende Punkt B zwischen Spiegel und Brennpunkt liegt ($g < f$), wird der Abstand des Bildpunktes vom Spiegel negativ, d. h. der Bildpunkt liegt hinter dem Spiegel. Es tritt in diesem Falle beim concaven Spiegel dasselbe ein, was beim ebenen Spiegel immer stattfindet.

Fig. 330.

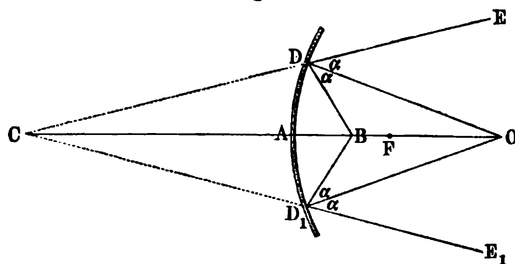
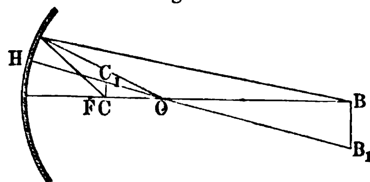


Fig. 330 stellt den zuletzt besprochenen Fall dar. B ist der leuchtende Punkt und C ist der Bildpunkt. Die reflectirten Strahlen DE und D_1E_1 schneiden sich nicht wirklich, sondern nur, wenn sie rückwärts verlängert werden. Daher nennt man den Punkt C den virtuellen Bildpunkt, zum Unterschiede vom reellen Bildpunkte, der durch den wirklichen Durchschnitt der reflectirten Strahlen erzeugt wird (vergl. Fig. 329).

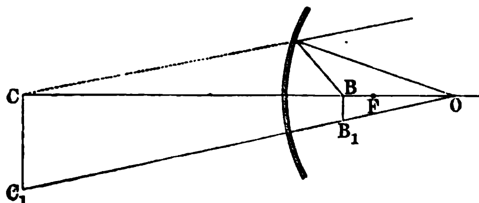
Fig. 331.



In ähnlicher Weise wie von leuchtenden Punkten der Hauptaxe lassen sich auch von anderen Punkten die Bildpunkte construiren. In Fig. 331 ist C der Bildpunkt von B, und C_1 jener von B_1. Das Bild der Linie BB_1 ist also CC_1.

Um den Punkt C_1 zu erhalten, braucht man nur B_1OH zu ziehen; da dieser Strahl mit einer Normalen zusammenfällt, so fällt auch der reflectirte Strahl mit diesem zusammen, folglich liegt C_1 auf B_1OH; das Uebrige ergiebt sich leicht. Ebenso wie man CC_1 als Bild von BB_1 betrachtet, kann man auch BB_1 als Bild von CC_1 ansehen.

Fig. 332.



In Fig. 332 ist der Fall dargestellt, dass $g < f$, dass also BB_1 innerhalb der Brennweite liegt. Das virtuelle Bild von BB_1 ist CC_1 und ist in gleicher Weise zu construiren wie in Fig. 331. Man sieht, dass das virtuelle Bild grösser ist als der Gegenstand.

§. 190.

Reflexion an convexen sphärischen Spiegeln. — Lässt man bei einem concaven Spiegel den Radius r wachsen, so nähert sich derselbe mehr und mehr dem ebenen Spiegel. Wird r, also auch f, unendlich gross, so hat man einen ebenen Spiegel und die Gleichung II) des vorigen Paragraphen geht über in

$$x = \frac{1}{-\frac{1}{g}} = -g.$$

Diese Gleichung spricht das früher schon abgeleitete Gesetz aus: Bei einem ebenen Spiegel liegt der Bildpunkt ebenso weit hinter dem Spiegel, als der leuchtende Punkt vor demselben liegt.

Geht ferner der Radius aus dem positiven Werthe in einen negativen Werth über, so erhält man statt des concaven Spiegels einen convexen. Nennt man die Brennweite des convexen Spiegels $(-f)$, so ist die Gleichung für x:

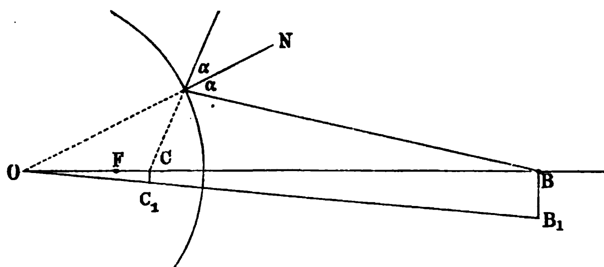
$$x = \frac{1}{-\frac{1}{f} - \frac{1}{g}} = \frac{-1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{g}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{III)}$$

Durch einen Vergleich dieser Gleichung mit II) sieht man, dass dieselben sich nur durch das Vorzeichen von f unterscheiden. Da nach Gleichung III) x immer negativ ist, so liefert der convexe Spiegel nur virtuelle Bilder, die also hinter dem Spiegel liegen.

In Fig. 333 (a. f. S.) ist die Construction des Bildes CC_1 der leuchtenden Linie BB_1 angegeben; dieselbe stimmt mit der früheren Construction ganz überein.

Vergleicht man die Bilder der concaven, ebenen und convexen Spiegel mit einander, so findet man: 1) Nur der Concavspiegel kann reelle Bilder liefern; 2) die virtuellen Bilder der drei Spiegel unter-

Fig. 333.



scheiden sich ihrer Grösse nach dadurch, dass das Bild des Concavspiegels grösser, des ebenen Spiegels gleich gross, des Convexspiegels kleiner ist als der Gegenstand.

§. 191.

Brechung des Lichtes. — Derjenige Antheil eines auf die Grenzfläche zweier Körper auffallenden Lichtstrahles, welcher nicht reflectirt, sondern in die Substanz des zweiten Körpers eindringt, lässt sich nur in den durchsichtigen Substanzen sowohl bezüglich der Richtung, welche er nimmt, als auch bezüglich seines sonstigen Verhaltens weiter verfolgen. Wir betrachten aber in dieser Beziehung zunächst nur die amorphen (starren, flüssigen und gasförmigen) Substanzen, welchen man noch die Krystalle des regulären Systems anreihen kann. Die krystallisirten Mittel, mit Ausschluss der regulär krystallisirenden Körper, zeigen in den Erscheinungen der doppelten Brechung ein eigenthümliches Verhalten, welches einer besonderen Betrachtung bedarf.

Zahlreiche Beobachtungen des täglichen Lebens zeigen, dass ein Lichtstrahl, welcher aus einem dünneren in ein dichteres Mittel übergeht, oder umgekehrt, seine Richtung verändert. Gegenstände unter Wasser scheinen höher zu liegen, als sie sich in der That befinden; durch ein prismatisches Glas betrachtet, erscheinen alle Körper aus der Stelle gerückt. Selbst der Uebergang des Lichtes aus höher gelegenen dünneren Luftschichten in die dichteren Schichten in der Nähe des Erdbodens veranlasst eine Abweichung des Lichtes aus seiner Bahn; daher erscheinen entfernte Berge höher als sie sind und alle Gestirne scheinen höher über dem Horizonte und näher am Zenith zu liegen, als in der That der Fall ist.

Ein Lichtstrahl *tb*, Fig. 334, welcher aus Luft in Wasser eintritt, geht auch in diesem geradlinig fort, aber in einer anderen Richtung als in der Luft. Die Abweichung des Lichtes von der anfänglichen Richtung wird Brechung genannt. Construirt man in *b* das Einfallsloth *dd'*, so liegt der gebrochene Strahl *bf* in der Einfallsebene, d. h. in der Ebene, welche durch das Einfallsloth und den einfallenden Lichtstrahl

bestimmt ist. Bezeichnet man ferner den Einfallswinkel abd mit i, den Brechungswinkel fbd' mit r, so ist das Verhältniss

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

unabhängig von der Grösse des Einfallswinkels. Man nennt dies Verhältniss den Brechungsindex, oder Brechungscoefficienten, oder Brechungsexponenten.

Für den Uebergang aus Luft in Wasser ist:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n = \frac{4}{3}.$$

Da

$$\sin i = \frac{da}{ba}; \quad \sin r = \frac{cd}{ba},$$

so ist

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{da}{cd}.$$

Hieraus ergiebt sich eine leichte Construction für den gebrochenen Strahl, wenn der einfallende gegeben ist.

Fig. 334.

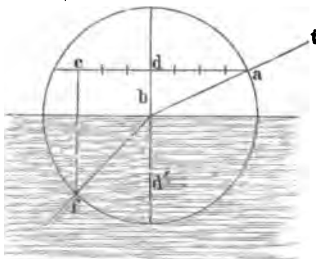
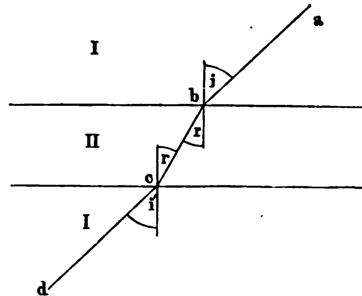


Fig. 335.



Würde man fb (Fig. 334) als einfallenden Lichtstrahl betrachten, der bei b aus Wasser in Luft tritt, so würde ba der gebrochene Strahl sein. Bezeichnet man daher den Brechungsindex aus Luft in Wasser wie oben mit n, also:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

so ist der Brechungsindex aus Wasser in Luft gleich

$$\frac{\sin r}{\sin i} = n_1 = \frac{1}{n}.$$

Ist ein Mittel II), Fig. 335, beiderseits durch das Mittel I) so begrenzt, dass die ebenen Brechungsflächen einander parallel sind, so wird ein durch das Mittel II) durchgehender Lichtstrahl nicht aus seiner Richtung abgelenkt, sondern erhält nur eine parallele Verschiebung. Ist

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \text{ so ist } \frac{\sin r}{\sin i'} = \frac{1}{n},$$

folglich

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = 1,$$

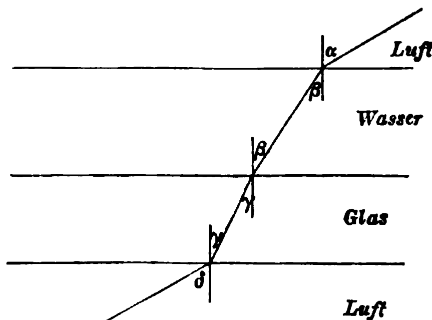
oder

$$i = i',$$

daher *cd* parallel *ab*.

Der vorhergehende Satz lässt sich dahin erweitern, dass ein Lichtstrahl, welcher durch mehrere Mittel geht und schliesslich in das ursprüngliche Mittel wieder eintritt, nur eine parallele Verschiebung erleidet, wenn die Begrenzungsebenen einander parallel sind. Geht also der Lichtstrahl (Fig. 336) von Luft in Wasser, von Wasser in Glas und von Glas wieder

Fig. 336.



in Luft, so wird er unter der gemachten Voraussetzung seiner ursprünglichen Richtung wieder parallel, oder es ist $\measuredangle\, \delta = \measuredangle\, \alpha$.

Sei der

Brechungsindex	von Luft	in Wasser	=	n_1,
"	" Wasser	" Glas	=	n_2,
"	" Luft	" "	=	n_3,

so ist

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_1; \quad \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = n_2; \quad \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \frac{1}{n_3};$$

daher

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_1 \,.\, n_2; \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \delta} = n_1 \cdot n_2 \cdot \frac{1}{n_3}$$

oder, da $\measuredangle\, \alpha = \measuredangle\, \delta$,

$$n_1 \cdot n_2 \cdot \frac{1}{n_3} = 1.$$

Die letzte Gleichung dient dazu, um einen der Werthe n_1, n_2, n_3 zu berechnen, wenn zwei davon bekannt sind.

In dem obigen Beispiele ist

$$n_1 = \frac{4}{3}; \quad n_2 = \frac{9}{8},$$

folglich

$$n_3 = n_1 \,.\, n_2 = \frac{3}{2}.$$

Unter dem absoluten Brechungsindex einer Substanz versteht man den Index, welchen man erhält, wenn das Licht aus dem leeren Raume in die Substanz eintritt; im Gegensatze hierzu nennt man die anderen Brechungsindices relativ. Nach der obigen Ableitung kann man den absoluten Brechungsindex einer Substanz berechnen, wenn man den Brechungsindex aus dem leeren Raume in Luft (absoluter Index der Luft) und den Index aus Luft in die betreffende Substanz kennt.

Ist der absolute Brechungsindex der Luft n_1, der relative von Luft und Substanz n_2, so ist der absolute Brechungsindex der Substanz n_3 gleich

$$n_3 = n_1 \cdot n_2.$$

Da der absolute Index der Luft $n_1 = 1{,}00029$ (für mittleren Druck und mittlere Temperatur) ist, so erkennt man, dass der absolute Brechungsindex einer Substanz nur wenig von dem relativen sich unterscheidet, wenn der letztere auf Luft bezogen wird.

In der Regel wird ein Lichtstrahl beim Uebergange aus einem dünneren in ein dichteres Mittel dem Einfallsloth genähert, der Brechungsindex ist also grösser als 1. Indess gilt dieser Satz nicht ausnahmslos; so entfernt sich z. B. das Licht beim Uebergange von Oel in Wasser vom Einfallsloth, trotzdem das Oel specifisch leichter als Wasser ist. Man spricht daher von optisch dichteren und optisch dünneren Mitteln, und nennt ein Mittel optisch dichter als ein anderes, wenn der Brechungsindex für einen Lichtstrahl, welcher aus dem dünneren in das dichtere Mittel übergeht, grösser als 1 ist.

§. 192.

Totale Reflexion. — Wenn ein Lichtstrahl aus einem optisch dichteren in ein dünneres Mittel übergeht, vergrössert sich der Winkel, welchen der Lichtstrahl mit dem Lothe bildet. Es muss daher für den Einfallswinkel im dichteren Mittel eine Grenze geben, ausserhalb welcher dem Brechungsgesetze nicht mehr genügt werden kann. Ist nämlich

$$\frac{1}{n} = \frac{\sin i}{\sin r},$$

so ist $r > i$, wenn der Lichtstrahl in ein optisch dünneres Mittel tritt. Der grösste Werth, den r annehmen kann, ist aber 90^0; in diesem Falle wird

$$\sin i = \frac{1}{n} \cdot \sin 90^0 = \frac{1}{n}.$$

Sobald daher i einen grösseren Werth annimmt, als durch die Gleichung $\sin i = \frac{1}{n}$ bestimmt ist, kann es keinen gebrochenen Strahl mehr geben. Der Brechungsindex von Luft in Glas ist $\frac{3}{2}$, daher ist der Grenzwinkel i nach der vorigen Gleichung:

$$\sin i = \frac{2}{3}, \quad i = 41^0\,49'.$$

Wenn daher das Licht von Glas in Luft übertreten soll, so ist dies nur möglich, wenn der Einfallswinkel i kleiner ist als $41^0 49'$. Wird der Winkel i grösser, so tritt kein Uebergang des Lichtes in Luft ein, sondern dasselbe wird an der Grenzfläche total reflectirt.

Eine Glasfläche, an welcher das Licht total reflectirt wird, erscheint, eben wegen der Vollständigkeit der Zurückwerfung, in erhöhtem metallähnlichem Glanze. Ein leeres Reagensglas (Fig. 337), in Wasser getaucht und von oben her betrachtet, erscheint an seiner Aussenseite gerade so, als ob es mit Quecksilber gefüllt wäre. Giesst man etwas Wasser hinein, so verschwindet, so weit das Wasser reicht, der Metallglanz.

Fig. 337.

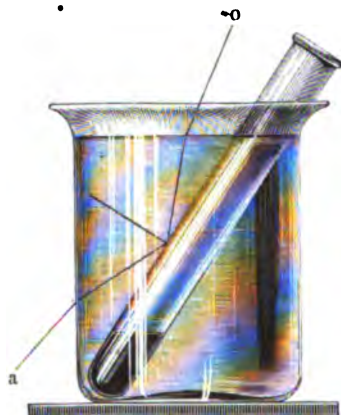
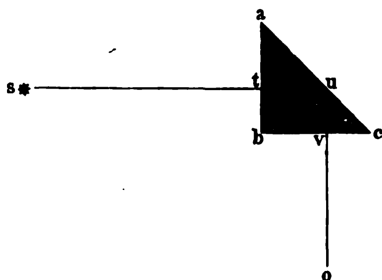


Fig. 338.



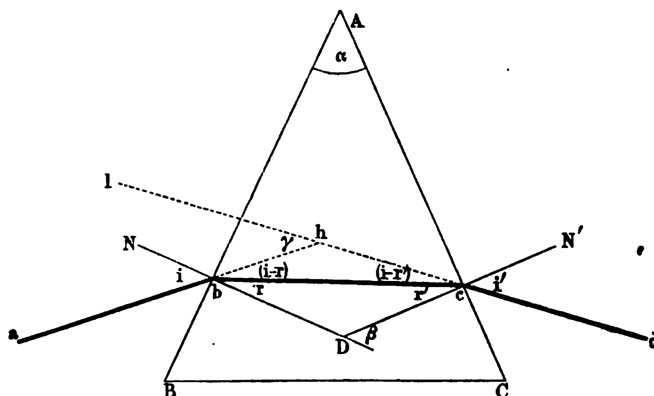
In manchen optischen Apparaten macht man eine nützliche Anwendung von der totalen Reflexion; so dient dieselbe häufig dazu, um die Sehaxe von Instrumenten um einen rechten Winkel zu drehen. Es werden dazu die sogenannten Reflexionsprismen, rechtwinkelige Prismen (Fig 338) mit sehr genau geschliffenen und vollkommen polirten Flächen angewandt. Strahlen, welche rechtwinkelig durch die Kathetenfläche *ab* eintreten, gehen ungebrochen durch, erleiden an der Hypothenusenfläche *ac* eine totale Reflexion und treten gleichfalls ungebrochen aus der zweiten Kathetenfläche *bc* wieder aus. Man erhält auf diese Weise scharfe, lichtstarke Bilder.

§. 193.

Brechung des Lichtes durch Prismen. — Unter einem Prisma im optischen Sinne versteht man eine lichtbrechende Substanz, welche zwei ebene gegen einander geneigte Flächen hat, durch welche ein Lichtstrahl ein- und austreten kann. Diese brechenden Flächen schneiden sich in der brechenden Kante; sie bilden mit einander den brechenden Winkel des Prismas. Fig. 339 stellt einen Durchschnitt rechtwinkelig zur brechenden Kante, einen sogenannten Hauptschnitt des Prismas dar; α ist der brechende Winkel. Der Strahl *ab*, welcher unter dem Einfallswinkel i auf die Fläche *AB* fällt, erleidet hier eine erste Brechung; er dringt durch das Prisma auf dem Wege *bc*, erleidet eine zweite Brechung an der Fläche *AC* und tritt in der Richtung *cd* aus dem

Prisma heraus. Für ein Auge in d erscheint die Lichtquelle a, welche den Strahl aussandte, nach l gerückt. Wenn man durch ein Prisma sieht, erblickt man daher die Gegenstände in der Richtung nach der brechenden Kante des Prismas hin verschoben.

Fig. 339.



Die Totalablenkung, welche der Strahl ab in Folge seines Durchganges durch das Prisma erfährt, ist gleich dem Winkel $ahl = \gamma$. Nun ist γ als Aussenwinkel des Dreiecks bhc gleich

$$\gamma = i - r + i' - r' = i + i' - (r + r') \quad . \; . \; . \quad 1)$$

Es ist aber

$$r + r' = \beta.$$

Ferner ist

$$\alpha + AbD + bDc + DcA = 2 \,.\, 180^0,$$

und da

$$AbD = DcA = 90^0,$$

so ist

$$\alpha + bDc = 180^0.$$

Da endlich

$$\beta + bDc = 180^0,$$

so ist

$$\alpha = \beta$$

und daher

$$r + r' = \alpha.$$

In Folge dessen ist die Totalablenkung (Gleichung 1):

$$\gamma = i + i' - \alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

oder: die Totalablenkung ist gleich der Summe der beiden Winkel, welche der Lichtstrahl vor dem Eintritt und nach dem Austritt aus dem Prisma mit den Einfallslothen bildet, weniger dem brechenden Winkel des Prismas.

Ist der Brechungsindex von Luft in die Prismensubstanz gleich n, so ist

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i'}{\sin r'} = n.$$

Je nach der Richtung, welche der einfallende Lichtstrahl mit dem Einfallslothe bildet, ändern sich sämmtliche vier Winkel i, r, r' i'. Diese Aenderung geht aber so vor sich, dass die Summe $(r + r')$ unveränderlich und immer gleich dem brechenden Winkel α des Prismas ist. Wenn daher i sich ändert, so ändert sich in der Totalablenkung γ nur die Summe $(i + i')$. Es fragt sich nun, unter welcher Bedingung wird die Totalablenkung oder die Summe $(i + i')$ für ein gegebenes Prisma ein Minimum? Um dies zu erfahren, ist die folgende Tabelle berechnet für den Fall, dass das Prisma aus Glas besteht, dessen Brechungsindex gleich 1,5 ist. Die erste Reihe enthält die Winkel r, welche von 5^0 zu 5^0 fortschreiten, die zweite die zugehörigen Winkel i und die dritte die Differenzen der auf einander folgenden Werthe von i.

Brechungswinkel r	Einfallswinkel i	Differenz der Werthe von i
0^0	0^0 $0'$	—
5	7 31	$7^0 31'$
10	15 6	7 35
15	22 51	7 45
20	30 52	8 1
25	39 20	8 28
30	48 35	9 15
35	59 21	10 46
40	74 37	15 16

Aus der letzten Reihe dieser Tabelle geht hervor, dass der Winkel i mit wachsendem Werthe von r schneller wächst als r selbst. Da beim Prisma $(r + r') = \alpha$, dem brechenden Winkel des Prismas ist, so kann man zunächst $r = r' = \frac{\alpha}{2}$ setzen und den zugehörigen Werth von $i = i'$ berechnen. Setzt man dann $r = \left(\frac{\alpha}{2} + \delta\right)$ und $r' = \left(\frac{\alpha}{2} - \delta\right)$, so erhält man zwei Werthe i_1 und i_1', von denen der erste grösser, der zweite kleiner als der früher bestimmte Werth $i = i'$ ist. Da nun i schneller als r wächst, so ist

$$i_1 - i > i' - i_1',$$

oder

$$i_1 + i_1' > i + i' \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Setzt man andererseits $r = \frac{\alpha}{2} - \delta$ und $r' = \frac{\alpha}{2} + \delta$, so erhält man zwei Werthe i_2 und i_2', welche folgende Beziehung zeigen:

$$i_2' - i' > i - i_2$$

oder

$$i_2 + i_2' > i + i' \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Die beiden Ungleichungen 3) und 4) zeigen, dass $(i + i')$ ein Minimum darstellt, wenn $i = i'$ ist.

Lässt man daher einen Lichtstrahl auf ein Prisma fallen, so wird derselbe das Minimum der Ablenkung zeigen, wenn $i = i'$ und daher auch $r = r'$ ist. Da nun die Totalablenkung nach Gleichung 2) gleich

$$\gamma = i + i - \alpha,$$

so wird dieselbe für den Fall, dass $i = i'$

$$\gamma = 2i - \alpha,$$

daher

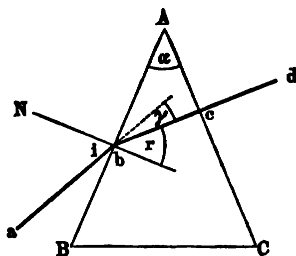
$$i = \frac{\gamma + \alpha}{2}.$$

Der Brechungsindex n der Prismensubstanz ist daher:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\gamma + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

Sobald man also den brechenden Winkel α der Prismensubstanz kennt, braucht man nur das Minimum γ der Ablenkung zu bestimmen, um den Brechungsindex der Prismensubstanz nach Gleichung 5) berechnen zu können. Wir werden später (§. 196) hierauf näher zurückkommen.

Fig. 340.



Ausser durch das Minimum der Ablenkung lässt sich noch in folgender Weise der Brechungsindex bestimmen.

Tritt der Lichtstrahl so in das Prisma, dass er die zweite brechende Fläche in der Richtung, die senkrecht zu derselben steht, verlässt, so tritt bei dem Austritt aus dem Prisma keine Brechung ein. Geht daher der Lichtstrahl von a nach b (Fig. 340), so wird er bei b gebrochen, gelangt nach c, und wenn bc senkrecht zu AC ist, so geht er ungebrochen weiter nach d. Die Totalablenkung ist gleich γ. Es ist nun:

$$i = \gamma + r.$$

Da ferner im vorliegenden Falle $r' = 0$, so folgt aus:

$$r + r' = \alpha$$
$$r = \alpha,$$

daher

$$i = \gamma + \alpha$$

und

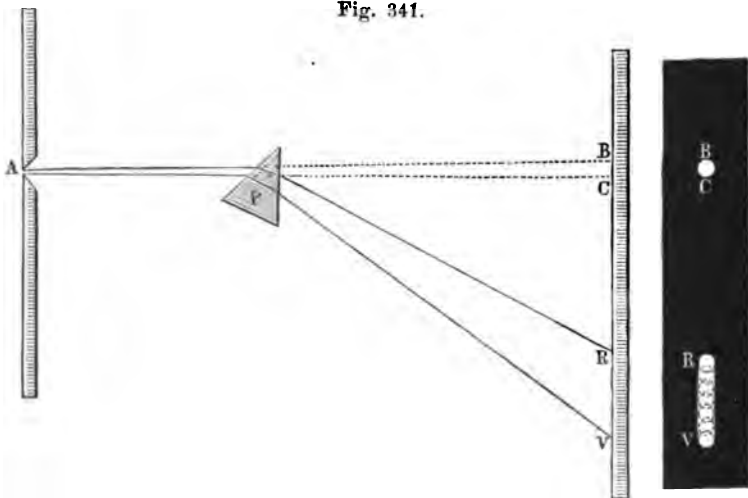
$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin(\gamma + \alpha)}{\sin \alpha}.$$

In diesem Falle liefert also auch die Beobachtung der Totalablenkung γ und des brechenden Winkels α den Brechungsindex der Prismensubstanz.

§. 194.

Farbenzerstreuung. — Lässt man durch eine kleine Oeffnung A (Fig. 341) im Laden eines dunklen Zimmers ein Bündel Sonnenstrahlen fallen, so erhält man auf dem dem Laden gegenüberstehenden weissen Schirme einen weissen, hellen Fleck BC. Leitet man aber die Strahlen, ehe sie den Schirm erreichen, durch ein Prisma P, so werden dieselben nicht nur abgelenkt, wie es sich dem vorigen Paragraphen entsprechend ergiebt, sondern man erblickt ein in die Breite gezogenes farbiges Lichtband RV anstatt eines weissen Fleckes (Fig. 341). Dieses Lichtband nennt man das Spectrum; dasselbe ist bei R roth und endigt bei V mit Violett. Zwischen Roth und Violett hat man der Reihe nach folgende

Fig. 341.



weitere Farben unterschieden: Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo. Diese Farben sind aber im Spectrum nicht schroff neben einander gestellt, sondern sind durch zarte Uebergänge vermittelt, so dass sich nicht genau angeben lässt, wo im Spectrum das Roth aufhört und das Orange beginnt, u. s. w.

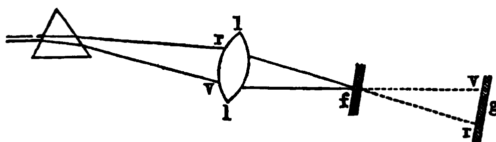
Die Ursache dieser Erscheinung beruht darin, dass das weisse Sonnenlicht die verschiedenen Farben, welche das Spectrum zeigt, enthält, und dass das Licht verschiedener Farbe verschieden brechbar ist. Lässt man nämlich das weisse Licht bei A, ehe es auf das Prisma fällt, durch ein rothes Glas gehen, so erhält man durch die Wirkung des Prismas einen rothen Fleck, der an der Stelle sich befindet, wo früher der rothe Theil des Spectrums war; lässt man nur grünes Licht auf das Prisma fallen, indem man bei A ein grünes Glas einschaltet, so erhält man einen grünen Fleck an der Stelle des Schirmes, wo das Spectrum grün gefärbt erschien; und lässt man endlich nur violettes Licht das Prisma durchsetzen, so erhält man bei v einen violetten Fleck. Diese Versuche beweisen, dass

das verschieden gefärbte Licht verschieden stark gebrochen wird, dass von allen Spectralfarben das rothe Licht am schwächsten und das violette Licht am stärksten gebrochen wird.

Da das weisse Sonnenlicht durch das Prisma in verschiedene Farben zerlegt wird, so muss eine Vereinigung dieser Farben wieder weisses Licht liefern. Man kann diese Vereinigung mit Hülfe einer Linse bewirken. Lässt man das durch das Prisma zerlegte Licht, Fig. 342, auf die Linse *l* fallen, so werden die Strahlen so gebrochen, dass sie sich in *f* vereinigen und ein Schirm, in *f* aufgestellt, zeigt einen weissen Fleck. Rückt man den Schirm weiter nach *g*, so erhält man wieder ein farbiges Spectrum, in welchem die Reihenfolge der Farben aber umgekehrt ist, so dass Violett oben und Roth unten sich befindet, ein Beweis, dass die farbigen Strahlen ihre Natur nicht geändert haben, sondern nur durch ihr Zusammenwirken Weiss gaben.

Befindet sich (Fig. 342) zwischen der Linse *ll* und dem Prisma ein Schirm mit einer Spalte, so kann man den Schirm so stellen, dass einzelne Theile des Spectrums zurückgehalten werden und die übrigen durch

Fig. 342.



die Linse zur Vereinigung auf dem Schirme *f* gelangen. Die Kreuzungsstelle der letzteren erscheint dann nicht mehr weiss, sondern gefärbt; der Fleck ist grün, wenn man die rothen Strahlen, orange, wenn man die blauen Strahlen zurückhält. Jede solche Mischsorte würde, mit den zurückgehaltenen Strahlen vereinigt, weiss geben. Je zwei Farbentöne, welche in solcher Beziehung stehen, dass aus ihrer Mischung reines Weiss hervorgeht, heissen Complementärfarben.

§. 195.

Fraunhofer'sche Linien im Sonnenspectrum. — Wenn man das durch einen nicht zu schmalen Spalt in ein verfinstertes Zimmer dringende Sonnenlicht durch ein Prisma zerlegt und das Farbenbild auf einem weissen Schirme auffängt, stellt sich dasselbe als ein stetiges, von dunklen Streifen nicht unterbrochenes dar. In diesem Falle sind die Farben an jeder Stelle noch aus Farben verschiedener Brechbarkeit gemischt, wie man sich leicht überzeugen kann. Durchbricht man nämlich den Schirm, auf welchem das Farbenbild ruht, an einer oder der anderen Stelle, so dass z. B. nur das gelbe, grüne oder blaue Licht durch die Oeffnung dringt, und betrachtet man dann die durch jene Oeffnung dringenden Strahlenbündel durch ein zweites Prisma, so wird jedes dieser Bündel in ein breiteres Band zerstreut, in welchem die Lichtstärke von der Mitte aus nach den Rändern sehr stark abnimmt. Aus dem Blau z. B. tritt in dem

Fig. 343.



secundären Farbenbilde ein schwaches Grün und sehr lichtschwaches Gelb einerseits und ein schwaches Indigo, vielleicht eine Spur von Violett andererseits hervor. Die Ursache der Unreinheit des Lichtes im primären Bilde ist die Breite des Strahlenbüschels, welches auf das Prisma fällt, sowie der unvollständige Parallelismus der Strahlen. Jeder isolirte Strahl würde ein Farbenbild erzeugen, in welchem an jeder Stelle nur Strahlen einer bestimmten Brechbarkeit, sogenanntes homogenes Licht enthalten wäre; dasselbe wäre aber wegen der äusserst geringen Lichtstärke kaum wahrnehmbar. Bei Anwendung eines breiten Büschels Sonnenlicht ist die Erscheinung hell, aber die Farbenbilder der einzelnen Strahlen sind so gegen einander verschoben, dass z. B. das Blau des einen Randstrahles mit dem Grün in dem Farbenbilde des anderen Randstrahles zur Deckung kommt. Daher die Unreinheit der Farben.

Ein helles Farbenbild mit fast vollkommen homogenen Farben erhält man, wenn man das Licht durch einen engen verticalen Spalt ins Zimmer treten lässt und zunächst durch eine achromatische Linse (siehe §. 207) auf einem entfernten Schirm ein deutliches Bild des Spaltes erzeugt. Stellt man dann nahe hinter der Linse das Prisma so auf, dass der mittlere Theil des Spectrums das Minimum der Ablenkung erfährt und fängt dasselbe auf einem Schirm, welcher jetzt die gleiche Entfernung von der Linse hat wie früher, auf, so erhält man ein sehr reines Spectrum. Die Linse bewirkt nämlich, dass die verschiedenfarbigen Spaltbilder neben einander, entsprechend der verschiedenen Brechbarkeit der Strahlen, gestellt sind. Ein in dieser Art erzeugtes Spectrum zeigt nun keine stetige Farbenfolge, vielmehr ist die Stetigkeit durch eine grosse Anzahl dunkler Linien unterbrochen, welche unregelmässig durch das ganze Farbenbild zerstreut sind. Einige sind sehr fein, entweder isolirt oder in Gruppen neben einander gestellt, so dass sie bei weniger scharfer Analyse eher einem zarten Schatten als getrennten Linien gleichen; andere sind stärker und scharf begrenzt. Wollaston entdeckte diese Linien zuerst, da sie jedoch von Fraunhofer näher studirt wurden, führen sie den Namen Fraunhofer'sche Linien. In Fig. 343 ist das Sonnenspectrum mit einigen Linien, welche von Fraun-

hofer durch die Buchstaben *A*, *B*...*H* bezeichnet sind, dargestellt. Ausser diesen Linien giebt es noch eine grosse Anzahl weiterer Linien, deren Lage besonders von Kirchhoff auf das Genaueste bestimmt ist. Die Linien sind besonders geeignet, um Licht ganz bestimmter Brechbarkeit zu bestimmen. Wie schon früher erwähnt, ist der Begriff des rothen Lichtes etc. ein unsicherer, weil in dem Spectrum ein breiter Streifen roth ist und daher das rothe Licht selbst verschiedene Brechbarkeit besitzt, je nach der Nüance, welche man vor sich hat. Sobald man aber rothes Licht von der Brechbarkeit der Fraunhofer'schen Linie *A* definirt, ist jede Undeutlichkeit ausgeschlossen. Um daher die Brechungsindices einer Substanz für verschiedene Farben zu charakterisiren, ermittelt man die Brechungsindices für die Linien *A*, *B*, *C*..., indem man das Minimum der Ablenkung dieser Linien beobachtet.

§. 196.

Bestimmung der Brechungsindices. — Im §. 193 ist angegeben, dass der Brechungsindex n einer Substanz sich aus dem Minimum der Ablenkung γ und dem brechenden Winkel α des Prismas nach der Gleichung

$$n = \frac{\sin\frac{\gamma + \alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

bestimmen lässt. Zur Ermittelung der beiden Winkel γ und α dient das Spectrometer, wie es von Meyerstein Fig. 344 u. 345 (a. f. S.) construirt ist.

Auf drei mit Stellschrauben versehenen Füssen steht die Säule *A*. Mit dieser Säule *A* ist ein Metallkreuz fest verbunden. Der Arm *D* des Kreuzes trägt das Rohr *L*, Collimatorrohr genannt; dasselbe besitzt bei *n* eine Spaltvorrichtung und bei *oo* eine Objectivlinse. Der Arm *D'* dient als Gegengewicht von *D* und *L*. Rechtwinkelig zu *D* und *D'* sind die beiden Arme *G*, *G* angebracht (Fig. 345), welche die Nonien *N* und *N'* tragen.

Die Säule *A* besitzt in verticaler Richtung eine Durchbohrung, durch welche ein Zapfen hindurchgeht. Mit diesem Zapfen ist der Arm *BB*, welcher auf der einen Seite das Fernrohr *F* trägt, und ferner der horizontale Theilkreis *C* fest verbunden. In Folge dessen ist das Fernrohr und der Theilkreis, gegen einander unveränderlich, um den Zapfen als verticale Axe drehbar.

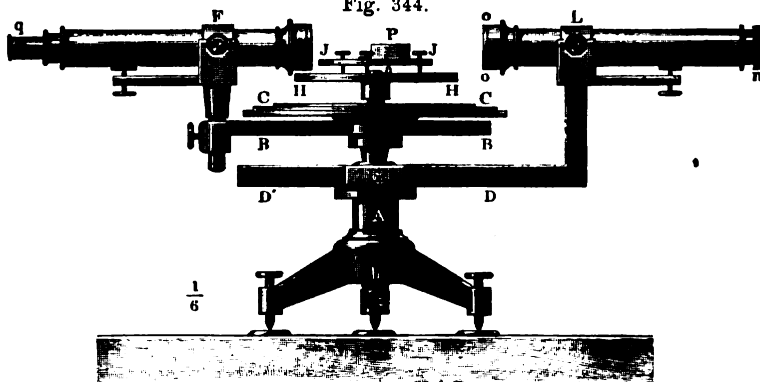
Auf dem Zapfen befindet sich oben eine Messinghülse und mit dieser verbunden ein zweiter Theilkreis *H*, welcher ebenfalls drehbar ist. Endlich befindet sich auf dem Theilkreise *H* ein Tischchen *J*, welches das Prisma *P* trägt.

Um mit dem Spectrometer den Brechungsindex der Prismensubstanz für Licht bestimmter Brechbarkeit zu bestimmen, verfährt man folgendermaassen:

1. Bestimmung des brechenden Winkels des Prismas. — Auf den Theilkreis *H* stellt man nach Fortnahme des Tischchens *JJ* eine Libelle

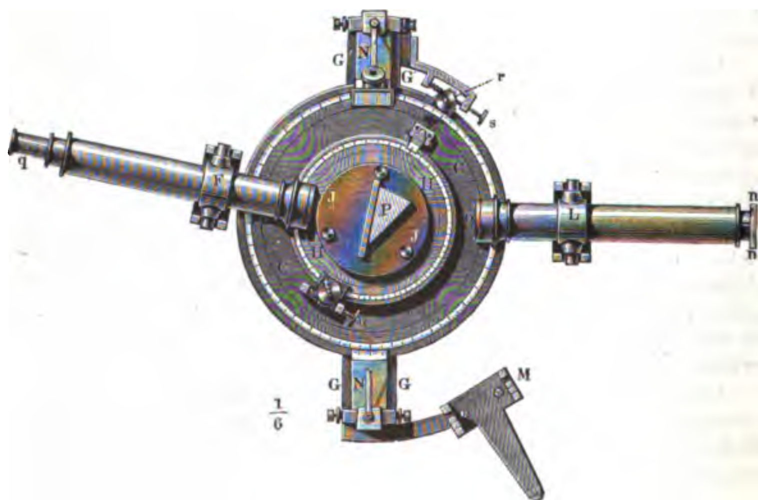
und richtet den Theilkreis mittelst der Stellschrauben der Säule *A* horizontal. Man stellt das Tischchen *JJ* auf *H* und richtet dasselbe ebenfalls durch die Libelle horizontal. Das Prisma *P* stellt man so auf das Tischchen, dass eine Seitenfläche des Prismas nahezu senkrecht gegen die

Fig. 344.



Axe des Fernrohres steht. Um diese Stellung genau zu erhalten, ist eine Hülfsvorrichtung an der Ocularröhre des Prismas angebracht. Dieselbe ist nämlich mit einer seitlichen Oeffnung *q* versehen, Fig. 346, hinter welcher eine kleine Platte von Spiegelglas angebracht ist, die eine Neigung

Fig. 345.



von 45° gegen die Axe des Fernrohres besitzt. In einiger Entfernung von *q* stellt man eine Flamme so auf, dass deren Licht, durch die Oeffnung *q* gehend, von der Spiegelglasplatte parallel zur Axe des Fernrohres reflectirt wird. Blickt man dann durch das Ocular, so sieht man das Faden-

kreuz des Fernrohres direct und wenn die Prismenfläche nahezu senkrecht zur Axe des Fernrohres steht, auch das Spiegelbild des Fadenkreuzes. Man bringt nun die beiden Fadenkreuze dadurch zur Deckung, dass man das Fernrohr seitlich verschiebt und durch die unter demselben befindliche Correctionsschraube hebt oder senkt. Man dreht den Theilkreis H mit dem Prisma so weit, bis die zweite brechende Fläche des Prismas das Bild des Fadenkreuzes in das Fernrohr wirft. Die verticale Verschiebung, welche zur Deckung der beiden Fadenkreuze jetzt erforderlich ist, bewirkt man zur einen Hälfte durch die Correctionsschraube des Fernrohres, zur anderen Hälfte durch die Stellschrauben des Tischchens JJ. Man dreht den Theilkreis H zurück, bis die erste Fläche des Prismas das Fadenkreuz reflectirt und verfährt ebenso wie zuletzt angegeben ist. Hat man dies zwei- bis dreimal wiederholt, so wird bloss durch die Drehung des Theilkreises H für beide Prismenflächen eine Deckung der Fadenkreuze zu erzielen sein. Liest man dann die Stellung des Theilkreises H beide Male ab, während der Theilkreis C und dadurch das Fernrohr F durch die Schraube r festgestellt ist, so erhält man daraus den Winkel, um welchen H gedreht ist. Ist dieser Winkel $= \beta$, so ist der brechende Winkel α des Prismas

Fig. 346.



$$\alpha = 180 - \beta.$$

2. Bestimmung des Minimum der Ablenkung. — Man nimmt das Fernrohr F aus seinem Lager, richtet es nach einem entfernten Gegenstande und stellt das Ocular so, dass der Gegenstand scharf begrenzt erscheint. Man nimmt das Prisma P fort, stellt vor dem Spalt des Collimators eine Lichtquelle (Natriumflamme, Geissler'sche Röhre) oder lässt das Sonnenlicht in das Rohr fallen und verschiebt den Spalt so, dass man durch das Fernrohr F, welches in sein Lager zurückgebracht ist, ein deutliches Bild des Spaltes sieht. Man stellt den Theilkreis C durch die Schraube r fest und bewirkt mittelst der Mikrometerschraube s, dass das Spaltbild mit dem verticalen Faden des Fadenkreuzes zusammenfällt. Man liest an beiden Nonien die Stellung des Kreises C ab. Man stellt das Prisma P auf und verschiebt, durch Oeffnung der Schraube r, das Fernrohr so, dass man die helle oder beim Sonnenspectrum die dunkle Linie, deren Ablenkung man bestimmen will, in dem Fernrohre erblickt. Dann dreht man den Kreis H und damit das Prisma P so, das die Linie das Minimum der Ablenkung erfährt; gleichzeitig folgt man mit dem Fernrohre der fraglichen Linie, so dass man letztere im Gesichtsfelde behält. Das Minimum der Ablenkung ist nur dann vorhanden, wenn sowohl eine Drehung des Prismas nach rechts wie auch nach links eine Vergrösserung der Ablenkung hervorruft. Die genaue Einstellung des Fadenkreuzes geschieht auch hier mittelst der Mikrometerschraube s. Eine Ablesung der beiden Nonien liefert in Verbindung mit der früheren Ablesung direct das Minimum der Ablenkung.

Angenommen, man habe bei der ersten Ablesung ohne Ablenkung gefunden:

Nonius I	Nonius II
$0^0\ 1'\ 20''$	$180^0\ 1'\ 40''$

Bei der Ablenkung sei für die Linie *D* gefunden:

Nonius I	Nonius II
24° 30′ 50″	204° 31′ 0″

so ist das Minimum der Ablenkung:

$$\gamma = 24^0\ 29'\ 30'' \qquad \gamma = 24^0\ 29'\ 20''$$

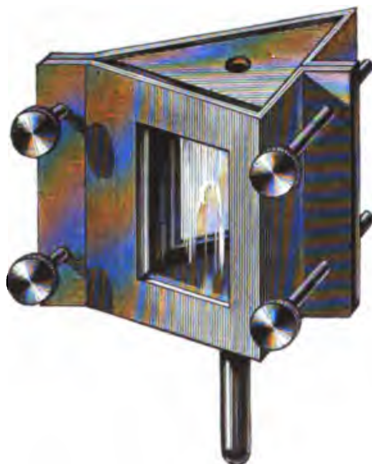
$$\text{Mittel: } \gamma = 24^0\ 29'\ 25''.$$

Um nach der zweiten Methode, welche in §. 193 angegeben ist, den Brechungsindex zu bestimmen, stellt man das Prisma so, dass eine brechende Fläche senkrecht zur Fernrohraxe steht — wie dies geschieht, ist oben mitgetheilt — und verbindet dann die Kreise *H* und *C* durch Anziehen der Schraube *t*, Fig. 345, fest mit einander. Dann dreht man das Fernrohr mit den genannten Kreisen so weit, bis die zu bestimmende Linie sich mit dem Fadenkreuze des Fernrohres deckt.

§. 197.

Brechungsindices der starren und flüssigen Körper. — Ebenso wie bei den starren wird auch bei den flüssigen Körpern der Brechungsindex dadurch bestimmt, dass man denselben eine prismatische Form giebt und die Ablenkung des Lichtes durch diese ermittelt. Die flüssigen Körper werden zu diesem Zwecke in Hohlprismen eingefüllt. Ein solches besteht (Fig. 347) aus einem durchbohrten Prisma mit matt geschliffenen Seitenflächen, auf welche Spiegelglasplatten mittelst einer Messingfassung aufgepresst oder bei hinlänglicher Glätte auch schon durch blosse Adhäsion festgehalten werden. Diese Spiegelplatten üben, wofern sie parallelflächig sind, an sich keine ablenkende Wirkung aus. Die Flüssigkeiten können mittelst eines feinen Trichters durch eine Verticalbohrung von oben eingefüllt werden; auch kann man durch letztere ein kleines Thermometer zur Bestimmung der Temperatur der Flüssigkeiten einführen.

Fig. 347.



In der folgenden Tabelle sind für die Linien *B* bis *H* des Sonnenspectrums die Brechungsindices einiger Gläser und Flüssigkeiten angegeben.

Substanz	Dichte	B	C	D	E	F	G	H
Crownglas . .	2,535	1,52583	1,52685	1,52959	1,53301	1,53605	1,54166	1,54657
Flintglas . . .	3,723	1,62775	1,62968	1,63504	1,64202	1,64826	1,66029	1,67106
Borsäure - Flintglas	3,417	1,70492	1,70700	1,71439	1,72339	1,73197	1,74859	1,76369
Wasser, 15° . .	1,000	1,33093	1,33171	1,33358	1,33585	1,33782	1,34129	1,34418
Alkohol, 17,6° .	0,815	1,3628	1,3633	1,3654	1,3675	1,3696	1,3733	1,3761
Salzsäure, 18,6°.	1,162	1,4050	1,4065	1,4095	1,4130	1,4160	1,4217	1,4261
Schwefelkohlenstoff, 24,2° .	—	1,6114	1,6147	1,6240	1,6368	1,6487	1,6728	1,6956

§. 198.

Brechungsindices der Gase. — Die Brechung des Lichtes durch Gase ist sehr schwach und muss man deshalb ein Prisma mit grossem brechendem Winkel anwenden, um eine merkliche Ablenkung zu erhalten. Es wurde ein Hohlprisma von etwa 150° brechendem Winkel luftleer gemacht; die Ablenkung, welche das Licht dann erfuhr, lag in entgegengesetztem Sinne von derjenigen, wie sie Prismen aus Substanzen, die dichter als die umgebende Luft waren, ergaben. Ein mit dem Hohlprisma in Verbindung stehendes Manometer, sowie ein an demselben angebrachtes Thermometer gaben Druck und Temperatur der noch zurückbleibenden Luft an, und der berechnete Brechungscoefficient galt für Luft von der Dichte der äusseren, vermindert um diejenige der inneren Luft.

Biot und Arago haben auf diese Weise gefunden, dass der absolute Brechungsexponent der Luft, welcher die Temperatur 0° hat und unter dem Drucke einer Atmosphäre steht, gleich 1,000294 ist. Um für andere Gase die absoluten Brechungsexponenten zu bestimmen, füllt man das Hohlprisma mit dem zu untersuchenden Gase und ermittelt den relativen Brechungsexponenten für den Uebergang von Luft in das Gas. Aus der Kenntniss des absoluten Brechungsexponenten der Luft lässt sich dann nach §. 191 auch der absolute Brechungsexponent des anderen Gases ermitteln.

Dulong wandte noch ein anderes Verfahren zur Bestimmung der Brechungsexponenten an, welches darauf beruht, dass der Brechungsexponent eines Gases mit abnehmender Dichte nach einem bestimmten Gesetze abnimmt. Bezeichnet nämlich n den Brechungsexponenten eines Gases von der Dichte d, so ist der Ausdruck

$$\frac{n - 1}{d}$$

eine constante Grösse, denn in dem gleichen Verhältnisse, wie man die Dichte d ändert, ändert sich auch der um 1 verminderte Brechungsexpo-

nent[1]). Man nennt den von der Dichte unabhängigen Ausdruck $\frac{n-1}{d}$ das **specifische Brechungsvermögen** und die Differenz $d(n-1)$ die **brechende Kraft** einer Substanz.

Dulong[2]) bestimmte nun zunächst die Ablenkung, welche ein Lichtstrahl durch ein mit Luft unter dem Drucke einer Atmosphäre gefülltes Prisma erfuhr, füllte dann das Prisma mit dem zu untersuchenden Gase und veränderte den Druck des Gases so lange, bis das Prisma die gleiche Ablenkung zeigte wie früher. Hieraus ergiebt sich leicht der Brechungsexponent des zweiten Gases. Möge z. B. der Druck des Wasserstoffs 1617 mm sein, wenn derselbe die gleiche Ablenkung zeigt wie Luft von 760 mm Druck, so sind die Brechungsexponenten beider Gase unter diesem Drucke gleich. Bezeichnet man den Brechungsexponenten des Wasserstoffs unter dem Drucke von 1617 mm mit n, denjenigen unter dem Drucke von 760 mm mit n_1, so ist

$$\frac{n-1}{1617}=\frac{n_1-1}{760}$$

oder

$$n_1-1=(n-1)\cdot\frac{760}{1617}.$$

Nun ist n gleich dem Brechungsexponenten für Luft bei 760 mm Druck, nämlich = 1,000294; daher hat man

$$n_1-1=0{,}000294\cdot\frac{760}{1617}=0{,}000138,$$

oder der Brechungsexponent für Wasserstoff unter dem Drucke von 760 mm ist 1,000138.

In der folgenden Tabelle sind einige Werthe für die Brechungsexponenten, welche sich auf 0° und 760 mm Druck beziehen, nach den Versuchen von **Dulong** mitgetheilt.

---

[1]) Man hat früher, der Emissionstheorie entsprechend, angenommen, dass $\frac{n^2-1}{d}$ constant sei. Beide Annahmen stimmen mit der Beobachtung gleich gut überein; es rührt dies daher, dass bei den Gasen n nur wenig von 1 verschieden ist. Setzt man

$$n=1+\varepsilon,\ \text{so ist}\ n-1=\varepsilon\ \text{und}\ n^2-1=2\varepsilon+\varepsilon^2.$$

Da nun ε sehr klein ist, so ist ε^2 gegen 2ε zu vernachlässigen; bei Luft ist z. B. $\varepsilon = 0{,}000294$, daher ε^2 kleiner als 0,00000009. Wenn daher $\frac{n^2-1}{d}=\frac{2\varepsilon}{d}$ von d unabhängig ist, so ist es auch $\frac{n-1}{d}=\frac{\varepsilon}{d}$. Daher lässt sich durch die Beobachtungen bei den Gasen nicht entscheiden, ob $\frac{n^2-1}{d}$ oder $\frac{n-1}{d}$ der Constanz näher kommt.

[2]) **Dulong**, Annales de chimie et de physique T. XXXI. Pogg. Ann. 6 (1826).

Gase	Dichte	Brechende Kraft im Vergleich mit Luft als Einheit	Absolute Brechungs-exponenten
Luft	1,000	1,000	1,000294
Wasserstoff	0,0685	0,470	138
Sauerstoff	1,1026	0,924	272
Stickstoff	0,976	1,020	300
Chlor	2,47	2,623	772
Stickoxyd	1,039	1,710	303
Chlorwasserstoff	1,254	1,527	449
Cyanwasserstoff	0,944	1,531	451
Stickoxydul	1,527	1,710	503
Chloräthyl	2,234	3,72	1095
Cyan	1,818	2,832	834
Aetherdampf	2,580	5,197	1530
Schwefelkohlenstoffdampf . . .	2,644	5,110	1500

Eine Vergleichung dieser Zahlen zeigt, dass die brechende Kraft eines zusammengesetzten Gases sich nicht aus den brechenden Kräften der Bestandtheile berechnen lässt. Indessen ist von Biot und Arago gezeigt, dass die brechende Kraft eines Gemisches von Gasen, die nicht chemisch auf einander einwirken, gleich der Summe der brechenden Kräfte der Bestandtheile ist.

Ebenso wie die starren und flüssigen Körper zeigen auch die Gase eine Dispersion, welche zuerst von Ketteler bestimmt worden ist. Ketteler ermittelte die absoluten Brechungsexponenten für das rothe Licht einer Lithiumflamme, das gelbe einer Natrium- und das grüne einer Thalliumflamme.

Gase	Brechungsexponenten der Gase für		
	rothes Licht	gelbes Licht	grünes Licht
Luft	1,00029367	1,00029470	1,00029567
Wasserstoff	1,00014228	1,00014292	1,00014356

Diese Zahlen zeigen, dass die Brechungsexponenten für das verschiedenfarbige Licht sich nur sehr wenig unterscheiden, dass also die Dispersion sehr gering ist.

§. 199.

Zusammenhang der Brechungsexponenten für verschiedenfarbiges Licht. Dispersionsformeln. — In den vorhergehenden Paragraphen ist gezeigt, dass die Brechung für verschiedenfarbiges Licht verschieden ist und dass somit auch die Brechungsexponenten von der Farbe des Lichtes abhängen. Die Brechungsexponenten sind um so grösser, je näher die Farbe, für welche sie gelten, dem violetten Ende des Spectrums liegt. Wir werden nun später sehen, dass das Licht eine schwingende Bewegung ist, und dass die verschiedenen Farben sich in ganz ähnlicher Weise unterscheiden wie Töne verschiedener Höhe. Wie nämlich die Tonhöhe von der Schwingungsdauer der Tonwellen abhängt und ein Ton um so höher wird, je kleiner seine Schwingungsdauer ist, so ist auch die Farbe des Lichtes durch die Schwingungsdauer der Lichtwelle bedingt, und zwar ist die Schwingungsdauer für rothes Licht am grössten und wird um so kleiner, je näher die Farbe nach dem violetten Ende des Spectrums rückt. Bezeichnet man daher das verschiedenfarbige Licht nach Fraunhofer durch die Linien A, B ... H des Sonnenspectrums, so kommt dem Lichte, welches der Linie A entspricht, die grösste Schwingungsdauer, und dem Lichte, welches der Linie H entspricht, die kleinste Schwingungsdauer zu. Proportional der Schwingungsdauer ist die Länge der Welle und für diese hat man nach einer Methode, die später angegeben wird, folgende Werthe bei der Fortpflanzung des Lichtes durch Luft gefunden.

Strahlen, die den Fraunhofer'schen Linien entsprechen	Wellenlängen in Millimetern
B	0,0006872
C	6567
D	5893
E	5271
F	4862
G	4304
H	3956

Die Thatsache, dass das verschiedenfarbige Licht verschieden brechbar ist, lässt sich daher mit Rücksicht auf die verschiedenen Wellenlängen so aussprechen: Ein Lichtstrahl wird um so stärker gebrochen, oder sein Brechungsexponent ist um so grösser, je kleiner die Wellenlänge des Strahles ist.

Es fragt sich nun, ob eine einfache Beziehung existirt zwischen den Brechungsexponenten einer Substanz für verschiedenfarbiges Licht und den zugehörigen Wellenlängen. Von den verschiedenen Formeln, welche für diesen Zusammenhang aufgestellt wurden, führen wir jene von Cauchy und Christoffel an.

Nach Cauchy[1]) ist der Brechungsexponent n gleich:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad \text{I)}$$

Nach Christoffel[2]) ist:

$$n = \frac{n_0 \sqrt{2}}{\sqrt{1 + \frac{\lambda_0}{\lambda}} + \sqrt{1 - \frac{\lambda_0}{\lambda}}} \quad \text{II)}$$

In beiden Gleichungen bedeutet λ die Wellenlänge desjenigen Lichtes, für welches n berechnet werden soll; ferner sind A, B, C einerseits, n_0 und λ_0 andererseits constante Grössen, welche für jeden Körper besonders bestimmt werden müssen. In den meisten Fällen, wenn die Dispersion nicht stark ist, genügt die Cauchy'sche Formel mit nur zwei Constanten, also:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

Um die Constanten zu berechnen, hat man zwei Beobachtungswerthe n_1 und n_2 mit den zugehörigen Werthen der Wellenlängen λ_1 und λ_2 in die Gleichung einzusetzen und dann A und B abzuleiten. Aus

$$n_1 = A + \frac{B}{\lambda_1^2}; \quad n_2 = A + \frac{B}{\lambda_2^2}$$

erhält man

$$A = \frac{n_1 \lambda_1^2 - n_2 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}; \quad B = \frac{(n_2 - n_1)\lambda_1^2 . \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \quad \text{I a)}$$

Aus der Formel von Christoffel erhält man

$$n_0^2 = 2 \cdot \frac{\left(\frac{\lambda_1}{n_1}\right)^2 - \left(\frac{\lambda_2}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{\lambda_1}{n_1}\right)^2 \frac{1}{n_1^2} - \left(\frac{\lambda_2}{n_2}\right)^2 \frac{1}{n_2^2}}; \quad \lambda_0^2 = 2 \cdot n_0^2 \cdot \frac{n_2^2 - n_1^2}{\left(\frac{n_2}{\lambda_2}\right)^2 n_2^2 - \left(\frac{n_1}{\lambda_1}\right)^2 n_1^2} \quad \text{II a)}$$

Als Beispiel mögen die Beobachtungen gewählt werden, welche für Wasser §. 197 mitgetheilt wurden. Da die Werthe für die Wellenlänge sehr klein sind, so würde man für die constanten Grössen B resp. n_0 sehr kleine Werthe erhalten, wenn man die Wellenlängen ausgedrückt in Millimetern anwenden wollte; um dies zu vermeiden, nimmt man als Einheit der Wellenlänge 0,0001 mm.

Geht man nun von den Strahlen C und G aus und setzt

$$n_1 = 1{,}33171; \quad \lambda_1 = 6{,}567,$$
$$n_2 = 1{,}34129; \quad \lambda_2 = 4{,}304,$$

so erhält man aus den Gleichungen I a):

$$A = 1{,}32450; \quad B = 0{,}31109.$$

---

[1]) Cauchy, Mémoires sur la dispersion de la lumière. Beer, Einleitung in die höhere Optik. — [2]) Christoffel, Pogg. Ann. 117 (1862).

Berechnet man nach der Gleichung

$$n = 1{,}32450 + \frac{0{,}31109}{\lambda^2}$$

für die Werthe von λ, die den Linien $B \ldots H$ entsprechen, die Brechungsexponenten, so erhält man die Werthe, welche in der folgenden Tabelle zugleich mit den beobachteten zusammengestellt sind.

Strahlen	Wellenlänge in 0,0001 mm	Brechungsexponenten		Differenz
		beobachtet	berechnet	
B	6,872	1,33093	1,33109	— 0,00016
C	6,567	1,33171	1,33171	00
D	5,893	1,33358	1,33346	+ 12
E	5,271	1,33585	1,33570	+ 15
F	4,862	1,33782	1,33766	+ 16
G	4,304	1,34129	1,34129	00
H	3,956	1,34418	1,34438	— 20

Die Differenzen der letzten Reihe zeigen, dass der Unterschied zwischen Beobachtung und Rechnung nirgends zwei Einheiten der vierten Decimale überschreitet. Will man eine noch grössere Uebereinstimmung erzielen, so muss man die Formel mit drei Constanten verwenden.

Aus der Cauchy'schen Formel

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

geht hervor, dass $n = A$ wird, wenn λ unendlich gross angenommen wird; es stellt daher A den Brechungsexponenten für einen Strahl von unendlicher Wellenlänge dar. Ferner zeigt die Formel, dass B ein Maass für die Stärke der Dispersion abgiebt; denn je grösser B ist, um so mehr unterscheiden sich die Brechungsexponenten für Strahlen verschiedener Wellenlänge.

§. 200.

Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Dichtigkeit. Specifisches Brechungsvermögen. — Es ist schon in §. 198 erwähnt, dass bei den Gasen der um eins verminderte Brechungsexponent in gleichem Maasse zu- oder abnimmt, wie die Dichtigkeit d des Gases, so dass das Verhältniss

$$\frac{n - 1}{d}$$

für dasselbe Gas eine constante und daher charakteristische Grösse ist. Auch bei den Flüssigkeiten hat man gefunden, dass das obige Verhältniss

nahezu constant ist, wie folgende Tabelle beweist, in der einige Beobachtungen von Landolt[1]) angegeben sind. Um von der Dispersion unabhängig zu sein, sind die Constanten A und B der Cauchy'schen Formel berechnet und ist der dem Quotienten $\frac{n-1}{d}$ entsprechende Quotient $\frac{A-1}{d}$ angeführt.

Substanz	Temperatur	Dichtigkeit d	A (der Formel von Cauchy)	B (der Formel von Cauchy)	$\frac{A-1}{d}$	Differenz
Propionsäure . . .	18°	0,9970	1,3772	0,3534	0,3784	0,0001
" . . .	28°	0,9861	1,3732	0,3524	0,3785	
Aethylalkohol . .	12°	0,8054	1,3564	0,3170	0,4426	0,0003
" . .	28°	0,7917	1,3502	0,3103	0,4423	
Amylalkohol . . .	16°	0,8151	1,3985	0,3779	0,4889	0,0001
" . . .	26°	0,8075	1,4034	0,3668	0,4890	
Aldehyd	6°	0,7982	1,3300	0,3394	0,4233	0,0003
"	20°	0,7797	1,3223	0,3217	0,4230	

Wie man aus der letzten Verticalreihe entnimmt, sind die Differenzen von $\frac{A-1}{d}$ sehr gering, und kann man daher den Quotienten $\frac{A-1}{d}$ innerhalb nicht zu grosser Temperaturintervalle als sehr angenähert constant betrachten. Man nennt diesen Quotienten nach dem Vorgange von Dale und Gladstone das specifische Brechungsvermögen.

Das specifische Brechungsvermögen einer Substanz scheint stets zu wachsen, wenn die Substanz aus dem gasförmigen in den flüssigen Zustand übergeht, wie folgende Resultate zeigen:

Specifisches Brechungsvermögen von	Wasser	Aether	Schwefelkohlenstoff	Cyan
Gasförmig	0,7316	0,912	0,875	0,7085
Flüssig	0,7847	1,148	1,328	0,845

Dagegen ist die Aenderung des specifischen Brechungsvermögens bei dem Uebergange aus der flüssigen in die starre Form in den bis jetzt untersuchten Fällen, wenn überhaupt vorhanden, jedenfalls sehr gering:

Specifisches Brechungsvermögen von Wasser		
	flüssig . . .	0,7847
	starr	0,7855

[1]) Landolt, Pogg. Ann. 123 (1864). Liebig's Ann. Supplb. IV.

§. 201.

Ueber die Beziehung des specifischen Brechungsvermögens einer Substanz zu ihrer chemischen Zusammensetzung. Refractionsäquivalent. — Das specifische Brechungsvermögen einer Mischung zweier Flüssigkeiten lässt sich sehr nahe aus dem Brechungsvermögen der Bestandtheile berechnen. Ist nämlich der Brechungsexponent des einen Bestandtheiles n_1, des anderen n_2, die zugehörige Dichtigkeit d_1, resp. d_2, und sind in der Mischung p_1 g resp. p_2 g der beiden Bestandtheile enthalten, so ist, wenn N den Brechungsexponenten und D die Dichtigkeit der Mischung bezeichnet:

$$\frac{N-1}{D}(p_1+p_2)=\frac{n_1-1}{d_1}\cdot p_1+\frac{n_2-1}{d_2}p_2.$$

Aus dieser Gleichung lässt sich N berechnen, wenn die übrigen Grössen bekannt sind; der so berechnete Werth von N stimmt mit dem beobachteten sehr nahe überein, wie die folgende Tabelle von Landolt[1]) zeigt.

	Gewicht	Dichtigkeit	Brechungsexponent	
			beobachtet	berechnet
Methylalkohol	96	0,7964	1,3279	—
Amylalkohol	88	0,8135	1,4057	—
Mischung	184	0,8038	1,3640	1,3644
Aethylalkohol	92	0,8011	1,3605	—
Amylalkohol	88	0,8135	1,4057	—
Mischung	180	0,8065	1,3822	1,3821

Landolt zeigte ferner, dass das specifische Brechungsvermögen einer chemischen Verbindung, welche nur die Atome Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff enthält, sich berechnen lässt aus demjenigen der die Verbindung zusammensetzenden Atome.

Besteht eine chemische Verbindung aus m_1 Atomen, mit dem Atomgewicht p_1, aus m_2 Atomen, deren Atomgewicht p_2 ist u. s. w., und sind die zugehörigen Brechungsexponenten der Elemente $n_1, n_2 \ldots$, die Dichten $d_1, d_2 \ldots$, so ist

$$\frac{N-1}{D}\,\mathrm{P}=\frac{n_1-1}{d_1}p_1\cdot m_1+\frac{n_2-1}{d_2}p_2\cdot m_2+\cdots \qquad \text{II)}$$

Hier stellt N den Brechungsexponenten, D die Dichte und P das Moleculargewicht der Verbindung dar; es ist also

$$P=p_1\,.\,m_1+p_2\,m_2+\cdots$$

1) Landolt, Pogg. Ann. **123** (1864).

Landolt bezeichnet nun das Product aus dem specifischen Brechungsvermögen, multiplicirt mit dem Atom- resp. Moleculargewicht, als das Refractionsäquivalent des Atomes resp. der Verbindung und setzt

$$\frac{N-1}{D} \cdot P = R; \quad \frac{n_1 - 1}{d_1} \cdot p_1 = r_1; \quad \frac{n_2 - 1}{d_2} \cdot p_2 = r_2; \ldots$$

Hierdurch geht die Gleichung II) über in:

$$R = r_1 \,.\, m_1 + r_2 \,.\, m_2 + \cdots \qquad \text{IIa)}$$

Diese Gleichung sagt aus: „Das Refractionsäquivalent einer Verbindung wird erhalten durch Bildung der Summe der Refractionselemente der sie constituirenden Atome.“

Die Refractionselemente von C, H, O ermittelte Landolt durch Vergleichung verschiedener Körper; er erhielt für dieselben, bezogen auf die rothe Fraunhofer'sche Linie C, folgende Werthe:

Elemente	Atomgewicht	Refractions-äquivalent
C	12	5,00
H	1	1,30
O	16	3,00

Die folgende Tabelle zeigt, dass viele Beobachtungen in befriedigender Weise durch die Formel IIa) sich berechnen lassen. Um z. B. das Refractionsäquivalent Butylalkohol, $C_4H_{10}O$, zu berechnen, hat man:

$$R = 4 \,.\, 5 + 10 \,.\, 1{,}30 + 1 \,.\, 3 = 36.$$

Substanz	Formel	Dichtigkeit d	Refractionsäquivalent $P \cdot \frac{(n-1)}{d}$	
			beobachtet	berechnet
Methylalkohol	CH_4O	0,7964	13,17	13,20
Aethylalkohol	C_2H_6O	0,8011	20,70	20,80
Propylalkohol	C_3H_8O	0,8042	28,30	28,40
Butylalkohol	$C_4H_{10}O$	0,8074	36,11	36,00
Amylalkohol	$C_5H_{12}O$	0,8135	43,89	43,60

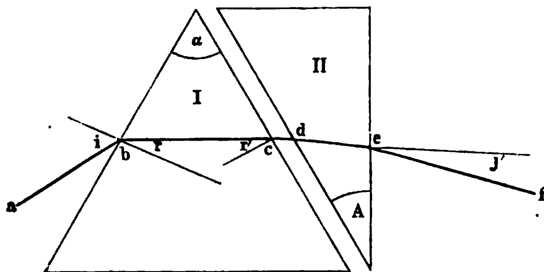
Spätere Untersuchungen von Brühl haben indess gezeigt, dass das Refractionsäquivalent der mehrwerthigen Elemente C und O nicht constant ist, sondern verschieden je nach der Bindung dieser Elemente unter einander oder mit anderen Elementen. Die nähere Betrachtung der dabei sich ergebenden Beziehungen zwischen der chemischen Constitution und dem Refractionsäquivalente eines Körpers gehören indess in die theoretische Chemie.

§. 202.

Achromatische Prismen. Prismen mit gerader Durchsicht. — Ein Prisma bringt ausser der Ablenkung des Lichtes auch eine Farbenzerstreuung hervor. Verbindet man mit einem Prisma ein zweites gleich grosses von derselben Glassorte in entgegengesetzter Lage, so compensirt das zweite Prisma die Wirkung des ersten; es tritt keine Ablenkung und auch keine Farbenzerstreuung ein. Wählt man aber die beiden Prismen aus verschiedenen Glassorten und von verschieden brechendem Winkel, so ist es möglich, die Zerstreuung aufzuheben, ohne dass auch gleichzeitig die Ablenkung verschwindet; ein so zusammengesetztes Prisma nennt man ein achromatisches.

Stellt Fig. 348 ein solches Prisma, welches aus den zwei Prismen mit den brechenden Winkeln α und A besteht, dar, so muss das verschiedenfarbige Licht die gleiche Ablenkung erfahren, damit die Zerstreuung verschwindet.

Fig. 348.



Ist n resp. N der Brechungsexponent der Prismen I resp. II für irgend eine Wellenlänge, so ist (siehe Fig. 339 und Fig. 348):

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{\sin i'}{\sin r'} = n \\[2ex] \dfrac{\sin J}{\sin R} = \dfrac{\sin J'}{\sin R'} = N \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}$$

Hier haben die Grössen J, R ... die gleiche Bedeutung für das Prisma II, wie die Grössen i, r ... für das Prisma I.

Ferner ist $i' = J$, weil die beiden sich gegenüberstehenden Flächen der beiden Prismen einander parallel sind.

Mit einer gewissen Annäherung kann man nun statt der Sinus die Winkel selbst einführen, was um so eher gestattet ist, je kleiner die Winkel sind; daher kann man statt der Gleichungen I) näherungsweise setzen:

$$\frac{i}{r} = \frac{i'}{r'} = n; \quad \frac{J}{R} = \frac{J'}{R'} = N.$$

Berücksichtigt man nun weiter, dass

$$r + r' = \alpha; \quad R + R' = A; \quad i' = J,$$

so findet man

$$J' = NR' = N(A - R) = NA - J$$

$$i' = n\alpha - i,$$

daher

$$J' = NA - n\alpha + i.$$

Bezeichnet man den Brechungsexponenten für rothes resp. violettes Licht mit n_r resp. n_v und mit N_r resp. N_v, so ist der Winkel, welchen der rothe resp. violette austretende Lichtstrahl mit der Normalen bildet, gleich:

$$J'_r = N_r \,.\, A - n_r\alpha + i,$$

$$J'_v = N_v \,.\, A - n_v\alpha + i.$$

Sollen die Prismen zusammen achromatisch sein, so müssen diese Winkel gleich sein, also

$$J'_r = J'_v$$

oder

$$N_r \,.\, A - n_r\alpha + i = N_v \,.\, A - n_v \,.\, \alpha + i,$$

daher

$$\frac{\alpha}{A} = \frac{N_v - N_r}{n_v - n_r}.$$

Diese Gleichung sagt aus: Die brechenden Winkel beider Prismen müssen sich umgekehrt verhalten, wie die Differenzen der Brechungsexponenten der beiden Prismen für violettes und rothes Licht. Nach §. 197 sind die Brechungsexponenten für die Fraunhofer'schen Linien H und B:

	H	B	
Beim Crownglas . .	1,54657;	1,52583	Differenz 0,02074,
„ Flintglas . .	1,67106;	1,62775	„ 0,04331.

Ist daher der brechende Winkel α des Crownglasprismas 60^0, entsprechend der Zeichnung in Fig. 348, so muss derjenige des Flintglasprismas aus der Gleichung:

$$\frac{60}{A} = \frac{0{,}04331}{0{,}02074}$$

abgeleitet werden; man findet:

$$A = 28^0\,43'.$$

Um die Ablenkung des so berechneten achromatischen Prismas zu bestimmen, hat man von der Gleichung auszugehen, welche im §. 193 für die Totalablenkung angegeben wurde. Es ist diese Ablenkung für das Prisma I:

$$\gamma = i + i' - \alpha$$

und für das Prisma II gleich:

$$T = J + J' - A.$$

Die Ablenkung für das achromatische Prisma ist gleich der Differenz:

$$D = \gamma - T = \alpha(n-1) - A \,.\, (N-1).$$

Berechnet man mit den bereits angegebenen Brechungscoefficienten für rothes und violettes Licht diese Ablenkung, so findet man:

$$D_r = 60 \,.\, 0{,}52583 - 28{,}71 \,.\, 0{,}62775 = 13{,}53^0,$$
$$D_v = 60 \,.\, 0{,}54657 - 28{,}71 \,.\, 0{,}67106 = 13{,}53^0.$$

Die beiden Ablenkungen für rothes und violettes Licht sind also gleich, wie es das achromatische Prisma auch verlangt.

Das Verhältniss der brechenden Winkel der Prismen ist durch die Gleichung:

$$\frac{\alpha}{A} = \frac{N_v - N_r}{n_v - n_r}$$

berechnet. Sollte die Farblosigkeit des austretenden Strahles absolut sein, so dürfte das Verhältniss $\frac{\alpha}{A}$ sich nicht ändern, wenn man statt der Differenzen der Brechungsexponenten für violettes und rothes Licht die Differenzen für irgend zwei andere Farben bildete. Es ist dies aber nicht der Fall. Bezeichnet man die Brechungsexponenten für die Linien $B, C, D \ldots$ beim Flintglas mit $n_1, n_2, n_3 \ldots$, beim Crownglas mit $n_1', n_2', n_3' \ldots$, so erhält man:

$\frac{n_2 - n_1}{n_2' - n_1'}$	$\frac{n_3 - n_2}{n_3' - n_2'}$	$\frac{n_4 - n_3}{n_4' - n_3'}$	$\frac{n_5 - n_4}{n_5' - n_4'}$	$\frac{n_6 - n_5}{n_6' - n_5'}$	$\frac{n_7 - n_6}{n_7' - n_6'}$
1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195

Wie man sieht, ist der blaue und violette Theil des von einem Flintglasprisma entworfenen Spectrums im Verhältniss zum gelben und rothen Theile mehr in die Länge gezogen, als in dem von Crownglas entworfenen Farbenbilde. Es ist daher auch nicht möglich, durch eine Prismenverbindung von Crownglas und Flintglas alle Farbenstrahlen in vollständigen Parallelismus zu bringen, oder weisses Licht völlig achromatisch abzulenken; allein die übrig bleibenden secundären Farben sind so blass, dass sie keine wesentliche Bedeutung haben.

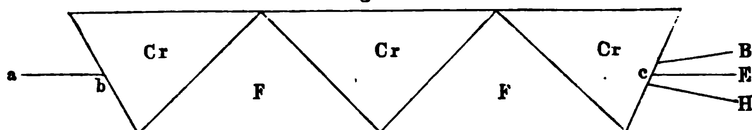
Prismen mit gerador Durchsicht. — Durch Combination zweier oder mehrerer Prismen kann man ein System erhalten, welches den Lichtstrahl mittlerer Wellenlänge ohne Ablenkung hindurchlässt, die übrigen Strahlen aber ablenkt; solche Prismen, welche eine Farbenzerstreuung zeigen, ohne die Mitte des Spectrums abzulenken, nennt man Prismen mit gerader Durchsicht (*à vision directe*). Derartige Prismen, welche zuerst von Amici construirt wurden, zeigen nur eine kleine Dispersion, wenn sie aus nur zwei Prismen zusammengesetzt sind. Man wendet daher meistens eine Combination von fünf Prismen an.

Fig. 349 zeigt ein solches System; dasselbe besteht aus drei Crown- und aus zwei Flintglasprismen. Ein weisser Lichtstrahl *ab*, welcher links

auffällt, geht so durch das System hindurch, dass das Licht, welches der Wellenlänge der Fraunhofer'schen Linie *E* entspricht, nicht abgelenkt wird; das Licht kleinerer Wellenlänge (z. B. *B*,) wird nach rechts, grösserer Wellenlänge (z. B. *H*) nach links abgelenkt.

Die Prismen mit gerader Durchsicht haben den Vortheil, dass man das Spectrum der Lichtquelle direct, ohne dasselbe erst suchen zu müssen,

Fig. 349.



wahrnimmt. Sind dieselben in einem Fernrohre mit Spalte angebracht, so braucht man dasselbe nur auf die Lichtquelle zu richten, um das Spectrum derselben wahrzunehmen. Bei der spectralen Untersuchung solcher Erscheinungen, welche schnell ihren Ort wechseln (z. B. Sternschnuppen), sind die genannten Prismen unerlässlich.

§. 203.

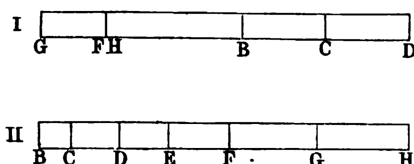
Anomale Dispersion. — Eine Ausnahme von der gewöhnlichen Dispersion, bei welcher Licht verschiedener Wellenlänge um so stärker gebrochen wird, je kleiner die Wellenlänge ist, wurde im Jahre 1870 zuerst von Christiansen constatirt. Christiansen zeigte, dass eine Lösung von Anilinroth in Weingeist, welche in ein Prisma gebracht wurde, das violette Licht am wenigsten ablenkte, das gelbe Licht dagegen am stärksten; die Ablenkung des rothen Lichtes lag zwischen diesen beiden Farben; das grüne Licht wurde vollständig absorbirt. Für eine 18,8procentige Lösung von Anilinroth fand Christiansen folgende Brechungsexponenten:

Strahlen, welche den Fraunhofer'schen Linien entsprechen	Brechungsexponenten der Anilinrothlösung
B	1,450
C	1,502
D	1,561
E	—
F	1,312
G	1,258
H	1,312

Diesen Zahlen entsprechend ist die Zeichnung I, Fig. 350 (a. f. S.), dargestellt; zur Vergleichung zeigt die Zeichnung II die normale Dispersion. Wie man aus den Brechungsexponenten und der Zeichnung I ent-

nimmt, wird die Fraunhofer'sche Linie *G* durch das Anilinroth am wenigsten abgelenkt; die Linien *F* und *H* werden gleich stark abgelenkt; dann folgt eine Unterbrechung, da *E* ganz absorbirt wird; die Linien *B*, *C*, *D* bilden den Schluss, indem die letztere am stärksten abgelenkt wird.

Fig. 350.



Aus der Vergleichung der Brechungsexponenten des Anilinroths mit denen anderer Körper sieht man ferner die ausserordentlich starke Dispersion des ersteren. Während die Differenz des grössten und kleinsten Brechungsexponenten (für *H* und *B*) beim Wasser 0,013, beim Flintglas 0,043 ist, erreicht beim Anilinroth diese Differenz den Werth 0,276.

Die anomale Dispersion wurde von Kundt [1]) genauer untersucht und in Beziehung zu anderen Eigenschaften der Körper gebracht. Es giebt eine Reihe von Körpern, welche im durchgehenden Lichte andere Farben, als im reflectirten Lichte zeigen. Diese Eigenschaft beruht auf einer eigenthümlichen Reflexion, welche an der Oberfläche stattfindet. Wir werden hierauf später zurückkommen. Kundt zeigte nun, dass alle Körper, welche die eben erwähnte Eigenschaft besitzen, besondere „Oberflächenfarben" zu zeigen, beim Durchgange des Lichtes eine anomale Dispersion liefern.

Am deutlichsten lässt sich die anomale Dispersion durch die von Kundt angewandte Methode der gekreuzten Spectra erkennen. Lässt man einen punktförmigen Lichtstrahl durch ein Glasprisma gehen, dessen brechende Kante horizontal steht, so wird ein linienförmiges Spectrum *BH*,

Fig. 351.

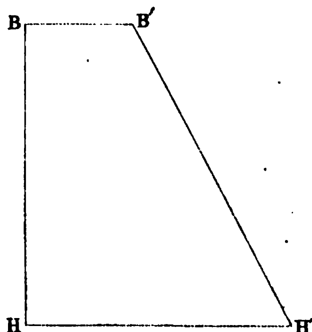


Fig. 352.

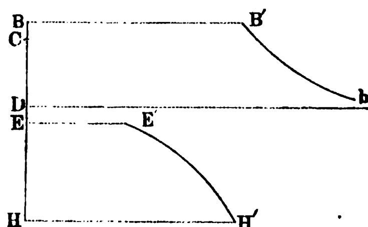


Fig. 351, erzeugt, welches vertical steht. Die Farben des Spectrums mit Roth bei *B* beginnend haben die gewöhnliche Reihenfolge. Betrachtet man nun diese Lichtlinie *BH* als Lichtquelle und lässt das Licht durch ein zweites Glasprisma mit verticaler brechender Kante gehen, so werden

---

[1]) Kundt, Pogg. Ann. **143**, **145** (1871).

die verschiedenen Farben um so stärker abgelenkt, je näher sie dem violetten Theile des Spectrums liegen; es entsteht daher das geneigte Spectrum *B' H*.

Ganz anders wird aber das Spectrum, wenn man als zweite brechende Substanz eine solche mit anomaler Dispersion anwendet. Da bei den anomal dispergirenden Medien die Ablenkung nicht stetig mit abnehmender Schwingungsdauer wächst, so erhält man als Spectrum nicht eine zusammenhängende Linie, sondern eine Curve, welche aus getrennten Stücken besteht.

In Fig. 352 ist das Spectrum dargestellt, welches einer Cyaninlösung entspricht; dasselbe besteht aus den zwei Stücken *B'b* und *E'H'*, welche durch einen Absorptionsstreifen, der bei *D* liegt, von einander getrennt sind.

Beginnt man mit der Linie *B*, so wächst die Ablenkung sehr rasch, je mehr man sich dem Absorptionsstreifen nähert. Geht man umgekehrt von *H* aus, so nimmt die Ablenkung sehr rasch ab, je näher man dem Absorptionsstreifen kommt. Ferner zeigt die Figur, dass die Ablenkung des Zweiges *B'b* grösser ist, als jene des Zweiges *E'H'*.

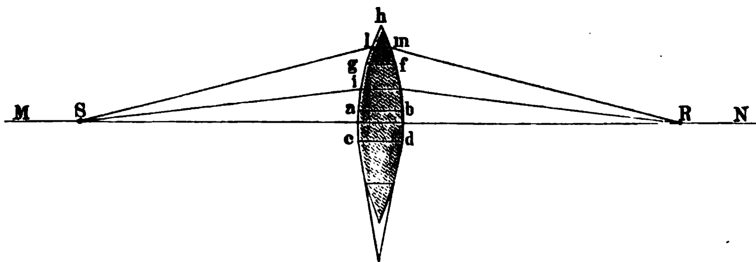
Die eben gegebene Charakteristik des Spectrums der Cyaninlösung gilt für alle Körper, welche Oberflächenfarben zeigen und nur einen Absorptionsstreifen im Spectrum besitzen. Diejenigen Körper hingegen, welche mehrere Absorptionsstreifen haben, zeigen auch ebenso viele Unterbrechungen in der Ablenkung. Geht man von der Linie *B* aus, so wächst die Ablenkung bis zum ersten Absorptionsstreifen, nach demselben ist sie kleiner, sie wächst dann bis zum folgenden Streifen u. s. w.

§. 204.

Brechung des Lichtes durch Linsen. — Die Linsen dienen dazu, die von einem Punkte ausgegangenen Lichtstrahlen, welche auf die Linse fallen, durch Brechung wieder in einen Punkt zu einem Bilde zu vereinigen.

Wenn die Fig. 353, welche aus einem Rechtecke *abcd*, zwei oben und unten angesetzten Trapezen (*abgf* oben) und aus zwei an diese an-

Fig. 353.



gesetzten Dreiecken (*gfh* oben) besteht, um die Axe *MN* rotirend gedreht wird, so entsteht ein aus mehreren Zonen gebildeter Körper, dessen

Masse Glas sein möge. Von den aus dem Punkte *S* ausgehenden Strahlen treffe der Axenstrahl *SR* rechtwinkelig auf den mittleren parallelflächigen Theil des Glaskörpers; er geht ungebrochen durch. Ein zweiter Strahl *Si* wird von der nächsten Zone gerade so abgelenkt, wie durch ein Prisma, dessen brechender Winkel in dem unteren Theile der Figur angedeutet ist. Der dritte Strahl *Sl* trifft auf ein Prisma von noch grösserem brechendem Winkel und zudem unter grösserem Einfallswinkel; er wird darum noch stärker abgelenkt als der Strahl *Si*. Es wird nun leicht sein, die brechenden Winkel der Zonen so zu wählen, dass die abgelenkten Strahlen wieder in einem und demselben Punkte der Axe, in *R*, zum Durchschnitt kommen. Soll aber das ganze von dem leuchtenden Punkte *S* auf die Vorderfläche des Glaskörpers fallende Strahlenbündel nach dem Durchgange in *R* zum Durchschnitt kommen, so wird man mit einzelnen Zonen nicht ausreichen; die gebrochene Linie wird in eine stetig gekrümmte Curve übergehen müssen, so dass die Glasmasse gleichsam aus unendlich vielen sehr schmalen prismatischen Zonen besteht, deren brechender Winkel mit dem Abstande von der Axe stetig zunimmt; solche Körper heissen Linsen. Es entsteht dann in *R* aus dem Durchschnitte sämmtlicher Strahlen ein reelles oder wirkliches Bild des leuchtenden Punktes, dessen Helligkeit bei gegebenem Abstande des Punktes *S* der Grösse der lichtaufnehmenden Fläche proportional ist. Reell heissen solche Bilder, welche aus einem wirklichen Durchschnitte der Strahlen entstehen und sich auf einem weissen Schirme auffangen lassen, im Gegensatze zu virtuellen Bildern, wie sie z. B. ebene Spiegel geben.

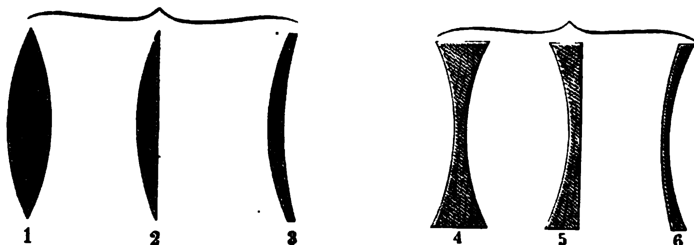
Die sphärischen Linsen sind durch Stücke von Kugelflächen begrenzt. In Fig. 354 sind die verschiedenen Formen der Linsen, welche in optischen Instrumenten zur Anwendung kommen, dargestellt; in der untenstehenden Tabelle sind die Zeichen und Werthe angegeben, welche den Krümmungsradien der Vorder- und Hinterflächen dieser Linsen in den Rechnungen beizulegen sind.

Linsen	Radius der Vorderfläche	Radius der Hinterfläche
1 biconvex	$+ r_1$	$+ r_2$
2 planconvex	$+ r_1$	∞
3 concavconvex	$+ r_1$	$- r_2$
4 biconcav	$- r_1$	$- r_2$
5 planconcav	$- r_1$	∞
6 convexconcav	$+ r_1$	$- r_2$

Die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Kugelflächen, welche die Linse begrenzen, heisst die optische Axe der Linse. Die Linse ist centrirt, wenn die optische Axe durch ihre Mitte geht, und diese Eigenschaft sollen alle Linsen haben, welche in optischen Instrumenten angewandt werden. Wo mehrere Linsen hinter einander in der nämlichen

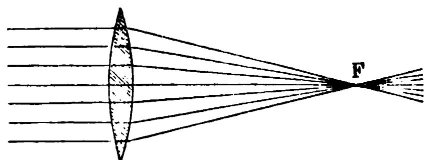
Fassung oder Röhre angebracht sind, da müssen ihre optischen Axen sämmtlich in dieselbe gerade Linie fallen.

Fig. 354.



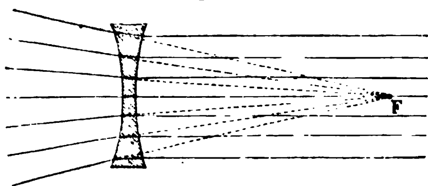
Die drei ersten der oben angegebenen Linsen, welche in der Mitte dicker sind als am Rande, sind Sammellinsen. Wenn Strahlen, die unter sich und den optischen parallel sind, auf eine Sammellinse fallen (Fig. 355), so werden sie durch die Brechung so convergent gemacht (gesammelt), dass sie in einem Punkte hinter der Linse zum Durchschnitt kommen.

Fig. 355.



Die drei letzten der oben angegebenen Linsen, welche in der Mitte dünner sind als am Rande, sind Zerstreuungslinsen. Wenn auf eine Zerstreuungslinse ein paralleles Strahlenbündel fällt (Fig. 356), so werden die Strahlen so divergent gemacht (zerstreut), dass sie von einem Punkte vor der Linse zu kommen scheinen.

Fig. 356.



Der Abstand des reellen oder virtuellen Vereinigungspunktes paralleler Strahlen von der Linse heisst die Hauptbrennweite derselben. Diese Brennweite ist positiv bei den Sammellinsen und negativ bei den Zerstreuungslinsen.

Um die Gesetze der Brechung der Linsen abzuleiten, gehen wir von der Brechung durch eine kugelförmige Fläche aus.

Das Medium I (z. B. Luft) sei von dem Medium II (z. B. Glas) durch die kugelförmige Fläche DD_1 (Fig. 357, a. f. S.) getrennt. Der Mittelpunkt der Kugel sei O, der Radius r.

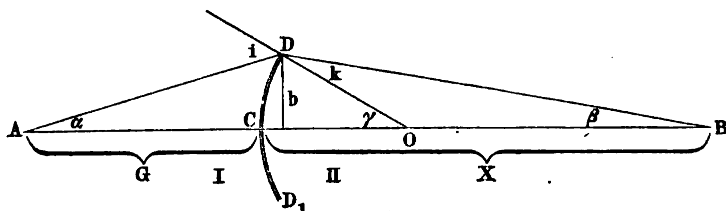
Auf der Axe OC liege der leuchtende Punkt A. Der Strahl AC geht ungebrochen in das Medium II. Der Strahl AD werde in D nach DB gebrochen und schneide die Axe in B. Ist der Brechungsexponent von I und II gleich n, so ist

$$n = \frac{\sin i}{\sin k}.$$

Nimmt man an, dass die Winkel i und k klein sind, dass also D nahe bei C liege, so kann man die Sinus den Winkeln selbst proportional setzen, so dass man erhält:

$$n = \frac{i}{k}.$$

Fig. 357.



Nun ist

$$i = \gamma + \alpha; \quad k = \gamma - \beta,$$

daher

$$n = \frac{\gamma + \alpha}{\gamma - \beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}$$

Setzt man die Winkel α, β, γ ihren Sinus gleich, so erhält man:

$$\alpha = \frac{b}{AD}; \quad \beta = \frac{b}{BD}; \quad \gamma = \frac{b}{r}.$$

Wenn D nahe bei C liegt, so kann man ferner

$$AD = AC = g; \quad BD = BC = x$$

setzen und erhält dann aus Gleichung I):

$$n = \frac{\frac{b}{r} + \frac{b}{g}}{\frac{b}{r} - \frac{b}{x}}.$$

oder

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x}\right) = \frac{1}{r} + \frac{1}{g}$$

oder

$$\frac{n-1}{r} = \frac{n}{x} + \frac{1}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}$$

Setzt man in der letzten Gleichung $g = \infty$, so wird

$$\frac{n-1}{r} = \frac{n}{x} = \frac{n}{f},$$

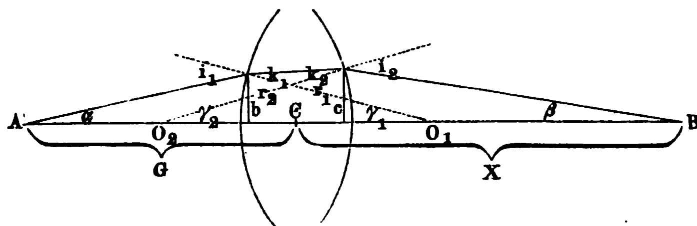
wo f die Entfernung des Bildpunktes von der Begrenzungsfläche DD_1 bedeutet, wenn die Strahlen der Axe parallel auffallen.

Durch Einführung dieses Werthes in Gleichung II) wird dieselbe:

$$\frac{n}{f} = \frac{n}{x} + \frac{1}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{III)}$$

Diese Gleichung gestattet die Berechnung von x (Abstand des Bildpunktes), wenn n, f und g gegeben sind.

Fig. 358.



Für eine Linse ist die Berechnung ganz ähnlich. In Fig. 358 sind O_1, O_2 die Mittelpunkte der begrenzenden Kugelflächen; A sei der leuchtende Punkt, B der Bildpunkt.

Es ist

$$n = \frac{\sin i_1}{\sin k_1} = \frac{\sin i_2}{\sin k_2},$$

daher für kleine Winkel:

$$n = \frac{i_1}{k_1} = \frac{i_2}{k_2}.$$

Es ist

$$i_1 = \alpha + \gamma_1; \quad i_2 = \beta + \gamma_2; \quad k_1 + k_2 = \gamma_1 + \gamma_2,$$

daher

$$\frac{k_1}{\alpha + \gamma_1} = \frac{k_2}{\beta + \gamma_2} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{\gamma_1 + \gamma_2 - k_2}{\alpha + \gamma_1} = \frac{k_2}{\beta + \gamma_2}$$

$$\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\alpha + \gamma_1} = \frac{k_2}{\beta + \gamma_2} \left\{1 + \frac{\beta + \gamma_2}{\alpha + \gamma_1}\right\} = \frac{1}{n} \left\{\frac{\alpha + \gamma_1 + \gamma_2 + \beta}{\alpha + \gamma_1}\right\}$$

$$n(\gamma_1 + \gamma_2) = \alpha + \beta + \gamma_1 + \gamma_2$$

$$(n - 1)(\gamma_1 + \gamma_2) = \alpha + \beta \quad \ldots\ldots \quad \text{IV)}$$

Setzt man jetzt für α, β, γ_1, γ_2 die Näherungswerthe ein und ferner $b = c$, so erhält man aus Gleichung IV):

$$(n - 1)\left\{\frac{b}{r_1} + \frac{b}{r_2}\right\} = \frac{b}{g} + \frac{b}{x}$$

oder

$$(n - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{g} + \frac{1}{x}.$$

Um die Hauptbrennweite f der Linse zu finden, setzt man $g = \infty$ und berechnet den zugehörigen Werth von x:

$$(n - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{x} = \frac{1}{f} \quad \ldots\ldots \quad \text{V)}$$

Setzt man diesen Werth ein, so hat man

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI)$$

Diese einfache Gleichung gestattet den Werth von x oder die Entfernung des Bildes von der Linse zu berechnen, sobald die Hauptbrennweite f der Linse und die Entfernung des Gegenstandes g von der Linse bekannt ist.

Die Gleichung VI) zeigt unmittelbar, wann ein Lichtpunkt ein reelles, wann ein virtuelles Bild liefert; sobald nämlich x negativ wird, liegt das Bild vor der Linse, ist also virtuell.

1. Sammellinsen, also $f > 0$:

Ist $g > f$, so ist $x > 0$, daher reelles Bild,
„ $g < f$, „ „ $x < 0$, „ virtuelles Bild.

Liegt also der abzubildende Gegenstand ausserhalb der Brennweite, so liefert die Sammellinse ein reelles Bild.

2. Zerstreuungslinsen, also $f < 0$:

Ist $g > 0$, so ist $x < 0$, daher virtuelles Bild.

Die Zerstreuungslinsen liefern also von allen Gegenständen, die vor der Linse liegen, nur virtuelle Bilder.

Erstes Beispiel. Der leuchtende Punkt liege in der Entfernung der doppelten Hauptbrennweite einer Sammellinse; es ist dann $g = 2f$ Daher nach Gleichung VI):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2f} + \frac{1}{x}$$

$$x = 2f.$$

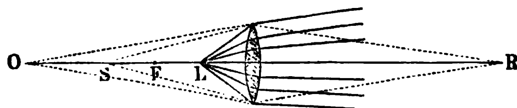
Das Bild des Punktes liegt daher ebenso weit hinter der Linse, wie der leuchtende Punkt vor derselben.

Zweites Beispiel. Eine Sammellinse habe eine Hauptbrennweite von 16 mm, der leuchtende Punkt befinde sich in dem Abstande von 15 mm, so erhält man für den Abstand des Bildes:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{16} - \frac{1}{15} = -\frac{1}{240}.$$

Das Bild ist virtuell und liegt im Abstande von 240 mm vor der Linse. Dieser Fall ist ähnlich dem in Fig. 359 dargestellten. F ist der

Fig. 359.

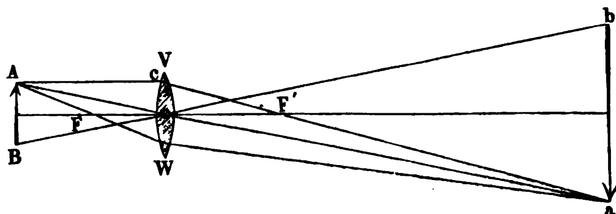


Hauptbrennpunkt, L der leuchtende Punkt, O das virtuelle Bild, wie es z. B. ein hinter der Linse befindliches Auge erblickt. Wie in Fig. 359

ist das Verhältniss bei den Loupen und den einfachen Ocularen der Fernrohre. Der leuchtende Gegenstand oder das von einem Objectivglase entworfene reelle Bild liegt immer um Weniges innerhalb der Hauptbrennweite des Oculars und letzteres bricht die Strahlen so, dass sie einem hinter dem Oculare befindlichen Auge aus der deutlichen Sehweite (vergl. §. 208) zu kommen scheinen.

Wenn es sich nicht nur um einen leuchtenden Punkt in der Axe, sondern um einen ausgedehnten Gegenstand handelt, von welchem die Linse ein Bild entwerfen soll, wie z. B. von dem in Fig. 360 gezeichneten

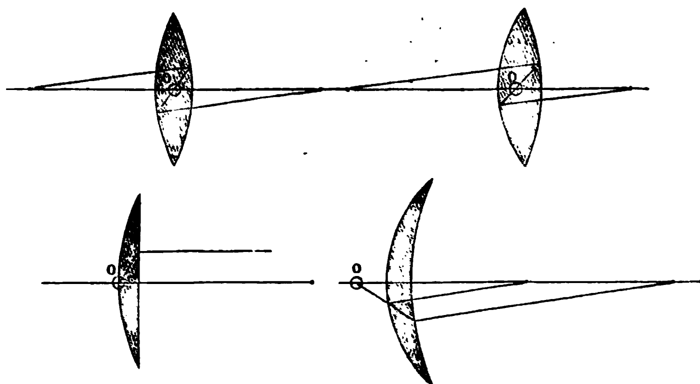
Fig. 360.



Pfeile AB, so hat man von den ausserhalb der optischen Axe gelegenen Punkten A, B zunächst Strahlen durch den optischen Mittelpunkt der Linse zu ziehen. Auf diesen sogenannten Hauptstrahlen, welche die Linse durchsetzen, ohne von derselben abgelenkt zu werden, hat man den Vereinigungspunkt aller von dem betreffenden Punkte des Gegenstandes nach der Linse gelangenden Strahlen zu suchen, und zwar nach derselben Formel VI), nach welcher sich der Ort des Bildes eines Axenpunktes bestimmt,

Den optischen Mittelpunkt einer Linse findet man nach folgender Regel. Man zieht von den beiden Mittelpunkten der Kugelflächen, welche die Linse begrenzen, zwei beliebige zu einander parallele Radien, welche die Linsenoberfläche schneiden, und verbindet die Durchschnittspunkte der Radien und der Linsenoberfläche durch eine Gerade. Der

Fig. 361.



Durchschnittspunkt dieser Geraden und der optischen Axe der Linse ist der optische Mittelpunkt. Die vier Fälle der Fig. 361, worin der Punkt o

nach diesen Regeln gesucht ist, zeigen, dass der optische Mittelpunkt einer Biconvexlinse von gleichen Krümmungen in der Mitte der Linse, bei einer Biconvexlinse von ungleichen Krümmungen aber näher an der stärkeren Krümmung, bei einer Planconvexlinse auf dem Scheitel der krummen Oberfläche selbst, bei einer Concavconvexlinse dagegen ausserhalb der Linse auf der convexen Seite liegt. — Ganz ähnliche Resultate erhält man für die Zerstreuungslinsen.

In dem Falle der Fig. 360 entsteht von dem Gegenstande AB ein reelles Bild ab, aber in umgekehrter Lage, und dieses Bild ist um ebenso vielmal grösser, als der Gegenstand, wie sein Abstand von dem optischen Mittelpunkte denjenigen des Gegenstandes übertrifft. Ueberhaupt lassen sich folgende einfache Regeln aufstellen:

1. Die Bilder sind reell, wenn sie sich auf der entgegengesetzten Seite der Linse, virtuell, wenn sie sich auf derselben Seite befinden, wie der Gegenstand.
2. Alle reellen Bilder sind umgekehrt, alle virtuellen sind aufrecht.
3. Die Grössen von Bild und Gegenstand verhalten sich wie die respectiven Abstände vom optischen Mittelpunkte der Linse; doch gilt dies nur von den linearen Dimensionen, die Grössen der Flächen stehen im Verhältnisse des Quadrats der Abstände.

§. 205.

Bestimmung der Hauptbrennweite einer Linse. — Um die Hauptbrennweite einer Sammellinse zu bestimmen, braucht man nur den Abstand zu messen, in welchem sich das Bild eines weit entfernten Gegenstandes, z. B. der Sonne, auf einer weissen Fläche scharf darstellt. Bei einer Zerstreuungslinse ist diese Methode nicht anwendbar, weil dieselbe kein reelles Bild liefert. Man verbindet daher die Zerstreuungslinse mit einer stärkeren Sammellinse von bekannter Brennweite und bestimmt die Brennweite der Combination nach dem eben angegebenen Verfahren. Ist F die Brennweite der Combination, f_1 die der Zerstreuungslinse, f_2 die der Sammellinse, so besteht die Beziehung:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2},$$

aus welcher sich die gesuchte Grösse f_1 berechnen lässt. Ist z. B. $f_2 = 15$ mm, $F = 60$ mm, so ist

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{60} - \frac{1}{15} = -\frac{1}{20}; \text{ daher } f_1 = -20 \text{ mm.}$$

§. 206.

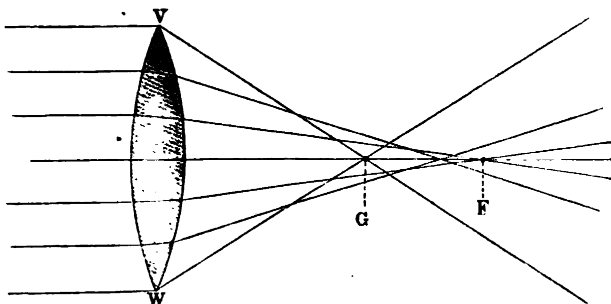
Die sphärische Abweichung der Linsen. — Die Hauptbrennweite ist nach Gleichung V) des §. 204 durch die Gleichung:

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

bestimmt; die Hauptbrennweite einer Linse bleibt daher dieselbe, so lange die Summe $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ die gleiche ist, wie man auch die Krümmung unter die beiden Halbmesser vertheilen möge; allein für die Schärfe des Bildes ist dieser letztere Umstand keineswegs ohne Bedeutung.

Die sphärischen Linsen vereinigen die von einem Punkte ausgegangenen Strahlen nicht wieder genau in einem Punkte; vielmehr werden etwa in dem Verhältnisse, wie es Fig. 362 für eine Biconvexlinse zeigt, die Randstrahlen zu stark abgelenkt und haben eine kürzere Vereinigungsweite als die Centralstrahlen, d. h. diejenigen, welche in der Nähe der Axe durch die Linse gehen. Der Abstand *FG* zwischen dem Vereinigungspunkte der Centralstrahlen und demjenigen der äussersten Randstrahlen heisst die sphärische Längenabweichung. Der kleinste Kreis, durch welchen die sämmtlichen, von der Linse gebrochenen Strahlen gehen, heisst der Kreis der sphärischen Seitenabweichung. Die Stelle, an welcher die Linse das deutlichste Bild des leuchtenden Punktes giebt, liegt indessen näher an dem Vereinigungspunkte der Centralstrahlen, weil diese dichter zusammenliegen und die schon wieder aus einander gegangenen Rand-

Fig. 362.



strahlen keinen merklich störenden Einfluss auf die Deutlichkeit zu äussern vermögen. Die sphärische Abweichung ist die Ursache, aus der man den Oeffnungsdurchmesser *VW* der sphärischen Linse immer so wählen muss, dass die Grenzflächen nur einen kleinen Theil der Kugeloberfläche ausmachen, aus welcher sie geschnitten sind. Lichtstärke und Schärfe des Bildes stehen sich daher bei Anwendung sphärischer Linsen einander begrenzend gegenüber. Je kleiner die Brennweite einer Linse ist, je stärker also ihre Krümmungen sind, desto kleiner muss, wegen der Deutlichkeit des Bildes, ihre Oeffnung sein.

Bei gleicher Brennweite ist aber die Schärfe des Bildes verschieden, je nachdem man die Krümmung unter die beiden Halbmesser vertheilt und je nach der Stellung, welche die verschieden gekrümmten Flächen gegen die Strahlen einnehmen. Bei gegebener Vereinigungsweite der Centralstrahlen ist es immer am vortheilhaftesten, wenn Krümmung und Stellung so gewählt werden, dass die Ablenkung der Randstrahlen möglichst klein ausfällt. Man erreicht dies z. B. für die Vereinigung von Parallelstrahlen durch eine Linse von Crownglas ($n = 1,5$), wenn man die Krüm-

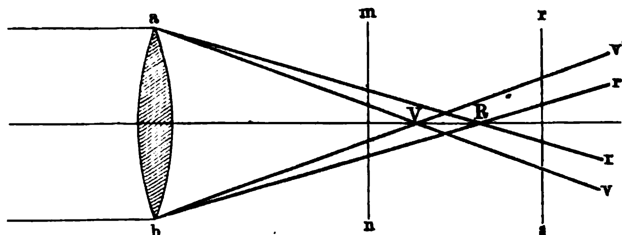
mungshalbmesser im Verhältnisse von 1 : 6 wählt und die convexere Seite den Parallelstrahlen entgegenstellt. Die Winkel, welche die einfallenden und gebrochenen Randstrahlen mit den beiden Flächen der Linse bilden, nähern sich dann möglichst der Gleichheit, was (nach der früheren Bestimmung des Minimums der Ablenkung bei Prismen (§. 193) die Bedingung für die kleinste Ablenkung ist. Bei umgekehrter Stellung würde die sphärische Abweichung etwa viermal stärker sein. Das Objectivglas eines Fernrohres kehrt seine convexere Seite immer den entfernten Gegenständen zu.

Bei Zerstreuungslinsen sind die Gesetze der sphärischen Abweichung die nämlichen, wie bei den Sammellinsen.

§. 207.

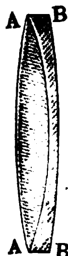
Chromatische Abweichung der Linsen. Achromatische Linsen. — Weit mehr Eintrag als durch die sphärische Abweichung, wird der Deutlichkeit der Bilder durch die ungleiche Brechbarkeit der im weissen Lichte enthaltenen verschiedenfarbigen Strahlen gethan, da diese zur Folge hat, dass die Vereinigungsweite für das violette und blaue Licht eine merklich kürzere ist, als für das gelbe und rothe Licht. Fig. 363

Fig. 363.



zeigt die Wirkung der Farbenzerstreuung durch eine Convexlinse, auf welche die Strahlen eines weit entfernten Punktes parallel mit der Axe einfallen; die rothen Strahlen schneiden sich in dem Punkte *R*, die violetten in dem Punkte *V*. Auf einem weissen Schirme bei *mm* beobachtet man einen hellen Fleck, gesäumt mit einem rothen Rande; bei *rs* sieht man einen hellen Fleck mit einem blauvioletten Rande. An einer Stelle zwischen *V* und *R* erhält man das schärfste Bild, aber nicht einen Punkt, sondern einen Kreis, der gross genug ist, um der Deutlichkeit des Bildes erheblich zu schaden. In der That waren auch Fernrohre und Mikroskope vor der Entdeckung der Möglichkeit achromatischer Ablenkung sehr unvollkommen.

Fig. 364.



Wie man durch Verbindung eines Crownglasprismas mit einem Flintglasprisma von geringerem brechendem Winkel die farbenfreie Ablenkung eines Strahles bewirken kann, so kann man durch Combination einer convexen Crownglaslinse mit einer concaven Flintglaslinse von grösserer Brennweite (Fig. 364) ein System erhalten, welches als Sammellinse wirkt und ein scharfes, von Farbenzerstreuung freies Bild giebt. Die Brennweite *F* zweier combinirter

Linsen, deren Brennweiten einzeln f_1 und f_2 sind, berechnet sich nach der schon angegebenen Formel:

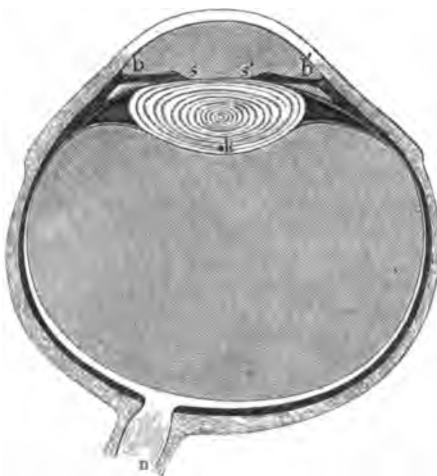
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2},$$

worin f_2 negativ wird, wenn es sich um eine Zerstreuungslinse handelt. Eine Crownglaslinse von 23 cm Brennweite wird durch eine Flintglaslinse von — 40 cm Brennweite achromatisirt und liefert nach obiger Gleichung eine Combination von 54 cm Brennweite. Die Brennweite der Combination ist also mehr als doppelt so gross, wie diejenige der Crownglaslinse allein. Dennoch sind die Fernrohre seit Erfindung achromatischer Linsen weit kürzer geworden, weil die schärferen Bilder des achromatischen Objectivs eine stärkere Vergrösserung durch das Ocular vertragen.

§. 208.

Das Auge[1]). — Das menschliche Auge ist bezüglich seiner optischen Wirkung eine Sammellinse. In Fig. 365 ist der Horizontaldurchschnitt eines rechten Augapfels dargestellt; derselbe zeigt zunächst die äussere Haut, welche den ganzen Apfel als schützende Decke umschliesst. Diese Haut ist nur in ihrem vorderen Theile, wo sie sich stärker wölbt, durchsichtig und heisst hier **Hornhaut**.

Fig. 365.



Etwas nach der inneren Seite des Augapfels (der Nase zu), liegt hinten im Auge die Eintrittsstelle des Sehnerven *n*; dieser breitet sich zu einer äusserst zarten Schicht, der **Netzhaut**, dem eigentlichen lichtempfindenden Theile des Auges, aus.

Zwischen der äusseren Haut und der Netzhaut befindet sich die (in der Figur dunkel schraffirte) gefässreiche und sammetschwarze **Aderhaut**, welche die Ernährung des Auges vermittelt und deren schwarzes Pigment dazu dient, das einmal auf die Netzhaut gefallene Licht zu absorbiren und solches Licht, welches durch seitliche Reflexionen im Auge entstehen könnte, zu verhindern. Die Aderhaut setzt sich hinter der Hornhaut in einen ringförmigen undurchsichtigen Schirm *bs*, *b's'*, die **Regenbogenhaut**, fort, welche nur durch die kreisförmige Oeffnung *ss'* (die Pupille, das Schwarze im Auge) durchbrochen ist. Der Raum zwischen

[1]) Helmholtz, Physiologische Optik.

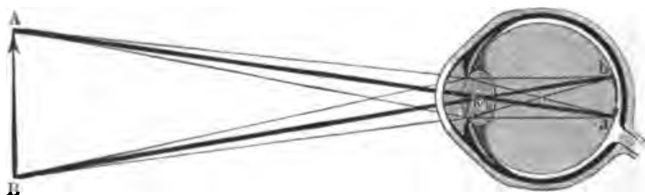
der Hornhaut und Regenbogenhaut ist mit der wässerigen Feuchtigkeit ausgefüllt, deren Brechungsquotient (1,3420) von demjenigen des Wassers (1,3342) wenig verschieden ist. Der hintere Raum des Augapfels (zwischen der gleich zu erwähnenden Linse und der Netzhaut) enthält eine klare, gallertartige Masse, die Glasfeuchtigkeit, deren mittlerer Brechungsexponent = 1,3485.

Ein sphärischer Augapfel, gefüllt mit Substanzen von der Brechkraft der wässerigen und der Glasfeuchtigkeit, würde nicht genügen, um die Bilder weit entfernter Gegenstände auf der Netzhaut, welche die Hinterwand der Kugel auskleidet, zu entwerfen. Das genaue Zusammentreffen der Bildpunkte mit der Netzhaut ist aber die nothwendige Bedingung für das deutliche Sehen.

Dieses Zusammentreffen wird beim Auge dadurch bewirkt, dass einerseits die Hornhaut mit stärkerer Convexität aus dem Augapfel hervortritt und dass andererseits hinter der Regenbogenhaut die sogenannte Krystalllinse sich befindet, welche aus etwas stärker brechender Substanz besteht. Die eigenthümliche Structur der Linse, welche (auch in der Figur angedeutet) aus concentrischen Schichten mit nach dem Kerne wachsender Brechkraft (äussere Schicht 1,4053, mittlere Schicht 1,4294, Kern 1,4541) besteht, ermöglicht zugleich die Aufhebung der sphärischen Abweichung, da die Randstrahlen, welche von homogenen Linsen zu stark gebrochen werden, im Auge durch Schichten von kleineren Brechungsexponenten gehen.

Aus den Krümmungen der Hornhaut und der Linse und mit Zugrundelegung der angeführten Brechungsexponenten der durchsichtigen Augenmedien findet man die Lage des optischen Mittelpunktes der Linse nahe an der Hinterfläche der Linse, bei k, Fig. 366. Diesen Punkt als

Fig. 366.



gegeben vorausgesetzt, ist es leicht, die Lage des Bildchens, welches das Auge von den äusseren Gegenständen auf der Netzhaut erzeugt, zu construiren, wie dies in Fig. 362 für den Pfeil AB geschehen ist.

Der Winkel $AkB = akb$ heisst der Sehwinkel des betreffenden Objectes; ihm ist die scheinbare Grösse des letzteren proportional. In der doppelten Entfernung erscheint daher die lineare Ausdehnung eines Körpers halb so gross, die Fläche desselben viermal so klein, als in der einfachen Entfernung.

Wäre das Auge ein starres unveränderliches Linsensystem, so könnte man nur in einer einzigen Entfernung deutlich sehen. Gegenstände, welche dem Auge näher ständen, lieferten Bilder, welche nicht auf der Netzhaut, sondern erst hinter derselben zu Stande kommen könnten; Gegenstände dagegen, welche weiter entfernt wären, erzeugten scharfe

Bilder schon vor der Netzhaut. Da wir aber in verschiedenen Entfernungen deutlich sehen können, so liegt hierin der Beweis, dass wir die brechende Kraft des Auges zu verändern vermögen. Diese Aenderung wird durch die Krystalllinse bewirkt, indem durch eine Einwirkung seitlicher Muskeln die Krümmung der Begrenzungsflächen der Linsen (besonders der Vorderfläche) vergrössert oder vermindert wird. Das Accommodationsvermögen des Auges ist aber nicht nach beiden Seiten unbegrenzt. Parallel einfallende Strahlen können auf der Netzhaut vereinigt werden, dagegen lassen sich Strahlen, die von leuchtenden Punkten herrühren, welche näher als 10 cm beim Auge liegen, nicht mehr auf der Netzhaut vereinigen. Zwischen diesen Grenzen liegt eine Entfernung von etwa 25 cm für ein normales Auge, in welcher Gegenstände deutlich gesehen werden, ohne dass das Auge einer besonderen Anstrengung bedarf; man nennt diese Entfernung die deutliche Sehweite.

Bei einem nicht normalen Auge ist die Tiefe des Auges (d. h. der Abstand der Netzhaut von der Linse) entweder zu gross oder zu klein. Diese Anomalität hat den gleichen Effect, wie wenn die optische Kraft des Auges zu stark oder zu schwach wäre. Wenn die optische Kraft (also das Brechungsvermögen) zu stark ist, so werden die von entfernten Punkten durch die Pupille dringenden Strahlenkegel in einen Bildpunkt vereinigt, ehe sie die Netzhaut erreicht haben (die Tiefe des Auges ist zu gross); an der Netzhaut angelangt, sind die Strahlen bereits wieder aus einander gegangen und bilden kleine Kreise, sogenannte Abweichungskreise, aus welchen, da die Abweichungskreise benachbarter Punkte sich theilweise decken, ein undeutliches Bild mit verwaschenen Contouren sich zusammensetzt. Reicht das Accommodationsvermögen des Auges nicht aus, um diesen Fehler in unschädliche Schranken einzuschliessen, so muss dieses kurzsichtige Auge zum Sehen auf grössere Entfernungen mit einem Zerstreuungsglase versehen werden, welches einen Theil der zu grossen optischen Kraft des Auges compensirt. Die innere Grenze des Sehraumes ist bei solchen Augen besonders klein, weil sie die Fähigkeit haben, die von sehr nahen Punkten kommenden Lichtkegel noch auf der Netzhaut zum Durchschnitt zu bringen.

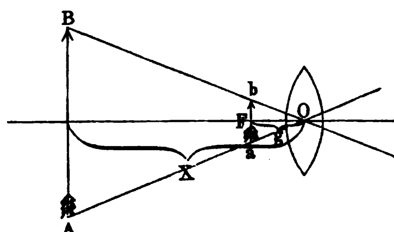
Augen von zu geringer optischer Kraft sind weitsichtig; sie vermögen die von nahen Punkten ausgehenden Lichtkegel erst in grösserer Entfernung in scharfe Punkte zu concentriren, als die Netzhaut selbst sich befindet (die Tiefe des Auges ist zu klein); es entstehen daher auf der Netzhaut Abweichungskreise der noch nicht vereinigten Strahlenkegel. Durch Sammellinsen wird die optische Kraft solcher Augen so weit erhöht, dass sie auch von nahen Gegenständen scharfe Bilder auf der Netzhaut entwerfen.

§. 209.

Die Loupe und das Mikroskop. — Je nach der Beleuchtung und Farbe eines Gegenstandes und des Hintergrundes, auf welchem er erscheint, ist der Gesichtswinkel von etwa $^1/_3$ bis $^1/_2$ Minute die Grenze, bei welcher der Gegenstand aufhört, als ausgedehnt wahrgenommen zu werden. Wenn ein Object selbst in der kürzesten Entfernung, in welcher

noch ein deutliches Sehen möglich ist, einen kleineren Sehwinkel hat, so dient eine Sammellinse von kurzer Brennweite, die Loupe, dazu, um dasselbe sichtbar zu machen. Man bringt zu dem Ende die Loupe (auch einfaches Mikroskop genannt) nahe an das Auge und entfernt den Gegenstand von derselben langsam so weit, bis das Bild des Gegenstandes in die deutlichste Sehweite gelangt. Da das Bild AB, Fig. 367, ein virtuelles sein muss, so muss der Gegenstand ab innerhalb der Brennweite $OF = f$ der Loupe liegen. Das Grössenverhältniss des Bildes AB zum Gegenstande ab nennt man die Vergrösserung; dieselbe ist gleich dem Verhältnisse der Abstände, welche Bild und Gegenstand vom optischen Mittelpunkte der Linse haben. Ist x der Abstand des Bildes, g derjenige des Gegenstandes, f die Brennweite der Linse, so gilt nach Gleichung VI) §. 204 die Beziehung:

Fig. 367.



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{x}.$$

Hieraus folgt

$$g = \frac{f \cdot x}{x - f} \quad \text{I)}$$

und

$$\frac{x}{g} = \frac{x - f}{f} \quad \text{II)}$$

Nimmt man als deutliche Sehweite 25 cm, setzt also $x = -25$ (x erhält das negative Vorzeichen, weil das Bild ein virtuelles ist), ist ferner die Brennweite f der Loupe 2 cm, so wird nach Gleichung I):

$$g = 1{,}85.$$

Der Gegenstand steht daher, innerhalb der Brennweite, dem Brennpunkte sehr nahe. Für die Vergrösserung erhält man:

$$\frac{x}{g} = -13{,}5.$$

Die betrachtete Loupe vergrössert also 13,5 mal bei der angenommenen deutlichen Sehweite. Nimmt man auch den Werth von x positiv, so erhält man für die Vergrösserung die einfache Gleichung:

$$\frac{x}{g} = \frac{x}{f} + 1,$$

also in dem obigen Falle $= \frac{25}{2} + 1.$

Diese Berechnung der Vergrösserung ist nicht ganz strenge richtig, weil der optische Mittelpunkt der Linse mit dem Auge nicht zusammenfällt; wenn daher das Bild AB in der deutlichen Sehweite vom Auge sich befindet, so ist die Entfernung des Bildes von der Loupe etwas kleiner. Durch den unvermeidlichen Abstand von Auge und Loupe ver-

liert man daher an der Vergrösserung; jedenfalls ist es also gerathen die Loupe so dicht als möglich an das Auge zu bringen.

Nach §. 206 giebt man, der sphärischen Abweichung wegen, der Sammellinse nicht beiderseits gleiche Krümmungen, sondern vertheilt die Krümmung etwa wie an der in Fig. 368 abgebildeten Cylinderloupe, deren stärkste Convexität dem Auge zugewandt wird. Auch dadurch kann man bei etwas stärkeren Vergrösserungen die sphärische Abweichung mässigen, dass man, statt einer stark convexen, eine Combination aus zwei oder selbst aus mehreren weniger convexen Linsen anwendet, wie z. B. an der Fraunhofer'schen Loupe, Fig. 369. Wenn indessen die Vergrösserung so stark, die Brennweite also so kurz werden sollte, dass die Oeffnung der Loupe kleiner als diejenige der Pupille wird, so geht Licht verloren, und zudem ist die Herstellung einer regelmässigen Form bei so kleinen Linsen so schwierig, dass es vortheilhafter ist, die Vergrösserung anstatt durch Addition mehrerer Linsen vielmehr durch Multiplication zu steigern, wie in dem zusammengesetzten Mikroskope. Das zusammengesetzte Mikroskop wird durch die schematische Figur 370 erläutert.

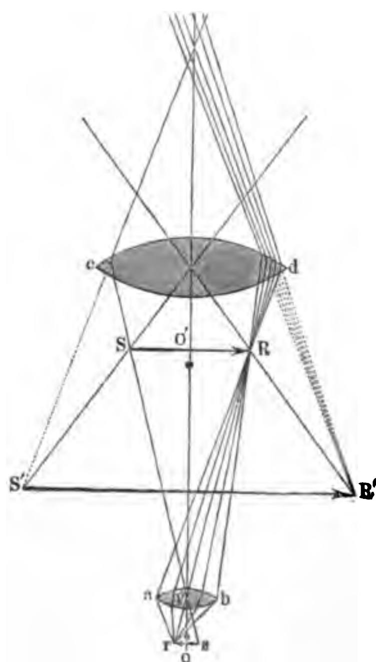
Fig. 368.



Fig. 369.



Fig. 370.



Ein achromatisches Objectivglas von kurzer Brennweite *ab* entwirft von dem Objecte *rs*, welches in etwas grösserem Abstande als die Hauptbrennweite vom Objectivglase sich befindet, ein umgekehrtes reelles Bild *SR*, so vielmal vergrössert, als der Abstand *op* des Objectes in dem Abstande *o'p* des Bildes enthalten ist. Eine Loupe wird als Augenglas (Ocular) so angebracht, dass das Bild *SR* etwas innerhalb der Hauptbrennweite sich befindet und somit dem hinter dem Oculare befindlichen Auge ein abermals vergrössertes virtuelles Bild *S'R'* in der deutlichen Sehweite erscheint. Die Totalvergrösserung ist gleich dem Producte aus der Vergrösserung des Objectivs und derjenigen des Oculars. Gesetzt, das Objectivglas habe 3 mm Brennweite, das Object befinde sich in 3,06 mm Abstand, so fällt das Bild nach der Formel VI), §. 204, in die Entfernung von 150 mm und die Objectivvergrösserung V ist $= 49$. Hat nun das Ocular 20 mm Brennweite und ist die deutliche Sehweite 240 mm, so ist die Ocularvergrösserung

$V' = \frac{240}{20} + 1 = 13.$ Mithin vergrössert das zusammengesetzte Mikroskop das Object

$$V \,.\, V' = 49 \,.\, 13 = 637 \text{ mal}.$$

Die Lichtmenge, welche von einem Punkte o aus ins Mikroskop gelangt und das Bild o' erzeugt, steht im quadratischen Verhältnisse des Winkels aob. Durch die Ocularvergrösserung aber wird die Helligkeit des Bildes in gleichem Grade verringert, wie dessen Fläche vergrössert gesehen wird. Es ist daher das Bestreben der Optiker, einen möglichst grossen Antheil der Totalvergrösserung durch das Objectiv zu erreichen, um so mehr, als die unvermeidlichen Reste der Abweichungen, welche dem Objectivbilde anhaften, durch das Ocular mit vergrössert werden. Um aber bei gegebener Brennweite des Objectivs dem Bilde durch möglichste Vergrösserung des Winkels aob möglichst viel Licht zu sichern, wird das Objectiv aus mehreren dicht über einander gesetzten achromatischen Linsen ausgeführt, da denselben wegen der schwächeren Krümmung ein grösserer Oeffnungsdurchmesser gegeben werden kann.

Das Gesichtsfeld des Mikroskops ist von dem Oeffnungsdurchmesser des Objectivs unabhängig, dagegen dem Winkel proportional, unter welchem das Ocular erscheint, wenn man dasselbe vom optischen Mittelpunkte des Objectivs aus betrachtet, also dem Winkel $cpd = rps$. Dieser Winkel umfasst in der schematischen Figur gerade den linearen Durchmesser rs. Bei der einfachen Loupe kann man in der Vergrösserung des Oeffnungsdurchmessers des Oculars wegen der sphärischen Abweichung nicht weit gehen, also auf diese Weise nur wenig zur Vergrösserung des Gesichtsfeldes beitragen. Dies wird dagegen durch die zusammengesetzten Oculare erreicht, welche in den Figuren 371 und 372 im Durchschnitt gezeichnet sind, und welche nicht nur am zusammengesetzten Mikroskope, sondern auch am Fernrohre in der erwähnten Beziehung wesentliche Dienste leisten.

In dem ersten dieser Oculare (Fig. 371), welches Capani'sches genannt wird, verhalten sich die Brennweite des eigentlichen Oculars aa, der Abstand desselben vom grösseren, dem sogenannten Collectivglase cc, und die Brennweite dieses letzteren wie 3 : 6 : 9. Anstatt dass das Bild des Objectes bei $m'n'$ in $^3/_4$ des Abstandes zwischen den beiden Gläsern zu Stande kommt, werden die Strahlenbüschel etwas früher in der Mitte zwischen beiden Gläsern bei $m''n''$ schon zum Bilde vereinigt und zugleich die Hauptstrahlen so abgelenkt, dass sie sämmtlich durch das Ocular aa gehen und im Augenpunkte A sich kreuzen; daher überblickt das Auge das ganze von der Collectivlinse cc aufgenommene Gesichtsfeld. Das Bild $m''n''$ ist freilich gegen $m'n'$ im Verhältniss von 3 : 2 verkleinert, so dass es, durch die Loupe von der Brennweite 3 betrachtet, nicht grösser erscheint, als wenn bei Weglassung des Collectivglases das Bild $m'n'$ unmittelbar durch eine Loupe von der Brennweite 4,5 betrachtet würde. Es ist daher 4,5 die Brennweite der dem zusammengesetzten Oculare äquivalenten einfachen Linse. Da aber die Collectivlinse die doppelte Brennweite 9 und demgemäss auch den doppelten Oeffnungsdurchmesser hat, so ist das Gesichtsfeld gerade von doppeltem Durchmesser gegenüber der Anwendung eines einfachen Oculars. Zugleich

gelingt es, bei den angeführten Brennweiten und Abständen die chromatische Abweichung, welche durch die Brechung im Collectivglase entsteht, durch die sphärische Abweichung der Ocularlinse zu compensiren; daher auch der Name achromatisches Ocular.

In Fig. 372 ist das von Ramsden construirte Ocular dargestellt. Bei demselben hat man es aus Gründen, welche bei der Beschreibung des Fernrohres (Fadenkreuz) angegeben worden, vorgezogen, das Bild des Objects erst wirklich zu Stande kommen zu lassen, ehe man die Strahlenbüschel durch ein Collectivglas nach einer Loupe von kürzerer Brennweite hinlenkt (vergl. den vorigen Paragraphen). Die geringere Divergenz, welche die Strahlen der einzelnen Lichtkegel bei dieser Ablenkung annehmen, verursacht, dass das Bild $m'n'$ scheinbar nach $m''n''$ in einem im Verhältniss von 0,9 : 1 vergrösserten Abstande vom Collectivglase fällt.

Fig. 371.

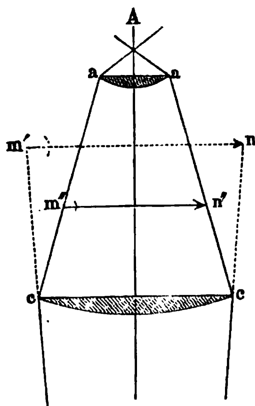
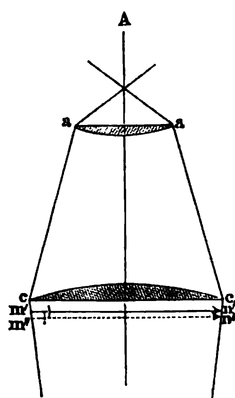


Fig. 372.



Bis nach $m''n''$ muss die Brennweite der Loupe *aa* reichen und die Verhältnisse 5 : 4 : 9 der Brennweite der Loupe, ihres Abstandes vom Collectivglase und der Brennweite dieses letzteren entsprechen auch hier einer äquivalenten einfachen Linse von 4,5 Brennweite mit beinahe doppelt so grossem Gesichtsfelde. Wendet man indess keine achromatische Linse als Loupe an, so ist die chromatische Abweichung beim Ramsden'schen Oculare so stark, dass den Linsen durch Abblenden der schädlichen Randstrahlen doch wieder ein Theil des vergrösserten Gesichtsfeldes entzogen werden muss. Wird indess durch eine achromatische Linse *aa* die vollständige Achromatisirung bewirkt, so wirkt das Ramsden'sche Ocular noch besser als das unter Fig. 371 beschriebene Campani'sche.

Die Vergrösserung, welche durch das Mikroskop erreichbar ist, ist indess nicht eine unbeschränkte, sondern hat eine Grenze, wie von Abbe und Helmholtz aus der Theorie der Beugung gezeigt ist. Die kleinste mikroskopisch sichtbare Distanz würde theoretisch $^1/_{4848}$ mm sein; dieser theoretischen Grenze ist man in Wirklichkeit schon nahe gekommen, indem man $^1/_{3500}$ mm erreicht hat.

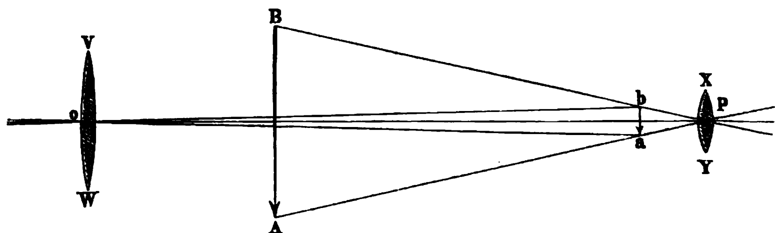
§. 210.

Das Fernrohr. — Der Gesichtswinkel, unter welchem ein Körper erscheint, wird um so kleiner, je weiter der Körper vom Auge entfernt ist. Wird der Gesichtswinkel in Folge grosser Entfernung so klein, dass der Gegenstand nicht mehr in gewünschter Deutlichkeit gesehen werden kann, so bedient man sich zu seiner Beobachtung des Fernrohres.

Das Fernrohr besitzt ein achromatisches Objectiv, welches bestimmt ist, ein scharfes reelles Bild des entfernten Gegenstandes nahezu in seiner Hauptbrennweite zu entwerfen. Bei dem astronomischen Fernrohre, dessen Princip sich durch die schematische Fig. 373 erläutert, betrachtet man das von dem Objectivglase VW entworfene Bild ab, welches immer sehr klein ist, mittelst der Loupe XY, die sehr nahe in den Abstand ihrer Hauptbrennweite von jenem Bilde geschoben wird. Das von dem astronomischen Fernrohre entworfene Bild ist umgekehrt.

Die lineare Vergrösserung des Fernrohres entspricht dem Grössenverhältniss der Bilder, welche der Gegenstand unmittelbar ohne Fernrohr

Fig. 373.



und durch das Fernrohr auf der Netzhaut hervorbringt. Die Grössen dieser Bilder verhalten sich wie die Sehwinkel, in welchen sie liegen; ohne Fernrohr erscheint der Gegenstand nahezu unter dem Sehwinkel boa, mit dem Fernrohre unter $BpA = bpa$.

Bezeichnet man die Brennweite des Objectivs durch F, diejenige des Oculars durch f, so ist nahezu

$$tang\frac{boa}{2} = \frac{ab}{2F}; \quad tang\frac{bpa}{2} = \frac{ab}{2f}.$$

Da die Tangenten für kleine Winkel diesen selbst proportional sind, so hat man für das Verhältniss der Sehwinkel:

$$\frac{bpa}{boa} = \frac{F}{f}.$$

Die lineare Vergrösserung ist also fast genau gleich dem Verhältniss der Brennweiten von Objectiv und Ocular.

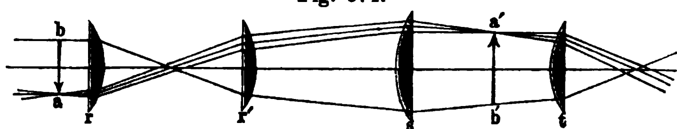
Die Helligkeit und die Grösse des Gesichtsfeldes bestimmen sich bei dem astronomischen Fernrohre nach denselben Bedingungen wie bei dem zusammengesetzten Mikroskope.

Fadenkreuz. — Jeder Punkt des Oculars, mit dem optischen Mittelpunkte des Objectivs verbunden, bestimmt eine andere Sehrichtung

im Fernrohre. Wenn mit dem Fernrohre Messungen gemacht werden sollen, bei welchen es auf eine bestimmte unveränderliche Sehrichtung ankommt, wird eine solche durch ein sogenanntes Fadenkreuz im Fernrohre festgelegt. Das Fadenkreuz besteht gewöhnlich aus zwei über einen Ring gezogenen, unter einem rechten Winkel sich kreuzenden Spinnefäden oder einfachen Coconfäden; es muss genau in der Ebene des Bildes angebracht sein, welches das Objectivglas im Fernrohre entwirft. So lange das Fadenkreuz noch am Bilde hin- und herwankt, wenn man das Auge vor dem Oculare verschiebt, ist jene Bedingung nicht erfüllt und eine sichere Beobachtung nicht möglich. Der Ring, welcher das Fadenkreuz trägt, muss dann im Rohre noch verschoben werden, bis Bild und Faden vollkommen an einander zu haften scheinen. Der Durchschnittspunkt der Fäden, mit dem optischen Mittelpunkte des Objectivglases verbunden, bestimmt die Sehaxe des Fernrohres.

Wenn man an einem Fernrohre die Stärke des Oculars vermehren will, so kann man anstatt der einfachen Loupe sich der zusammengesetzten Oculare von Campani und Ramsden bedienen. Soll aber das Fernrohr ein Fadenkreuz besitzen, so ist nur das Ramsden'sche Ocular anwendbar, da beim Campani'schen der Faden zwischen der Collectivlinse und der eigentlichen Ocularlinse sich befinden müsste.

Fig. 374.



Bei manchen Beobachtungen ist die umgekehrte Lage des Bildes, welche das astronomische Fernrohr erzeugt, unbequem. Um ein aufrechtes Bild zu erhalten, wird noch eine Sammellinse eingeschaltet, die das verkehrte Bild nochmals umkehrt; es entsteht hierdurch das Erdfernrohr. Häufig wendet man auch zwei Linsen an, welche den Dienst des Umkehrens verrichten, und erreicht hierdurch geringere Abweichungen. In Fig. 374 ist das terrestrische Ocular von Fraunhofer dargestellt. *ab* ist das Bild, welches das nicht gezeichnete Objectivglas erzeugt. Dieses Bild wird durch die Linsen *r* und *r'* umgekehrt und dann durch das Campani'sche Ocular, welches aus den Linsen *s* und *t* besteht, betrachtet.

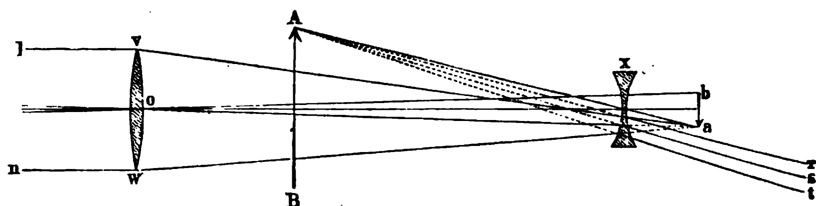
Durch den terrestrischen Einsatz wird das astronomische Fernrohr, dessen Länge sonst der Summe der Brennweiten von Objectiv und Ocular gleich ist, noch um den Abstand des umgekehrten Bildes von dem aufrechten verlängert. Doch nehmen die Ablesungsfernrohre dadurch keine unbequeme Länge an, weil bei ihnen nicht leicht eine mehr als zehn- bis zwölfmalige Vergrösserung erfordert wird und man deshalb mit einem Objectiv von ziemlich kurzer Brennweite schon ausreicht.

Auch das holländische oder Galilei'sche Fernrohr liefert aufrechte Bilder und ist zu gewöhnlichen Ablesungen verwendbar, wenn kein Fadenkreuz erforderlich ist; dasselbe ist in Fig. 375 (a. f. S.) schematisch abgebildet.

Das Objectiv *vw* würde bei *ab* ein umgekehrtes reelles Bild entwerfen. Ehe jedoch die Strahlenkegel zu den Bildpunkten zusammen-

kommen, werden sie von der Concavlinse x aufgenommen, divergent gemacht und so abgelenkt, dass sie von dem in die deutlichste Sehweite gerückten virtuellen Bilde AB herzukommen scheinen. Das Bild ist ein aufrechtes; die Länge des Fernrohres ist nahezu gleich der Differenz der

Fig. 375.



Brennweiten von Objectiv und Ocular. Aus einer ähnlichen Betrachtung wie beim astronomischen Fernrohre ergiebt sich leicht, dass auch das holländische Fernrohr so oftmal vergrössert, als die Brennweite des Oculars in der Brennweite des Objectivs enthalten ist. Ein Fadenkreuz lässt sich im holländischen Fernrohre nicht anbringen, da in demselben kein reelles Bild zu Stande kommt.

Um die vergrössernde Kraft eines Fernrohres annähernd experimentell zu bestimmen, kann man sich einer Reihe gleichabständiger Striche bedienen, welche weiss auf schwarzem Grunde stark genug aufgetragen sind, um sie aus grösserer Entfernung noch mit unbewaffnetem Auge getrennt zu unterscheiden. Indem man mit dem einen Auge durch das Fernrohr, mit dem anderen direct nach den Strichen sieht, kann man abzählen, wie viel der direct gesehenen Intervalle sich mit einer gewissen Anzahl der vergrössert gesehenen decken. Der Quotient dieser Zahlen giebt die Vergrösserung. Anstatt der Striche können auch die Stäbe eines Gitters, einer Lattenwand oder die Reihen eines Ziegeldaches dienen.

§. 211.

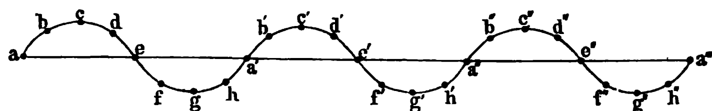
Ueber das Wesen des Lichtes. Wellenbewegung. — Nach Newton's Vorgang hatte man früher die Fortpflanzung des Lichtes als eine Translationsbewegung sehr feiner Theilchen, welche von den leuchtenden Körpern mit der ungeheuren Geschwindigkeit von 42000 Meilen in der Secunde fortgeschleudert werden, sich gedacht. Allein verschiedene Erscheinungen, welche wir in den folgenden Paragraphen besprechen werden, haben gezeigt, dass die Newton'sche Hypothese unhaltbar ist, und dass nur die Annahme einer Wellenbewegung oder die Undulationstheorie im Stande ist, Rechenschaft von denselben zu geben.

Nach der Undulationstheorie erregt der leuchtende Körper eine schwingende Bewegung in einem überall vorhandenen äusserst dünnen und elastischen Mittel, dem Lichtäther, und in der Fortpflanzung dieser schwingenden Bewegung besteht die Fortpflanzung des Lichtes. Hierbei machen die einzelnen Theilchen des Aethers, welche die Fortpflanzung des Lichtes vermitteln, nur sehr kleine hin- und hergehende Wege. Ein

Bild einer solchen Wellenbewegung haben wir in den Wasserwellen, welche in einer ruhenden Wassermasse durch irgend eine äussere Ursache erregt werden. Wirft man z. B. einen Stein in das ruhende Wasser, so werden die vom Steine getroffenen Wassertheilchen abwärts gezogen, kehren aber bald an die Oberfläche zurück und wiederholen jetzt noch mehrfach die auf- und niedergehende Bewegung. Gleichzeitig pflanzen sich aber von der getroffenen Stelle aus kreisförmige Wellen fort. Man sieht zuerst eine Vertiefung (Wellenthal), dann eine Erhebung (Wellenberg), wieder eine Vertiefung u. s. w. von der getroffenen Stelle her sich ausbreiten. Eine genauere Betrachtung zeigt hierbei, dass alle Wassertheilchen, indem sie die Fortpflanzung der Wellenbewegung vermitteln, nur kleine in sich selbst zurückkehrende Wege beschreiben und daher von dem erregenden Mittelpunkte selbst nicht fortgeführt werden. Am besten überzeugt man sich hiervon, wenn man kleine schwimmende Körper, z. B. Korkstückchen, auf die Wasseroberfläche bringt; dieselben bewegen sich nur auf- und abwärts und entfernen sich nicht, wie die fortschreitende Welle, vom Mittelpunkte der Bewegung.

Fig. 376 stellt den Durchschnitt einer Wellenbewegung dar, welche links von a ausgeht und nach rechts fortschreitet; es ist der Moment gewählt, wo der Punkt a sich gerade in der Gleichgewichtslage, die für alle

Fig. 376.



Punkte durch die gerade Linie aa''' repräsentirt ist, befindet. Betrachtet man die einzelnen Theilchen, so sieht man zunächst, dass durch das Stück $a, b, c \ldots$ bis a' schon das Charakteristische der ganzen Welle dargestellt wird; denn das folgende Stück $a', b' \ldots$ bis a'' ist nur eine Wiederholung des ersten. Man nennt die Länge $aa' = a'a'' =$ u. s. w. die Länge der Welle oder die **Wellenlänge**.

Punkte, welche um eine oder mehrere ganze Wellenlängen von einander abstehen, befinden sich in dem gleichen Zustande oder in der gleichen Phase der Bewegung.

So sind z. B. die Punkte c, c', c'' je um eine Wellenlänge von einander entfernt; sie sind daher in gleicher Phase, indem sie auf der Spitze der Wellenberge liegen.

Solche Punkte dagegen, welche um $^1/_2$ Wellenlänge oder um $^3/_2, ^5/_2 \ldots$ Wellenlängen von einander entfernt sind, befinden sich in entgegengesetzter Phase. Die Punkte c und g sind um $^1/_2$ Wellenlänge entfernt, sie sind daher in entgegengesetzter Phase; die Punkte c und g' sind um $^3/_2$ Wellenlängen entfernt, auch sie sind in entgegengesetzter Phase. Die Punkte a und e, welche ebenfalls um $^1/_2$ Wellenlänge entfernt sind, befinden sich beide in der Gleichgewichtslage, trotzdem sind sie in entgegengesetzter Phase, weil sie, wie sogleich gezeigt wird, entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeiten besitzen.

Nimmt man an, dass die Wellenbewegung erst bis a' fortgeschritten sei, so haben die Theilchen die Lage, welche in Fig. 377, O dargestellt

ist, während die folgenden Theilchen noch in Ruhe sind. Bezeichnet man die Wellenlänge mit λ, so ist der Weg $aa' = \lambda$.

Nach Verlauf einer bestimmten Zeit t wird der Anfangspunkt a die höchste Lage, der Punkt c die Gleichgewichtslage u. s. w. (Fig. 377, I) angenommen haben, und dann wird die Wellenbewegung bis c' fortgeschritten sein; es ist der Weg $ac' = \lambda + \frac{1}{4}\lambda$.

Nach nochmaligem Verlauf derselben Zeit t, im Ganzen nach Verlauf der Zeit $2t$, befindet sich a wieder in der Gleichgewichtslage (Fig. II); die Welle ist bis e' fortgeschritten, es ist der Weg $ae' = \lambda + \frac{2}{4}\lambda$.

Nach Verlauf der Zeit $3t$ (Fig. III) ist der zurückgelegte Weg

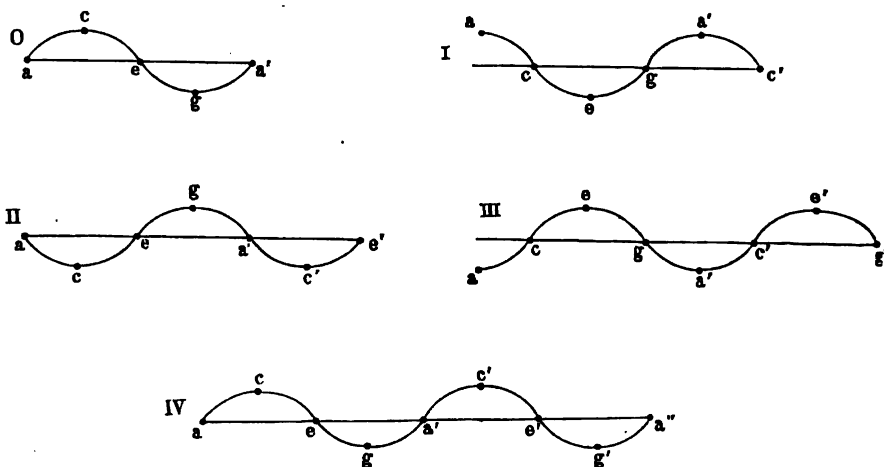
$$ag' = \lambda + \frac{3}{4}\lambda.$$

Nach Verlauf der Zeit $4t$ (Fig. IV) ist der zurückgelegte Weg

$$aa'' = \lambda + \frac{4}{4}\lambda = 2\lambda.$$

Nach Verlauf der Zeit $4t = T$ ist daher die Wellenbewegung um eine ganze Wellenlänge fortgeschritten; ferner hat der Punkt a und ebenso

Fig. 377.



jeder andere Punkt der Welle aa' in der gleichen Zeit T eine vollständige hin- und hergehende Schwingung ausgeführt. Man nennt daher die Zeit T die Schwingungsdauer der Welle. Da während der Schwingungsdauer T die Welle um eine Wellenlänge λ fortschreitet, so ist

$$\lambda = C \,.\, T,$$

wenn C die Geschwindigkeit bezeichnet, mit der sich die Welle fortpflanzt.

Vergleicht man die Figuren (o) und (II) mit einander, so sieht man, dass sämmtliche entsprechende Theilchen in entgegengesetzten Phasen sich befinden. In (o) ist z. B. c auf der Höhe des Wellenberges, in (II) in der

Tiefe des Wellenthales. Wenn auch a beide Male [in (o) und (II)] in der Gleichgewichtslage sich befindet, so ist es doch für beide Fälle in entgegengesetzter Phase. Denn in (o) ist a in der Bewegung nach oben begriffen, wie aus der Vergleichung mit (I) hervorgeht; in (II) ist a dagegen in der Bewegung nach unten und zwar mit gleicher Geschwindigkeit begriffen, wie aus der Vergleichung mit (III) sich ergiebt. Fig. (II) stellt aber die Wellenbewegung nach Verlauf der Zeit von $2t = \frac{T}{2}$ dar; daher hat man den Satz:

Nach Verlauf von je der halben Schwingungsdauer befinden sich sämmtliche Theilchen in entgegengesetzten Phasen.

Dieser Satz wird auch bestätigt durch Vergleichung von (I) und (III); auch hier sind die Phasen entgegengesetzt und die Zeitdifferenz ist $\frac{T}{2}$.

Die grösste Erhebung eines schwingenden Punktes über seine Gleichgewichtslage nennt man die Amplitude der Schwingung.

§. 212.

Interferenz der Wellen. — Wenn ein Punkt von einer Wellenbewegung getroffen wird, so beginnt er eine schwingende Bewegung, welche im vorigen Paragraphen näher betrachtet wurde. Wird nun ein in schwingender Bewegung bereits befindlicher Punkt von einer zweiten, der ersten gleichen, Wellenbewegung afficirt, so wird seine Bewegung geändert und seine resultirende Bewegung hängt von dem Phasenunterschiede ab, welchen die beiden Wellen für den betrachteten Punkt besitzen.

Haben die Wellen den Phasenunterschied Null, so wirken dieselben immer in gleichem Sinne auf den Punkt ein. In Folge dessen wird sich der Punkt zu doppelter Höhe erheben und zu doppelter Tiefe senken, wie wenn er nur von einer Welle bewegt würde; seine Amplitude ist also verdoppelt oder gleich der Summe der Einzelamplituden.

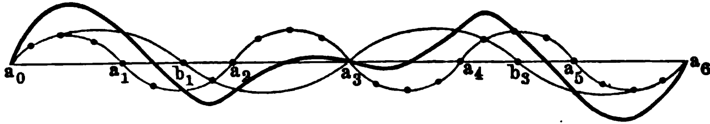
Haben dagegen die beiden Wellen den Phasenunterschied von $\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$, oder $\frac{5}{2}$ ... Wellenlänge, so wirken dieselben immer in entgegengesetztem Sinne auf den betrachteten Punkt ein. Die Amplitude der Schwingung wird daher gleich der Differenz der Einzelamplituden, und sind letztere einander gleich, so wird die resultirende Amplitude gleich Null. In diesem Falle bewegt sich also der Punkt gar nicht, indem die Wirkungen der beiden Einzelwellen auf den Punkt sich aufheben.

Die eben betrachteten Fälle lassen folgende Verallgemeinerung zu. Jedes Theilchen, welches von zwei oder mehreren Wellen afficirt wird, erleidet eine Verschiebung, welche gleich der algebraischen Summe jener Verschiebungen ist, die jede einzelne Welle demselben ertheilen würde; hierbei werden die Verschiebungen, welche nach entgegengesetzten Richtungen erfolgen, auch mit entgegengesetzten Vorzeichen versehen.

Als Beispiel möge die Fig. 378 dienen.

Die Wellen a_0 a_1 a_2 . . . a_6 (punktirt) einerseits, und a_0 b_1 a_3 b_3 a_6 andererseits sind die Einzelwellen, welche sich zu der resultirenden Welle, die stärker gezeichnet ist, zusammensetzen.

Fig. 378.

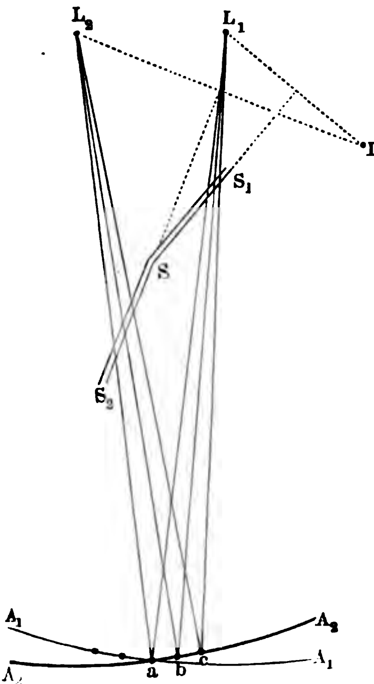


Das Zusammenwirken zweier oder mehrerer Wellensysteme nennt man die Interferenz derselben.

§. 213.

Interferenz des Lichtes. — Gesetzt, von dem Lichtpunkte L, Fig. 379, welcher homogenes, z. B. rothes Licht aussendet, gelangen Strahlen nach den beiden Spiegeln SS_1 und SS_2, welche einen sehr stumpfen Winkel mit einander bilden, so werden sie von denselben so zurückgeworfen, als kämen sie von den Punkten L_1 und L_2. Diese liegen ebenso weit hinter den Spiegeln, wie L vor denselben. Betrachtet man die Stellen, wo die reflectirten Strahlenbüschel sich kreuzen, mit einer Loupe, so beobachtet man eine mittlere helle Linie, welche beiderseits von dunklen Fransen eingefasst ist; auf diese folgen helle Fransen, dann wieder dunkle u. s. w. Alle diese Linien sind der Kante parallel, in welcher die beiden Spiegel zusammenstossen.

Fig. 379.



Die Erklärung dieser Erscheinung ergiebt sich aus der Interferenz der Lichtwellen. Die beiden leuchtenden Punkte L_1 und L_2 senden Lichtstrahlen aus, welche sich immer in gleicher Phase befinden, da beide von der gleichen Lichtquelle herrühren.

Beschreibt man nun um L_1 und L_2 als Mittelpunkt zwei Kreise $A_1 A_1$ und $A_2 A_2$ mit gleichem Radius, so ist der Durchschnittspunkt a dieser Kreise gleich weit von L_1 und L_2 entfernt. Die von L_1 und L_2 ausgehenden Wellen treffen also im Punkte a mit der Phasendifferenz Null zusammen; daher werden sich in a die beiden Lichtwirkungen von L_1 und L_2 summiren. Geht man auf dem Kreise $A_2 A_2$

nach rechts weiter, so nähert man sich dem Punkte L_1, während die Entfernung von L_2 constant bleibt. Der Punkt b möge so liegen, dass die Phasendifferenz der beiden Wellen gleich einer halben Wellenlänge sei, dass also

$$L_2 b - L_1 b = \frac{1}{2} \lambda.$$

Es werden dann in b die Wirkungen der beiden Wellen sich gerade aufheben, es wird in b dunkel sein.

Geht man noch weiter, so kommt man zu einem Punkte c, welcher so liegt, dass

$$L_2 c - L_1 c = \lambda,$$

dass also die Differenz der Weglängen gleich einer ganzen Wellenlänge ist, oder die Phasendifferenz gleich Null wird. In c werden sich daher wieder die Lichtwirkungen summiren.

Da nach links die Erscheinung der oben beschriebenen ganz gleich ist, so folgt daraus folgendes Resultat: Wendet man einfaches homogenes Licht an, so erhält man in der Mitte und an allen Orten, wo die Wegdifferenz der Strahlen 1λ, oder 2λ, 3λ . . . ist, grosse Helligkeit, an allen Orten dagegen, wo die Wegdifferenz der Strahlen gleich $\frac{1}{2}\lambda$ oder $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$ . . . ist, Dunkelheit. An den Zwischenpunkten (z. B. von a nach b) geht die Helligkeit ganz allmälig von dem grössten zum kleinsten Werthe über. Da nun das von L ausgehende Licht durch die Spiegel nicht bloss nach einer Ebene reflectirt wird, so hat man in der Mitte nicht bloss einen hellen Punkt a, sondern eine helle Linie, die, wie schon erwähnt, der Kante parallel ist, in welcher die beiden Spiegel zusammenstossen; ebenso erhält man eine dunkle Linie, welche durch b geht, dann wieder eine helle, welche durch c geht u. s. w. Beim Uebergange von der hellen Linie a zur hellen Linie c nimmt die Helligkeit allmälig ab, bis man nach b kommt, dann nimmt sie über b hinaus allmälig wieder zu u. s. f.

Untersucht man nun den Abstand der beiden hellen Linien, welche durch a und c gehen, so findet man, dass dieser Abstand sich ändert, wenn man verschiedenfarbiges Licht anwendet. Der Abstand ist am grössten bei Anwendung des rothen, am kleinsten bei Anwendung des violetten Lichtes; dieser kleinste Abstand ist nahezu halb so gross, wie der grösste. An der Stelle b, welche für rothes Licht dunkel erscheint (wo also die Wegdifferenz gleich $\frac{1}{2}\lambda_r$ ist), hat das violette Licht nahezu fast vollständige Helligkeit. Die gleiche Wegdifferenz ist also auch gleich λ_v, wenn mit λ_r, resp. λ_v die Wellenlängen für rothes, resp. violettes Licht bezeichnet werden. Es ist daher nahezu $\frac{1}{2}\lambda_r = \lambda_v$, oder die Wellenlänge des violetten Lichtes ist nahezu halb so gross, als jene des rothen Lichtes ist. Untersucht man die verschiedenen Spectralfarben, so findet man allgemein, dass die Wellenlänge des verschiedenfarbigen Lichtes immer mehr abnimmt, je mehr man sich vom rothen Ende des Spectrums ausgehend dem violetten Ende nähert.

Aus dem Winkel, den die beiden Spiegel mit einander bilden, und aus dem Abstande des Lichtpunktes L von denselben, lässt sich die Lage der Punkte L_1 und L_2 berechnen. Bestimmt man dann ferner die Länge ac, so hat man alle Grössen um $L_2 c - L_1 c = \lambda$, oder die Wellenlänge selbst zu berechnen.

Fresnel[1]) hat zuerst den beschriebenen Spiegelversuch angestellt und für tiefrothes Licht die Messung durchgeführt; für die Wellenlänge desselben erhielt er

$$\lambda_r = 0{,}000638 \text{ mm}.$$

Geht von der Lichtquelle L nicht einfaches, sondern zusammengesetztes, z. B. weisses Licht aus, so werden die Fransen, wegen ihrer ungleichen Breite für die verschiedenen im weissen Lichte enthaltenen Farben, nicht rein weiss erscheinen können. Die mittlere Franse hat beiderseits einen rothen Saum; die ersten hellen Fransen zu beiden Seiten sind nach der Mitte hin blau, nach aussen roth gesäumt. Diese Dispersion tritt um so deutlicher hervor, je weniger der Winkel der beiden Spiegel sich von 180° unterscheidet, je näher daher die Spiegelbilder L_1 und L_2 der Lichtquelle zusammenrücken und je breiter in Folge hiervon die Fransen werden.

Die besprochenen Interferenzerscheinungen, und insbesondere die Thatsache, dass unter bestimmten Umständen, Licht zu Licht gefügt, Dunkelheit liefern kann, beweisen, dass das Licht eine Wellenbewegung ist; dieselben zeigen ferner, dass das verschiedenfarbige Licht durch die verschiedene Länge der Wellen charakterisirt ist.

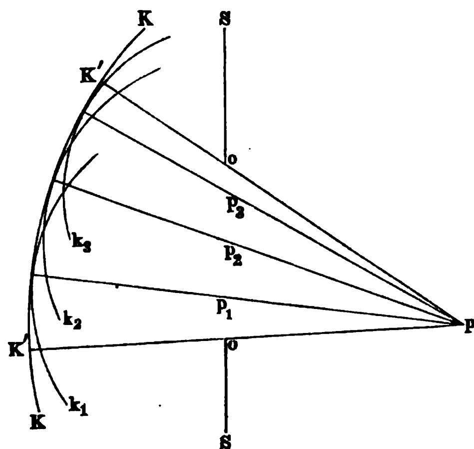
§. 214.

Geradlinige Ausbreitung, Beugung des Lichtes. — Wenn von einem leuchtenden Punkte P, Fig. 380, Licht durch die Oeffnung oo eines undurchsichtigen Schirmes SS geht, so werden durch die Wellenbewegung zunächst die in dieser Oeffnung gelegenen Aethertheilchen erschüttert, und diese, wie z. B. p_1, p_2, p_3, können wieder als neue Wellenmittelpunkte angesehen werden, von welchen aus sich die Bewegung weiter verbreitet. Die von einem einzigen Theilchen ausgehende Bewegung ist an sich zu schwach, um wahrgenommen zu werden. Zur Erreichung eines merklichen Lichteffects an einer Stelle ist es nothwendig, dass die von einer grossen Summe von Aethertheilchen ausgegangenen Bewegungen daselbst in gleicher Schwingungsphase zusammentreffen. Für die von den Punkten p_1, p_2, p_3 fortgepflanzten Einzelbewegungen oder Elementarwellen, welche sich in den Kreisen k_1, k_2, k_3 darstellen, ist dies nur in denjenigen Theilen der Fall, welche in den um den Mittelpunkt P beschriebenen Wellenbogen $K'K'$ fallen, weil dessen Punkte alle gleich weit von dem Ursprunge der Welle abstehen und von der gleichartigen Bewegung also in der nämlichen Zeit erreicht werden. $K'K'$ ist ein Durchschnitt durch die resultirende kugelförmige Lichtwelle. Seitwärts von den bei o streifenden Grenzstrahlen nach Kk_1 hin kann, wenn die

[1]) Fresnel, Pogg. Ann. 3 (1825).

Oeffnung im Schirme nicht sehr eng ist, kein wirksames Licht sich fortpflanzen, weil die von p_1, p_2, p_3 . . . ausgehenden Einzelwellen keinen nach jenen Richtungen hin liegenden Ort ohne Phasenunterschied erreichen. Es erklärt sich hiernach, warum das Licht sich in gerader Linie fortpflanzt.

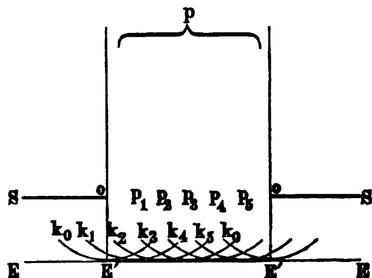
Fig. 380.



Wenn der leuchtende Punkt P sehr weit entfernt, z. B. ein Punkt der Sonne ist, so sind die Strahlen, wie in Fig. 381, als parallel anzusehen; sie stehen sämmtlich rechtwinkelig auf der ebenen Lichtwelle $E'E'$. Parallele Strahlen und ebene Wellen bedingen daher einander nothwendig.

Wenn indessen eine Oeffnung, durch welche das Licht dringt, eng genug ist, so kann man auch noch seitlich Licht wahrnehmen. Alle derartigen Erscheinungen, bei welchen das an den Kanten undurchsichtiger Körper vorübergehende Licht an den Kanten umbiegt und mehr oder weniger in den Schatten hineinragt, werden mit dem Namen **Beugung** des Lichtes bezeichnet. Die Beugungserscheinungen erklären sich aus dem Zusammenwirken der Elementarwellen, welche von den in der schmalen Oeffnung oder an den Rändern der undurchsichtigen Schirme befindlichen Aethertheilchen ausgehen.

Fig. 381.



Parallelstrahlen, welche rechtwinkelig auf die Oeffnung CD (Fig. 382, a. f. S.) fallen, gehen ungehindert durch, so dass sich jenseits eine ebene Welle mn, auf welcher alle Aethertheilchen in gleicher Phase schwingen, fortpflanzt. Werden die dieser Welle angehörigen Parallelstrahlen im Brennpunkte einer Sammellinse oder auf der Netzhaut des Beobachters vereinigt, so summirt sich die Vibrationsintensität aller Elementarstrahlen auf der Vereinigungsstelle. Von den in der Oeffnung CD befindlichen Aethertheilchen, welche durch die ankommende Welle in Schwingung versetzt werden, gehen aber auch in jeder anderen Richtung, als in derjenigen rechtwinkelig zum Schirme, Bewegungen aus, und ihre endliche Wirkung hängt nur davon ab, in welcher Weise sich die in jeder einzelnen Richtung fortgepflanzten Parallelstrahlen bei ihrer Vereinigung durch Linse oder Auge gegenseitig verstärken oder schwächen.

Denkt man sich zunächst, dass nur homogenes rothes Licht, dessen Wellenlänge λ sei, auf den Schirm falle, und betrachtet man Strahlen, welche unter solcher Neigung von dem Schirme fortgehen, dass der Gang-

Fig. 382.

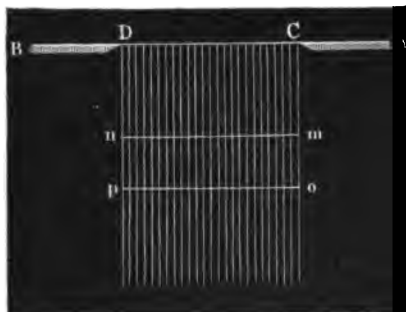
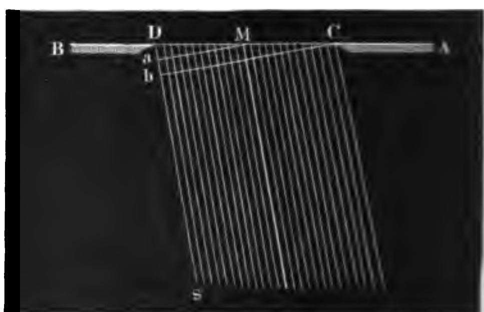


Fig. 383.



unterschied Db (Fig. 383) der beiden an D und C vorübergehenden Randstrahlen einer ganzen Wellenlänge λ gleich ist, so ist der Gangunterschied des Randstrahles D und des Mittelstrahles M gleich einer halben Wellenlänge. Derselbe Gangunterschied $\frac{1}{2}\lambda$ besteht aber zwischen den auf D und M nach rechts zunächst folgenden Strahlen u. s. f. bis zu den Strahlen M und C, deren Phasenunterschied ebenfalls eine halbe Wellenlänge beträgt. An der Stelle, wo diese ganze Strahlenmenge zur Vereinigung gebracht wird, muss daher die Wirkung der einen Hälfte diejenige der anderen völlig aufheben. Die Neigung α gegen die Normale des Schirmes, unter welcher diese vollständige Aufhebung eintritt, bestimmt sich durch die Gleichung:

$$B \, . \, \sin \alpha = \lambda,$$

wenn $CD = B$ die Breite der Oeffnung bezeichnet.

Unter einer Neigung, bei welcher der Gangunterschied der Randstrahlen D und C, Fig. 384, gleich drei halben Wellenlängen wird, kann eine so vollständige Aufhebung nicht eintreten. Es findet zwar zwischen dem ersten und zweiten Drittel der ganzen Strahlenmasse ein vollkommener Gegensatz statt, weil je zwei ihrer Lage nach sich entsprechende Strahlen einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge haben. Die Wirkung des letzten Drittels bleibt aber übrig. Dasselbe gilt für Strahlen, welche unter dem gleichen Winkel nach der anderen Seite geneigt sind. Die beiden ersten seitlichen Beugungsbilder, welche von dem mittleren hellen Bilde der Spalte durch dunkele Streifen

Fig. 384.



getrennt sind, haben mithin Licht von nur $\frac{1}{3}$ der Vibrationsstärke (Amplitude) und dies entspricht, da die Lichtstärken sich wie die Quadrate der Vibrationsweiten verhalten, $\frac{1}{9}$ der Helligkeit des centralen Bildes, oder der direct durch die Spalte gehenden Welle.

Unter einer Neigung, bei welcher die Randstrahlen einen Gangunterschied von vier halben oder zwei ganzen Wellenlängen haben, wird je ein Viertel der Strahlenmenge zum folgenden Viertel sich im vollkommenen Gegensatze befinden und somit wieder vollständige Aufhebung stattfinden. Unter einer Neigung, bei welcher die Randstrahlen einen Gangunterschied von fünf halben Wellenlängen haben, wird dagegen $\frac{1}{5}$ der Strahlenmenge zur Geltung kommen. Die Intensität des Lichtes wird aber bloss $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$ sein. Die Neigungswinkel α für die verschiedenen Maxima der Lichtstärke lassen sich daher durch die Gleichung:

$$sin\ \alpha = \frac{2n + 1}{2} \frac{\lambda}{B}$$

berechnen, worin n eine beliebige ganze Zahl bedeutet. Setzt man $n = 1$, so erhält man die Neigung für das erste Beugungsbild, u. s. w. Es wechseln somit nach beiden Seiten von der Mitte aus helle und dunkle Streifen, die ersteren aber von immer mehr abnehmender Lichtstärke, etwa wie in Fig. 385 (unterste Reihe). Bei Anwendung von brechbarerem Lichte, etwa von Grün oder Violett, ist die Erscheinung ähnlich; aber die Beugungsbilder rücken dichter zusammen (Fig. 385); denn je kleiner λ wird, um so kleiner wird auch der zugehörige Werth von α nach der obigen Gleichung.

Fig. 385.



Bedient man sich daher weissen Lichtes, so decken sich die verschiedenen Beugungsbilder nur theilweise. In der Mitte beobachtet man ein weisses Bild, beiderseits mit gelbrothem Rande; in dem ersten seitlichen Beugungsstreifen liegt Violett und Blau dem centralen Streifen zunächst, dann Gelb, Orange und Roth weiter nach aussen.

Je enger die Spalte, je kleiner also der Werth von B, um so grösser wird α, desto weiter rücken also die Beugungsbilder aus einander. Gleichzeitig treten bei Anwendung weissen Lichtes die Farben in den dem centralen Bilde zunächst gelegenen Beugungsbildern weiter aus einander. Wenn die Breite der Spalte nur einen kleinen Bruchtheil eines Millimeters beträgt, und wenn man, der genügenden Lichtstärke wegen, zahlreiche gleich weit von einander abstehende parallele Spalten, oder ein sogenanntes Gitter, anwendet, so fallen die Beugungsspectra homogen genug aus, um bei Anwendung des Sonnenlichtes die Fraunhofer'schen Linien sichtbar werden zu lassen. Nennt man die Breite einer Spalte sammt dem undurchsichtigen Zwischenraume, welcher sie von der nächsten Spalte trennt, B, die irgend einer der Fraunhofer'schen Linien entsprechende Wellenlänge λ, so wird diese Linie in dem ersten seitlichen Beugungs-

bilde unter einer Neigung α gegen die Normale sichtbar, welche durch die Gleichung:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{B}$$

bestimmt ist.

Wenn das Gitter mittelst einer Theilmaschine auf Glas geritzt ist, so kennt man die Grösse B genau; weiss man ausserdem die den verschiedenen Linien entsprechenden Werthe von α, so ergeben sich hieraus die diesen Linien entsprechenden Wellenlängen in Luft mit grosser Genauigkeit.

In der folgenden Tabelle sind für die Fraunhofer'schen Linien B bis H die Wellenlängen angegeben; gleichzeitig ist die Anzahl der Schwingungen mitgetheilt, welche das verschiedenfarbige Licht in einer Secunde macht. Wie schon in §. 211 gezeigt, ist

$$\lambda = C \, . \, T,$$

wo C die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und T die Schwingungsdauer des Lichtes, ausgedrückt in Secunden, bezeichnet. Daher stellt $\frac{1}{T}$ die Anzahl der Schwingungen pro Secunde dar. Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit C des Lichtes gleich 42 000 Meilen, oder 308 000 000 m, oder 308 . 10^9 mm ist, so hat man

$$\frac{1}{T} = \frac{308 \, . \, 10^9}{\lambda},$$

vorausgesetzt, dass λ auch in Millimetern bestimmt ist.

Fraunhofer'sche Linien	Wellenlängen in der Luft	Anzahl der Schwingungen in einer Secunde
B	0,000687 mm	$449 \, . \, 10^{12}$
C	656 „	$469 \, . \, 10^{12}$
D	589 „	$523 \, . \, 10^{12}$
E	527 „	$584 \, . \, 10^{12}$
F	486 „	$614 \, . \, 10^{12}$
G	430 „	$719 \, . \, 10^{12}$
H	393 „	$784 \, . \, 10^{12}$

Die Farbenscala von B bis H umfasst, im Sinne der Tonverhältnisse ausgedrückt, nicht ganz den Bereich einer Octave. Nimmt man aber das äusserste Roth (etwa A) und vergleicht dasselbe mit dem letzten noch wahrnehmbaren Violett, so wächst die Schwingungszahl auf das Doppelte, so dass die Octave erreicht wird. Es werden weiter unten Mittel angegeben werden, die Länge des Spectrums auf der Seite des Violett noch beträchtlich zu erweitern, indem die unsichtbaren, aber chemisch wirksamen Strahlen von kleinerer Wellenlänge, welche noch brechbarer als Violett sind, sichtbar gemacht werden. Auch jenseits der Grenze des sichtbaren Roth findet man, wenigstens bei der Analyse der Sonnenstrahlen

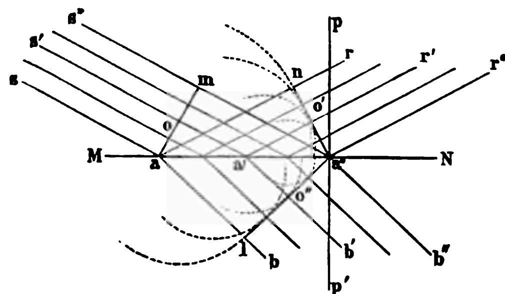
durch das Steinsalzprisma, noch Strahlen, welche ihr Dasein durch ihre wärmende Wirkung verrathen. Diese dunkeln Wärmestrahlen besitzen eine noch grössere Wellenlänge als das äusserste Roth.

§. 215.

Erklärung der Reflexion und Brechung des Lichtes durch die Undulationstheorie. — Es ist schon in §. 184 die Beobachtung von Fizeau mitgetheilt, nach welcher das Licht langsamer im Wasser als in der Luft fortgepflanzt wird. Durch den (im §. 213 beschriebenen) Interferenzversuch Fresnel's lässt sich nun allgemein zeigen, dass die Geschwindigkeit des Lichtes um so kleiner wird, je stärker brechend das Medium ist. Wenn man nämlich bei dem Interferenzversuche in den Weg eines der nach der Reflexion sich kreuzenden Lichtbüschel ein sehr dünnes Spaltungsblättchen von Glimmer, oder ein äusserst feines Glasblättchen, wie man es durch rasches Aufblasen einer erweichten Glasmasse erhält, einschiebt, so tritt eine seitliche Verschiebung der Interferenzstreifen ein. Der mittlere helle Streifen entsteht aber an der Stelle, welche von den beiden von L ausgegangenen Wellen in der gleichen Zeit erreicht wird. Verzögert demnach ein Blättchen aus stärker brechender Substanz den Fortgang des Lichtes, so muss die Verschiebung der Streifen nach der Seite desjenigen Lichtbüschels hin stattfinden, welches das Blättchen durchdrang, und so ist es in der That.

Stellt MN, Fig. 386, die Grenzfläche zweier durchsichtiger Körper dar, von denen der untere optisch dichter als der obere ist, so wird in dem oberen Körper das Licht sich schneller fortpflanzen, als in dem unteren. Sind sa, $s'a'$, $s''a''$ Elementarstrahlen eines auf die Grenzfläche MN auffallenden Bündels paralleler Strahlen, und ist $a\,o\,m$ die zu diesem Strahlenbündel gehörige Ebene, so ist jeder der Punkte a, a', a'', welche die Wellenebene in verschiedenen Zeiten erreicht, als der Mittelpunkt einer neuen Welle zu betrachten. Diese letzteren breiten sich in beiden Mitteln aus und zwar in dem oberen Mittel mit der gleichen Geschwindigkeit, wie die ursprüngliche Welle. Bis der Punkt m der einfallenden Welle nach a'' gelangt ist, hat sich von a aus eine Elementarwelle von dem Radius $an = ma''$, von a' aus eine Elementarwelle von dem Radius $a'o' = ma'' - oa'$ ausgebreitet. Die sämmtlichen von $a, a' \ldots$ ausgegangenen Elementarwellen werden von einer Ebene $a''n$ berührt und rechtwinkelig zu dieser Ebene pflanzen sich die reflectirten Strahlen an, $a'o' \ldots$ fort. Da das rechtwinkelige Dreieck $aa''n$ dem Dreiecke $aa''m$ congruent ist, so folgt, dass die zurückgeworfenen Strahlen

Fig. 386.



mit der reflectirenden Fläche *MN* den gleichen Winkel bilden, wie das einfallende Strahlenbündel.

Von den Punkten a, a', a'' pflanzen sich aber auch die Wellen in das untere Mittel fort, nur mit geringerer Geschwindigkeit. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in dem unteren Mittel betrage beispielsweise nur $^3/_4$ von derjenigen im oberen, so wird der Radius $al = {}^3/_4\, ma''$, der Radius $a'o'' = {}^3/_4\, a'o'$ sein. Die ebene Welle $a''o''l$, welche die zu diesen Radien gehörigen Elementarwellen berührt, bildet mit der Trennungsfläche *MN* nicht denselben Winkel wie die einfallende Welle; in gleicher Weise verhalten sich die gebrochenen Strahlen ab, $a'b'$, $a''b''$, welche senkrecht zu $a''l$ stehen, gegenüber den einfallenden Strahlen. Es ist

der Einfallswinkel $i = \measuredangle\, ma''p = maa''$,
der Brechungswinkel $r = \measuredangle\, p'a''b'' = aa''l$,

daher ist

$$sin\ i = sin\ maa'' = \frac{ma''}{aa''}$$

$$sin\ r = sin\ aa''l = \frac{al}{aa''}.$$

Somit

$$\frac{sin\ i}{sin\ r} = \frac{ma''}{al}.$$

Das Verhältniss $\frac{ma''}{al}$ giebt das Verhältniss der Geschwindigkeit des Lichtes in dem oberen zu jener in dem unteren Mittel an; daher sagt die obige Gleichung aus: Die Sinus des Einfalls- und Brechungswinkels verhalten sich wie die Geschwindigkeiten des Lichtes in den beiden an einander grenzenden Mitteln. Es ist hiernach klar, dass das obige Verhältniss der Sinus, d. h. das Brechungsverhältniss, das gleiche bleibt, wenn der Einfallswinkel sich ändert. Indess findet diese Unabhängigkeit des Brechungsverhältnisses von dem Einfallswinkel nur so lange statt, als das Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten selbst vom Einfallswinkel unabhängig ist. Die sogenannten isotropen Mittel, d. h. alle jene, bei welchen die Elasticität des Aethers in der Umgebung eines Molecüls nach allen Richtungen hin die gleiche ist, pflanzen auch nach allen Richtungen das Licht mit gleicher Geschwindigkeit fort. Bei den krystallisirten Körpern dagegen, mit Ausnahme der regulären Krystalle, werden die Erscheinungen der Brechung verwickelter, eben weil die Elasticität des Aethers bei diesen Körpern nach verschiedenen Richtungen eine ungleiche ist und in Folge dessen auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes von der Richtung abhängt, in welcher es den Krystall durchdringt.

Die Farbe des Lichtes ist durch die Schwingungsdauer bestimmt. Wenn daher das Licht beim Uebertritt aus einem Medium in ein anderes seine Farbe nicht ändert, so ist auch die Schwingungsdauer unverändert geblieben. Nimmt man nun an, dass die Wellenlänge einer bestimmten Lichtgattung im Mittel I. gleich λ_1, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich C_1 und die Schwingungsdauer gleich T sei, so hat man

$$\lambda_1 = C_1 \,.\, T.$$

Für das Mittel II. hat das gleiche Licht die nämliche Schwingungsdauer T, und daher ist

$$\lambda_2 = C_2 \, . \, T.$$

Somit

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{C_1}{C_2} = n,$$

wenn n den relativen Brechungsexponenten beim Uebergang des Lichtes aus dem Mittel I. in das Mittel II. darstellt. Nennt man die absoluten Brechungsexponenten beider Mittel n_1 und n_2, so ist

$$\frac{n_2}{n_1} = n.$$

Daher

$$\lambda_1 : \lambda_2 = n_2 : n_1,$$

oder: Die Wellenlängen des Lichtes gleicher Schwingungsdauer verhalten sich in verschiedenen Medien umgekehrt wie die absoluten Brechungsexponenten dieser Medien.

Nach diesem Satze findet man aus der Wellenlänge 0,000689 mm in der Luft für die Fraunhofer'sche Linie B, für denselben Strahl im Flintglase die Wellenlänge 0,000423 mm, indem der Brechungsexponent des Flintglases für diesen Strahl gleich 1,6277 ist.

Die Zerstreuung des Lichtes bei der Brechung beweist, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, welche im leeren Raume und sehr nahe auch in der Luft für alle Farben eine gleiche ist, beim Uebertritt in ein stärker brechendes Medium für die verschiedenen Farben nicht in gleichem Verhältnisse abnimmt. Die Verminderung ist vielmehr beim violetten Lichte am stärksten, beim rothen am schwächsten. Für jeden Farbenstrahl ist aber das Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten im leeren Raume und in der brechenden Substanz durch den absoluten Brechungsexponenten ausgedrückt.

§. 216.

Die Newton'schen Ringe. — Wenn man eine schwach convexe Linse, an deren Fassung eine Schraube angeschnitten ist, auf eine ebene Glasplatte, deren Fassung die Schraubenmutter enthält, durch Zuschrauben aufpresst, so erhält man concentrisch um den Berührungspunkt ein System farbiger Ringe, die sogenannten Newton'schen Farbenringe. Lässt man einfache, z. B. homogene rothe Strahlen senkrecht auf den Apparat fallen, so beobachtet man im reflectirten Lichte an der Berührungsstelle einen dunklen Fleck, welchen ein heller Ring einschliesst, und weiterhin eine grosse Menge heller und dunkler Ringe von immer geringerer Breite und dichter zusammenrückend, wie in Fig. 387 (a. f. S.).

Im durchfallenden Lichte ist die Erscheinung die complementäre: ein centraler heller Fleck, dunkle Ringe, wo im reflectirten Lichte helle erscheinen, und umgekehrt. Hat man die Halbmesser der Ringe gemessen, so lässt sich aus der Krümmung der Linse leicht berechnen, wie dick die zwischen beiden Gläsern enthaltene Luftschicht an den Stellen ist, wo die

hellen und dunklen Ringe auftreten. Man findet diese Dicken für das Ringsystem im reflectirten Lichte

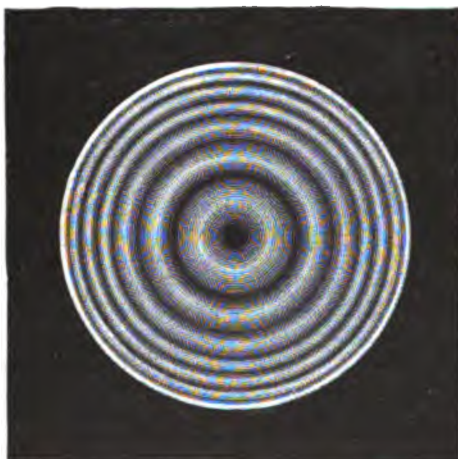
an den dunklen Stellen $O, \frac{2\lambda}{4}, \frac{4\lambda}{4}, \frac{6\lambda}{4} \dots$

an den hellen Stellen $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \dots$

wenn λ die Wellenlänge des angewendeten homogenen Lichtes in der Substanz bedeutet, welche zwischen den beiden Gläsern enthalten ist.

Da die Wellenlänge des violetten Lichtes nahezu halb so gross als jene des rothen Lichtes ist, so sind die Ringe im violetten Lichte fast nur halb so gross, als die entsprechenden des rothen Lichtes. Die Ringe rücken ferner näher zusammen, wenn man zwischen beiden Gläsern statt Luft Wasser einschaltet, weil die Wellenlänge des gleichen Farbenstrahles im Wasser kleiner ist als in der Luft.

Fig. 387.



Die Ringe im reflectirten Lichte entstehen aus der Interferenz der Strahlen, welche an der oberen Grenzfläche der dünnen Zwischenschicht zurückgeworfen werden, mit denjenigen, welche in die dünne Schicht eingedrungen sind und von der unteren Grenzfläche derselben reflectirt werden. Diese letztere Strahlenmenge ist indess, weil sie ausser der Reflexion noch zwei Brechungen erlitten hat, etwas lichtschwächer als die erstere; daher kann die Aufhebung des Lichtes in den dunklen Ringen keine vollständige sein.

Im reflectirten Lichte müsste, wenn die Erscheinung allein von dem Gangunterschiede der Lichtstrahlen abhängig wäre, der erste dunkle Ring da auftreten, wo die Dicke der Schicht gleich $\frac{\lambda}{4}$, der zweite dunkle Ring da, wo die Dicke der Schicht gleich $\frac{3\lambda}{4}$ wäre, u. s. f. Denn der an der unteren Grenzfläche reflectirte Strahl legt einen um die doppelte Dicke der Schicht längeren Weg zurück, als der an der oberen Grenzfläche zurückgeworfene, somit kommt an den bezeichneten Stellen ein Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2} \dots$ heraus, ein Unterschied, bei welchem sich die beiden Strahlen nothwendig aufheben. In der Mitte dagegen, wo die Dicke der Schicht Null ist, und da, wo sie $\frac{2\lambda}{4}, \frac{4\lambda}{4} \dots$ beträgt, müssten, da der

Gangunterschied in diesem Falle $O, \lambda, 2\lambda$ ... ist, Maxima der Lichtstärke zu beobachten sein.

Die Erscheinung ist aber gerade die umgekehrte, und zwar aus dem Grunde, weil die beiden interferirenden Strahlenmengen sich ausser durch den ungleichen Weg auch noch dadurch unterscheiden, dass die eine an der Oberfläche eines optisch dünneren, die andere dagegen an der Oberfläche eines optisch dichteren Mittels zurückgeworfen wird. Die Schwingungsrichtung des Aethers im letzteren Strahle wird bei der Zurückwerfung gerade umgekehrt, ähnlich wie eine elastische Masse zurückprallt, welche gegen eine schwerere elastische Masse anstösst, während die Schwingungsrichtung im ersteren Strahle ungeändert bleibt, ähnlich wie eine elastische Masse nach dem Stosse gegen eine Masse von geringerem Gewichte noch in gleichem Sinne sich zu bewegen fortfährt. Eine Umkehrung der Schwingungsrichtung ist aber gleich zu achten einer Verzögerung um eine halbe Wellenlänge, welche daher zu dem Gangunterschiede an jeder Stelle noch hinzuzufügen ist. Daher der dunkle Fleck in der Mitte und die Minima an den Stellen, wo die Dicke der Schicht einer geraden Anzahl von Viertelwellen gleich ist.

§. 217.

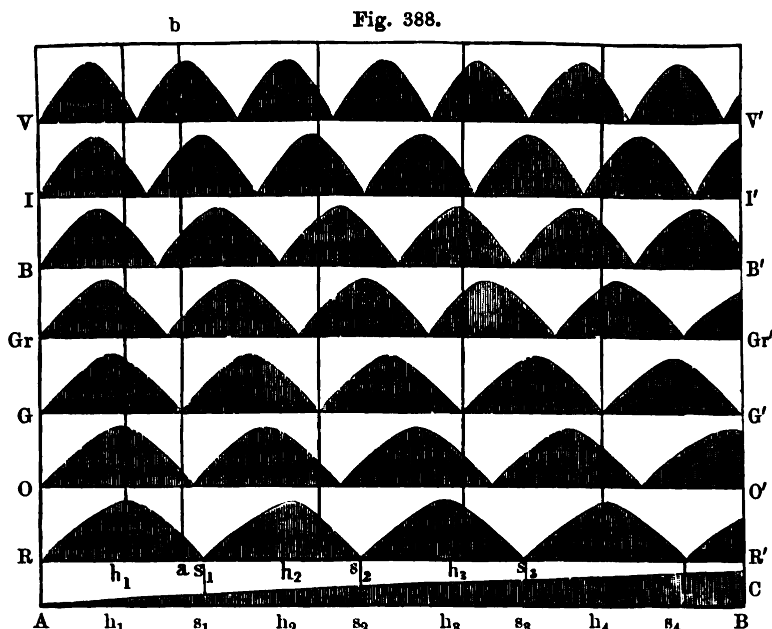
Farben dünner Blättchen. — Die Erscheinung der Interferenz an dünnen Blättchen ist im vorigen Paragraphen so betrachtet, wie sie eine zwischen einer schwach convexen Linse und einer ebenen Platte eingeschlossene Luftschicht im homogenen Lichte zeigt. Durchgängig gleich breite, parallele, abwechselnd helle und dunkle Streifen würde man im homogenen Lichte erhalten, wenn man zwei Glasstreifen so auf einander presste, dass an dem einen Ende, etwa durch dazwischen gelegtes Goldblatt, ein kleiner Zwischenraum bliebe, der von hier aus bis zum anderen Ende gleichmässig auf Null abnähme. In Fig. 388 (a. f. S.) stellt die Seite BC des Dreieckes ABC die Tiefe der Schicht an dem einen Ende (in vergrössertem Maassstabe) dar; die darüber verzeichneten Curvensysteme versinnlichen, wie die Maxima und Minima der verschiedenen Farben (R = Roth, O = Orange u. s. w.), von dem gemeinsamen Minimum an der Berührungsstelle A aus, auf einander folgen. Die Erscheinung, welche im weissen Lichte entsteht, setzt sich an jeder Stelle aus der Mischung sämmtlicher Farben in dem Intensitätsverhältnisse zusammen, wie es auf einer senkrecht über jener Stelle errichteten Linie zu finden ist. Da von der Berührungsstelle aus anfänglich alle Farben gleichzeitig eine allmälig steigende Intensität erhalten, das Violett aber zuerst das Maximum erreicht, so wird zunächst Weisslichblau, dann Blassgelb und bei der h_1 entsprechenden Dicke — wo das Roth ins Maximum getreten, Blau und Violett dagegen dem Minimum nahe sind — Roth erscheinen.

Von h_1 bis h_3 findet man fast immer nur eine, höchstens zwei Farben im Maximum, die übrigen in weit zurücktretender Intensität; daher erscheinen die in diesem Zwischenraume auftretenden Mischtöne vorzugsweise kräftig gefärbt und nähern sich am meisten der Homogenität. Weiterhin treffen die Senkrechten, je dicker die Schicht wird, desto mehr einzelne Farbenstrahlen im Maximum, während dazwischen liegende

Strahlen im Minimum sind, so dass die Mischtöne wieder blasser werden und sich, nach einigen Abwechselungen zwischen Blassroth und Blaugrün, dem Weiss nähern.

Da die nämlichen Farben in einer grossen Anzahl anderer Interferenzerscheinungen, namentlich in denjenigen des polarisirten Lichtes in Krystallen, in ganz ähnlicher Weise auftreten, so wird es zweckmässig

Fig. 388.



sein, die gebräuchliche Nomenclatur und Eintheilung derselben hier anzuführen. Von dem dunklen Fleck der Berührungsstelle aus unterscheidet man folgende Farbenordnungen.

Erste Ordnung (Dicke der Luftschicht 0 bis 0,0002 mm): Blaugrau, Blassgrün, Blassgelb, Orange, Roth.

Zweite Ordnung (Dicke der Luftschicht 0,0002 bis 0,0005 mm): Purpur, Indigo, Himmelblau, Gelb, Carmoisin.

Dritte Ordnung (Dicke der Luftschicht 0,0005 bis 0,0008 mm): Purpur, Indigo, Grün, Gelb, Carmoisin.

Vierte Ordnung (Dicke der Luftschicht 0,0008 bis 0,00011 mm): Blassroth, Blassgrün.

Die Farben der zweiten und dritten Ordnung sind die lebhaftesten. Nach der vierten Ordnung folgen nur Abwechselungen von blassem Roth mit Blaugrün mit immer grösserer Beimischung von Weiss. — Besteht die Schicht nicht aus Luft, sondern aus einer stärker brechenden Substanz, so findet man die den Farbenordnungen entsprechenden Dicken durch Division der oben angegebenen Zahlen durch den Brechungsexponenten der betreffenden Substanz.

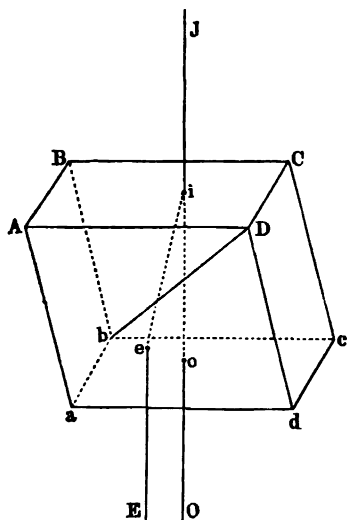
Bei den Ringen im durchfallenden Lichte ist die Farbenfolge die complementäre zu der oben angeführten.

Die lebhaften Farben der Seifenblasen, das Irisiren dünner Fettschichten auf Wasser, sowie mancher Mineralien, deren Oberflächen chemische Veränderungen erlitten haben, die Farben des angelaufenen Stahles, entstehen in ähnlicher Weise, wie die oben beschriebenen Erscheinungen, nämlich aus dem Zusammenwirken der Strahlen, welche an der oberen und unteren Grenze dünner durchsichtiger Schichten zurückgeworfen werden, auf welche das Licht trifft.

§. 218.

Polarisation durch Doppelbrechung. — Ein Lichtstrahl kann ausser seiner Intensität und Farbe noch andere Eigenschaften besitzen, welche ihn von einem anderen Lichtstrahle unterscheiden. Man hat dies zuerst an dem Lichte erkannt, welches durch einen Kalkspathkrystall hindurchgegangen ist. Lässt man nämlich auf einen Kalkspath einen Lichtstrahl fallen, so spaltet sich derselbe im Allgemeinen in zwei Strahlen. Fig. 389 stellt ein Kalkspathrhomboëder dar; die krystallographische Hauptaxe verbindet die beiden Ecken *D* und *b*. Fällt der Lichtstrahl *Ji* senkrecht zur Fläche *ABCD*, so geht ein Theil desselben, nämlich *io O*, ungebrochen durch, ein anderer Theil *ie* wird abgelenkt und ist nach seinem Austritt aus dem Krystalle der ursprünglichen Richtung parallel; *eE* parallel *o O*. Die beiden Strahlen *o O* und *eE* haben gleiche Helligkeit. Dreht man den Krystall um den einfallenden Lichtstrahl *Ji* als Axe, so bleibt die Lage von *o O* unverändert, der zweite Lichtstrahl *eE* bewegt sich dagegen in demselben Sinne um *o O*, wie die Drehung erfolgt. Da der Strahl (*io O*) dem gewöhnlichen Brechungsgesetze folgt, so nennt man ihn den ordentlichen Strahl, während der Strahl (*ieE*), welcher sich nicht so verhält, der ausserordentliche Strahl genannt wird. Der ausserordentliche Strahl *ie* liegt immer in einer bestimmten Ebene, dem sogenannten Hauptschnitte des Krystalles. Der Hauptschnitt ist durch das Einfallsloth des einfallenden Strahles (in dem vorliegenden Falle fällt das Einfallsloth mit *Ji* zusammen) und durch die Linie bestimmt, welche durch den Fusspunkt des Einfallslothes parallel zur Hauptaxe *Db* gelegt ist; der Hauptschnitt nimmt daher entweder die Hauptaxe *Db* auf oder ist derselben parallel.

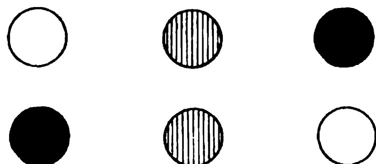
Fig. 389.



Das durch den Kalkspath gegangene Licht unterscheidet sich nun wesentlich von dem auffallenden Lichte. Lässt man nämlich einen der beiden Strahlen oO oder eE auf einen zweiten Kalkspath fallen, so tritt auch hier im Allgemeinen eine Doppelbrechung ein, aber die Intensität der beiden Strahlen hängt ab von der Stellung der beiden Kalkspathe zu einander.

Angenommen, der ordentliche Strahl oO falle senkrecht auf ein zweites Kalkspathrhomboeder, dessen Hauptschnitt mit dem Hauptschnitte des ersten Kalkspathes parallel sei, so tritt keine Doppelbrechung ein; es geht vielmehr nur ein Strahl ungebrochen durch. Dreht man aber den zweiten Kalkspath um den Lichtstrahl oO als Axe, so tritt neben dem ordentlichen Strahle auch ein ausserordentlicher auf, dessen Intensität um so mehr wächst, je weiter die Drehung erfolgt; gleichzeitig nimmt die Intensität des ordentlichen Strahles ab. Bilden die Hauptschnitte der beiden Krystalle einen Winkel von 45⁰ mit einander, so sind die beiden Strahlen, der ordentliche und der ausserordentliche, gleich hell. Bei noch grösserem Winkel wird die Intensität des ausserordentlichen grösser als jene des ordentlichen Strahles, und wenn die Hauptschnitte senkrecht zu einander stehen, ist die Intensität des ordentlichen Strahles gleich Null geworden: es geht nur der ausserordentliche Strahl durch den zweiten Krystall. Die eben beschriebenen Intensitätsverhältnisse des ordentlichen Strahles O, welcher durch einen zweiten Kalkspath gegangen ist, sind in Fig. 390 zur Anschauung gebracht.

Fig. 390.



Wie **Malus** gefunden hat, lässt sich die Intensität der beiden Strahlen durch die folgenden Gleichungen

$$J_0 = O \cos^2 \alpha; \quad J_e = O \sin^2 \alpha$$

ausdrücken. Es stellt hier O die Intensität des Strahles O, J_0 jene des ordentlichen Strahles, J_e jene des ausserordentlichen Strahles, in welche sich O spaltet, dar; α bezeichnet den Winkel, den die beiden Hauptschnitte der Kalkspathe mit einander bilden.

Der ausserordentliche Strahl E, welcher auf den zweiten Kalkspath fällt, verhält sich ähnlich. Wenn die Hauptschnitte 45⁰ mit einander bilden, sind die beiden Strahlen, in welche E gespalten wird, gleich hell. Sind die beiden Hauptschnitte einander parallel oder sind sie senkrecht zu einander, so erhält man nur ein Bild; auch dies fanden wir beim Strahle O. Indessen tritt doch ein Gegensatz zwischen den Strahlen O und E auf. Wir sahen, dass O nur als ordentlicher Strahl durch den zweiten Kalkspath geht, wenn die Hauptschnitte einander parallel sind, dass O dagegen nur als ausserordentlicher durchgeht, wenn die beiden Hauptschnitte senkrecht zu einander sind. Bei dem Strahle E verhält es sich gerade umgekehrt: sind die beiden Hauptschnitte parallel, so geht E nur als ausserordentlicher Strahl durch den Kalkspath u. s. w.

Bei weiterer Drehung als 90⁰ wiederholen sich die früheren Erscheinungen.

Aus den obigen Darlegungen geht hervor, dass der Kalkspath die durch ihn hindurchgegangene Licht wesentlich modificirt hat. Denn während das natürliche Licht, welches durch einen Kalkspath geht, seine Intensität nicht ändert, wenn man den Kalkspath um das einfallende Licht als Axe dreht, erleidet das Licht, welches bereits durch einen Kalkspath getreten ist, die oben angeführten Intensitätsänderungen, wenn man es durch einen zweiten Kalkspath treten lässt und einen der Kalkspathe dreht. Man nennt die Veränderung, welche das Licht beim Durchtritt durch einen Kalkspath erfährt, Polarisation, und einen Lichtstrahl, welcher diese Veränderung erfahren hat, polarisirt.

Der ordentliche Strahl O und der ausserordentliche E stehen in einem gewissen Gegensatze; man kann aber das Verhalten dieser beiden Strahlen in gleicher Weise ausdrücken, wenn man eine neue Grösse, die Polarisationsebene, einführt. Ein polarisirter Strahl geht dann bloss als ordentlicher durch einen zweiten Kalkspath, wenn die Polarisationsebene des Strahles parallel zum Hauptschnitte dieses Kalkspathes steht. Hiernach fällt die Polarisationsebene des Strahles O mit dem Hauptschnitte des ersten Kalkspathes zusammen, die Polarisationsebene des Strahles E steht dagegen senkrecht zum Hauptschnitte und also auch senkrecht zur Polarisationsebene des Strahles O. Man nennt aus diesem Grunde die beiden Strahlen O und E senkrecht zu einander polarisirt.

Die Intensitätsverhältnisse lassen sich nun leicht für beide Strahlen nach dem bereits angeführten Gesetze von Malus angeben. Bezeichnet J die Intensität des auf den Kalkspath fallenden polarisirten Lichtes und bildet die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes mit dem Hauptschnitte des Kalkspathes den Winkel α, so ist die Intensität J_0 des ordentlichen resp. J_e des ausserordentlichen Strahles gleich:

$$J_0 = J \,.\, cos^2 \alpha; \quad J_e = J \,.\, sin^2 \alpha.$$

Aus diesen Gleichungen folgt das bereits bekannte Resultat:

$$\begin{array}{llll} \text{ist } \alpha = 0, & \text{so ist } J_0 = J; & J_e = 0 \\ \text{„ } \alpha = 45 & \text{„ „ } J_0 = \frac{J}{2}; & J_e = \frac{J}{2} \\ \text{„ } \alpha = 90 & \text{„ „ } J_0 = 0; & J_e = J. \end{array}$$

In jedem Falle ist aber $J_0 + J_e = J$, weil $sin^2 \alpha + cos^2 \alpha = 1$ ist.

§. 219.

Polarisation durch Reflexion. — Ausser durch Doppelbrechung lässt sich einem Lichtstrahle die Eigenschaft der Polarisation auch durch Reflexion und Brechung ertheilen. Lässt man einen Lichtstrahl ab unter einem Einfallswinkel Nba gleich $54^0\ 35'$ auf eine ebene Glastafel $A_1 A_1$, Fig. 391 (a. f. S.), fallen, so ist der reflectirte Strahl bc polarisirt. Den Nachweis hierfür kann man direct dadurch liefern, dass man den Strahl bc durch einen Kalkspath treten lässt, und den letzteren um bc als Axe dreht. Steht die Einfallsebene des Strahles ab, also die Ebene abN, zu dem Hauptschnitte des Kalkspathes parallel, so geht der Strahl bc nur als

ordentlicher Strahl durch den Kalkspath. Dreht man den Kalkspath aus dieser Lage, so verhält sich der Strahl bc gerade so wie ein polarisirter Strahl, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene abN zusammenfällt. Durch die Reflexion unter dem angegebenen Winkel, den man den Polarisationswinkel nennt, wird daher der einfallende Lichtstrahl polarisirt, und die Polarisationsebene desselben fällt mit der Einfallsebene zusammen.

Ebenso wie den Durchgang durch den Kalkspath kann man auch die Reflexion selbst anwenden, um die Polarisation des Strahles bc zu zeigen.

Fig. 391.

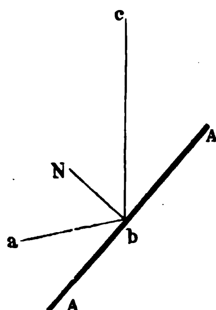


Fig. 392.

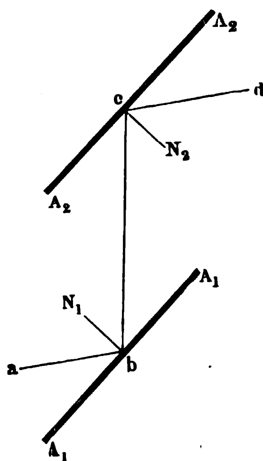
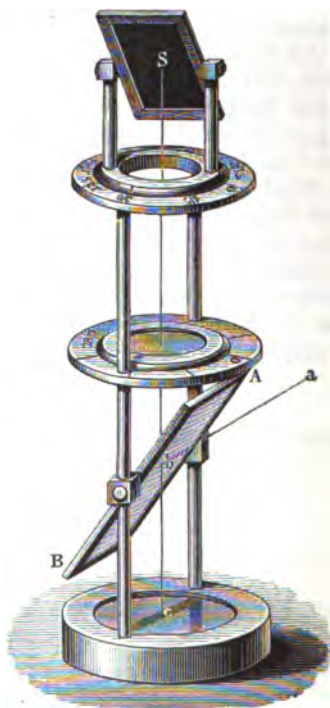


Fig. 393.

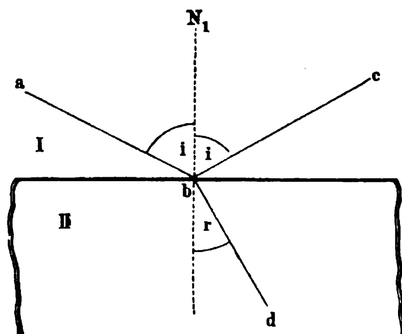


Stellt man parallel zu $A_1 A_1$ eine zweite Glasplatte $A_2 A_2$ auf (Fig. 392), so dass der Strahl bc diese Platte unter dem gleichen Einfallswinkel von $54^0\ 35'$ trifft, so wird der Strahl bc von $A_2 A_2$ wie ein gewöhnlicher Lichtstrahl reflectirt. Dreht man dann die Platte $A_2 A_2$ um bc als Axe, so bleibt der Einfallswinkel bcN_2 unverändert, die Intensität des von $A_2 A_2$ reflectirten Strahles nimmt aber immer mehr ab, je weiter die Drehung erfolgt. Bilden die beiden Einfallsebenen, nämlich abN_1 und

bcN_2, einen rechten Winkel mit einander, so ist die Intensität des reflectirten Lichtes gleich Null geworden. Bei weiterer Drehung als 90⁰ nimmt die Intensität wieder zu, und hat der Drehungswinkel den Werth von 180⁰ erreicht, sind also die beiden Einfallsebenen wieder parallel, so hat das reflectirte Licht auch wieder das Maximum der Intensität erreicht.

Vorzüglich geeignet, um die eben besprochenen Erscheinungen zu zeigen, ist der Nörrenberg'sche Polarisationsapparat, Fig. 393. Man lässt einen Strahl *ab*, am besten von weissem Wolkenlichte herrührend, auf die aus gewöhnlichem Glase bestehende Platte *A* unter einem Einfallswinkel von 54⁰ 35′ fallen. Damit der zurückgeworfene Antheil in senkrechter Richtung hinab nach dem im Fussgestelle angebrachten horizontalen Spiegel geht, muss die Platte so eingestellt sein, dass ihre Ebene mit der Verticalen einen Winkel von 35⁰ 25′ bildet. Der Strahl *bc*, von dem Horizontalspiegel senkrecht aufwärts reflectirt, dringt zum Theil durch die Platte *A* und gelangt zu dem oberen Spiegel aus schwarzem Glase, dessen Ebene gleichfalls um 35⁰ 25′ gegen die Verticale geneigt ist. Der Einfallswinkel ist mithin auch hier 54⁰ 35′. Der obere Spiegel ist mit seinem Fusse in einem Ringe, welcher eine Gradeintheilung trägt, drehbar, so dass man, ohne den Einfallswinkel zu ändern, den Einfallsebenen am oberen und unteren Spiegel *A* jede beliebige Neigung gegen einander geben kann. Stehen die Einfallsebenen senkrecht zu einander, so wird kein Licht reflectirt, das Feld ist dunkel. Dreht man die Einfallsebene des oberen Spiegels nach der einen oder anderen Seite, so zeigen sich Spuren reflectirten Lichtes, welche allmälig stärker werden, bis bei der Parallelstellung der Einfallsebenen die grösste Intensität des zurückgeworfenen Lichtes erreicht ist.

Fig. 394.



Der Polarisationswinkel ist für verschiedene Substanzen verschieden gross. Brewster hat gefunden, dass der Polarisationswinkel derjenige Einfallswinkel ist, für welchen der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht.

In Fig. 394 sei *ab* der einfallende, *bc* der reflectirte und *bd* der gebrochene Strahl. Steht *bc* senkrecht zu *bd*, so ist der Winkel $abN_1 = i$ der Polarisationswinkel des Mediums II. Aus diesem Satze Brewster's ergiebt sich eine einfache Beziehung des Polarisationswinkels zum Brechungsexponenten der Substanz. Es ist der Brechungsexponent

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

Nun ist

$$r + \measuredangle\, dbc + i = 180^0$$

oder

$$r + i = 180^0 - dbc = 90^0,$$

daher

$$\sin r = \sin (90 - i) = \cos i.$$

Somit

$$n = \frac{\sin i}{\cos i} = \tang i.$$

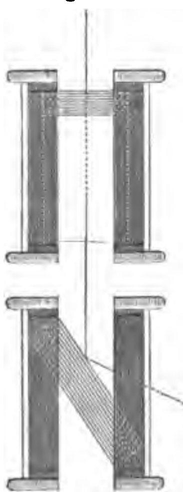
Die trigonometrische Tangente des Polarisationswinkels ist also gleich dem Brechungsexponenten der reflectirenden Substanz.

Wenn der Strahl die untere Platte *A* des Nörrenberg'schen Apparates, den sogenannten Polarisationsspiegel, nicht genau unter dem Polarisationswinkel trifft, so wird es nicht gelingen, das Feld an dem oberen Spiegel, dem sogenannten Zerlegungsspiegel, vollständig zu verdunkeln. Jedenfalls tritt aber bei Kreuzung der Einfallsebenen unter 90⁰ das Minimum, bei Parallelstellung der Einfallsebenen das Maximum der Lichtstärke ein. Solches Licht heisst theilweise polarisirt.

§. 220.

Polarisation durch Brechung. — Der Strahl *ab*, welcher auf die Platte *A* des Nörrenberg'schen Polarisationsapparates (Fig. 393 im vorigen Paragraphen) fällt, wird nur zum Theil reflectirt, der andere Theil geht grösstentheils durch die Platte hindurch. Dieser letztere ist theilweise polarisirt. Vollständiger wird der Polarisationszustand des gebrochenen Lichtes, wenn man auf die Platte *A* noch eine oder mehrere ähnliche legt, welche der Strahl sämmtlich unter gleichem Winkel durchdringen muss. Sätze aus sehr vielen Glasplatten, wie die in Fig. 395 abgebildeten, können daher sowohl als Polarisations- wie als Zerlegungsapparate dienen; nur müssen die Flächen der Platten eben und rein und die Platten selbst sehr dünn sein, damit weder durch Zerstreuung noch durch Absorption zu viel Licht verloren geht.

Fig. 395.



Wenn man das durch einen Glassatz gegangene Licht mit einem Zerlegungsspiegel prüft, so findet man das Feld des zurückgeworfenen Lichtes dunkel, wenn die Reflexionsebene am Spiegel und die Brechungsebene am Glassatze parallel gerichtet sind, das Maximum der Lichtstärke hingegen dann, wenn die beiden Ebenen einen Winkel von 90⁰ mit einander bilden. Hieraus geht hervor, dass die **Polarisationsebene des gebrochenen Strahles senkrecht zur Brechungsebene steht.** Da die Polarisationsebene des reflectirten Strahles mit der Reflexionsebene zusammenfällt, so folgt, dass die Polarisationsebenen des reflectirten und des gebrochenen Strahles zu einander senkrecht stehen.

§. 221.

Ueber den Unterschied zwischen gewöhnlichem und polarisirtem Lichte. — Wenn man zwei Lichtbüschel, welche, von einem Punkte ausgehend, nach dem Durchlaufen ungleicher Wege zur Interferenz kommen, vor dem Zusammentreffen rechtwinkelig gegen einander polarisirt, ohne übrigens ihren Gangunterschied dabei zu ändern, so verschwinden die Interferenzfransen; die rechtwinkelig polarisirten Strahlen interferiren nicht, sondern summiren einfach ihre Wirkungen. Es folgt hieraus nothwendig, dass die Oscillationsbewegungen des Aethers in der Richtung des Strahles (Longitudinalschwingungen), wenn solche überhaupt vorhanden sind, keine Lichtwirkung äussern können. Denn denkt man sich einen Lichtstrahl horizontal fortgehend, so spricht sich die Eigenthümlichkeit des Polarisationszustandes nach den oben angebenen Versuchen darin aus, dass die Eigenschaften des polarisirten Strahles in der Richtung von rechts nach links andere sind, als in der Richtung von oben nach unten, während bei gewöhnlichem Lichte dieser Unterschied fehlt. Oscillationen in der Richtung des Strahles selbst werden mithin durch den Uebergang gewöhnlichen Lichtes in polarisirtes nicht verändert werden, und sie müssten daher in zwei Strahlen, welche mit einem Gangunterschiede zusammentreffen, nach wie vor Interferenzfransen geben. Dies ist aber, wie gesagt, nicht der Fall, und daher kann das Licht aus Longitudinalschwingungen nicht bestehen. Alle erwähnten Phänomene erklären sich dagegen aus der Annahme, dass ein Lichteindruck nur durch Transversalschwingungen hervorgebracht werde, dass also die Oscillationen des Aethers senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes erfolgen. Die Fortpflanzung einer Lichtwelle ist hiernach zu denken, wie diejenige einer Welle an einem gespannten Seile. Wie an diesem die Bewegung der Molecüle rechtwinkelig gegen die Fortpflanzungsrichtung der Welle erfolgt, so die Oscillationen der Aethertheilchen rechtwinkelig gegen die Richtung des Strahles. Wenn man ein gespanntes Seil rasch nach einander nach allen denkbaren Richtungen, welche auf der Linie des Seiles selbst rechtwinkelig stehen, erschüttert, so pflanzen sich rasch auf einander folgend nach den verschiedensten Richtungen gekehrte Ausbiegungen fort. Ein solches Wellensystem bietet ein Analogon für einen gewöhnlichen, von der Quelle kommenden Lichtstrahl. Denkt man sich senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des gewöhnlichen Lichtstrahles eine Ebene durch denselben gelegt und auf diese Ebene die Schwingungen der Aethertheilchen projicirt, so erhält man das Bild Fig. 396 (a f. S.).

Die sämmtlichen Transversalschwingungen eines gewöhnlichen Lichtstrahles kann man sich immer nach zwei zu einander rechtwinkeligen Richtungen zerlegt denken. Wird eine solche Zerlegung wirklich herbeigeführt, so erhält man polarisirte Strahlen, und zwar zwei geradlinig polarisirte Strahlen, deren Polarisationsebenen senkrecht auf einander stehen. Die Projectionen dieser Strahlen sind in der Fig. 397 (a. f. S.) abgebildet.

Ein geradlinig polarisirter Lichtstrahl unterscheidet sich daher von einem gewöhnlichen Lichtstrahl dadurch, dass in dem ersteren die Schwin-

gung der Aethertheilchen nur nach einer Richtung erfolgt, während bei dem gewöhnlichen Lichtstrahle die Schwingungen nach allen möglichen Richtungen stattfinden. In beiden Fällen erfolgen aber die Schwingungen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

Bei der Doppelbrechung durch den Kalkspath wird das gewöhnliche Licht thatsächlich in zwei zu einander rechtwinkelige Componenten zerlegt, von denen die eine im Hauptschnitte, die andere senkrecht dazu liegt.

Bei der Reflexion und Brechung an isotropen Mitteln ist die Scheidung der beiden Componenten des einfallenden gewöhnlichen Lichtes keine

Fig. 396.

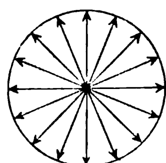
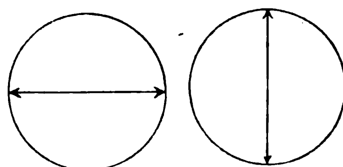


Fig. 397.



vollständige. Der gebrochene Strahl enthält zwar immer einen grösseren Antheil derjenigen Componente, deren Polarisationsebene rechtwinkelig auf der Einfallsebene steht; da aber auch von der anderen Componente noch ein Theil eindringt, so liefert die einfache Brechung immer nur theilweise polarisirtes Licht, welches freilich durch öftere Wiederholung der Brechung dem Zustande der vollständigen Polarisation immer näher gebracht werden kann. Der reflectirte Strahl ist im Allgemeinen auch nur theilweise polarisirt, und nur bei der Zurückwerfung unter dem Polarisationswinkel geht unter einer gewissen Bedingung in den reflectirten Strahl ausschliesslich solches Licht über, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene zusammenfällt. Es ist hierzu nothwendig, dass man homogenes Licht anwendet.

Wendet man aber nicht homogenes, sondern weisses Licht an, so kann man auch durch Reflexion unter dem Polarisationswinkel kein vollständig polarisirtes Licht erhalten. Denn nach der von Brewster aufgefundenen Beziehung ist

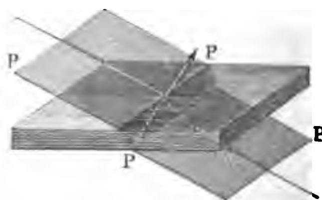
$$tang\, i = n,$$

wo n den Brechungsexponenten und i den Polarisationswinkel bezeichnet (vergl. §. 219). Da nun der Brechungsexponent für verschiedenfarbige

Fig. 398.



Fig. 399.



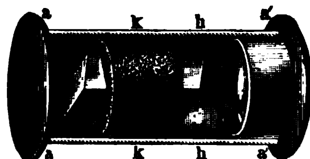
Strahlen verschieden ist, so ist auch der Polarisationswinkel für die verschiedenfarbigen Strahlen nicht derselbe. Deshalb kann ein Strahl weissen Lichtes durch Reflexion niemals vollständig polarisirt werden.

Ob die Schwingungen eines geradlinigen polarisirten Lichtes in der Polarisationsebene oder senkrecht zu derselben erfolgen, ist bisher noch nicht entschieden. Die Erscheinungen lassen sich aus beiden Annahmen erklären, die zuletzt genannte ist aber die wahrscheinlichere. Nach dieser Annahme erfolgen die Schwingungen des durch Reflexion polarisirten Lichtes senkrecht zur Reflexionsebene, weil mit dieser ja die Polarisationsebene zusammenfällt. Bei der Polarisation durch Brechung steht die Polarisationsebene senkrecht zur Brechungsebene, die Schwingungen des polarisirten Lichtes liegen also in der Brechungsebene. Die genannten Fälle sind in den Fig. 398 und 399 dargestellt, in denen die Polarisationsebene durch *PP* und die Schwingungsrichtung durch die Pfeile angedeutet ist.

§. 222.

Polariskope und Polarisationsapparate. — 1. Die dichroskopische Loupe. Ein Spaltungsstück von Kalkspath von etwa 2 cm Länge lässt die beiden Lichtbüschel schon so weit aus einander treten, dass man bei Anwendung eines kleinen Feldes sie gesondert sehen kann. In dem Apparate, Fig. 400, der dichroskopischen Loupe, ist ein solches Spaltungsstück mittelst eines Korkringes in eine Messinghülse befestigt. Diese ist an einem Ende bei *aa* durch eine Bodenplatte, welche nur durch eine kleine kreisförmige Oeffnung Licht einlässt, geschlossen, während eine achromatische Loupe bei *a′a′* das Doppelbild dieser Oeffnung vergrössert zu sehen gestattet. Die dichroskopische Loupe lässt sofort erkennen, ob das in dieselbe gelangende Licht von gewöhnlicher Beschaffenheit, ob es vollständig polarisirt, oder theilweise polarisirt ist. In gewöhnlichem Lichte sieht man immer zwei Bilder der kreisförmigen Oeffnung von gleicher Intensität, wie man auch die Loupe drehen möge. In vollständig polarisirtem Lichte gelingt es, bei zwei einen rechten Winkel bildenden Orientirungen der Loupe, nur ein einziges Bild zu erhalten. Bei theilweise polarisirtem Lichte sind die beiden Bilder nicht bei jeder Stellung der Loupe gleich hell — dies der Unterschied gegenüber gewöhnlichem Lichte —, und bei keiner Stellung der Loupe verschwindet ein Bild vollständig — dies der Unterschied gegenüber vollständig polarisirtem Lichte. Jeder Apparat, welcher die erwähnten Unterschiede zu erkennen giebt, heisst Polariskop; wenn er geeignet ist, auch das quantitative Verhältniss zu ermitteln, in welchem sich im theilweise polarisirten Lichte gewöhnliches Licht und polarisirtes Licht mischen, führt er den Namen Polarimeter.

Fig. 400.



2. Die Turmalinzange. Sehr häufig wünscht man nicht zwei rechtwinkelig zu einander polarisirte Strahlen neben einander (wie sie ein Kalkspath giebt), sondern das ganze Gesichtsfeld von solchem Lichte erfüllt, welches einer einzigen Polarisationsebene angehört. Unter den doppeltbrechenden Krystallen besitzt der Turmalin die in dieser Beziehung sehr werthvolle Eigenschaft, dass er, in nicht allzu dünnen Platten an-

gewendet, den einen der beiden rechtwinkelig polarisirten Strahlen, in welche er, wie jeder andere doppeltbrechende Krystall, das einfallende Licht spaltet, gänzlich absorbirt. Der andere Strahl wird in grösster Intensität durchgelassen, wenn die ebenen Grenzflächen der Turmalinplatte parallel der krystallographischen Hauptaxe des Krystalls geschnitten sind. Mittelst einer dichroskopischen Loupe erkennt man das durch den Turmalin gedrungene Licht als vollkommen polarisirt und die Polarisationsebene senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe stehend; es geht also nur der ausserordentliche Strahl durch den Turmalin, während der ordentliche absorbirt wird. An den geschliffenen Turmalinplatten lässt sich die Richtung der krystallographischen Hauptaxe meist durch feine Risse erkennen, welche mit dieser Axe parallel gehen.

Fig. 401.

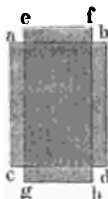


Fig. 402.

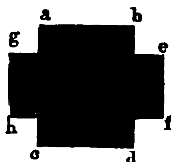
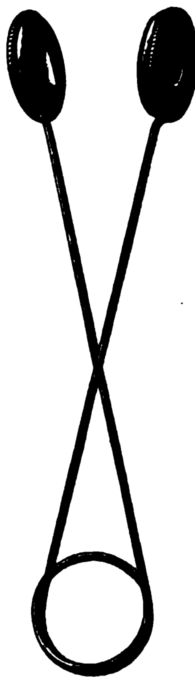


Fig. 403.



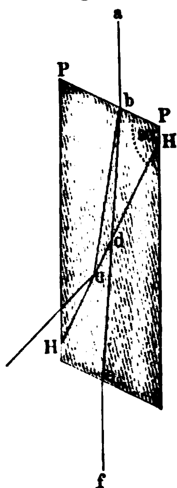
Legt man zwei Turmalinplatten so auf einander, dass die Axenrichtungen parallel laufen, wie z. B. in Fig. 401, wo die Schraffirung die Axenrichtung andeuten soll, so wird zwar wegen der unvollkommenen Durchsichtigkeit und Färbung des Turmalins immer etwas Licht zurückgehalten; indessen ist das Feld doch nur wenig dunkler als bei Anwendung einer einzigen Platte. Kreuzt man dagegen die Axenrichtungen, wie in Fig. 402, so ist das Feld vollkommen dunkel.

Die Verbindung zweier Vorrichtungen, deren jede gewöhnliches Licht in vollständig polarisirtes zu verwandeln vermag, nennt man einen Polarisationsapparat. Ein solcher wird gebildet durch zwei Spiegel, wie im Nörrenberg'schen Apparat, durch zwei Glassätze und durch zwei parallel der krystallographischen Hauptaxe geschnittene Turmalinplatten. Letztere werden, um bequem zur Betrachtung von Krystallplatten im polarisirten Lichte zu dienen, in Hülsen gefasst, welche in die Ringe einer aus Draht gebogenen Zange, Fig. 403, eingeschoben werden. Durch die Federkraft des Drahtes werden die beiden Platten gegen einander gedrückt und auch eine dazwischen geschobene Krystallplatte wird gehalten, wenn man nicht durch Anwendung von Gegendruck die beiden Arme der Zange von einander entfernt.

3. Das Nicol'sche Prisma. Besser als der Turmalin eignet sich das Nicol'sche Prisma, welches vollkommen farblos und durchsichtig ist, zur Herstellung von Polarisationsapparaten. Das Nicol'sche Prisma wird aus einem natürlichen Spaltungsstück ganz reinen Kalkspathes von

der Form, wie sie Fig. 404 zeigt, hergestellt. Die obere und untere Fläche sind jedoch nicht in ihrer natürlichen Neigung von 71° gegen die vertical stehenden Kanten beibehalten worden, sondern so geschliffen, dass der Winkel nur noch 68° beträgt. Es ist dann ein diagonaler Schnitt, welcher in der Figur durch *HH* angedeutet ist, rechtwinkelig gegen jene Flächen geführt, und die polirten Schnittflächen sind mittelst einer Schicht von Canadabalsam wieder auf einander gekittet.

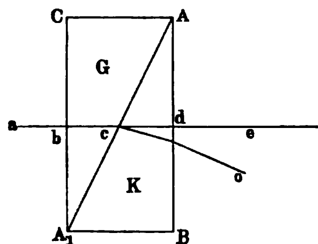
Fig. 404.



Ein gewöhnlicher Lichtstrahl *ab*, welcher auf die obere Endfläche dieses Prismas trifft, wird in zwei rechtwinkelig zu einander polarisirte Strahlen gespalten. Das Brechungsverhältniss des einen Strahles im Kalkspathe ist kleiner, dasjenige des anderen grösser, als im Canadabalsam. Da sich die Balsamschicht in Beziehung auf diesen letzteren Strahl als eine schwächer brechende Substanz verhält, so besteht für ihn die Möglichkeit der totalen Reflexion (vergl. §. 192), und nach den getroffenen Anordnungen ist der Winkel, unter welchem der Strahl *bc* auf die Balsamschicht trifft, gross genug, um die totale Reflexion in der That eintreten zu lassen. Das durch die untere Fläche austretende Licht gehört mithin einer einzigen Polarisationsebene an, und zwar ist es das Licht des ausserordentlichen Strahles, während der ordentliche Strahl *bc* total reflectirt das Prisma seitlich verlässt. Um den Apparat zu vervollständigen, wird das Prisma mittelst eines Korkes in eine Messingröhre gefasst. Sind zwei Nicols (so nennt man Nicol'sche Prismen) mit parallelen Polarisationsebenen hinter einander gestellt, so ist das Feld vollkommen hell; es wird vollständig dunkel, wenn man den einen Nicol so weit um die Sehrichtung dreht, dass die Polarisationsebenen sich unter einem rechten Winkel kreuzen.

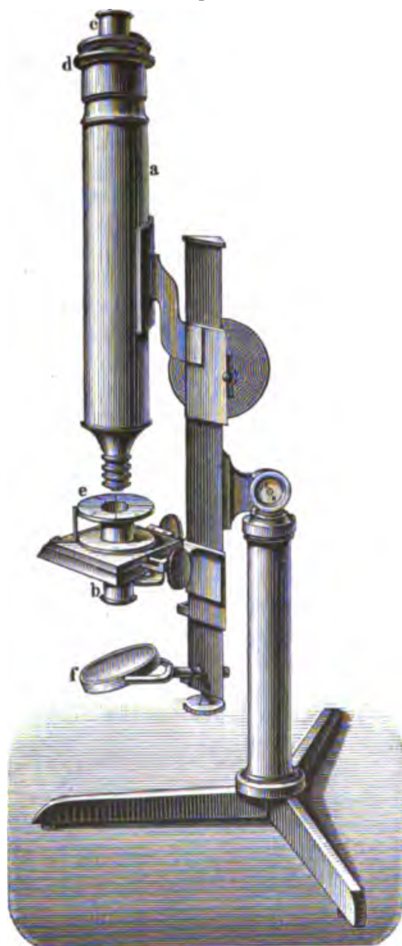
4. Das achromatisirte Kalkspathprisma. Dasselbe besteht (Fig. 405) aus dem Prisma *K* aus Kalkspath, dessen Hauptaxe parallel mit der brechenden Kante *A* steht, und aus dem durch Canadabalsam mit dem Prisma *K* verbundenen Glasprisma *G*, dessen brechende Kante in A_1 liegt. Das Glas des letzteren ist so gewählt, dass der mittlere Brechungsexponent gleich dem des ausserordentlichen Strahles im Kalkspath (1,49) ist. Fällt nun ein gewöhnlicher Lichtstrahl *ab* senkrecht auf die Fläche $A_1\,C$, so geht derselbe ungebrochen bis *c*; beim Eintritt in den Kalkspath wird der Strahl in zwei zu einander senkrecht polarisirte Strahlen zerlegt. Da der Brechungsexponent des ausserordentlichen Strahles mit dem des Glases übereinstimmt, so geht dieser Strahl in der ursprünglichen Richtung weiter und tritt auch ungebrochen in *de*

Fig. 405.



aus dem Kalkspath, weil die Austrittsfläche AB parallel zu $A_1 C$ ist. Der Brechungsexponent des ordentlichen Strahles im Kalkspath ist grösser, als jener des Glases; in Folge dessen wird dieser Strahl von der brechenden Kante fortgebrochen und dann seitlich abgelenkt. Das achromatisirte Kalkspathprisma liefert also ebenso wie ein Nicol den ausserordentlichen Strahl zur Benutzung.

Fig. 406.



Wenn die Wirkung des polarisirten Lichtes auf Objecte untersucht werden soll, welche nur unter bedeutender Vergrösserung hinlänglich deutlich gesehen werden, ist es erforderlich, einen Polarisationsapparat mit dem Mikroskope zu verbinden. Man bringt an einem Mikroskope, Fig. 406, einen Nicol *b* unter dem Objecttische an, damit das von dem Spiegel *f* heraufgesendete Licht polarisirt werde, ehe es zu dem Objecte gelangt. Die Scheibe *e*, welche eine Eintheilung des Kreises trägt und sich an einem auf dem Objecttische befestigten Zeiger herbewegt, dient dazu, dem Objecte eine beliebige Orientirung gegen die Polarisationsebene des Nicols *b* zu ertheilen. Ueber dem Ocular ist der zweite Nicol *c* angebracht; er ist mit einem Zeiger versehen, welcher sich an einer auf der Scheibe *d* enthaltenen Kreistheilung herbewegt, und man kann somit die Polarisationsebene beider Nicols unter jedem beliebigen Winkel gegen einander stellen.

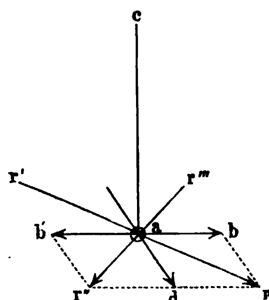
§. 223.

Zusammensetzung polarisirter Strahlen. Circular und elliptisch polarisirtes Licht. — 1. Wenn zwei auf einander rechtwinkelige Kräfte ein Aethertheilchen gleichzeitig angreifen, so muss eine geradlinige Bewegung in der Richtung der Diagonale des über beiden Componenten construirten Parallelogramms erfolgen, ähnlich wie ein Pendel, Fig. 407, welches von den Kräften *ab* und *ad* gleichzeitig angetrieben wird, nach der Richtung *ar* sich bewegt und dann in der Ebene *crr'* schwingt. Zwei rechtwinkelig polarisirte Strahlen, welche gleichzeitig

ohne Phasenunterschied auf ein Aethertheilchen wirken, erzeugen wieder geradlinig polarisirtes Licht.

2. Angenommen, das Theilchen *a* habe bereits unter alleiniger Wirkung der Kraft *ab* nach *b* sich bewegt und sei nach *a* zurückgekehrt, um nach *b'* sich zu bewegen. Es hat das Theilchen *a* dann eine halbe Schwingung bereits ausgeführt. Wird jetzt das Theilchen auch von der Kraft *ad* angegriffen, so findet die resultirende Bewegung in der Ebene *cr''r'''* statt, welche mit *crr'* einen rechten Winkel bildet. Bei zwei rechtwinkelig polarisirten Componenten bewirkt ein Phasenunterschied von einer halben Wellenlänge eine Drehung der Polarisationsebene um 90°.

Fig. 407.



3. Hätte dagegen die eine Componente bei übrigens gleicher Stärke gegen die andere einen Gangunterschied von $^1/_4$ Wellenlänge, oder, was dasselbe sagt, einen Phasenunterschied von $^1/_4$ Oscillation, triebe diese Componente also das Aethertheilchen, nachdem es in *b* angelangt, nach *bd* (Fig. 408) fort, so würde es, ähnlich einem auf die nämliche Weise bewegten Pendel, in der Kreisbahn *brr'r''* sich bewegen.

Bei einem Gangunterschiede von $^3/_4$ Wellenlängen, wenn die Componente *b'd* (Fig. 409) angriffe, nachdem das Theilchen *a* nach *b* und

Fig. 408.

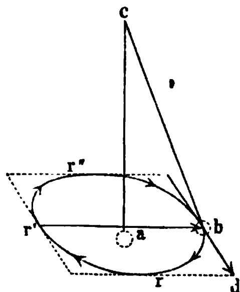
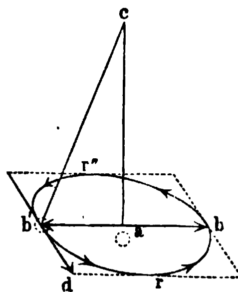


Fig. 409.



wieder zurück nach *b'* gelangt wäre, würde eine Kreisbewegung im entgegengesetzten Sinne entstehen. In beiden Fällen nennt man den Lichtstrahl **kreisförmig** oder **circular polarisirt**. Sieht man nach der Fortpflanzungsrichtung des Strahles und bewegen sich im oberen Theil der Kreisbahn die Aethertheilchen nach rechts, so heisst der circular polarisirte Lichtstrahl ein rechtsgewundener, im entgegengesetzten Falle ein linksgewundener.

4. In den bisher betrachteten Fällen wurden die beiden rechtwinkeligen Componenten von gleicher Intensität vorausgesetzt. Wenn bei $^1/_4$ oder $^3/_4$ Wellenlänge Gangunterschied die Componenten ungleiche Intensität haben, so bewegen sich die Aethertheilchen in Ellipsen, es entsteht **elliptisch polarisirtes** Licht. Ebenso entsteht elliptisch pola-

risirtes Licht, wenn der Gangunterschied derselben ein anderer ist als o, $\frac{\lambda}{4}$, $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{4}$ oder λ ist, mögen die Componenten gleich oder ungleich sein. Mittelst des Babinet'schen Compensators ist es möglich, die Phasendifferenz der zu einander senkrechten Componenten im elliptisch polarisirten Lichte zu messen. Wegen der näheren Beschreibung dieses Apparates sei auf die ausführlichen Lehrbücher[1]) verwiesen.

§. 224.

Reflexion des polarisirten Lichtes an durchsichtigen Körpern und an Metallen. — Fällt geradlinig polarisirtes Licht unter dem Polarisationswinkel als Einfallswinkel auf Glas, so hängt die Intensität des von dem Glase reflectirten Lichtes von dem Winkel ab, welchen die Polarisationsebene mit der Einfallsebene macht (vergl. §. 219). Die Intensität des reflectirten Lichtes ist ein Maximum, wenn die genannten Ebenen parallel sind; dagegen gleich Null, wenn sie auf einander senkrecht stehen. Nimmt man an, dass die Schwingungen des geradlinig polarisirten Lichtes senkrecht zur Einfallsebene erfolgen, so kann man die oben angeführte Thatsache auch so formuliren: die Intensität des reflectirten Lichtes ist ein Maximum, wenn die Schwingungen des einfallenden Strahles senkrecht zur Einfallsebene geschehen, dagegen gleich Null, wenn die Schwingungen der Einfallsebene parallel sind. Es werden also Schwingungen parallel der Einfallsebene nicht reflectirt, wenn der Einfallswinkel gleich dem Polarisationswinkel ist.

Bildet nun die Polarisationsebene des einfallenden Strahles den Winkel α mit der Einfallsebene, haben also die Schwingungen dieses Strahles die Neigung von $(90 - \alpha)$ gegen die Einfallsebene, so sind dieselben in zwei zu einander senkrechte Componenten zu zerlegen, von denen die eine parallel, die andere senkrecht zur Einfallsebene steht. Wenn die Schwingungsamplitude des einfallenden Strahles gleich A ist, dann wird die Amplitude der Componente, parallel zur Einfallsebene, gleich $A \,.\, \sin\alpha$, die Amplitude der Componente, senkrecht zur Einfallsebene, gleich $A \,.\, \cos\alpha$. Da nur die letztere Componente reflectirt werden kann, so ist die Amplitude des reflectirten Lichtes dem Cosinus α proportional, und da ferner die Intensität des Lichtes dem Quadrat der Amplitude proportional ist, so ist die Intensität R des unter dem Polarisationswinkel reflectirten Lichtes gleich

$$R = J \,.\, \cos^2\alpha.$$

Die Formel enthält die früher erwähnten Fälle: ist $\alpha = 0$, so ist $R = J$; ist $\alpha = 90^0$, so ist $R = 0$.

Fällt das linear polarisirte Licht nicht unter dem Polarisationswinkel, sondern unter einem anderen Einfallswinkel auf eine durchsichtige Platte, so wird bei keiner Lage der Einfallsebene die Intensität der reflectirten Strahlen gleich Null. Hieraus folgt, dass in diesem Falle auch Schwingungen, welche parallel der Einfallsebene sind, noch eine Reflexion er-

[1]) Wüllner, Experimentalphysik 3. Müller-Pfaundler, Lehrbuch der Physik 2.

fahren. Eine Untersuchung des reflectirten Lichtes zeigt dasselbe elliptisch polarisirt (aber sehr schwach). Da elliptisch polarisirtes Licht nur dann entstehen kann, wenn die beiden rechtwinkeligen Componenten, welche es zusammensetzen, einen Phasenunterschied besitzen, so ergiebt sich, dass bei der Reflexion des geradlinig polarisirten einfallenden Lichtstrahles von den beiden Componenten die eine gegen die andere eine Verzögerung erleidet.

Die Reflexion des geradlinig polarisirten Lichtes an Metallen zeigt, dass die Metalle keinen eigentlichen Polarisationswinkel besitzen. Für ein Metall existirt also kein Einfallswinkel von der Beschaffenheit, dass unter diesem Winkel ein geradlinig polarisirter Lichtstrahl bei irgend einer Stellung der Einfallsebene zur Polarisationsebene nicht reflectirt würde. Die Metalle reflectiren vielmehr bei jedem Einfallswinkel auch das in der Einfallsebene schwingende Licht, und da sie diesem einen Phasenunterschied ertheilen gegenüber der Componente, welche senkrecht zur Einfallsebene schwingt, so ist das von den Metallen reflectirte Licht elliptisch polarisirt.

Um den Unterschied der Metallreflexion und der Reflexion an durchsichtigen Platten, z. B. Glas, noch weiter zu charakterisiren, wollen wir einen geradlinig polarisirten Lichtstrahl betrachten, dessen Schwingungen mit der Einfallsebene einen Winkel von 45° bilden. Eine Zerlegung der Schwingungen dieses Strahles in zwei Componenten, parallel und senkrecht zur Einfallsebene, liefert beide Componenten *vor der Reflexion gleich gross*.

Lässt man nun den Strahl zunächst von einer durchsichtigen Platte reflectiren, so ändert sich das Intensitätsverhältniss der beiden Componenten; diese Aenderung ist verschieden, je nach der Grösse des Einfallswinkels. Wenn der Einfallswinkel dem Polarisationswinkel gleich ist, dann ist die in der Einfallsebene liegende Componente des reflectirten Strahles *nahezu* gleich Null (bei den früheren Betrachtungen wurde sie vollständig gleich Null gesetzt). Durch die Reflexion wird ferner eine Phasendifferenz der Componenten erzeugt. Man hat gefunden, dass die Phasendifferenz von 0 bis $\frac{\lambda}{2}$ wächst, wenn der Einfallswinkel von 0° bis 90° zunimmt. Indessen ändert sich die Phasendifferenz nicht dem Einfallswinkel proportional; denn die Phasendifferenz $\frac{\lambda}{4}$ tritt nicht bei 45°, sondern bei dem Polarisationswinkel ein. Man erhält daher durch die Reflexion an durchsichtigen Platten elliptisch polarisirtes Licht, welches aber bei der Reflexion unter dem Polarisationswinkel fast geradlinig polarisirt ist, weil die eine Componente hier sehr klein wird. Die Phasendifferenz der beiden Componenten ist sehr gering für alle Einfallswinkel bis in der Nähe des Polarisationswinkels, wächst dann schnell, wird bei dem Polarisationswinkel $\frac{\lambda}{4}$, wächst weiter sehr schnell, so dass sie bei Winkeln, die etwas grösser als der Polarisationswinkel sind, schon fast gleich $\frac{\lambda}{2}$ geworden ist. Daher kommt es, dass das von durchsichtigen Platten reflectirte Licht in jedem Falle nur schwach elliptisch polarisirt ist.

Durch die Reflexion des oben näher bezeichneten Lichtstrahles an Metallen ändert sich ebenfalls das Intensitätsverhältniss der Componenten, und tritt auch hier eine Phasendifferenz ein, die von 0 bis $\frac{\lambda}{2}$ (allmälig) wächst, wenn der Einfallswinkel von 0^0 bis 90^0 zunimmt. Die Componente der Schwingungen, parallel der Einfallsebene, wird aber bei der Reflexion an Metallen bei keinem Einfallswinkel nahezu gleich Null; daher ist das reflectirte Licht immer deutlich elliptisch polarisirt. Indessen hat die erwähnte Componente bei der Reflexion unter einem bestimmten Winkel ein Minimum, und bezeichnet man diesen Winkel als den Haupteinfallswinkel. Die Phasendifferenz der beiden Componenten beträgt bei der Reflexion unter diesem Winkel $\frac{1}{4}\lambda$. Der Haupteinfallswinkel bei Metallen entspricht daher dem Polarisationswinkel bei den durchsichtigen Körpern.

Für diese und für die Metalle beträgt also die Phasendifferenz der beiden Componenten $\frac{1}{4}\lambda$, wenn der Einfallswinkel einer bestimmten Grösse gleichkommt (Haupteinfalls- resp. Polarisationswinkel), gleichzeitig hat die eine Componente der Schwingungen (parallel der Einfallsebene) ein Minimum. Dieses Minimum ist aber für die durchsichtigen Körper sehr klein (für Glas fast Null), während es bei den Metallen einen sehr merklichen Werth hat. So ist z. B. der Haupteinfallswinkel für Stahl 75^0, für Silber $74^0 50'$. Das Verhältniss der Amplituden der beiden Componenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene ist für den Haupteinfallswinkel beim Stahl 0,598, beim Silber 0,943. Hieraus sieht man, dass die Amplitude der Schwingungen, welche parallel der Einfallsebene erfolgen, beim Silber nur wenig kleiner sind, als die Amplituden der dazu senkrechten Schwingungen.

Die folgende Tabelle giebt für die Reflexion an Silber nach den Beobachtungen von Quincke[1]) die Phasendifferenz δ der beiden reflectirten Componenten, in Einheiten von $\frac{1}{4}\lambda$ gemessen. Die Beobachtung bezieht sich ebenso wie die obigen Besprechungen auf einen linear polarisirten einfallenden Lichtstrahl, dessen Schwingungen 45^0 mit der Einfallsebene bilden; das benutzte Licht war roth.

Einfallswinkel	Phasendifferenz δ in $\frac{\lambda}{4}$
25	0,039
35	0,165
45	0,248
55	0,389
65	0,619
$74^0 50'$ = Haupteinfallswinkel	1,000
80	1,262
85	1,621

[1]) Quincke, Pogg. Ann. 128, 129 (1866).

Die vorstehende Tabelle zeigt, dass die Phasendifferenz mit wachsendem Einfallswinkel stetig zunimmt, dass sie beim Haupteinfallswinkel gleich $\frac{\lambda}{4}$ ist, um nach weiterem Wachsen bei 90° gleich $\frac{\lambda}{2}$ zu werden.

Jamin[1]) zeigte, dass man die Körper je nach der Phasendifferenz, welche die beiden Componenten bei der Reflexion zeigen, in drei Gruppen zerlegen kann. Positive Substanzen werden jene genannt, bei welchen die in der Einfallsebene schwingende Componente hinter der senkrecht zur Einfallsebene schwingenden zurückbleibt, negative solche, bei welchen das Umgekehrte stattfindet, neutrale Substanzen endlich diejenigen, bei welchen ein Phasenunterschied der beiden Componenten des reflectirten Strahles nicht wahrgenommen werden konnte. Die folgende Tabelle enthält für einige Substanzen den Haupteinfalls- resp. Polarisationswinkel J, den Quotienten K aus der in der Einfallsebene schwingenden Componente und der senkrecht dazu schwingenden des unter dem Haupteinfallswinkel reflectirten Strahles, n' den beobachteten Brechungsexponenten, n den aus dem Haupteinfallswinkel nach der Formel:

$$tang\ J = n$$

berechneten (vergl. §. 219).

	J	K	n	n'
Positive Substanzen:				
Selen	68° 5′	0,1750	2,605	—
Kalkspath	59 0	0,0591	1,675	1,654
Flintglas	59 44	0,0180	1,714	1,710
Quarz	56 50	0,0102	1,530	1,547
Crownglas	56 5	0,0060	1,487	—
Negative Substanzen:				
Flussspath	55 15	0,0084	1,441	—
Hyalith	54 52	0,0064	1,421	—
Neutrale Substanzen:				
Alaun	55 0	0,0000	1,428	1,458
Menilit.	56 0	0,0000	1,482	—

Streng genommen werfen von den oben angeführten Substanzen nur Alaun und Menilit unter dem Polarisationswinkel einen Strahl geradlinig polarisirt zurück. Aber auch beim Flintglase und noch mehr beim Crownglase ist die in der Einfallsebene schwingende Componente im Verhältniss zu der dazu rechtwinkeligen so lichtschwach, dass man ohne feine Beobachtungsmittel nur den letzteren Theil des Lichtes wahrnimmt, also geradlinig polarisirtes Licht zu sehen glaubt.

[1]) Jamin, Ann. de chimie et de physique III. Sér., 29 u. 31. Pogg. Ann. Ergb. 3 (1853).

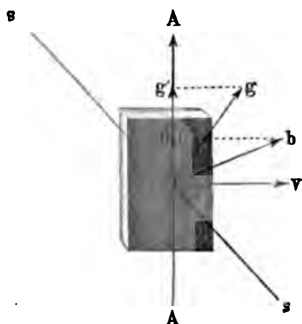
§. 225.

Reflexion des natürlichen Lichtes an Metallen. — Da die Metalle keinen eigentlichen Polarisationswinkel besitzen, so liefern dieselben bei der Reflexion des natürlichen Lichtes unter keinem Einfallswinkel geradlinig polarisirtes Licht; vielmehr ist das reflectirte Licht elliptisch polarisirt und ist die Polarisation am stärksten, wenn die Reflexion unter dem Haupteinfallswinkel erfolgt. Die Stärke der Polarisation ist übrigens verschieden für die verschiedenen Metalle. Lässt man das Licht mehrfach bei constanter Einfallsebene reflectiren, so erhält man geradlinig polarisirtes Licht, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene zusammenfällt. Für Stahl ist z. B. eine achtmalige Reflexion nöthig, um dies zu erreichen.

§. 226.

Circularpolarisation. Drehung der Polarisationsebene durch Krystalle. — Wenn ein geradlinig polarisirter Strahl ss auf einen Nicol oder einen Turmalin trifft, so werden nur solche Schwingungen durchgelassen, welche parallel dem Hauptschnitte AA (Fig. 410) des Krystalles gerichtet sind. Gesetzt, die Schwingungsrichtung sg des polarisirten Strahles bilde den Winkel α mit dem Hauptschnitte AA, so wird nur die Componente $sg' = sg \,.\, \cos\alpha$ durchgehen. Von einem Strahl, dessen Schwingungsrichtung sb einen noch grösseren Winkel α' mit dem Hauptschnitte bildet, wird ein noch kleinerer Antheil sb' durchgelassen. Sind die Schwingungen sv rechtwinkelig zum Hauptschnitt gerichtet, so wird keine Spur derselben den Nicol oder den Turmalin durchdringen. Nimmt man an, dass die drei Strahlen gleiche Intensität haben und gleichzeitig den Krystall treffen, dass aber sg gelbes, sb blaues und sv violettes Licht darstellen, so wird der aus diesen drei Strahlen gemischte einfallende Strahl blaue Färbung haben, der durchgelassene Strahl dagegen, in welchem das Violett fehlt und die Intensität des Blau vermindert ist, wird gelbgrün gefärbt sein. Diese Färbung wird sich bei dem gleichen einfallenden Lichte ändern, wenn man den Nicol oder den Turmalin um den Strahl als Axe dreht. Bei einer Drehung nach rechts z. B. wird zuerst der gelbe, dann der blaue und endlich, wenn man um einen rechten Winkel gedreht hat, der violette Strahl mit voller Intensität durchgelassen.

Fig. 410.



Wenn man die Hauptschnitte zweier hinter einander aufgestellter Nicols, auf welche weisses Licht fällt, unter einem rechten Winkel kreuzt, so ist das Feld dunkel. Schiebt man nun zwischen die Nicols eine senk-

recht zur krystallographischen Hauptaxe geschnittene Platte von reinem Bergkrystall ein, so erscheint das Feld, wenn die Dicke der eingeschobenen Platte einige Millimeter nicht übersteigt, lebhaft gefärbt. Die Färbung ändert sich, wenn man den analysirenden Nicol dreht; eine Drehung der Quarzplatte dagegen, wenn das Licht dieselbe nur immer in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe durchdringt, ist ohne Einfluss auf die Färbung. Die Erklärung dieser Erscheinung ist nach dem Vorhergehenden folgende: Nachdem das gewöhnliche weisse Licht den ersten Nicol durchdrungen hat, ist es geradlinig polarisirt. Die Schwingungen aller im weissen Lichte enthaltenen Farbenstrahlen sind nach dem Hauptschnitte des polarisirenden Nicols gerichtet und werden daher vom analysirenden Nicol nicht durchgelassen. Nachdem aber das Licht noch durch die Quarzplatte gegangen ist, hat sich dieser Zustand geändert. Die Schwingungsebenen der verschiedenen Farbenstrahlen bilden nun kleinere oder grössere Neigungswinkel mit dem Hauptschnitte des polarisirenden Nicols, weshalb diese Strahlen von dem analysirenden Nicol je nach der Stellung seines Hauptschnittes im wechselnden Verhältnisse durchgelassen werden; daher die wechselnde Färbung. *Senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten haben demnach das Vermögen, die Polarisationsebene der geradlinig polarisirten Strahlen zu drehen und zwar ist die Grösse der Drehung für die verschiedenen Farben verschieden.*

Man kann die Grösse der Drehung der Polarisationsebene in folgender Weise bestimmen. Man lasse in den ersten Nicol nur homogenes rothes Licht fallen und stelle den zweiten Nicol so, dass das Feld vollkommen dunkel ist. Schiebt man dann eine Quarzplatte von 1 mm Dicke ein, so erhellt sich das Feld und man muss den zweiten Nicol um $15^0 5'$ drehen, um es wieder vollständig dunkel zu machen. Die genannte Quarzplatte hat also die Polarisationsebene des rothen Lichtes um $15^0 5'$ gedreht. Der analysirende Nicol ist zum Zwecke solcher Messungen mit einem Zeiger versehen, welcher sich an einer Kreistheilung bewegt.

Die soeben beschriebene Methode, die Grösse des Drehungswinkels der Polarisationsebene für irgend einen Farbenstrahl zu bestimmen, ist indess sehr unvollkommen, weil es schwer ist, die letzten Reste des vorhandenen Lichtes zu erkennen und über die vollständige Verdunkelung des Feldes zu urtheilen. Es ist daher zweckmässiger, Sonnenlicht durch einen engen Spalt ins dunkle Zimmer treten zu lassen, dasselbe durch den ersten Nicol zu polarisiren und die Quarzplatte so einzuschieben, dass sie nur die Hälfte des Feldes bedeckt. Wenn man ferner das von dem zweiten Nicol analysirte Licht auf ein Prisma fallen lässt und den gebrochenen Strahl durch ein Fernrohr betrachtet, so erhält man ein reines Farbenbild mit den *Fraunhofer*'schen Linien. In der Hälfte, welche von dem durch Quarz gegangenen Lichte gebildet wird, fehlen aber diejenigen Strahlen, die von dem zweiten Nicol in der Stellung, welche er gerade hat, nicht durchgelassen werden; an der Stelle derselben befindet sich ein dunkler Streifen, und wenn man den Nicol weiter dreht, wandert jener dunkle Streifen durch das Spectrum. Es ist somit leicht, den Drehungswinkel der Polarisationsebene für bestimmte Strahlen, wie sie z. B. den *Fraunhofer*'schen Linien entsprechen, zu finden. Die folgende Tabelle enthält die Drehungswinkel für eine Quarzplatte von 1 mm Dicke.

Fraunhofer'sche Linien	Drehungswinkel α	Wellenlängen		Producte	
		in der Luft λ	im Quarze λ'	$\alpha \lambda^2 . 10^7$	$\alpha \lambda'^2 . 10^7$
B	15,55⁰	0,000687 mm	0,000445 mm	73,4	30,8
C	17,22	656	426	74,1	31,2
D	21,67	589	381	75,2	31,4
E	27,46	527	341	76,3	31,9
F	32,69	486	314	77,2	32,2
G	42,37	431	277	78,7	32,5

Die Producte in den beiden letzten Reihen sind nahezu constant und daraus folgt, dass die Drehungswinkel sich angenähert umgekehrt proportional dem Quadrate der Wellenlängen der betreffenden Farbenstrahlen verhalten. Genauer lässt sich der Drehungswinkel durch folgende von Boltzmann aufgestellte Formel in seiner Abhängigkeit von der Wellenlänge λ darstellen:

$$\alpha = \frac{7,07018}{10^6 . \lambda^2} + \frac{0,14983}{(10^6 . \lambda^2)^2}.$$

Was den Einfluss der Dicke angeht, so sind die Drehungswinkel der Polarisationsebene der Dicke der Quarzplatte proportional. Wenn man daher findet, dass die Polarisationsebene des mittleren gelben Strahles durch eine Quarzplatte von 3,75 mm Dicke um 90^0 gedreht wird, so wird der Drehungswinkel durch eine Platte von 1 mm Dicke $\frac{90}{3,75} = 24^0$ betragen.

Nicht alle Quarzplatten drehen die Polarisationsebene in gleichem Sinne, man unterscheidet vielmehr rechtsdrehende und linksdrehende Quarze. Die Grösse der Rechts- oder Linksdrehung ist aber für alle Quarze unter gleichen Umständen (gleiche Dicke und gleiche Wellenlänge) gleich gross.

Fig. 411.

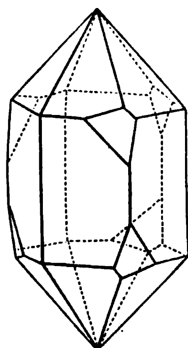
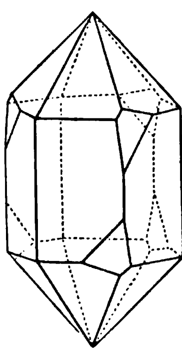


Fig. 412.



Der Sinn der Drehung, ob rechts oder links, hängt mit der Krystallform des Quarzes zusammen. An der gewöhnlichen Form des Quarzes (sechsseitige Säule in sechsseitigen Pyramiden endend) kommen Abstumpfungsflächen der von zwei Säulen- mit zwei Pyramidenflächen gebildeten Ecken vor, Fig. 411.

Diese Flächen sind an verschiedenen Quarzen in ungleicher Weise vorhanden. In Fig. 411 befinden sich dieselben links oben und rechts unten (vom Beobachter), in Fig. 412 dagegen rechts oben und

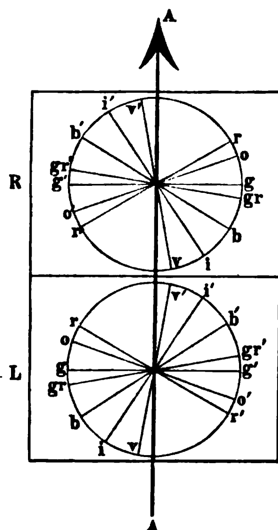
links unten. Es zeigt sich nun, dass die Quarze von der Form Fig. 411 linksdrehend, diejenigen von der Form Fig. 412 rechtsdrehend sind.

Die Grösse der Drehung für mittlere Farben ist in der folgenden Tabelle angegeben.

Farben	Drehungswinkel	
	Platte von 1 mm Dicke	Platte von 3,75 mm Dicke
Mittleres Roth	15^0	$56\frac{1}{4}^0$
„ Orange	19	$71\frac{1}{4}$
„ Gelb	24	90
„ Grün	27	$101\frac{1}{4}$
„ Blau	32	120
„ Indigo	38	$142\frac{1}{2}$
„ Violett	44	165

In Fig. 413 sind zwei Quarzplatten unter einander dargestellt, die obere rechts-, die untere linksdrehend. Die ursprüngliche Schwingungsrichtung ist durch *AA* angezeigt, die Schwingungsrichtung der verschiedenen Farbenstrahlen nach der Drehung der Polarisationsebene ist durch die Linien *rr'*, *oo'*, *gg'* ... (roth, orange, gelb, ...) in beiden Platten angedeutet; hierbei ist angenommen, dass die Dicke der Platten 3,75 mm sei.

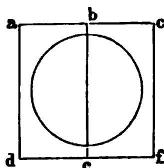
Fig. 413.



Bringt man nun eine solche Doppelplatte, Fig. 413, zwischen zwei Nicols, deren Hauptschnitte parallel der Linie *AA* stehen, und dreht man den Hauptschnitt des analysirenden Nicols nach rechts, so tritt in der rechtsdrehenden Platte zunächst Roth, dann Orange, Gelb u. s. w. ins Maximum; die Platte wird daher einen Mischton sehen lassen, der sich mit wachsender Drehung ändert. In der linksdrehenden Platte wird dagegen bei Drehung des analysirenden Nicols nach rechts zuerst Violett, dann Blau u. s. w. ins Maximum treten. Die Farben folgen also, bei Drehung des Nicols nach rechts, in der rechtsdrehenden Platte in der Ordnung, wie man sie gewöhnlich bei Beschreibung des Spectrums aufzählt, von den wenig brechbaren nach den brechbareren hin; bei der linksdrehenden Platte folgen sie in umgekehrter Ordnung. Gerade entgegengesetzt würden die Erscheinungen bei einer Drehung des analysirenden Nicols nach links sein.

Wenn beide Nicols parallel gestellt sind, so muss der Farbenton ein vorzugsweise aus Violett, Indigo und Roth gemischtes Purpur sein, wie aus Fig. 413 hervorgeht. Denn die Strahlen, deren Schwingung nahezu senkrecht zu AA gerichtet ist, also Orange und Grün, gehen kaum in die Mischung ein; Gelb, welches genau senkrecht steht, wird vollständig ausgelöscht. Der Farbenton ist natürlich bei paralleler Stellung des Nicols für beide Platten gleich. Dieser Farbenton hat nun das Charakteristische, dass äusserst kleine Aenderungen in der parallelen Stellung des Nicols eine merkliche Veränderung der Färbung der beiden Quarzplatten hervorbringen, stärker wie bei jeder anderen Farbe, welche eine Quarzplatte im Polarisationsapparate zeigt. Der Farbenton hat daher den Namen „empfindlicher Farbenton“ (couleur sensible) oder „Uebergangsfarbe“ (teinte de passage) erhalten. Dreht man den Nicol aus seiner Parallelstellung nur wenig heraus, so geht der Farbenton für die eine Platte in Roth, für die andere Platte in Blau über. Die Doppelplatte von Quarz ist daher geeignet, um zu beurtheilen, ob der analysirende Nicol seine anfängliche Parallelstellung beibehalten oder wieder angenommen hat. Zu dem Zwecke werden die Platten, deren Dicke 3,75 mm beträgt, gewöhnlich so in den Apparat eingesetzt, dass ihre Berührungsfläche vertical steht, Fig. 414. bc stellt die Linie dar, welche die beiden Platten $abcd$ und $bcfe$ von einander trennt. Durch ein rundes Diaphragma (in der Zeichnung durch einen Kreis angedeutet) sieht man halbkreisförmige Stücke der beiden Platten. Stehen die beiden Nicols parallel, so zeigt der ganze Kreis die gleiche Färbung; ist dies nicht der Fall, so ist die eine Kreishälfte anders gefärbt als die andere.

Fig. 414.



Die Erklärung der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes durch eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte ist von Fresnel gegeben. Fresnel hat gezeigt, dass ein linear polarisirter Lichtstrahl, welcher in die Quarzplatte eindringt, in zwei circularpolarisirte Strahlen zerlegt wird. Diese beiden Strahlen sind von gleicher Intensität, aber von entgegengesetzter Rotationsrichtung und sie pflanzen sich mit verschiedener Geschwindigkeit im Krystalle fort. Beim Austritt aus dem Krystalle vereinigen sich beide Strahlen wieder zu einem linear polarisirten. Würden beide Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit die Quarzplatte durchsetzen, so wäre die Polarisationsebene des austretenden Strahles gegen diejenige des eintretenden Strahles nicht gedreht. Fig. 415 möge diesen Fall darstellen. AB sei die ursprüngliche Schwingungsrichtung des Strahles, welcher beim Eintritt in den Krystall in zwei kreisförmige Schwingungen entgegengesetzter Rotation zerlegt wird. Beim Austritt vereinigen sich letztere, wie erwähnt, wieder zu einer geradlinigen Schwingung. Würde nämlich auf das Aethertheilchen A nur der links rotirende Strahl wirken, so gelangte es in einer bestimmten Zeit nach a; würde nur der rechts rotirende Strahl wirken, so gelangte es in derselben Zeit nach b. Wirken beide Strahlen gleichzeitig, so kommt das Theilchen nach c, indem die beiden anderen Componenten, wie leicht ersichtlich, sich gegenseitig aufheben. Den Punkten a, b, c entsprechen bei weiterem Verlauf die Punkte a', b', c'. Man sieht daher,

dass das Theilchen den geradlinigen Weg AB unter gleichzeitiger Wirkung beider rotirenden Strahlen in derselben Zeit zurücklegen wird, in welcher diese eine halbe Rotation vollendet haben. Die Schwingungsrichtung AB steht senkrecht zu den Linien ab, $a'b'$..., welche correspondirende Punkte verbinden.

Wenn nun aber die beiden rotirenden Strahlen sich mit verschiedener Geschwindigkeit durch den Krystall fortpflanzen, wie es wirklich der Fall ist, so tritt eine Verschiebung ein. Ist in Fig. 416 AB wieder die ursprüngliche Schwingungsrichtung des eintretenden Strahles und nimmt man an, dass der linksrotirende Strahl die gleiche Geschwindigkeit besitze, wie in dem oben durchgeführten Beispiele, so würde der Punkt a in Fig. 416 dem gleichen Punkte a in Fig. 415 entsprechen. Hat sich aber der rechtsrotirende Strahl mit grösserer Geschwindigkeit bewegt, so ist dieser dem linksrotirenden Strahle beim Austritt voraus, und dem Punkte a links entspricht der weitergerückte Punkt b rechts, Fig. 416. Die Schwingungsrichtung $A'B'$ des austretenden Strahles steht auch hier

Fig. 415.

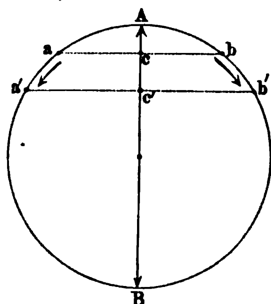
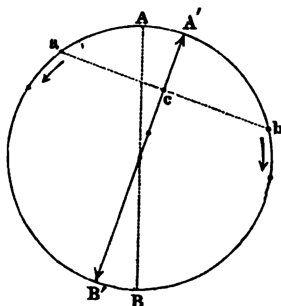


Fig. 416.



senkrecht zu der Linie ab, welche die correspondirenden Punkte verbindet, und man sieht, dass dieselbe gegenüber der ursprünglichen AB nach rechts verschoben ist. Je dicker die Quarzplatte, um so grösser wird der Phasenunterschied der beiden austretenden Strahlen und in Folge dessen wächst die Drehung der Polarisationsebene proportional mit der Dicke der Platte.

Wie schon erwähnt, steht die Drehung der Polarisationsebene des Quarzes mit der Krystallform im innigsten Zusammenhange; denn je nach der Form ist der Quarz rechts- oder linksdrehend. Man hat daher angenommen, dass die Theilchen des Krystalles je nach der Drehung eine bestimmte Anordnung besitzen und in Form einer rechts- oder linksgewundenen Spirale an einander liegen. Reusch hat diese Auffassung durch folgenden Versuch, der als eine Nachahmung der Krystallstructur gelten kann, wesentlich gestützt. Reusch schichtete eine Anzahl von dünnen Glimmerblättchen so auf einander, dass der Hauptschnitt jedes folgenden gegen den des vorhergehenden um einen bestimmten Winkel, z. B. 60°, gedreht war, und zeigte, dass eine solche Säule die Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes dreht. Der Sinn der Drehung ist der gleiche wie jener, welcher bei der Herstellung der Säule befolgt wurde; man kann also links- und rechtsdrehende Glimmersäulen herstellen. Die

späteren Untersuchungen von Sohncke[1]) haben der Auffassung über die Analogie der Structur der drehenden Krystalle mit den genannten Glimmercombinationen einen hohen Grad von Wahrscheinlichkeit verliehen.

Ausser dem Quarze giebt es noch eine Reihe anderer Krystalle, welche die Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes drehen. Die Grösse der Drehung ist für die verschiedenen Krystalle verschieden, wie folgende Zusammenstellung zeigt, welche für eine Dicke von 1 mm gilt.

	Drehungswinkel der Polarisationsebene für das mittlere gelbe Licht
Quarz	24,0°
Natriumchlorat	3,67°
Natriumbromat	2,80
Strontiumhyposulfat	1,64
Calciumhyposulfat	2,09
Natriumsulfantimoniat	2,70

Sobald man diese Krystalle durch Lösung oder Schmelzung in den amorphen Zustand überführt, verlieren sie die Eigenschaft, die Polarisationsebene zu drehen. Dies ist der sicherste Beweis, dass die Anordnung der Molecüle das Bedingende der Drehung ist.

§. 227.

Drehung der Polarisationsebene durch nicht krystallinische Körper[2]). — Ausser den Krystallen giebt es eine grosse Anzahl nicht krystallinischer Körper, welche das Vermögen besitzen, die Polarisationsebene des durch sie hindurchgehenden Lichtes zu drehen, oder, wie man es nennt, optisch activ zu sein. Alle diese Körper haben die gemeinsame Eigenschaft, Kohlenstoff zu enthalten; ferner sind sie organischen Ursprungs, d. h. sie sind Producte des Pflanzen- oder Thierreichs oder lassen sich aus diesen Producten durch einfache Zersetzungen ableiten. Sie behalten die optische Activität bei, wenn sie in Lösungen übergeführt werden. Die künstlich aus inactiven Substanzen dargestellten Körper, welche mit organischen optisch activen Verbindungen die gleiche Constitution haben, haben sich sämmtlich als inactiv erwiesen.

Die Ursache, welche bei den im vorigen Paragraphen angeführten Krystallen für die optische Activität angegeben wurde, nämlich eine bestimmte durch die Krystallform bedingte Gruppirung der Molecüle, kann

[1]) Sohncke, Pogg. Ann. Ergbd. 8, 1876. — [2]) Landolt, Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen, 1879.

für amorphe Körper keine Geltung haben. Man muss daher hier den Grund der Activität nicht ausserhalb, sondern in dem Molecüle selbst suchen und die Richtigkeit dieser Anschauung wird durch die Thatsache bestätigt, dass es auch Dämpfe giebt (z. B. Dämpfe von Terpentinöl und Campher), welche optisch activ sind. Da in den Dämpfen die Molecüle getrennt von einander auftreten, so folgt mit Sicherheit, dass das Vermögen, die Polarisationsebene des Lichtes zu drehen, hier durch eine besondere Constitution des Molecüls bedingt wird. Auf die Hypothese, welche zur Erklärung der Activität nicht krystallinischer Körper aufgestellt wurde [1]), gehen wir nicht ein, sondern verweisen vielmehr auf den chemischen Theil.

Ebenso wie beim Quarz der Drehungswinkel der Dicke der durchlaufenen Schicht proportional ist, ist dies auch bei allen anderen activen Körpern der Fall. Die Grösse der Drehung selbst ist für die verschiedenen Körper aber sehr verschieden; so ist z. B. der Drehungswinkel für die Fraunhofer'sche Linie B für eine Schichtdicke von 1 mm beim Quarze gleich 15,55°, beim Citronenöl nur 0,34°. Da überhaupt die Drehung, welche die organischen Verbindungen hervorbringen, bedeutend kleiner als jene des Quarzes ist, so wendet man zur Untersuchung immer grössere Schichtdicken an, und geht selten unter 100 mm herunter. Bei einer Schichtdicke von 100 mm lieferte Citronenöl den Werth 34,0° und hieraus ist der eben angegebene Werth abgeleitet.

Das Verhältniss $\frac{15,55}{0,34} = 45,74$, welches für die Fraunhofer'sche Linie B in Bezug auf Quarz und Citronenöl sich ergab, ist für die verschiedenen Farben nicht constant, sondern ändert sich mit wechselnder Wellenlänge nicht unbeträchtlich, wie folgende Tabelle zeigt.

	Drehungswinkel für eine Schichtdicke von 1 mm					
	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
Quarz	15,55	17,22	21,67	27,46	32,69	42,37
Citronenöl	0,340	0,379	0,485	0,633	0,775	1,06
Verhältniss . . .	45,74	45,43	44,68	43,38	42,18	39,97

In ähnlicher Weise wie Quarz und Citronenöl verhalten sich auch die meisten anderen Körper zu einander, so dass die Rotationsdispersion der verschiedenen Körper verschieden ist.

Während der Quarz und die übrigen Krystalle, welche optisch activ sind, sämmtlich in rechts- und linksdrehenden Exemplaren vorkommen, sind die amorphen Körper (starr, flüssig und gasförmig) grösstentheils nur rechtsdrehend, oder nur linksdrehend; eine kleine Anzahl derselben tritt rechts- und linksdrehend auf.

---

1) Van't Hoff, La chimie dans l'espace. Die Lagerung der Atome. Deutsch von F. Herrmann, 1877.

In der folgenden Tabelle sind einige optisch active Substanzen zusammengestellt.

Linksdrehend:	Rechtsdrehend:
Invertzucker.	Rohrzucker, Milchzucker, Traubenzucker, Stärkezucker.
Linksdrehende Weinsäure, Apfelsäure.	Rechtsdrehende Weinsäure.
Asparagin in wässerigen und alkoholischen Lösungen.	Asparagin in sauren Lösungen.
Linksdrehendes Terpentinöl (französisches von *Pinus maritima*).	Rechtsdrehendes Terpentinöl (englisches von *Pinus balsamica*, deutsches von *Pinus sylvestris*).
Lavendelöl, Rosenöl.	Corianderöl, Muscatöl.
Chinin, Morphin, Nicotin.	Conchinin, Nicotin in Salzsäure.
Albumin.	

§. 228.

Apparate zur Messung des Drehungswinkels der Polarisationsebene durch optisch active Substanzen.

1. Der einfachste Polarisationsapparat besteht aus zwei Nicols, die an den Enden des Apparates befestigt sind, und von denen der eine, welcher als Analysator dient, drehbar ist. Richtet man den Apparat gegen eine helle Flamme und stellt die Polarisationsebene des Analysators senkrecht zu jener des anderen Nicols, so geht kein Licht durch; das Gesichtsfeld ist dunkel. Bringt man dann eine active Substanz zwischen beide Nicols, so wird das Gesichtsfeld hell und man muss den analysirenden Nicol einen bestimmten Winkel drehen, um das Gesichtsfeld wieder zu verdunkeln. Zur Messung dieses Winkels dient ein mit dem Nicol verbundener Zeiger, welcher sich auf einer mit dem Stativ fest verbundenen Kreistheilung bewegt.

Es ist aber zu beachten, dass der abgelesene Winkel nicht nothwendig die Drehung der Polarisationsebene angiebt. Denn man kann durch Drehung des Nicols nach rechts und nach links bei Zwischenstellung einer activen Substanz das Gesichtsfeld wieder verdunkeln. Hat man z. B. gefunden, dass der Nicol vom Mittelpunkte aus 20^0 nach rechts gedreht ist, so braucht man nur den Nicol 180^0 zurückzudrehen, um abermals die Verdunkelung des Gesichtsfeldes zu erhalten (denn der Hauptschnitt des Nicols hat seine Richtung durch eine Drehung von 180^0 nicht geändert). In dem angeführten Beispiele weiss man daher nicht, ob die active Substanz eine Drehung von 20^0 nach rechts oder eine solche von $180 - 20 = 160^0$ nach links bewirkt. Um hierüber zu entscheiden, untersucht man die gleiche Substanz in einer Schichtdicke, welche nur die Hälfte der vorigen ist; bei dieser muss der Drehungswinkel halbirt werden.

Je nachdem die Substanz rechts- oder linksdrehend ist, wird man finden:

I. Rechtsdrehend: II. Linksdrehend:

10° rechts, 180° — 10 = 170° links; 100° rechts, 180° — 100 = 80° links.

Im ersten Falle ist die Substanz rechtsdrehend, weil die beiden Werthe für die Linksdrehung (170° für die halbe und 160° für die ganze Länge) im Widerspruch sind, dagegen die beiden Werthe 10° und 20° für die Rechtsdrehung übereinstimmen. Im zweiten Falle ist die Substanz linksdrehend aus den entsprechenden Gründen. Geht die Theilung an dem Kreise rechts herum von 0° bis 360°, so würde man bei dem obigen Beispiel folgende Ablesungen machen:

Ganze Schichtdicke:

20° und 200°, Drehungswinkel: 20° oder 360 — 200 = 160°.

Halbe Schichtdicke:

I. Rechtsdrehend: II. Linksdrehend:

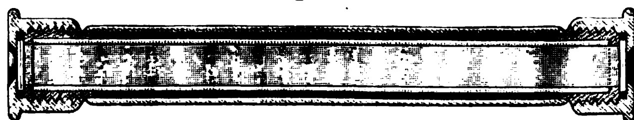
10° und 190° 100° und 280°.

Drehungswinkel für die halbe Schichtdicke:

10° = 190° — 180°; 180° — 100° = 360 — 280° = 80°.

Bei der Untersuchung von activen Flüssigkeiten füllt man dieselben in Röhren, welche eine bestimmte Länge besitzen (Fig. 417). Die Glas-

Fig. 417.



röhre ist zur Abhaltung fremden Lichtes mit einer Hülle von Messing umgeben. Den Verschluss der Röhre bilden zwei Spiegelglasplatten, welche auf die eben geschliffenen Ränder der Röhre durch Schraubenmuttern fest angedrückt werden.

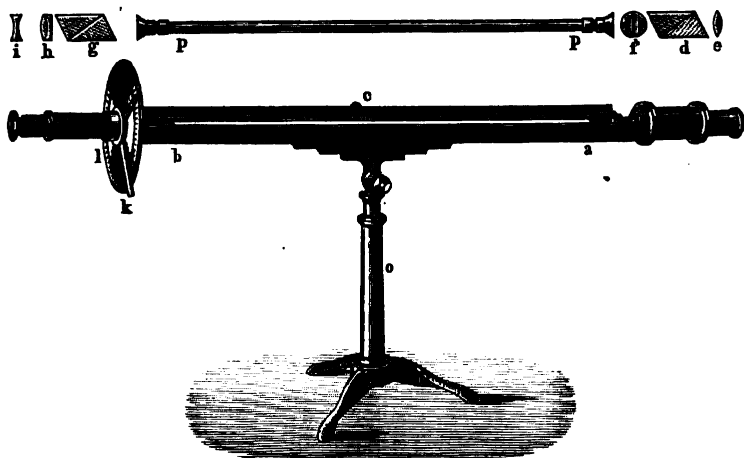
2. Apparat mit Soleil's Doppelplatte von Quarz. — Die Bestimmung des Drehungswinkels nach der unter 1. angegebenen Methode ist immer etwas unsicher, weil die Angabe schwer ist, wann das Gesichtsfeld das Minimum der Helligkeit besitzt. Eine grössere Empfindlichkeit erhält man durch Einführung einer Doppelplatte von Quarz, welche den empfindlichen Farbenton zeigt. In Fig. 418 (a. f. S.) ist ein solcher Apparat abgebildet.

d ist der polarisirende, *g* der analysirende drehbare Nicol. Vor *d* befindet sich die Convexlinse *e*, hinter *d* die Doppelplatte *f*, deren Dicke 3,75 mm beträgt. Hinter dem Analysator *g* ist ein kleines Fernrohr angebracht, welches aus der achromatischen Sammellinse *h* als Objectiv und der Zerstreuungslinse *i* als Ocular besteht. *PP* ist die Flüssigkeitsröhre, welche bei der Beobachtung in die Rinne *ab* gelegt wird.

Nach Fortnahme der Röhre *PP* stellt man zunächst das Fernrohr so ein, dass man die verticale Trennungslinie der beiden Quarzplatten *f* scharf sieht, wenn man den Apparat gegen eine hellleuchtende Flamme

richtet. Man dreht den Analysator, bis die beiden Felder der Quarzplatten gleich gefärbt erscheinen (vergl. §. 226), und liest am Theilkreise die Stellung ab. Nach Einlegen der mit activer Flüssigkeit gefüllten Röhre *PP* in die Rinne *ab* erscheinen die Felder der Quarzplatte verschieden gefärbt; man dreht den Analysator so, dass wieder Gleichfarbigkeit eintritt, und liest die Stellung ab. Um zu erfahren, ob der active Körper

Fig. 418.



rechts oder links dreht, wendet man das gleiche Verfahren an, welches unter 1. angegeben ist.

Eine Vervollkommnung dieses Apparates wird später besprochen.

3. Polaristrobometer von Wild. — Dieser Apparat, welcher in Fig. 419 abgebildet, ist dadurch charakterisirt, dass er ein Savart'sches Polariskop enthält, wodurch Interferenzstreifen erzeugt werden, die bei bestimmten Stellungen des polarisirenden Nicols verschwinden. Die optischen Theile des Apparates ergeben sich aus der oberen Zeichnung. *a* stellt einen Nicol dar, *b* das Savart'sche Polariskop, dessen Beschreibung sogleich folgt; *c* und *e* sind zwei Sammellinsen, welche zusammen ein Fernrohr bilden; *d* ist ein Xförmiges Fadenkreuz, welches in dem Brennpunkte der Linse *c* sich befindet; *f* ist der zweite Nicol.

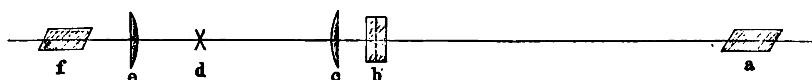
Das Polariskop *b* besteht aus zwei zusammengekitteten Kalkspathplatten, von denen jede etwa 2 mm dick ist. Die Platten sind so aus dem Krystall geschnitten, dass die optische Axe gegen die Grenzflächen der Platten eine Neigung von 45⁰ hat; dann sind die Platten so zusammengekittet, dass die Hauptschnitte der Platten einen rechten Winkel mit einander bilden.

Der polarisirende Nicol *a* ist drehbar, und zwar durch das Getriebe *P*, welches in ein Zahnrad der Kreisscheibe *E*, mit der der Nicol *a* fest verbunden ist, eingreift. Die Stellung der Kreisscheibe an dem Zeiger wird durch ein besonderes seitlich angebrachtes Fernrohr *T* abgelesen.

Der Nicol *f* und das Polariskop sind nicht drehbar. Der Hauptschnitt des ersteren ist horizontal und die gekreuzten Hauptschnitte des letzteren bilden mit der Horizontalen Winkel von 45°.

Zur Beobachtung lässt man Natriumlicht in den Apparat fallen und zieht das Ocular so weit aus, dass man das Fadenkreuz scharf sieht.

Fig. 419.





Gleichzeitig wird man ein System dunkler horizontaler Streifen wahrnehmen, welche die Folge der durch das Polariskop bewirkten Interferenz sind. Dreht man den Polarisator durch das Getriebe *P*, so verändert sich die Intensität der Interferenzstreifen; im Maximum ihrer Intensität gewähren sie den Anblick wie Fig. 420. Dreht man den Nicol weiter, so nimmt die Intensität wieder ab, und bei einer bestimmten Stellung des Nicols sind die Streifen aus der Mitte des Gesichtsfeldes vollständig verschwunden, nur an der rechten und linken Seite bleiben noch Spuren davon zurück. Diese Stellung des Nicols ist maassgebend und ist der Ausgangspunkt der Messung. Eine geringe Drehung nach rechts oder links lässt die Interferenzstreifen wieder auftreten, so dass die vorige Stellung sich scharf bestimmen lässt.

Fig. 420.



Dreht man den Nicol einmal vollständig im Kreise herum, so findet man, dass die Interferenzstreifen viermal verschwinden, und zwar in

Stellungen, die um 90° von einander liegen. Dieses Erlöschen der Streifen tritt dann ein, wenn der Hauptschnitt des polarisirenden Nicols mit einem der beiden sich kreuzenden Hauptschnitte des Polariskops zusammenfällt.

Die Beobachtung ergiebt sich nach obiger Darlegung leicht. Nach Fortnahme der Röhre bestimmt man zunächst die vier Stellungen des Nicols, bei denen die Interferenzstreifen verschwinden; dann legt man die mit activer Substanz gefüllte Röhre ein und dreht den polarisirenden Nicol so weit, bis wieder die Interferenzstreifen verschwinden; auch hier bestimmt man die vier Stellungen des Nicols.

Dreht der active Körper nach rechts, so muss die Kreisscheibe nach links gedreht werden, um den Drehungswinkel des Körpers zu erhalten. Gewöhnlich läuft die Theilung auf der Kreisscheibe rechts herum wie der Uhrzeiger; in diesem Falle erhält man bei der Ablesung für einen rechtsdrehenden Körper grössere Zahlen als für den Nullpunkt.

Um den Sinn der Activität einer Substanz, ob rechts- oder linksdrehend, zu bestimmen, verfährt man in ähnlicher Weise wie unter 1. angegeben wurde. Nur ist zu beachten, dass hier schon bei einer Drehung von 90° die identische Erscheinung auftritt. Hat man z. B.:

	die Nullpunkte bei	nach Einsetzen der activen Substanz das Verschwinden der Streifen bei	Differenz
I.	0°	20°	20°
	90	110	20
	180	200	20
	270	290	20

beobachtet, so kann die active Substanz rechtsdrehend mit dem Winkel 20°, oder linksdrehend mit dem Winkel 90° — 20 = 70° sein. In dem letzteren Falle gehören die Winkel in folgender Weise zusammen:

Nullpunkte bei	Beobachtung nach Einsetzen der activen Substanz	Differenz
0° = 360°	290°	70°
90	20	70
180	110	70
270	200	70

Zur Entscheidung ermittelt man die Drehung derselben Substanz für die Hälfte der ersten Schichtdicke, resp. Röhrenlänge; es muss sich dann die Hälfte des ersten Drehungswinkels ergeben. Ist die Substanz

rechtsdrehend,	linksdrehend,

so wird man das Verschwinden der Streifen finden bei:

		Differenz		Differenz
II.	10°	10° = 10° — 0°	325°	35° = 360° — 325°
	100	10 = 100 — 90	55	35 = 90 — 55
	190	10 = 190 — 180	145	35 = 180 — 145
	280	10 = 280 — 270	235	35 = 270 — 235
		II_r		II_l

Die beiden Beobachtungen I. und II. entscheiden die Frage, ob die Substanz rechts- oder linksdrehend ist, und liefern gleichzeitig die Grösse

des Drehungswinkels, unter der Voraussetzung, dass ein Drehungswinkel grösser als 90° ausgeschlossen ist. Lässt man aber diese Voraussetzung fallen, so ist noch keine Entscheidung getroffen. Die Beobachtung I. lässt nämlich auch die folgende Deutung zu: Die Substanz ist rechtsdrehend mit einem Winkel von $20^0 + 90^0 = 110^0$, oder linksdrehend mit einem Winkel von $70^0 + 90^0 = 160^0$.

Welcher von den vier möglichen Fällen eintritt, können die Beobachtungen I. und II. nicht entscheiden, man hat vielmehr folgendes Schema:

Beobachtet ist: I und II_r	Beobachtet ist: I und II_l
dann ist die Substanz rechtsdrehend mit dem Winkel von 20°, oder linksdrehend mit dem Winkel von 160°.	dann ist die Substanz linksdrehend mit dem Winkel von 70°, oder rechtsdrehend mit dem Winkel von 110°.

In allen Fällen beziehen sich die angegebenen Drehungswinkel auf die ursprüngliche Röhrenlänge.

Zur endgültigen Entscheidung, wie die Drehung beschaffen ist, untersucht man noch die Drehung einer Röhre, deren Länge nur $^1/_4$ der ursprünglichen ist. Es genügt dann die Beobachtung in dem ersten Quadranten (zwischen 0° und 90°); die Stellung des Nicols, bei welcher die Interferenzstreifen verschwinden, kann sein bei:

5°,	dann ist die Substanz	rechtsdrehend	mit dem Winkel von	20°,
oder 50°,	„ „ „ „	linksdrehend	„ „ „ „	160°,
oder 72,5°,	„ „ „ „	linksdrehend	„ „ „ „	70°,
oder 27,5°,	„ „ „ „	rechtsdrehend	„ „ „ „	110°.

Allgemein lässt sich das vorstehende Resultat so formuliren: Beobachtet man nur im ersten Quadranten (zwischen 0° und 90°) die Stellung des Nicols, bei der die Interferenzstreifen verschwinden, und ist die Ablesung bei ganzer Röhrenlänge gleich α^0,

ist sie ferner bei $^1/_4$ Röhrenlänge gleich

$\frac{\alpha}{4}$, dann ist die Substanz rechtsdrehend mit dem Winkel α^0,

gleich

$\left(45 + \frac{\alpha}{4}\right)$ „ „ „ „ linksdrehend „ „ „ $(180 - \alpha)^0$

gleich

$\left(67^1/_2 + \frac{\alpha}{4}\right)$ „ „ „ „ linksdrehend „ „ „ $(90 - \alpha)^0$

gleich

$\left(22^1/_2 + \frac{\alpha}{4}\right)$ „ „ „ „ rechtsdrehend „ „ „ $(90 + \alpha)^0$

Die Winkel α, $(180 - \alpha)$... beziehen sich auf die ganze Röhrenlänge [1]).

---

[1]) Anstatt die Röhren zu verkürzen, kann man in dem Falle, wo es sich um Lösungen handelt, auch bei ungeänderter Röhrenlänge die Concentration der Lösung entsprechend vermindern.

4. Halbschattenapparat von Laurent[1]). — Dieser Apparat, in Fig. 421 abgebildet, beruht auf der ungleichen Verdunkelung der zwei Hälften des Gesichtsfeldes, welche durch die Drehung der Polarisationsebene verursacht wird.

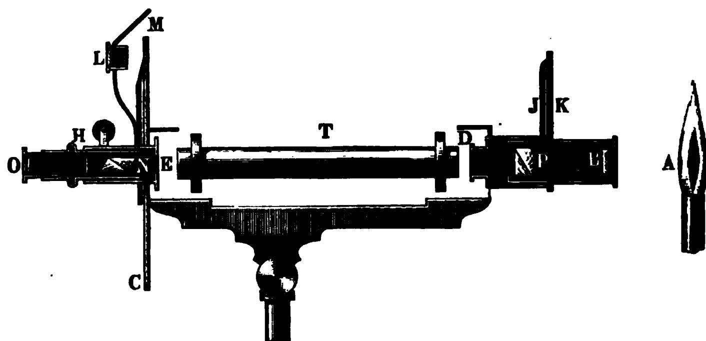
Das Licht der Natronflamme *A* fällt zunächst auf eine dünne Platte *B* von Kaliumdichromat, welche den Zweck hat, die geringen Antheile von grünem, blauem und violettem Lichte, welche in den Apparat eindringen könnten, auszulöschen.

P ist ein combinirtes Kalkspathprisma, welches als Polarisator dient und nur den ausserordentlichen Strahl durchlässt.

Die Theile *B* und *P* befinden sich in einer Hülse, welche für sich drehbar ist.

Bei *D* ist ein rundes Diaphragma, welches durch eine Glasplatte bedeckt ist; auf dieser Glasplatte ist eine parallel zur optischen Axe geschliffene Quarzplatte so gelegt, dass die Quarzplatte die Hälfte des Diaphragma bedeckt und die eine Begrenzung derselben mit dem verticalen

Fig. 421.



Durchmesser des Diaphragma zusammenfällt. Die Dicke der Quarzplatte ist so bestimmt, dass die parallel und senkrecht zur Axe polarisirten Strahlen einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ bei ihrem Durchtritt durch die Platte erhalten. Die genannte Platte ist charakteristisch für den Laurent'schen Apparat und wird die Wirkung derselben sogleich näher besprochen.

T ist die Röhre für die active Flüssigkeit,
E ist ein rundes Diaphragma,
N ist der analysirende Nicol.

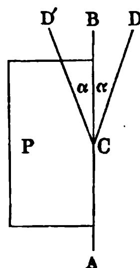
Die Linsen *H* und *O* bilden zusammen ein kleines Fernrohr. Der Nicol *N* ist mit den anliegenden Theilen drehbar; die Stellung des Nicols wird an dem feststehenden Kreise *C* mit der Loupe *L* abgelesen.

Die Wirkung der dünnen Quarzplatte ist folgende. Angenommen, die optische Axe der Platte *P*, Fig. 422, sei *AB* parallel.

[1]) Laurent, Dingl. polyt. Journ. 223 (1877).

a) Es falle auf die Platte polarisirtes Licht, dessen Polarisationsebene mit AB parallel sei. Betrachtet man die Platte durch einen Nicol N als Analysator, so wird das Gesichtsfeld dunkel, wenn die Polarisationsebene von N senkrecht zu AB steht. Die Platte übt also keinen Einfluss auf die Intensität des Lichtes aus.

Fig. 422.



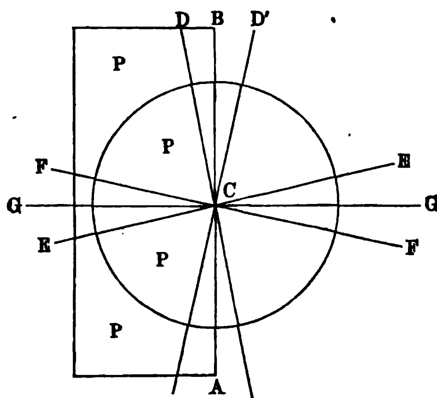
b) Es falle auf die Platte polarisirtes Licht, dessen Polarisationsebene senkrecht zu AB stehe. Betrachtet man die Platte durch einen Nicol N als Analysator, so wird das Gesichtsfeld dunkel, wenn die Polarisationsebene von N ebenfalls senkrecht zu AB steht. Die Polarisationsebene des Lichtes, welches in die Platte eintritt, wird also durch die Platte um einen rechten Winkel gedreht, so dass das aus der Platte tretende Licht parallel zu AB polarisirt ist.

c) Es falle auf die Platte polarisirtes Licht, dessen Polarisationsebene den Winkel α mit AB bildet, so dass dieselbe parallel zu CD sei. Das aus der Platte austretende Licht ist dann parallel zu CD' polarisirt, wo der Winkel BCD' gleich α ist. Daher wird das Gesichtsfeld dunkel, wenn die Polarisationsebene des analysirenden Nicols senkrecht zu CD' steht.

Stelle jetzt der Kreis in Fig. 423 das Diaphragma dar, dessen links gelegene Hälfte durch die Querplatte bedeckt ist.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes sei parallel zu CD. Die rechts gelegene Hälfte des Diaphragmas wird dunkel erscheinen, wenn die Polarisationsebene des Analysators senkrecht zu CD, also parallel FF steht. Die links gelegene Hälfte wird dagegen dunkel, wenn die Polarisationsebene des Analysators senkrecht zu CD', also parallel EE steht. Dreht man den Analysator von EE nach FF hin, so wird die linke Seite allmälig heller, die rechte dunkler, und wenn der Analysator den Winkel ECF halbirt, also parallel CG steht, wird das ganze Diaphragma gleich hell sein. Dies ist die empfindliche Stellung. Denn eine geringe Drehung des Analysators vermehrt die Helligkeit auf der einen und vermindert dieselbe auf der anderen Hälfte, so dass der Helligkeitsunterschied deutlich sichtbar wird.

Fig. 423.



Durch die Drehung der Hülse K (Fig. 421) kann man den Winkel α ändern. Der Apparat ist um so empfindlicher, je kleiner der Winkel α ist, je dunkler also die beiden Hälften in der Mittelstellung GG des Analysators erscheinen.

Die Theilung des Kreises ist so eingerichtet, dass, wenn die Polari-

sationsebene des Analysators parallel zu $G\,G$ steht, der Index auf 0^0 resp. auf 180^0 zeigt. Wird dann die mit activer Substanz gefüllte Röhre in den Apparat eingesetzt, so werden die beiden Hälften des Gesichtsfeldes verschieden hell und man dreht so weit, bis wieder beide Hälften die gleiche Schattirung zeigen. Da eine Drehung des Analysators um 180^0 keinen Einfluss auf die Beleuchtung ausüben kann, so muss man das unter 1. Gesagte beachten, wenn man nicht von vornherein weiss, ob die active Substanz rechts- oder linksdrehend ist.

§. 229.

Specifisches Drehungsvermögen. — Es ist schon erwähnt, dass die verschiedenen drehenden Flüssigkeiten in verschiedenem Grade das Vermögen besitzen, die Polarisationsebene des Lichtes zu drehen. Da der Drehungswinkel für die gleiche Flüssigkeit proportional der durchstrahlten Schichtdicke wächst, so ist von vornherein klar, dass zur Vergleichung der Flüssigkeiten in Bezug auf ihr Drehungsvermögen die beobachteten Drehungswinkel auf gleiche Schichtdicken reducirt werden müssen. Diese Rücksicht genügt indessen nicht; denn der Drehungswinkel hängt nicht allein von der Länge der vom Lichte durchstrahlten Flüssigkeitssäule, sondern auch von der Masse sämmtlicher wirksamer Theilchen ab. Man wird daher vergleichbare Resultate erhalten, wenn man den beobachteten Drehungswinkel durch die Länge der Flüssigkeitssäule und durch das Gewicht der in der Volumeinheit enthaltenen activen Substanz dividirt. Die so bestimmte Grösse ist von Biot eingeführt und specifisches Drehungsvermögen genannt. Ist daher

α der beobachtete Drehungswinkel der Flüssigkeitssäule,
l die Länge der Säule, ausgedrückt in Decimetern,
S das Gewicht activer Substanz in 1 ccm der Flüssigkeit, ausgedrückt in Grammen, so ist das specifische Drehungsvermögen $[\alpha]$:

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{l\,.\,S} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}$$

1. Besteht die drehende Flüssigkeit nur aus activer Flüssigkeit, so ist S gleich der Dichte d der Flüssigkeit; daher wird die Gleichung I)

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{l\,.\,d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}$$

2. Ist die drehende Flüssigkeit eine Mischung oder Lösung von activer Substanz mit inactiver Flüssigkeit, so bestimmt sich S in folgender Weise. Es sei

d die Dichte der drehenden Lösung,
p die Gewichtsmenge activer Substanz in 100 Gewthln. Lösung,

so ist S oder die Anzahl Gramme activer Substanz in 1 ccm Lösung (Procentgehalt) gleich

$$S = \frac{p\,.\,d}{100}.$$

Daher ist das specifische Drehungsvermögen

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{l \, . \, S} = \frac{\alpha \, . \, 100}{l \, . \, p \, . \, d} \quad \text{III)}$$

Diese Formel kann man als die allgemeine betrachten; denn setzt man $p = 100$, so hat man eine rein active Substanz und es geht die Gleichung III) in II) über.

An Stelle von p (Procentgehalt = Gewichtsmenge activer Substanz in 100 Gewthln. Lösung) kann man auch die Concentration $c = pd$ einführen; es ist dann

$$c = pd = 100 \, S.$$

Die Concentration c bezeichnet daher die Anzahl Gramme activer Substanz in 100 ccm Lösung. Es wird

$$[\alpha] = \frac{\alpha \, . \, 100}{l \, . \, c} \quad \text{IIIa)}$$

Da der Drehungswinkel α unter sonst gleichen Umständen von der Wellenlänge (Farbe) des angewandten Lichtes abhängt, so ist nach den obigen Formeln auch das specifische Rotationsvermögen in gleicher Weise davon bedingt.

Untersucht man die Drehungswinkel derselben Flüssigkeit bei verschiedenen Temperaturen und berechnet man die specifische Rotation, so ergiebt sich meistens eine Abnahme der letzteren mit steigender Temperatur. So ist z. B. das specifische Drehungsvermögen für die Fraunhofer'sche Linie D beim Terpentinöl durch die Gleichung:

$$[\alpha]_D = 36{,}61 - 0{,}004437 \, . \, t$$

bestimmt, wo t die Temperatur darstellt.

Lässt man Wellenlänge und Temperatur ungeändert, so ist für die gleiche Flüssigkeit die specifische Rotation eine constante und für die Flüssigkeit charakteristische Grösse; insbesondere hat also die Länge der untersuchten Schicht gar keinen Einfluss auf dieselbe. Diese Constanz der specifischen Rotation erstreckt sich aber nicht allgemein auf die verschiedenen Lösungen der Mischungen, welche mit demselben activen Körper hergestellt werden. Für Mischungen von linksdrehendem Nicotin und (inactivem) Alkohol wurden folgende Werthe der specifischen Rotation gefunden [1]):

Procentgehalt an Nicotin p	Specifisches Drehungsvermögen $[\alpha]_D$
90,0945	158,65
45,0846	148,81
14,9567	141,60

[1]) Landolt, Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen.

Diese Zahlen zeigen, dass das specifische Drehungsvermögen des Nicotins um so kleiner sich ergiebt, je verdünnter die Lösung Nicotin-Alkohol wird.

Beim Terpentinöl tritt das Umgekehrte ein: Die specifische Rotation wird um so grösser, je verdünnter die Lösung ist, wie folgende Zahlen für Mischungen von Terpentinöl mit Alkohol zeigen:

Procentgehalt an Terpentinöl p	Specifisches Drehungsvermögen $[\alpha]_D$
90,0530	37,035°
49,9658	37,548
10,0078	38,486

Man kann daher das specifische Drehungsvermögen, welches für eine active Substanz aus einer Mischung abgeleitet ist, nicht als dasjenige der reinen Substanz betrachten, da ersteres von dem Procentgehalte nicht unabhängig ist. Stellt man aber die Werthe des specifischen Drehungsvermögens $[\alpha]$, welche für verschiedene Procentgehalte gefunden wurden, in ihrer Abhängigkeit vom Procentgehalte durch eine Gleichung dar, so lässt sich das specifische Drehungsvermögen der reinen Substanz bestimmen. So erhielt Landolt aus den oben angegebenen Werthen für Terpentinöl folgende Formel:

$$[\alpha]_D = 36{,}974 + 0{,}0048164\,(100 - p) + 0{,}00013310\,(100 - p)^2.$$

Setzt man in diese Formel die Werthe von p, welche oben angegeben sind, ein, so erhält man die zugehörigen Werthe für $[\alpha]_D$. Setzt man aber $p = 100$, so findet man das specifische Rotationsvermögen des reinen Terpentinöls, und zwar gleich 36,974°. Eine directe Beobachtung des reinen Terpentinöls hatte einen Werth geliefert, der sehr nahe mit dem abgeleiteten übereinstimmt, nämlich 37,010. Wenn auch die verschiedenen Lösungsmittel einen sehr verschiedenen Einfluss auf die aus den Lösungen berechnete specifische Rotation ausüben, so lange p von 100 verschieden ist, so ergeben sich doch nahezu die gleichen Werthe für die specifische Rotation, wenn man $p = 100$ setzt, wenn man also den Werth für die reine Substanz bestimmt. So fand Landolt[1] für Terpentinöl folgende Werthe für die specifische Rotation der reinen Substanz:

$[\alpha]_D$ = 37,010°, direct abgeleitet,
= 36,974°, berechnet aus Mischungen von Terpentinöl und Alkohol,
= 36,970°, „ „ „ „ „ „ Benzol,
= 36,894°, „ „ „ „ „ „ Essigsäure.

Wie man sieht, ist die Uebereinstimmung dieser Werthe eine sehr gute.

In gleicher Weise lässt sich auch, wie Landolt gezeigt hat, die wahre specifische Rotation fester activer Körper ermitteln. Man stellt zu

[1]) Landolt, l. c.

dem Zwecke möglichst stark concentrirte Lösungen des activen Körpers her und bestimmt den Drehungswinkel wenigstens für drei verschiedene Concentrationen. Berechnet man dann die specifische Rotation $[\alpha]$ nach der in Gleichung III) angegebenen Formel, so wird man drei verschiedene Werthe erhalten für $[\alpha]$. Diese Werthe stellt man durch eine Formel von der Form:

$$[\alpha] = A + B\,(100 - p) + C\,(100 - p)^2$$

in ihrer Abhängigkeit vom Procentgehalte p dar und erhält dann in dem Werthe A die wahre specifische Rotation des festen activen Körpers. Die Natur des Lösungsmittels ist ohne Einfluss auf den Werth von A, wie es auch sein muss, während die Werthe B und C mit einer Veränderung des Lösungsmittels sich ändern. Wie nahe die nach dem obigen Verfahren ermittelten Werthe von A, der wahren specifischen Rotation des festen activen Körpers, übereinstimmen, wenn man verschiedene Lösungsmittel zur Bestimmung anwendet, zeigen folgende Resultate, welche Landolt für Campher erhalten hat:

Lösungsmittel des Camphers	Wahre specifische Rotation des Camphers für die Fraunhofer'sche Linie D.
Essigsäure	55,5⁰
Essigäther	55,2
Monochloressigäther . .	55,7
Benzol	55,2
Dimethylanilin	55,8
Holzgeist	56,2
Alkohol	54,4

§. 230.

Saccharimetrie. — Aus der Gleichung III) des vorigen Paragraphen

$$[\alpha] = \frac{\alpha \,.\, 100}{l \,.\, p \,.\, d},$$

worin:

$[\alpha]$ das specifische Rotationsvermögen,
α den beobachteten Drehungswinkel der Lösung,
l die Länge der durchstrahlten Säule in Decimetern,
p den Procentgehalt der Lösung, d. i. die Gewichtsmenge activer Substanz in 100 Gewthln. der Lösung,
d die Dichtigkeit der Lösung bedeutet,

lässt sich der Procentgehalt p der Lösung berechnen, wenn man die übrigen Grössen der obigen Gleichung ermittelt hat:

$$p = \frac{\alpha . 100}{l . d} \cdot \frac{1}{[\alpha]} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{III b)}$$

Hat man daher einmal die specifische Rotation $[\alpha]$ einer activen Substanz für verschiedene Concentrationen in einem Lösungsmittel festgestellt, und hieraus den Zusammenhang von $[\alpha]$ und α ermittelt, so braucht man bei einer Lösung, deren unbekannter Procentgehalt gefunden werden soll, nur die Grössen α, l, d zu beobachten und diese mit dem Werthe $[\alpha]$, welcher sich aus α ergiebt, in die obige Gleichung einzusetzen, um den gesuchten Procentgehalt zu erhalten. Besonders einfach gestaltet sich die Rechnung für den Fall, dass das specifische Drehungsvermögen $[\alpha]$ von dem Procentgehalt unabhängig ist, also eine constante Grösse darstellt. Es trifft diese Constanz von $[\alpha]$ beim Rohrzucker wenigstens annähernd zu und zwar kann man für $[\alpha]_D$ bei 20° den Werth 66,5 einsetzen. Man erhält daher:

$$p = \frac{\alpha . 100}{l . d . [\alpha]} = 1{,}504 \cdot \frac{\alpha}{l . d} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IV)}$$

Ermittelt man statt p die Concentration $c = pd$, wo c die Anzahl Gramme Rohrzucker in 100 ccm Lösung angiebt, so hat man:

$$c = 1{,}504 \cdot \frac{\alpha}{l} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IV a)}$$

Gewöhnlich wendet man bei der Zuckerbestimmung ein Rohr von 2 dm Länge an; in diesem Falle ist $l = 2$ und es wird:

$$c = 0{,}752 . \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IV b)}$$

Um nach dieser Formel die Concentration einer Rohrzuckerlösung zu erhalten, braucht man nur mit einem der im §. 228 beschriebenen Apparate den Drehungswinkel α der Lösung unter Anwendung von gelbem Natriumlicht bei der Temperatur 20° zu bestimmen. Hat man z. B. $\alpha = 10°$ gefunden, so wird $c = 7{,}52$, d. h. die Lösung enthält in 100 ccm 7,52 g Rohrzucker.

Wie schon erwähnt, ist die specifische Rotation $[\alpha]_D$ des Rohrzuckers nicht vollständig constant, vielmehr nimmt dieselbe mit wachsender Concentration etwas ab. Nach den Beobachtungen von Schmitz nimmt der Werth $[\alpha]_D$ von 66,802 bis 65,620 ab, wenn die Concentration c von 2 bis 85,5 wächst. Um diesen Einfluss auf die Bestimmung der Concentration zu zeigen, ist die folgende Tabelle[1]) berechnet.

---

[1]) Landolt, l. c.

Beobachteter Drehungswinkel α für eine Rohrlänge von 2 dm	Concentration c = Gramme Zucker in 100 ccm Lösung		Differenz
	berechnet nach Gleichung IV b)	corrigirte Werthe	
5^0	3,76	3,755	— 0,005
10	7,52	7,514	— 0,006
15	11,28	11,277	— 0,003
20	15,04	15,044	+ 0,004
25	18,80	18,814	+ 0,014
30	22,56	22,588	+ 0,028
35	26,32	26,366	+ 0,046
40	30,08	30,148	+ 0,068
45	33,84	33,933	+ 0,093
50	37,60	37,724	+ 0,124

Hat man daher einen Drehungswinkel $\alpha = 10^0$ beobachtet, so liefert die Gleichung IV b) (ohne Rücksicht auf die Veränderlichkeit der specifischen Rotation) für die Concentration den Werth 7,52; der genauere Werth wäre dagegen 7,514.

§. 231.

Saccharimeter. — Jeder Apparat, welcher die Drehung der Polarisationsebene zu messen gestattet, kann zur Bestimmung der Concentration in einer Rohrzuckerlösung oder als Saccharimeter benutzt werden. Einzelne Apparate haben indess für diesen Zweck besondere Einrichtungen erhalten und führen daher speciell den Namen Saccharimeter; von diesen sollen im Folgenden einige beschrieben werden.

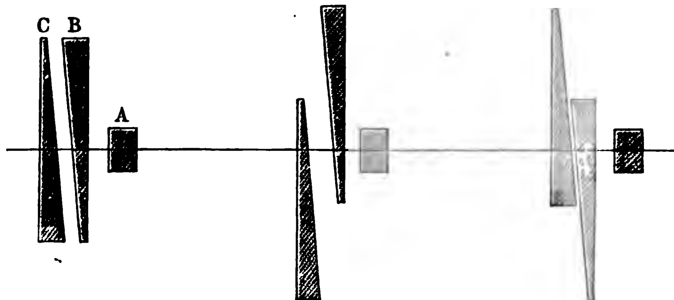
1. Saccharimeter von Soleil-Ventzke[1]. — Der Apparat enthält eine Soleil'sche Quarzdoppelplatte von 3,75 mm Dicke, welche in beiden Hälften die gleiche Färbung zeigt, wenn die Polarisationsebenen des Polarisators und Analysators einander parallel sind (vergl. §. 226) und keine active Substanz zwischen denselben sich befindet. Ist letzteres der Fall, so wurde in dem früher beschriebenen Apparate (§. 228) der Analysator so weit gedreht, bis die durch die active Substanz hervorgerufene Verschiedenheit der Färbung wieder aufgehoben wurde. In dem jetzt zu beschreibenden Apparate wird die Wiederherstellung der Gleichfärbung in folgender Weise bewirkt.

Die Strahlen durchlaufen, nachdem sie die active Lösung verlassen haben, eine Compensationsvorrichtung, welche in Fig. 424 (a. f. S.) abgebildet ist.

[1] Soleil, Compt. rend. 24, 26, 31. Ventzke, Journal für praktische Chemie von Erdmann 25, 28.

A ist eine senkrecht zur optischen Axe geschnittene Quarzplatte; *B* und *C* sind zwei keilförmige Quarzplatten, deren äussere parallele Flächen senkrecht zur optischen Axe sind. Die Rotationsrichtung der Platte *A* ist jener der beiden Platten *B* und *C* entgegengesetzt; ist also die Platte *A* linksdrehend, so sind die Platten *B* und *C* rechtsdrehend. Die beiden Keile *B* und *C* sind gegen einander verschiebbar und von ihrer Stellung zu einander hängt die Dicke der Platte ab, welche sie zusammen bilden. Haben die beiden Keile zusammen die gleiche Dicke wie *A*, so ist die ganze Vorrichtung *A*, *B*, *C* optisch unwirksam, denn die Linksdrehung, welche *A* erzeugt, wird durch die gleich starke Rechtsdrehung von *B* und *C* compensirt (Fig. 424). Sind dagegen die Keile zusammen

Fig. 424. Fig. 425. Fig. 426.



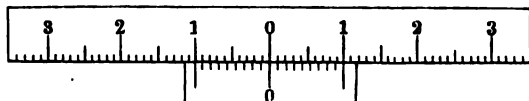
dünner als *A* (Fig. 425), so bewirkt das System eine Linksdrehung, ist es umgekehrt (Fig. 426), eine Rechtsdrehung.

Wenn daher durch eine active Lösung eine Drehung der Polarisationsebene z. B. nach rechts erzeugt ist, so lässt sich diese Drehung dadurch wieder aufheben, dass man das Licht durch die beschriebene Compensationsvorrichtung treten lässt und die beiden Keile so weit verschiebt, dass sie zusammen mit *A* eine ebenso starke Linksdrehung bewirken, wie die active Lösung rechts gedreht hat.

Um die Verschiebung der Quarzkeile *B* und *C* zu messen, ist mittelst Metallfassungen an dem einen Keile eine Theilung, an dem anderen ein Nonius angebracht, wie in Fig. 428 dargestellt ist.

Steht der Nonius auf Null, wie in Fig. 427, so ist die Dicke der beiden Keile zusammengenommen gleich der Dicke der Platte *A*; je nach-

Fig. 427.



dem der Nonius nach rechts oder links wandert, vermehrt oder vermindert sich die Summe der Keildicken.

Der Apparat von Soleil-Ventzke ist in Fig. 428 abgebildet.

d stellt einen Regulator dar, dessen Beschreibung sogleich folgt. *b* ist der Polarisator; 3 ist ein achromatisirtes Kalkspathprisma, dessen Hauptschnitt vertical steht. Nur der ausserordentliche Strahl tritt in der Rich-

tung der Axe aus. Die nach aussen gekehrte Seite des Prismas hat eine convexe Wölbung, um die divergent einfallenden Strahlen parallel zu machen. 4 ist eine Soleil'sche Doppelplatte von Quarz von 3,75 mm Dicke, um die empfindliche Farbe zu erzeugen.

Zwischen 4 und 5 ist der Raum für die Flüssigkeitsröhre.

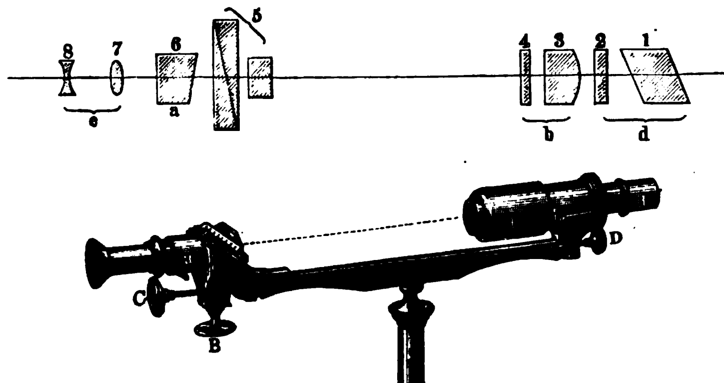
5 ist die oben beschriebene Compensationsvorrichtung. Die Theilung ist in der unteren Figur sichtbar.

a ist der Analysator; derselbe ist ein achromatisirtes Kalkspathprisma, dessen Hauptschnitt ebenso wie bei *b* vertical steht.

c ist ein kleines Fernrohr; 7 eine Sammellinse als Objectiv, 8 eine Zerstreuungslinse als Ocular.

Denkt man sich zunächst den Regulator *d* entfernt, so wird das einfallende Licht durch 3 linear polarisirt, und durch 4 erfolgt die Färbung. Wenn keine active Substanz eingeschaltet ist und der Nonius des Compensators 5 auf Null steht, so sieht man durch das Fernrohr *c* bei Anwendung von Tageslicht die beiden Hälften des Gesichtsfeldes gleich gefärbt mit

Fig. 428.



der empfindlichen Farbe. Schaltet man dann eine Röhre mit activer Substanz ein, so sieht man die beiden Hälften der Doppelplatte 4 verschieden gefärbt. Man verschiebt dann die beiden Keile des Compensators mittelst der Schraube *B* so weit, bis wieder Gleichfärbung auftritt und liest die Stellung des Nonius ab. Diese Gleichfärbung ist nur dann zu erreichen, wenn die active Substanz die gleiche Rotationsdispersion wie der Quarz besitzt; denn nur in diesem Falle wird die verschieden starke Drehung, welche den verschiedenen Farben die active Substanz ertheilt, durch die entgegengesetzte Drehung, welche die Quarzkeile bei dem verschiedenfarbigen Lichte hervorbringen, für jede Farbe compensirt. Die Rotationsdispersion des Rohrzuckers ist jener des Quarzes gleich; daher ist der Apparat für die Lösungen desselben anwendbar.

Der Regulator *d* besteht aus einem Nicol 1 und aus einer senkrecht zur Axe geschnittenen einfachen Quarzplatte 2 (Fig. 428). Der Zweck des Regulators ist folgender. Wendet man statt des Tageslichtes Lampenlicht an, welches verhältnissmässig mehr gelbe und weniger violette Strahlen enthält, so erhält die empfindliche Uebergangsfarbe einen röthlichen Ton und ist nicht mehr so empfindlich. Der Regulator hat nun

den Zweck, die empfindlichste Farbe wieder herzustellen und ist zu dem Ende durch den Knopf *C*, dessen Getriebe bei *D* in ein Zahnrad eingreift, um das einfallende Licht als Axe drehbar. Das in den Apparat einfallende Licht wird durch den Nicol 1 polarisirt und erleidet durch die Quarzplatte 2 eine Rotationsdispersion; durch das Prisma 3 werden die circular polarisirten Strahlen wieder auf eine Polarisationsebene zurückgeführt. Je nach dem Winkel, welchen die Polarisationsebenen von 1 und 3 mit einander bilden, werden bestimmte Farbenstrahlen gar nicht oder in geringerer Intensität durchgelassen. Man hat es daher durch die Drehung des Regulators an der Hand, eine bestimmte Farbenmischung auf die Doppelplatte 4 fallen zu lassen. Sieht man in den Apparat, während der Compensator 5 so gestellt ist, dass die beiden Hälften des Doppelquarzes gleich gefärbt sind, so bewirkt eine Drehung des Regulators, dass diese Färbung sich ändert, ohne aber einen Unterschied zwischen den beiden Hälften hervorzubringen. Man hat daher in dem Regulator auch noch eine Controle bei der Beobachtung, welche besonders bei Anwendung von gefärbten activen Substanzen von Wichtigkeit ist. Wenn nämlich auf Gleichfärbung richtig eingestellt ist, darf eine Drehung des Regulators diese nicht stören.

Die Scala des beschriebenen Saccharimeters ist in folgender Weise bestimmt: eine Lösung, welche in 100 ccm 26,048 g Zucker enthält, liefert den Punkt 100 der Scala, wenn die Länge der Röhre 2 dm ist. Der Abstand von 0 bis 100 wird in 100 gleiche Theile getheilt. Die genannte Lösung ist auch dadurch charakterisirt, dass sie bei der Temperatur 17,5^0 das specifische Gewicht 1,1 besitzt.

Um aus der beobachteten Ablenkung, welche eine Rohrzuckerlösung hervorbringt, die Concentration, d. i. die Anzahl Gramme Zucker in 100 ccm der Lösung, zu ermitteln, hat man nur die beobachtete Ablenkung mit 0,26048 zu multipliciren, wenn die Länge der Röhre 2 dm ist.

Zur Untersuchung fester zuckerhaltiger Substanzen in Bezug auf den Rohrzuckergehalt wiegt man 26,048 g ab, löst diese Menge in Wasser, verdünnt auf 100 ccm, und beobachtet die Ablenkung in einem 2 dm-Rohr. Die beobachtete Ablenkung drückt dann direct die Gewichtsprocente reinen Rohrzuckers in der Substanz aus. Es ist übrigens selbstverständlich, dass diese Bestimmung nur dann richtige Werthe liefert, wenn die zu untersuchende Substanz nur den rechtsdrehenden Rohrzucker als active Substanz enthält. Sobald noch weitere active Substanzen vorhanden sind, ist eine weitere Untersuchung nothwendig, betreffs deren auf das specielle Werk von Landolt: „Das optische Drehungsvermögen etc.“ verwiesen wird.

2. Saccharimeter von Soleil-Duboscq. — Dasselbe unterscheidet sich von dem eben beschriebenen im Wesentlichen nur durch eine andere Scala. Der Punkt 100 entspricht einer Lösung, die auf 100 ccm 16,35 g Zucker enthält, wenn man ein 2 dm-Rohr anwendet. Die Theilung ist auch dadurch charakterisirt, dass die genannte Lösung eine ebenso starke Drehung hervorbringt, wie eine 1 mm dicke Quarzplatte.

3. Saccharimeter von Wild. — Dasselbe hat die gleiche Construction wie das früher (§. 228) beschriebene Polaristrobometer, ist aber statt mit einer Kreistheilung mit einer Zuckerscala versehen. Es ist diese

Theilung so hergestellt, dass jeder Theilstrich 1 g Zucker in 1 Liter Lösung anzeigt, wenn man die Beobachtung in einem 2 dm-Rohr macht. Beobachtet man daher bei einer Lösung den Theilstrich 250 der Scala, so enthält 1 Liter Lösung 250 g Zucker, oder 25 g in 100 ccm.

Da die specifische Rotation des Rohrzuckers nicht vollständig constant ist, so bedürfen alle Beobachtungen der beschriebenen Saccharimeter einer kleinen Correction, wenn man ganz genaue Resultate erhalten will[1]) (vergl. §. 230).

§. 232.

Brechung des Lichts in Krystallen. — 1. Krystalle des regulären Systems. Die Körper, welche im regulären System krystallisiren, verhalten sich gegen das Licht ebenso wie amorphe Substanzen; insbesondere entspricht einem einfallenden auch immer nur ein gebrochener Strahl, und es pflanzt sich das Licht nach allen Richtungen des Krystalls mit gleicher Geschwindigkeit fort. Daraus ist zu schliessen, dass auch der Aether in allen Richtungen des Krystalls die gleiche Beschaffenheit hat und dass insbesondere die Elasticität des Aethers unabhängig von der Richtung ist. Die Fläche, welche die Anordnung der Elasticität darstellt, heisst Elasticitätsoberfläche. Denkt man sich von einem Punkte im Innern des Krystalls aus nach den verschiedensten Richtungen die Grösse der Elasticität durch die Länge der Linien bestimmt, so liegen die Endpunkte dieser Linien auf der Elasticitätsoberfläche. Da bei den amorphen Körpern und den Krystallen des regulären Systems die Elasticität des Aethers nach allen Richtungen gleich ist, so ist für diese isotropen Mittel die Elasticitätsoberfläche eine Kugel.

2. Krystalle des quadratischen und hexagonalen Systems. — Diese Krystalle bilden zusammen eine zweite Classe optischer Mittel. Die Elasticität des Aethers hat bei derselben in allen Richtungen senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe einen gleichen Werth, in der Richtung dieser Axe selbst aber entweder einen grösseren oder einen kleineren Werth; die Elasticitätsoberfläche ist daher ein Rotationsellipsoid. In den mittleren Richtungen findet ein allmäliger Uebergang von der Elasticität der Hauptaxe zu derjenigen der Nebenaxen statt, welche bekanntlich in einer zur Hauptaxe senkrechten Ebene liegen. Wenn in einen solchen Krystall ein gewöhnlicher Lichtstrahl eindringt, so werden dessen Schwingungen, wie die Erfahrung lehrt, in zwei geradlinig polarisirte Systeme zerlegt; die Schwingungen des einen Systems erfolgen in der durch den Strahl und die Hauptaxe gelegten Ebene, dem sogenannten Hauptschnitte, diejenigen des anderen Systems rechtwinkelig zum Hauptschnitte. Da diese Schwingungen ungleiche Elasticität ins Spiel setzen und deshalb mit ungleicher Geschwindigkeit sich fortpflanzen, so werden sie auch ungleich stark gebrochen (vergl. §. 215). Nur wenn ein Strahl gerade in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe fortgeht, setzen die Transversalschwingungen, welche sämmtlich senkrecht zur Hauptaxe erfolgen, alle eine gleiche Elasticität ins Spiel.

---

[1]) Landolt, l. c.

Es ist daher kein Grund für eine Spaltung in zwei geradlinig polarisirte Systeme oder für eine Doppelbrechung vorhanden. Diese einzige Richtung, in welcher ein Lichtstrahl einen Krystall des quadratischen oder hexagonalen Systems durchdringen kann, ohne doppelt gebrochen zu werden, wird die optische Axe genannt; dieselbe fällt mit der Hauptaxe zusammen; die Krysalle heissen optisch einaxige, im Gegensatze zu optisch zweiaxigen, von denen sogleich die Rede sein wird. Ist die optische Axe die Richtung der kleinsten Elasticität des Aethers, so heisst der Krystall optisch positiv (z. B. der Quarz); ist dagegen die optische Axe die Richtung der grössten Elasticität, so heisst der Krystall optisch negativ (z. B. Kalkspath). Wenn ein gewöhnlicher Lichtstrahl in einen optisch einaxigen Krystall eindringt und sich in zwei geradlinig polarisirte Strahlen zu spalten beginnt, so setzt das rechtwinkelig gegen den Hauptschnitt schwingende System, da bei ihm die Schwingungsrichtung immer senkrecht gegen die Hauptaxe ist, auch unter allen Umständen die gleiche Elasticität ins Spiel. Dieser Strahl hat mithin unter allen Neigungen gegen die Krystallaxe gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit oder, was auf dasselbe hinauskommt, die gleichen Brechungscoefficienten. Es wird daher dieser Strahl der ordentlich gebrochene genannt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des zweiten Systems, welches im Hauptschnitt schwingt, unterscheidet sich von jener des ersten am meisten, wenn der Strahl rechtwinkelig gegen die optische Axe den Krystall durchdringt. Je mehr er dagegen der Richtung der optischen Axe sich nähert, desto mehr wird sein Brechungsexponent mit demjenigen des ordentlichen Strahles übereinstimmen. Eben wegen des wechselnden Brechungscoefficienten heisst der zweite im Hauptschnitte schwingende Strahl der ausserordentlich gebrochene.

Zur vollständigen Charakteristik eines optisch einaxigen Mittels genügt es, ein Prisma aus demselben so zu schneiden, dass die brechende Kante parallel der optischen Axe liegt, und die Brechungsexponenten für einen unter dem Minimum der Ablenkung durchgehenden Lichtstrahl zu bestimmen. Man sieht dann zwei Farbenspectra; das ordentlich gebrochene verschwindet, wenn man durch einen Nicol sieht, dessen Hauptschnitt der optischen Axe des Prismas parallel steht, das ausserordentlich gebrochene, wenn der Hauptschnitt des Nicols senkrecht zur optischen Axe gerichtet ist. Bei optisch positiven Mitteln ist der ausserordentlich gebrochene Strahl der stärker gebrochene, weil die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Systems, welches die geringere Elasticität in der Richtung der Axe in Anspruch nimmt, die kleinste ist. Bei optisch negativen Krystallen findet das Umgekehrte statt. Es folgen beispielsweise die Brechungsexponenten für mittlere Wellenlänge einiger optisch einaxiger Krystalle:

Positive Krystalle		Negative Krystalle	
Quadratisches System.			
Zirkon	$o = 1{,}961$	Kupferchlorid . .	$o = 1{,}744$
„	$e = 2{,}015$	Chlorammonium .	$e = 1{,}724$
Hexagonales System.			
Bergkrystall . .	$o = 1{,}546$	Kalkspath . . .	$o = 1{,}661$
„ . .	$e = 1{,}555$	„ . . .	$e = 1{,}487$

Es bedeutet *o* den Brechungsexponenten für den ordentlichen, *e* für den ausserordentlichen Strahl. Bei den positiven Krystallen ist *e* grösser als *o*, bei den negativen umgekehrt. Es wird später gezeigt, dass die Farben, welche rechtwinkelig zur optischen Axe geschnittene Platten optisch einaxiger Körper zeigen, ein Mittel an die Hand geben, über die positive oder negative Natur eines Krystalles auch ohne Messung der beiden charakteristischen Brechungsexponenten zu entscheiden.

3. Krystalle der rhombischen und der schiefaxigen Systeme. — Die Erscheinungen der Lichtbrechung in den Krystallen dieser Systeme sind verwickelter. Die Elasticität des Aethers ist nach drei zu einander senkrechten Richtungen ungleich und daher ist die Elasticitätsoberfläche ein Ellipsoid mit drei ungleichen Axen. Nur bei den Krystallen des rhombischen Systems fallen die Richtungen der Elasticitätsaxen mit denjenigen der Krystallaxen zusammen; bei den monoklinischen Krystallen liegt eine der Elasticitätsaxen der Orthodiagonale parallel, die anderen fallen in die Ebene des klinodiagonalen Hauptschnittes; bei den triklinischen Krystallen lässt sich über die Orientirung der drei Elasticitätsaxen gegen die Krystallaxen nichts Allgemeines sagen.

Die Krystalle der drei Systeme haben das mit einander gemein, dass sie zwei Richtungen besitzen, nach welchen sich Lichtwellen fortpflanzen können, ohne doppelt gebrochen zu werden. Diese Richtungen heissen optische Axen; die Krystalle der drei genannten Systeme sind also optisch zweiaxig. Die Linie, welche den spitzen Winkel der optischen Axen halbirt, wird Mittellinie (*M*), die Halbirungslinie des stumpfen Winkels der optischen Axen Supplementarlinie (*S*), die zu der Ebene der optischen Axen senkrecht stehende Linie Normale (*N*) genannt.

Die Normale ist bei allen optisch zweiaxigen Körpern die Axe der mittleren Elasticität, die Mittellinie und Supplementarlinie fallen mit den beiden anderen Elasticitätsaxen zusammen. Fällt die Mittellinie mit der Axe der kleinsten Elasticität zusammen, so heisst der Krystall, analog den entsprechenden einaxigen Krystallen, optisch positiv; fällt dagegen die Mittellinie mit der Axe der grössten Elasticität zusammen, so heisst der Krystall optisch negativ.

Strahlen, welche einen zweiaxigen Krystall in der Richtung einer optischen Axe durchlaufen haben, werden beim Austritt in ein Strahlenbündel von der Gestalt eines Kegelmantels ausgebreitet. Man bezeichnet dies als conische Refraction und in Folge derselben erscheint ein leuchtender Punkt nicht mehr als ein Punkt, sondern als ein leuchtender Ring.

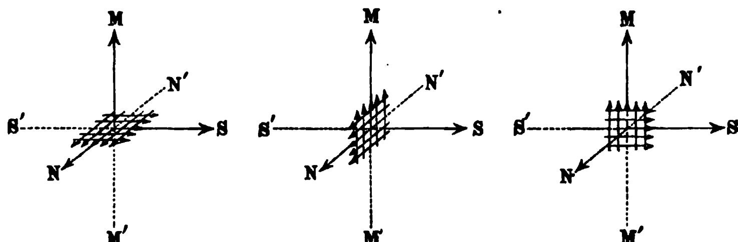
Strahlen, welche sich durch einen zweiaxigen Krystall in irgend einer anderen Richtung, als derjenigen einer optischen Axe, fortpflanzen, werden immer in zwei zu einander rechtwinkelig polarisirte Systeme zerlegt und doppelt gebrochen.

Der Unterschied von den optisch einaxigen Krystallen besteht aber darin, dass keiner der in einem zweiaxigen Krystalle gebrochenen Strahlen einen von der Richtung unabhängigen constanten Brechungsquotienten hat, also keiner die ordentliche Brechung erleidet. Trotzdem ist es üblich geworden, bei den positiven Krystallen den stärker gebrochenen Strahl den ausserordentlichen, den schwächer gebrochenen den ordent-

lichen Strahl zu nennen; bei den negativen Krystallen haben die Benennungen den umgekehrten Sinn.

Mittelst der Farbenerscheinungen, welche Platten zweiaxiger Krystalle im polarisirten Lichte zeigen und welche später näher beschrieben werden, erhält man Aufschluss über die Lage der optischen Axen. Wenn diese bekannt ist, leitet sich die Lage der Elasticitätsaxen leicht daraus her. Es seien in Fig. 429 MM' (Mittellinie), SS' (Supplementarlinie), NN'

Fig. 429.



(Normale) die drei Elasticitätsaxen, so gilt allgemein der Satz, dass paralleles Licht oder eine ebene Welle, welche sich längs einer der drei Axen fortpflanzt, jedesmal in zwei geradlinig polarisirte Systeme zerlegt wird, welche parallel den beiden anderen Axen schwingen.

Die folgende Uebersicht giebt an, welche Elasticitäten die in die Richtung der drei Axen fortschreitenden Wellen bei positiven und negativen Krystallen ins Spiel setzen, und welches das hiervon abhängige Verhältniss der Brechung ist.

	Die Wellen gehen fort in der Richtung	Die Schwingungen sind gerichtet nach	Erregte Elasticität	Stärke der Brechung	Brechungscoefficient
Optisch positive Krystalle	M	S	grösste	schwächste	n
		N	mittlere	mittlere	n'
	S	N	mittlere	mittlere	n'
		M	kleinste	stärkste	n''
	N	S	grösste	schwächste	n
		M	kleinste	stärkste	n''
Optisch negative Krystalle	M	S	kleinste	stärkste	n''
		N	mittlere	mittlere	n'
	S	N	mittlere	mittlere	n'
		M	grösste	schwächste	n
	N	S	kleinste	stärkste	n''
		M	grösste	schwächste	n

Zur optischen Charakteristik eines zweiaxigen Krystalles gehört die Kenntniss der drei Brechungscoefficienten n, n', n''. Wenn man drei Prismen schleift, deren brechende Kanten resp. den drei Elasticitätsaxen parallel gerichtet sind, und wenn man an jedem Prisma die Brechungsverhältnisse des ordentlichen und ausserordentlichen Strahles misst, so erhält man, wie die vorhergehende Uebersicht zeigt, jeden der drei Brechungscoefficienten n, n', n'' durch doppelte Bestimmung. Je nachdem der mittlere Brechungscoefficient n' sich näher dem kleinsten n oder näher dem grössten Brechungscoefficienten n'' anschliesst, ist der Krystall ein optisch positiver oder ein optisch negativer.

Es folgen hier beispielsweise die Brechungscoefficienten einer Anzahl optischer zweiaxiger Krystalle für den mittleren (gelben) Farbenstrahl.

Positive Krystalle		Negative Krystalle	
	Rhombisches System		
Topas	$n = 1{,}615$	Arragonit	$n = 1{,}533$
	$n' = 1{,}617$		$n' = 1{,}686$
	$n'' = 1{,}624$		$n'' = 1{,}691$
Axenwinkel	$= 56^0\,58'$	Axenwinkel	$= 18^0\,3'$
	Monoklinisches System		
Gyps	$n = 1{,}521$	Zucker	$n' = 1{,}535$
	$n' = 1{,}523$	Axenwinkel	$= 50^0$
	$n'' = 1{,}530$		
Axenwinkel	$= 57^0\,31$		
	Triklinisches System		
Cyanit		Kupfervitriol	$n = 1{,}531$
Axenwinkel	$= 81^0\,48'$		$n' = 1{,}549$
			$n'' = 1{,}552$
		Axenwinkel	$= 45^0$

Man berechnet den Axenwinkel $2\,\alpha$ aus den Brechungsexponenten n, n', n'' durch folgende Gleichungen:

Für positive Krystalle:

$$sin^2\,\alpha = \frac{n''^2}{n'^2} \cdot \frac{n'^2 - n^2}{n''^2 - n^2}$$

Für negative Krystalle:

$$sin^2\,\alpha = \frac{n^2}{n'^2} \cdot \frac{n''^2 - n'^2}{n''^2 - n^2}.$$

§. 233.

Farben der doppeltbrechenden Krystalle im polarisirten parallelen Lichte. — Das auf eine Krystallplatte fallende Licht zertheilt sich beim Eintritt in den Krystall in zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen, welche mit verschiedener Geschwindigkeit den Krystall durchdringen; nur in der Richtung der optischen Axen tritt keine Doppelbrechung ein. Der Unterschied der Geschwindigkeiten der beiden Strahlen

hängt von dem Neigungswinkel der Strahlen gegen die optischen Axen ab; bei optisch einaxigen Krystallen wächst der Unterschied direct mit dem Neigungswinkel gegen die optische Axe, bei optisch zweiaxigen Krystallen dagegen im zusammengesetzten Verhältnisse der Neigungswinkel der Strahlen gegen die beiden Axen. Durch diesen Geschwindigkeitsunterschied treten die Strahlen mit einer Phasendifferenz aus der Krystallplatte aus, und die Grösse dieser Phasendifferenz ist unter sonst gleichen Umständen der Dicke der Krystallplatte proportional. Da aber die austretenden Strahlen immer senkrecht zu einander polarisirt sind (gleichgültig ob das auffallende Licht natürliches oder polarisirtes war), so können sie nicht direct mit einander interferiren, so dass sie eine Intensitätsänderung erzeugen; sondern es ist eine Interferenz erst dann zu erwarten, wenn die beiden Schwingungen (resp. die Componenten derselben) auf eine Polarisationsebene durch einen Analysator (z. B. Nicol) zurückgeführt werden.

Man denke sich zwischen zwei Nicols ein dünnes Krystallplättchen, z. B. ein solches von Gyps oder Glimmer, und es werde angenommen, dass nur homogenes Licht in den Apparat falle. Das Krystallplättchen zerlegt das einfallende geradlinig polarisirte Licht in zwei Schwingungscomponenten, welche parallel zu seinen Schwingungsrichtungen sind. Das Verhältniss der Grösse dieser Componenten hängt von dem Winkel ab, den der Hauptschnitt des polarisirenden Nicols mit den Schwingungsrichtungen des Krystallplättchens macht. Ist der Hauptschnitt einer dieser Schwingungsrichtungen parallel, so tritt keine Zerlegung ein, indem die eine Componente gleich Null wird. Halbirt der Hauptschnitt P des polarisirenden Nicols, Fig. 430, die Schwingungsrichtung Co und Ce des Krystallplättchens, so werden beide Componenten gleich hell. Diese Componenten durchlaufen den Krystall mit ungleicher Geschwindigkeit und treten daher mit einem Gangunterschiede aus.

Es möge nun zunächst angenommen werden, dass der Gangunterschied der beiden Strahlen eine gerade Anzahl halber Wellenlängen sei.

Fig. 430.

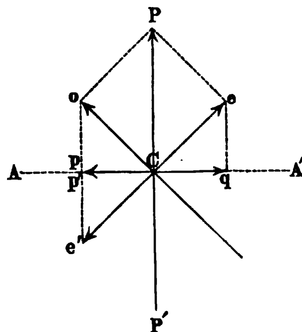
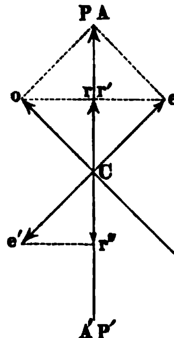


Fig. 431.



In diesem Falle werden sich die Schwingungen beim Austritt aus der Platte, gerade so wie beim Eintritt, gleichzeitig von C nach o und e hin bewegen. Tritt dann das Licht in den analysirenden Nicol, so hängt die

Intensität des durchgehenden Lichtes von der Lage seines Hauptschnittes ab. Wenn der Hauptschnitt desselben senkrecht zu *PP'* nach *AA'* liegt, Fig. 430, so werden die beiden Componenten *Cp* und *Cq*, welche von *Co* und *Ce* herrühren, sich aufheben, weil sie entgegengesetzt liegen; das Feld ist also dunkel. Sind dagegen die Hauptschnitte der beiden Nicols *PP'* und *AA'* wie in Fig. 431 parallel gerichtet, so sind auch die beiden Componenten *Cr* und *Cr'* gleich gerichtet; dieselben verstärken sich also und das Feld ist hell.

Zweitens möge angenommen werden, dass der Gangunterschied der beiden Strahlen eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen sei. Dann wird der Aether nicht mehr gleichzeitig von *C* aus nach *o* und *e* sich bewegen, sondern vielmehr gleichzeitig nach *o* und *e'*. Sind die Nicols gekreuzt, Fig. 430, so wird jetzt das Feld hell, weil die beiden Componenten *Cp* und *Cp'* sich verstärken; sind dagegen die Nicols parallel, Fig. 431, so wird das Feld dunkel, weil die beiden Componenten *Cr* und *Cr''* entgegengesetzt sind.

Wendet man nun statt des homogenen einfarbigen Lichtes weisses Licht an, so werden die Krystallplättchen gefärbt, da das weisse Licht verschiedene Wellenlängen hat. Stehen die Nicols senkrecht, so werden diejenigen Farbenstrahlen ausgelöscht, für welche der Gangunterschied im Krystallplättchen eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt; diejenigen Farbenstrahlen dagegen treten im Maximum der Intensität aus, für welche der Gangunterschied eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt. Stehen die Nicols parallel, so tritt das Umgekehrte ein, und die Färbung des Plättchens wird daher complementär zu jener bei gekreuzten Nicols.

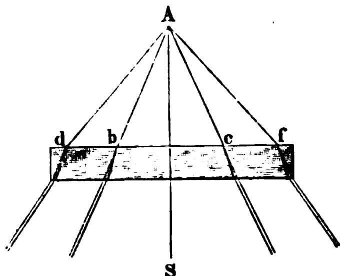
Wie schon erwähnt, hängt der Gangunterschied der beiden Strahlen von der Dicke der Krystallplättchen ab. Wendet man ganz dünne Plättchen an, so zeigen sich nur matte Farben, weil der Gangunterschied für keine Farbe schon eine halbe Wellenlänge erreicht hat. Bei wachsender Dicke des Plättchens folgen die lebhaften Farben zweiter und dritter Ordnung, die Farben höherer Ordnung gehen endlich in Weiss über aus denselben Gründen, welche bei den Farben dünner Schichten angegeben sind §. 217. Daher zeigen sich dicke Krystallplatten, welche im gewöhnlichen Lichte nicht gefärbt erscheinen, auch im polarisirten Lichte farblos.

§. 234.

Farben bei einaxigen Krystallen im polarisirten divergenten Lichte. — Fällt paralleles Licht senkrecht auf Krystallplatten, deren Begrenzungsflächen senkrecht zur optischen Axe stehen, so treten die im vorigen Paragraphen beschriebenen Erscheinungen nicht auf, weil keine Zerlegung des eintretenden Lichtes und daher auch keine Interferenz stattfindet. Wendet man aber divergentes Licht an, z. B. solches, welches von dem Brennpunkte einer convexen Linse ausgeht, so wird die Erscheinung eine andere. Der Strahl *AS*, welcher senkrecht auf die Platte fällt, Fig. 432 (a. f. S.), geht ungebrochen und unzerlegt durch; die geneigten Strahlen *Ab*, *Ad* u. s. w. sind dagegen nicht mehr der Axe

parallel, sie werden daher in zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen zerlegt, die einen Gangunterschied erfahren. Dieser Gangunterschied ist um so grösser, je grösser der Neigungswinkel der Strahlen gegen die Axe ist. Denn schon bei gleichbleibender Dicke wächst der Gangunterschied des ordentlichen und ausserordentlichen Strahles mit wachsendem Neigungswinkel; in dem betrachteten Falle (Fig. 432) kommt aber noch hinzu, dass mit wachsendem Neigungswinkel auch die Dicke der vom Strahle im Krystall durchlaufenen Schicht wächst, was auch zur Vergrösserung des Gangunterschiedes beiträgt. Alle Strahlen, welche in einer um den senkrecht auffallenden Strahl *AS* gelegten Kegelfläche liegen, haben den gleichen Neigungswinkel, also auch den gleichen Gangunterschied.

Fig. 432.



Die Erscheinung, welche eine optische einaxig senkrecht zur Axe geschnittene Krystallplatte zeigt, wenn sie zwischen zwei Turmaline eingeschaltet wird, ist in den Figuren 433 und 434 dargestellt. Fig. 433 entsteht, wenn die Turmaline gekreuzt sind, Fig. 434 dagegen, wenn dieselben parallel sind.

Bei Anwendung von homogenem Licht hat man in dem einen Falle, Fig. 433, ein System kreisförmiger, concentrischer heller und dunkler

Fig. 433.



Fig. 434.



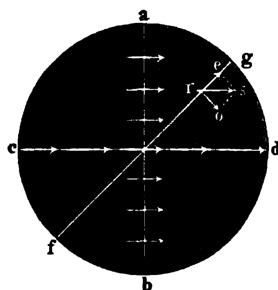
Ringe, durchschnitten von einem schwarzen Kreuze, in dem anderen Falle, Fig. 434, ist das dunkel, was vorhin hell war und umgekehrt.

Um die Erscheinung zu erklären, wollen wir von gekreuzten Turmalinen ausgehen. Der senkrecht auffallende Strahl *AS* geht ebenso wenig durch den zweiten Nicol, wie wenn keine Krystallplatte sich zwischen den Turmalinen befände; der Mittelpunkt muss also dunkel sein. Bei den geneigten Strahlen tritt eine Zerlegung und ein Gangunterschied ein. Nun haben wir früher (im vorigen Paragraphen) gesehen, dass bei gekreuzten Polarisationsebenen das Feld hell wird, wenn der Gangunterschied eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen beträgt. Wenn daher die Strahlen, welche bei *b* in die Platte treten, Fig. 432, nach ihrem Austritte eine Phasendifferenz von $^1/_2 \lambda$ besitzen, so wird die Austrittsstelle hell erscheinen; das Gleiche wird bei *d* der Fall sein, wenn die Phasen-

differenz $^3/_2\,\lambda$ beträgt. Zwischen *b* und *d* wird an einer bestimmten Stelle die Phasendifferenz gleich λ sein und hier wird daher Dunkelheit eintreten. Hierdurch sind also die abwechselnd hellen und dunklen concentrischen Ringe erklärt; es erübrigt noch die Erklärung des schwarzen Kreuzes.

Wir wollen annehmen, dass die Turmaline und die Krystallplatte vertical gehalten werden; ferner möge angenommen werden, dass die Schwingungen, welche der erste Turmalin durchlässt, horizontal gerichtet seien. Die so in den Krystall eintretenden Schwingungen werden parallel und senkrecht zum jeweiligen Hauptschnitte zerlegt. Der Hauptschnitt ist durch die Ebene bestimmt, welche man durch den eintretenden Lichtstrahl und die Hauptaxe des Krystalles legt. Stellt Fig. 435 die Oberfläche des Krystalls dar, so stehen, weil die Axe senkrecht zur Oberfläche steht, auch alle verschiedenen Hauptschnitte senkrecht zu derselben. *ab* stellt den Hauptschnitt für alle Punkte dar, die auf *ab* liegen, *fg* den Hauptschnitt für alle Punkte auf *fg* u. s. w. Die horizontale Schwingung *rs* wird nun im Krystall in die beiden Componenten *re* und *ro* zerlegt, welche parallel, resp. senkrecht zum Hauptschnitte *fg* stehen. Diese beiden Componenten dringen in den zweiten Turmalin, der mit dem ersten gekreuzt ist, und welcher in Folge dessen nur die verticalen Componenten durchlässt. Man hat daher mit Rücksicht auf den Gangunterschied die verticalen Componenten von *re* und *ro* zu bilden und diese zu addiren, um schliesslich jene Componente zu erhalten, welche von *rs* durch den zweiten Turmalin hindurchgeht. Ist der Winkel $ers = 45^0$, so ist $re = ro$. Nimmt man nun an, dass der Gangunterschied von *re* und *ro* gleich einer geraden Anzahl von $^1/_2\,\lambda$ ist, so sind die verticalen Componenten von *re* und *ro* entgegengesetzt gerichtet, daher ihre Summe gleich Null; der Punkt *r* würde auf einem dunklen Kreise liegen. Nimmt man aber an, dass der Gangunterschied von *re* und *ro* gleich einer ungeraden Anzahl von $^1/_2\,\lambda$ ist, so sind die verticalen Componenten gleich gerichtet, der Punkt *r* würde in der Mitte eines hellen Kreises liegen.

Fig. 435.



Betrachtet man aber die horizontalen Schwingungen auf dem Hauptschnitte *ab*, so geschehen diese senkrecht zum Haupschnitte; der Krystall bewirkt also keine weitere Zerlegung. Da der zweite Turmalin nur verticale Schwingungen durchlässt, so kann von diesen Schwingungen nichts hindurchtreten; die Linie *ab* ist dunkel.

Die horizontalen Schwingungen in dem Hauptschnitte *cd* werden ebenfalls durch den Krystall nicht zerlegt, weil sie parallel zum Hauptschnitte *cd* sind; auch diese Schwingungen lässt der zweite Turmalin aus dem gleichen Grunde nicht durch; die Linie *cd* ist daher ebenfalls dunkel.

Die Lage des dunklen Kreuzes bei gekreuzten Turmalinen fällt also zusammen mit der Stellung der gekreuzten Polarisationsebenen derselben. Die Erscheinung bei parallelen Turmalinen, Fig. 434, erklärt sich in ganz ähnlicher Weise.

Wendet man zur Beleuchtung homogenes Licht geringerer Wellenlänge an, so werden die Ringe enger. Bei Anwendung von weissem Licht verwandeln sich die hellen und dunklen Ringe in farbige von derselben Reihenfolge wie bei den Newton'schen Ringen. Gehen die Turmaline dann von der gekreuzten Stellung in die parallele über, so wird die Färbung der Ringe complementär.

Der Durchmesser der Ringe hängt von der Dicke der Platte ab, und zwar ist er der Quadratwurzel aus der Dicke proportional; für eine n^2mal so dicke Platte werden die Durchmesser $n$mal so klein.

Für die optisch einaxigen Krystalle ist das Ringsystem mit dem schwarzen Kreuze charakteristisch; alle diese Krystalle zeigen jene Erscheinung, nur der Bergkrystall ist ausgenommen. Die Radien der Ringe sind für verschiedene Platten gleicher Dicke verschieden; die Radien sind um so kleiner, je grösser die Differenz zwischen den Brechungsexponenten des ordentlichen und ausserordentlichen Strahles ist. Durch die Veränderung der Ringe kann man auch leicht über den positiven und negativen Charakter eines Krystalles entscheiden. Man legt auf die senkrecht zur Axe geschnittene Platte eines Krystalls eine ebenfalls senkrecht zur Axe geschnittene Kalkspathplatte; ist der Krystall optisch negativ, wie der Kalkspath, so wird das Ringsystem enger, ist dagegen der Krystall optisch positiv, so werden durch das Auflegen des Kalkspathes die Radien der Ringe grösser.

§. 235.

Farben bei zweiaxigen Krystallen im polarisirten divergenten Lichte. — Schneidet man aus einem zweiaxigen Krystalle eine Platte so aus, dass die optische Mittellinie senkrecht zur Plattenfläche steht, und bringt man die Platte derartig zwischen zwei gekreuzte Turmaline, dass die Ebene der optischen Axen der Schwingungsrichtung eines der beiden Turmaline parallel gerichtet ist, so sieht man ein Ringsystem wie in Fig. 436 oder 437.

Das System Fig. 436 tritt auf, wenn der Winkel der optischen Axen so klein ist, dass man das die beiden Axenpunkte umschliessende System

Fig. 436.



Fig. 437.



übersehen kann; das System Fig. 437 sieht man dagegen, wenn der Axenwinkel grösser ist. Es werden nämlich die den Krystallaxen parallel fortlaufenden Strahlen beim Eintritt in die Luft noch abgelenkt, und daher ist der Winkel der Axen in der Luft, wie man ihn bei der Be-

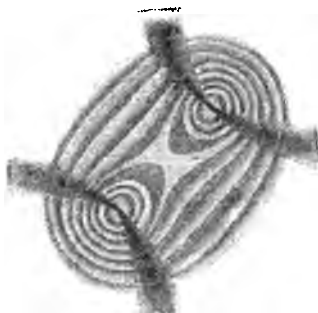
obachtung sieht, noch grösser, als er thatsächlich im Krystalle ist. Der Unterschied von Fig. 437 gegenüber der Erscheinung bei einem einaxigen Krystalle ist indess doch sehr deutlich: denn einerseits sind die Ringe nicht kreisförmig, sondern oval, und andererseits hat man kein schwarzes Kreuz, sondern nur ein schwarzes Büschel. Es ist daher in jedem Falle leicht, einen optisch zweiaxigen Krystall von einem optisch einaxigen zu unterscheiden.

Wird die Axenebene des Krystalls so gedreht, dass sie den Winkel der beiden Turmalinaxen halbirt, so geht die Fig. 436 in die Fig. 438 über. Anstatt des schwarzen Kreuzes sieht man zwei hyperbolische Büschel, welche durch die Axenpunkte gehen.

Je dünner die Krystallplatte ist, um so weiter werden die Curven, und es nimmt die Anzahl der Curven, welche jeden Axenpunkt getrennt umschliessen, mit abnehmender Dicke der Platte ebenfalls ab. Man kann so dünne Krystallplatten herstellen, dass nur noch Curven auftreten, welche wie die äusseren in Fig. 436 beide Axenpunkte gleichzeitig umschliessen.

Die Bestimmung des Axenwinkels kann man mit dem Reflexionsgoniometer ausführen; genauere Resultate erhält man mittelst des von V. v. Lang [1]) besonders construirten Axenwinkelapparates.

Fig. 438.



Der Axenwinkel ist für die verschiedenfarbigen Strahlen verschieden; so ist z. B. im Seignettesalze der Winkel für die rothen Strahlen 76°, für die violetten dagegen nur 56°. Nicht immer ist aber der Winkel für die rothen Strahlen grösser als für die violetten; beim Salpeter ist er z. B. kleiner. Wie verschieden aber auch die Winkel der optischen Axen für verschiedenfarbiges Licht sein mögen, so haben die Krystalle des rhombischen Systems doch nur eine Mittellinie, d. h. die Halbirungslinie der Axenwinkel ist für alle Farben die gleiche. Bei den Krystallen der schiefaxigen Systeme ist dies aber nicht immer der Fall.

Es ist schon in der Lehre von der Wärme erwähnt, dass die Krystalle eine verschiedene Ausdehnung nach verschiedenen Richtungen besitzen; in Folge hiervon werden auch die Axenwinkel durch die Temperatur beeinflusst. Erwärmt man z. B. eine Gypsplatte, so wird der Axenwinkel mit wachsender Temperatur kleiner, bis er bei einer bestimmten Temperatur gleich Null wird; dann wächst er bei erhöhter Temperatur wieder weiter, aber in einer eigenthümlichen Weise. Untersucht man den Gyps in der früher angegebenen Art bei gewöhnlicher Temperatur, so liefert er eine Erscheinung, welche jener in Fig. 436 ähnlich ist. In Folge der Erwärmung rücken die Axenpunkte näher zusammen, bis sie schliesslich in einem Punkte zusammenfallen; es erscheint die Platte einaxig. Eine weitere Erwärmung lässt die Axenpunkte wieder

[1]) Lang, Carl's Rep. III. (1867).

aus einander treten, dieselben bleiben aber jetzt nicht auf der anfangs beschriebenen Linie, sondern bewegen sich von ihrem gemeinsamen Ausgangspunkte senkrecht zu derselben. Da der Axenwinkel für die verschiedenen Farben verschieden ist, so treten die erwähnten Uebergänge für die verschiedenen Farben nicht zu gleicher Zeit ein. Der Glauberit ist z. B. für violettes Licht bei gewöhnlicher Temperatur einaxig, für alle anderen Farben zweiaxig. Wächst die Temperatur des Glauberits, so tritt die Theilung der violetten Axe des Glauberits in einer Ebene ein, welche zur Ebene der anders gefärbten Axen senkrecht steht; die Axenwinkel dieser anderen Farben nehmen mit steigender Temperatur ab, werden Null und treten dann ebenfalls in die zweite Ebene über.

§. 236.

Absorptionsspectra der starren und flüssigen durchsichtigen Körper. — Beim Durchgange des Lichtes durch einen Körper wird ein Theil des in den Körper eindringenden Lichtes absorbirt, so dass weniger Licht aus dem Körper austritt, als in denselben eingedrungen ist. Die Stärke der Absorption ist bei demselben Körper für verschiedene Farben verschieden und daher rührt die Färbung, welche durchsichtige Körper zeigen, wenn sie von weissem Lichte getroffen werden. Um die Absorption des verschiedenfarbigen Lichtes kennen zu lernen, benutzt man den Spectralapparat, der schon in §. 196 bei der Bestimmung der Brechungsexponenten beschrieben wurde. Bedeckt man die untere Hälfte des Spaltes, in den das Sonnenlicht fällt, durch jene Substanz, deren Absorption untersucht werden soll, so erhält man in Folge der prismatischen Zerlegung des Lichtes zwei über einander liegende Spectra; das eine rührt von dem weissen Sonnenlichte, das andere von dem Lichte her, welches die absorbirende Substanz durchsetzt hat, und welches man das Absorptionsspectrum nennt. Eine Vergleichung der beiden Spectra lässt sofort erkennen, welche Farbenstrahlen am stärksten durch die Substanz absorbirt worden sind. So besteht z. B. das Absorptionsspectrum eines rothen Glases von mässiger Dicke aus einem rothen Lichtbande, welches nahezu die gleiche Breite hat, wie das Roth des Sonnenspectrums; alle übrigen Farben sind so stark absorbirt, dass sie kaum oder gar nicht sichtbar sind. Die Absorptionsspectra anderer Körper sind indess selten von so einfacher Beschaffenheit; vielmehr besitzen dieselben eine Reihe von dunklen Streifen, sogenannte Absorptionsstreifen, welche an verschiedenen Stellen des Spectrums liegen und deren Stärke und Breite von der Dicke der durchstrahlten Schicht oder bei Lösungen von der Concentration der letzteren abhängen.

Der Einfluss der Dicke der Schicht auf die Absorption lässt sich in folgender Weise bestimmen. Man denke sich den Körper in parallele Schichten, deren jede die Dicke 1 habe, zerlegt. Wenn die Lichtintensität 1 in die erste Schicht eindringt, so möge hiervon $\left(1 - \frac{1}{x}\right)$ absorbirt werden, so dass die Intensität $\frac{1}{x}$ aus der Schicht austritt. Dringt daher

die Intensität J in die erste Schicht ein, so wird dieselbe in gleichem Maasse geschwächt und es wird deshalb die Intensität $J \cdot \frac{1}{x}$ aus der ersten Schicht austreten und zur zweiten Schicht gelangen. Aus der zweiten Schicht tritt die Intensität $J \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{J}{x^2}$, aus der dritten $\frac{J}{x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{J}{x^3}$ u. s. w. Es folgt daher: Nimmt die Dicke des Körpers in arithmetischer Reihe zu, so nimmt die durch den Körper hindurchtretende Lichtintensität in geometrischer Reihe ab.

Hat der Körper d Schichten von der Dicke 1, also die Dicke d, so ist die austretende Lichtmenge:

$$\frac{J}{x^d}.$$

Nun ist das weisse Licht aus verschiedenen Farbenstrahlen zusammengesetzt; ist die Intensität des weissen Lichtes J, so ist dieselbe gleich der Summe:

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + \cdots,$$

wo jede Grösse J_1, J_2 ... für eine bestimmte Strahlengattung gilt. Diese verschiedenen Strahlen werden in verschiedener Stärke von dem Körper absorbirt und daher gehört zu jedem Werthe J_1, J_2 ... ein anderer Werth x_1, x_2 ... Die durch einen Körper von der Dicke d durchgelassene Strahlenintensität ist daher nach dem Obigen gleich:

$$\frac{J_1}{x_1^d} + \frac{J_2}{x_2^d} + \frac{J_3}{x_3^d} + \cdots$$

Würde ein Körper alle Strahlen in gleichem Verhältnisse absorbiren, so wären die Werthe x_1, x_2 ... einander gleich; in diesem Falle wäre das durchgehende Licht ebenso wie das auffallende weiss, weil das Intensitätsverhältniss durch die Absorption keine Aenderung erlitten hätte. Ein solcher Körper existirt aber nicht, vielmehr erscheinen alle Körper in hinreichend dicken Schichten gefärbt. Je näher nämlich die Werthe x_1, x_2 ... übereinstimmen, um so grösser muss d oder die Dicke der Schicht genommen werden, damit die Werthe x_1^d, x_2^d ... einen deutlich erkennbaren Unterschied zeigen. Bunsen hat nachgewiesen, dass destillirtes Wasser bei einer Schichtdicke von 2 m das durchgehende Licht schwach blau färbt. Andererseits folgt aus der obigen Darstellung, dass, wenn auch die Werthe x_1, x_2 ... für die verschiedenen Farben starke Unterschiede zeigen, die Unterschiede von x_1^d, x_2^d ... um so kleiner werden, je kleiner d, je dünner also die Schicht ist. Daher kommt es, dass tief gefärbte Gläser in sehr dünnen Schichten ein Absorptionsspectrum zeigen, welches alle Farben enthält, und dass deshalb das Glas selbst fast farblos erscheint.

Es giebt eine Anzahl von Körpern, welche die Eigenschaft besitzen, je nach der Dicke der durchstrahlten Schicht dem durchgehenden Lichte eine ganz verschiedene Färbung zu geben. So färbt z. B. eine dünne Schicht einer alkoholhaltigen Lösung von Blattgrün das durchgehende Licht grün, während eine Schicht grösserer Dicke eine tiefrothe Färbung

hervorbringt. Diese Erscheinung erklärt sich in folgender Weise. Füllt man die Lösung in ein Gefäss von der Form Fig. 439 und untersucht man das Absorptionsspectrum, so zeigt sich: das äusserste Roth geht durch, es folgt ein Absorptionsstreifen, das Orangeroth geht durch, ausserdem geht sehr wenig Gelb und ziemlich viel Grün durch. Man kann das Resultat so zusammenfassen: Nur die rothen und grünen Strahlen gehen in grösserer Intensität durch die Blattgrünlösung, alle anderen Farben werden fast vollständig absorbirt. Vermehrt man die Dicke der durchstrahlten Schicht durch Anwendung eines grösseren Gefässes, so findet man, dass die grünen Strahlen stärker absorbirt werden als die rothen, indem die ersteren nur mehr schwach oder gar nicht sichtbar sind, die letzteren dagegen noch deutlich hervortreten. Hieraus folgt, dass der Werth von x für Roth kleiner ist als jener für Grün, so dass

Fig. 439.



$\frac{2}{3}$

$$x_g = x_r \cdot a,$$

wo a grösser als 1 ist.

In dem weissen Sonnenlichte ist die Intensität der verschiedenen Farbenstrahlen verschieden und es ist die Intensität des grünen Lichtes grösser als die des rothen; bezeichnet man daher diese Intensitäten mit J_g und J_r, so ist:

$$J_g = J_r \cdot b,$$

wo b ebenfalls grösser als 1 ist.

Das Intensitätsverhältniss der durchgehenden rothen und grünen Strahlen ist nun:

$$\frac{\text{Roth}}{\text{Grün}} = \frac{\frac{J_r}{x_r^d}}{\frac{J_g}{x_g^d}} = \frac{J_r \cdot x_r^d \cdot a^d}{J_r \cdot b \cdot x_r^d} = \frac{a^d}{b}.$$

Der Werth dieses Verhältnisses nimmt mit wachsendem Werthe von d, also mit wachsender Dicke der Schicht, zu. Während für kleine Werthe von d das Verhältniss kleiner als 1 ist, also Grün vorwiegt, wird bei grösseren Werthen von d das Roth immer mehr in den Vordergrund treten, gerade so wie die directe Beobachtung es zeigt.

§. 237.

Untersuchung der Absorptionsspectra als quantitative Analyse. Methode von Vierordt[1]). — Es ist im vorigen Paragraphen nachgewiesen, dass die durch eine Schichtdicke d einer durchsichtigen Substanz hindurchtretende Lichtmenge i gleich

$$i = \frac{J}{x^d}$$

---

[1]) Vierordt, die Anwendung des Spectralapparates zur Photometrie der Absorptionsspectra und zur quantitativen chemischen Analyse, Tübingen 1873.

ist, wenn J die Intensität des einfallenden Lichtes bestimmter Wellenlänge und $\frac{J}{x}$ die Intensität desjenigen Lichtes gleicher Wellenlänge ist, welche durch die Schichtdicke 1 geht. Setzt man voraus, und dies soll im Folgenden immer geschehen, dass die Intensität J des auffallenden Lichtes gleich 1 sei, so ist

$$i = \frac{1}{x^d}.$$

In gleicher Weise wie durch Vermehrung der Schichtdicke derselben Flüssigkeit die durchgehende Lichtmenge abnimmt, erfolgt auch die Verminderung der Intensität bei gleichbleibender Schichtdicke durch Vermehrung der Concentration der absorbirenden Bestandtheile in der zu untersuchenden Flüssigkeit. Setzt man daher eine constante Schichtdicke von 1 cm voraus und nimmt man an, dass die Intensität 1 des auffallenden Lichtes in Folge des Durchganges durch eine Flüssigkeit von der Concentration 1 auf $\frac{1}{x}$ vermindert werde, so dass

$$i_1 = \frac{1}{x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I)}$$

so wird die Intensität i_c des durchgegangenen Lichtes bei der Concentration c gleich:

$$i_c = \frac{1}{x^c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II)}$$

Die Concentration c giebt die Anzahl Gramme der absorbirenden Substanz in 1 ccm Lösung an.

Aus der Gleichung II) folgt:

$$\log i_c = - c \, . \log x \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{IIa)}$$

$$c = \frac{- \log i_c}{\log x}.$$

Da ferner aus Gleichung I) folgt

$$x = \frac{1}{i_1}; \; \log x = - \log i_1,$$

so hat man

$$c = \frac{- \log i_c}{- \log i_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{III)}$$

Zur Bestimmung der Concentration ist daher hinreichend, die beiden Intensitäten i_c und i_1 zu messen. Wie diese Messung ausgeführt wird, soll im folgenden Paragraphen gezeigt werden. Da beide Werthe, i_c und i_1, kleiner als 1 sind, so sind die negativen Logarithmen derselben positiv.

Die Grösse i_1 giebt die Intensität des durch eine Lösung von der Concentration 1 hindurchgegangenen Lichtes an. Es ist indessen die Untersuchung gerade dieser Lösung zur Bestimmung der unbekannten Concentration c nicht nothwendig, sondern es genügt die Untersuchung einer beliebigen anderen bekannten Concentration c_1, wie sich aus Folgendem ergiebt. Angenommen, die Intensität des durch eine Lösung von der

Concentration c_1 hindurchgegangenen Lichtes sei i_{c_1}, so hat man nach Gleichung III):

$$c_1 = \frac{-\log i_{c_1}}{-\log i_1} \quad \text{IIIa)}$$

Durch Elimination von $\log i_1$ aus III) und IIIa) erhält man:

$$c = -\log i_c \cdot \frac{c_1}{-\log i_{c_1}} \quad \text{IV)}$$

Kennt man daher zwei zusammengehörige Werthe c_1 und i_{c_1}, und bestimmt man die Intensität i_c, so erhält man die gesuchte Concentration c nach der Gleichung IV). Aus den Gleichungen IV) und III) folgt:

$$\frac{c}{-\log i_c} = \frac{c_1}{-\log i_{c_1}} = \frac{1}{-\log i_1} = A \quad \text{V)}$$

Diese Gleichungen sagen aus: **Das Verhältniss aus der Concentration und dem negativen Logarithmus der Intensität des durch eine Lösung der betreffenden Concentration hindurchgegangenen Lichtes ist constant.** Vierordt nennt diese Constante das Absorptionsverhältniss und bezeichnet dasselbe wie oben mit A. Mit Hülfe dieses Werthes wird die Gleichung IV):

$$c = -\log i_c \,.\, A \quad \text{IVa)}$$

Diese Gleichung zeigt, dass zur Ermittelung der unbekannten Concentration c es genügt, das Absorptionsverhältniss A und die Intensität i_c, welche durch die Lösung von der Concentration c hindurchgeht, zu bestimmen.

Der negative Logarithmus der Intensität des durchgegangenen Lichtes lässt noch eine bestimmte Definition zu. Es wird für jede beliebige Concentration c eine bestimmte Schichtdicke geben von der Beschaffenheit, dass die Intensität des durchgegangenen Lichtes gleich $^1/_{10}$ des auffallenden Lichtes 1 wird. Diese Dicke sei für die Concentration c gleich d; dann ist nach Gleichung II), welche für die Schichtdicke 1 gilt, für die Dicke d:

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{x^{c \cdot d}}.$$

Den reciproken Werth von d nennt Bunsen den Exstinctionscoefficienten α, so dass

$$\frac{1}{d} = \alpha.$$

Daher ist

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{x^{\frac{c}{\alpha}}}$$

oder

$$-\log 10 = -1 = -\frac{c}{\alpha} \log x$$

$$\alpha = c \,.\, \log x.$$

Da aber nach Gleichung IIa)

$$\log i_c = -c \log x,$$

so ist

$$\alpha_c = -\log i_c \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad VI)$$

Bestimmt man daher die Intensität i_c, welche eine 1 cm dicke Flüssigkeitsschicht, deren Concentration c ist, durchlässt, so ist der negative Logarithmus dieser Intensität gleich dem Exstinctionscoefficienten für die genannte Concentration. Während also das Absorptionsverhältniss von der Concentration unabhängig ist und nur von der Wellenlänge des angewandten Lichtes und der Natur der absorbirenden Substanz bedingt ist, hängt der Exstinctionscoefficient auch von der Concentration ab und zwar ist er derselben proportional. Benutzt man die Werthe der Gleichung VI, so erhält man aus Gleichung IVa)

$$c = \alpha \,.\, A.$$

Um anzudeuten, dass α von der Concentration abhängt, möge statt α, α_c geschrieben werden, so dass wird

$$c = \alpha_c \,.\, A \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad IVb)$$

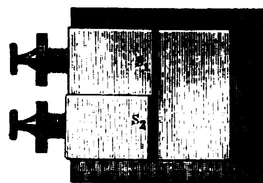
Hat man daher für einen bestimmten Spectralbezirk das Absorptionsverhältniss A einer Substanz einmal ermittelt, so genügt eine einzige Intensitätsmessung, um daraus den Exstinctionscoefficienten und damit die Concentration zu erhalten.

§. 238.

Bestimmung der Lichtintensitäten. — Die Bestimmung der Intensität des durch eine Lösung hindurchgelassenen Lichtes, unter der Annahme, dass die Intensität des auffallenden Lichtes gleich 1 gesetzt wird, oder die Vergleichung der Intensitäten des durchgegangenen und auffallenden Lichtes erhielt Vierordt in folgender Art.

Der Spalt des Spectralapparates besteht aus zwei von einander unabhängigen Hälften s_1 und s_2, Fig. 440, deren Breiten durch zwei Schrauben verändert werden können. Die Breite jeder Hälfte kann durch eine Theilung, welche sich an der Trommel der Schraube befindet, genau gemessen werden. Sind beide Spalthälften gleich breit, so sieht man in dem Apparate ein gewöhnliches Spectrum, sobald man den Apparat gegen eine Lichtquelle richtet; wird dann die Breite der oberen Spalthälfte verringert, so erscheint (da das Fernrohr des Apparates ein astronomisches ist und deshalb umkehrt) die untere Hälfte des Spectrums lichtschwächer und zwar stehen die Intensitäten der beiden Spectralhälften in gleichem Verhältnisse zu einander, wie die Breiten der beiden Spalte.

Fig. 440.



Stellt man vor die eine Spalthälfte die zu untersuchende Flüssigkeit, so erhält man zwei Spectra, welche unmittelbar über einander liegen, und von der gleichen Lichtquelle herrühren: das eine ist das reine Spectrum, das andere ist das lichtschwächere Absorptionsspectrum der Flüssigkeit.

Das Intensitätsverhältniss der beiden Spectra ist für verschiedene Spectralregionen verschieden, und um einen bestimmten Theil der beiden Spectra mit einander vergleichen zu können, ohne von den anliegenden Theilen gestört zu werden, sind in dem Ocularrohre des Beobachtungsfernrohres an der Stelle des Fadenkreuzes zwei undurchsichtige Schieber angebracht, welche von beiden Seiten die nicht zur Vergleichung ausgewählten Theile der Spectra vollständig abblenden. Sind die Schieber eingestellt, so wird die Breite der freien Spalthälfte (welche das reine Spectrum erzeugt) soweit vermindert, bis die Lichtstärke des unteren und oberen Spectrums in dem ausgewählten Bezirke gleich ist. Alsdann verhalten sich die Intensitäten des Lichtes vor und nach dem Durchgange durch die Flüssigkeitsschicht, wie die Breiten der bedeckten und freien Spalthälfte zu einander.

Bei Vierordt hatten vor der Messung beide Spalthälften in der Regel die Breite von einem Schraubenumgange, der 0,2 mm entsprach. Die Breite der durch die Flüssigkeit bedeckten Spalthälfte blieb unverändert, während jene der anderen Spalthälfte vermindert wurde. Da die Trommel in 100 Thle. getheilt war, so liess sich das Verhältniss der Spaltbreiten unmittelbar ablesen; zeigte z. B. die Trommel die Zahl 35, so war die Intensität des durchgelassenen Lichtes gleich 0,35 des eingedrungenen u. s. w.

Ist die Absorption der Flüssigkeit eine sehr starke, so dass die freie Spalthälfte sehr enge gemacht werden müsste, um die gleiche Lichtstärke der correspondirenden Spectralbezirke in den beiden Spectra zu erhalten, so bringt Vierordt vor die freie Spalte zunächst ein oder mehrere Rauchgläser, deren lichtschwächende Kraft vorher ermittelt war, und erzielt dann die vollständige Gleichheit durch Verminderung der Breite der freien Spalthälfte. Es ist indessen zu bemerken, dass die lichtschwächende Wirkung desselben Rauchglases für die verschiedenen Spectralbezirke (Farben) keineswegs gleich ist, sondern bedeutende Unterschiede zeigt. So fand Vierordt für ein von ihm untersuchtes Rauchglas, dass die Intensität des durchgegangenen Lichtes von 0,831 bis auf 0,400 abnehme, wenn die verschiedenen Spectralfarben vom Roth bis zum Blau untersucht wurden, und wenn die Intensität des auffallenden Lichtes in jedem Falle gleich 1 gesetzt war. Die Untersuchung der lichtschwächenden Kraft der Rauchgläser geschieht in gleicher Weise, wie oben bei den Flüssigkeiten angegeben wurde, nämlich durch die Bestimmung der Spaltbreite.

Sind n Rauchgläser, von denen jedes das auffallende Licht beim Durchgange auf $\frac{1}{\beta}$ schwächt, vor die freie Spalthälfte gesetzt, und ist das Verhältniss der Spaltbreiten gleich γ, wenn beide Spectra in dem verglichenen Bezirke gleiche Intensität zeigen, so ist die Intensität des durch die Flüssigkeit durchgegangenen Lichtes gleich

$$\frac{1}{\beta^n} \cdot \gamma$$

des eingedrungenen.

§. 239.

Zweckmässige Flüssigkeitsbehälter. — Verdeckt man die eine Hälfte der Eintrittsspalte durch die zu untersuchende Lösung und lässt man die andere Spalthälfte völlig frei, so sind die beiden Spectra nicht unmittelbar mit einander vergleichbar. Man kann sich hiervon leicht überzeugen, wenn man einen leeren Flüssigkeitstrog vor die eine Spalthälfte setzt und dann die beiden Spectra vergleicht. Dieselben haben nicht die gleiche Helligkeit, weil beim Durchgange durch das Glas des Troges mehrfache Reflexionen stattfinden, die vor der freien Spalthälfte fehlen. Bedeckt man dagegen beide Spalthälften durch zwei gleiche Flüssigkeitströge und füllt den einen Trog mit Wasser, den anderen mit der Lösung, so erhält man zwei unmittelbar mit einander vergleichbare Spectra. Dasselbe Ziel erreicht man leichter durch die Schulz'schen Flüssigkeitsbehälter. Bei diesen wird in die untere Hälfte des Behälters ein Flintglaswürfel gelegt, dessen Dicke nur wenig geringer ist, als der Abstand der beiden Parallelgläser des Troges. Gewöhnlich ist der Flintglaswürfel 10 mm dick; der Abstand beider Parallelgläser 11 mm, so dass die dünne Flüssigkeitsschicht 1 mm beträgt und man eine wirksame Schicht von 11 — 1 = 10 mm erhält. Die Schulz'schen Flüssigkeitsbehälter bieten auch noch den Vortheil, dass die beiden zu vergleichenden Spectra unmittelbar an einander grenzen, vorausgesetzt, dass die obere Fläche des Flintglaswürfels genau horizontal ist.

§. 240.

Zahlenbeispiele für die quantitative Spectralanalyse[1]). — Eine wässerige Lösung von Chromalaun, welche in 1 ccm 0,07176 g Chromalaun enthält, schwächte in einer durchstrahlten Schicht von 1 cm Dicke das Licht einer Spectralregion zwischen den Fraunhofer'schen Linien D und E auf 0,050, wenn die auffallende Lichtstärke gleich 1 gesetzt wird.

Es ist daher

$$\text{die Concentration } c = 0{,}07176$$
$$\text{die Intensität } i_c = 0{,}050.$$

Daher nach Gleichung III) §. 237 der Exstinctionscoefficient α_c

$$\alpha_c = -\,log\, i_c = -\,log\, 0{,}05 = -\,(0{,}69897 - 2) = 1{,}30103.$$

Das Absorptionsverhältniss A ist nach Gleichung V:

$$A = \frac{c}{-\,log\, i_c} = \frac{0{,}07176}{1{,}30102} = 0{,}05515.$$

Für eine andere Concentration c_1 war die durchgehende Lichtstärke 0,228. Daher ist der Exstinctionscoefficient für diese Concentration

$$\alpha_{c_1} = -\,log\, 0{,}228 = 0{,}6420.$$

[1]) Dieselben sind dem Vierordt'schen Werke entnommen.

Man hat daher für die gesuchte Concentration c_1 mit Hülfe des oben bestimmten Absorptionsverhältnisses nach Gleichung IVb)

$$c_1 = \alpha_{c_1} \cdot A = 0,6420 \cdot 0,05515 = 0,03540.$$

Die wahre Concentration war 0,03588.

In der folgenden Tabelle sind neben den obigen noch einige weitere Werthe angegeben:

Spectralbezirk zwischen *D* und *E*.

Concentration = Anzahl der Gramme in 1 ccm Lösung c	Intensität des Lichtes nach dem Durchgang durch eine 1 cm dicke Schicht der Lösung i_c	Exstinctions-coefficient $\alpha_c = -\log i_c$	Absorptions-verhältniss $A = \frac{c}{\alpha_c}$	Berechnete Concentration $c = A \cdot \alpha_c$
0,07176	0,050	1,3010	0,05515	—
0,03588	0,228	0,6420	—	0,03540
0,01794	0,463	0,3344	—	0,01844
0,00897	0,680	0,1675	—	0,00924

Man erhält natürlich eine grössere Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung, wenn man das Absorptionsverhältniss A nicht aus einer einzigen Concentration ableitet, sondern aus mehreren. Bestimmt man die Grösse A für jede der vier Concentrationen und berechnet man dann mit dem Mittelwerthe von A die Concentrationen, so erhält man folgende Werthe:

Concentration beobachtet	Absorptions-verhältniss	Concentration berechnet
0,07176	0,05515	0,07099
0,03588	0,05588	0,03503
0,01794	0,05364	0,01824
0,00897	0,05354	0,00914
	Mittel 0,05457	

Für einen anderen Spectralbezirk ergeben sich andere Werthe für das durchgehende Licht und das Absorptionsverhältniss. Die folgende Tabelle, welche sich auf die gleichen Concentrationen von Chromalaun bezieht, ist ebenso wie die erste eingerichtet.

Spectralbezirk zwischen B und D (um C).

Concentration beobachtet	Intensität i_c	Extinctions-coefficient $\alpha_c = - \log i_c$	Absorptions-verhältniss $A = \frac{c}{\alpha_c}$	Berechnete Concentration $c = A \cdot \alpha_c$
0,07176	0,520	0,2840	0,25268	—
0,03588	0,720	0,1426	—	0.03603
0,01794	0,847	0,0721	—	0,01822
0,00897	0,922	0,0353	—	0,00892

Wie man sieht, stimmen die beobachteten und berechneten Concentrationen sehr nahe überein. Ferner geht aber aus der Vergleichung der beiden Tabellen hervor, dass für verschiedene Spectralbezirke sich das Absorptionsverhältniss derselben Substanz sehr stark ändert und daher ist es nothwendig, bei der Vergleichung verschiedener Concentrationen genau denselben Spectralbezirk anzuwenden.

Betreffs der zahlreichen Anwendungen der Vierordt'schen Methode möge auf die bereits citirte Schrift und auf die folgende: „Vierordt: Die quantitative Spectralanalyse in ihrer Anwendung auf Physiologie, Physik, Chemie und Technologie“ verwiesen werden.

§. 241.

Absorption des Lichtes in Krystallen. — Ebenso wie bei den doppeltbrechenden Krystallen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in verschiedener Richtung gegen die Krystallaxen verschieden ist, ist auch ihre Absorption eine ungleiche. Durch diese Verschiedenheit der Absorption tritt eine mit der Richtung veränderliche Färbung auf, welche sich zuweilen schon ohne weitere Hülfsmittel erkennen lässt. So erscheint z. B. der optisch einaxige Pennin in der Richtung seiner Axe blaugrün, senkrecht dazu dagegen rothbraun. Deutlicher kann man die Farbenunterschiede erkennen, wenn man den Krystall durch eine dichroskopische Loupe betrachtet.

Bei optisch einaxigen Krystallen erhält man durch die dichroskopische Loupe zwei gleichgefärbte Bilder, wenn man parallel der optischen Axe durch den Krystall sieht. Sieht man dagegen senkrecht zur optischen Axe und richtet dabei die Loupe und den Krystall so, dass die Hauptschnitte derselben parallel stehen, so erhält man zwei verschieden gefärbte Bilder, von denen das eine die gleiche Farbe hat, wie bei dem eben erwähnten Versuche. Bei manchen Krystallen spricht sich die Verschiedenheit der Absorption nur in Intensitätsunterschieden aus; besonders auffallend ist dies beim Turmalin der Fall, in welchem die zur Axe senkrechten Schwingungen schon bei geringer Dicke fast ganz absorbirt werden. Man nennt die besprochene Eigenschaft der optisch einaxigen

Krystalle, parallel und senkrecht zur Axe verschiedene Farben im durchgehenden Lichte zu zeigen, Dichroismus.

Bei den optisch zweiaxigen Krystallen beobachtet man Trichroismus, indem dieselben drei verschiedene Farbentöne nach den drei Elasticitätsaxen zeigen. Sieht man nach der Richtung eines dieser drei Axen durch den Krystall mittelst der dichroskopischen Loupe, so erhält man zwei verschieden gefärbte Bilder. Von den sechs Farben, welche man bei der Betrachtung nach den drei Axenrichtungen erhält, sind indess je zwei gleich, so dass nur drei verschiedene Farben resultiren.

§. 242.

Farben undurchsichtiger Körper. — Die regelmässige Reflexion ändert die Farbe des einfallenden Lichtes nicht; lässt man auf eine spiegelnde Fläche weisses Licht fallen, so wird von derselben auch weisses Licht zurückgeworfen. Die unregelmässige oder diffuse Reflexion verhält sich dagegen im Allgemeinen anders. Ein rothes Papier mit rauher Oberfläche reflectirt von den in dem weissen Lichte enthaltenen Farbenstrahlen fast nur die rothen; daher erscheint das Papier eben roth. Man überzeugt sich hiervon am besten, indem man durch ein Prisma ein Spectrum des weissen Lichtes entwirft und dasselbe durch ein farbiges rauhes Papier auffängt. Es wird dann fast nur die eine das Papier charakterisirende Farbe reflectirt; ist z. B. das Papier roth, so wird nur der rothe Theil des Spectrums zurückgeworfen, die übrigen Farbenstrahlen werden absorbirt. Diese Absorption kann nicht an der Oberfläche selbst stattfinden, sondern nur im Innern des Körpers. Die Färbung der undurchsichtigen Körper bei Beleuchtung mit weissem Licht entsteht also dadurch, dass das Licht, wenn auch nur bis zu einer geringen Tiefe, in den Körper eindringt und dann von den Elementen des Körpers zurückgeworfen aus demselben wieder austritt. Auf diesem Wege, den das Licht innerhalb des Körpers zurücklegt, findet von Seiten des letzteren eine auswählende Absorption statt, so dass z. B. ein rother Körper fast alle Farbenstrahlen mit Ausnahme der rothen absorbirt. Dass bei der regelmässigen Reflexion keine Farbenänderung, also auch keine wesentliche Absorption eintritt, beruht darauf, dass diese Reflexion grösstentheils schon an der Oberfläche des Körpers stattfindet.

Aus der obigen Erklärung der Farben der Körper folgt unmittelbar, dass ein farbiger Körper nur dann seine Farbe zeigen kann, wenn in dem auffallenden Lichte die betreffende Farbe enthalten ist. Beleuchtet man z. B. rothes Papier mit einer durch Natrium gefärbten Flamme, welche nur gelbe Strahlen aussendet, so absorbirt das Papier alle auffallenden Strahlen und erscheint daher schwarz. Da das Sonnenlicht und das elektrische Licht verhältnissmässig mehr blaue und violette Strahlen enthält als das Gaslicht, welches gelbe Strahlen in relativ grösserer Intensität besitzt, so erscheint die Färbung der meisten Gegenstände im Sonnenlichte etwas anders als im Gaslichte. Alle jene Körper, welche das blaue Licht in geringem Maasse absorbiren, verändern ihre Färbung bei der Beleuchtung durch Gaslicht am meisten, weil eben das letztere wenig blaue Strahlen enthält.

§. 243.

Absorptionsspectra der Gase und Dämpfe. — Um die Absorptionsspectra von Gasen oder Dämpfen zu erhalten, verfährt man in ganz ähnlicher Weise, wie bei den starren Körpern und den Flüssigkeiten. Man führt in ein Gefäss von der Form Fig. 441, welches aus einer Glaskugel besteht, die an zwei gegenüberliegenden Seiten abgeschliffen und durch Glasplatten geschlossen ist, den Dampf ein und lässt das Licht, ehe es zum Spectralapparate gelangt, durch das Gefäss hindurchtreten.

Fig. 441.



Das Absorptionsspectrum, welches man so z. B. von salpetriger Säure enthält, zeigt eine grosse Anzahl dunkler, feiner Linien, welche den Fraunhofer'schen Linien des Sonnenspectrums sehr ähnlich sind. Die Linien sind nicht gleichmässig über das ganze Spectrum vertheilt, sondern man findet im rothen und gelben Theile des Spectrums weniger Linien als im grünen und blauen Theile. Aehnlich wie die salpetrige Säure verhalten sich auch die anderen Dämpfe oder Gase, nur ist die Anzahl und die Lage der dunkeln Linien für die verschiedenen Substanzen verschieden. Der Unterschied der Absorptionsspectra von starren und flüssigen Substanzen einerseits und den Körpern im dritten Aggregatzustande andererseits ist daher der, dass die ersteren mehr oder weniger breite Streifen enthalten, die an den Rändern nicht scharf begrenzt sind, während die letzteren schmale dunkle Linien mit scharfen Begrenzungen zeigen. Diese feinen Linien zeigen, dass die Absorption in Gasen und Dämpfen sich nur auf ganz bestimmte einzelne Wellenlängen der Farbenstrahlen erstreckt, die von einander durch nicht absorbirte Farbenstrahlen getrennt sind. Da auch das Sonnenspectrum in ganz ähnlicher Weise solche dunkeln Linien zeigt, so wird man vermuthen, dass auch diese durch Absorption entstanden sind, dass wir also im Sonnenspectrum ebenfalls ein Absorptionsspectrum vor uns haben. Wie sich später zeigen wird, ist diese Vermuthung durch Kirchhoff als thatsächlich erwiesen.

§. 244.

Emission des Lichtes und Emissionsspectra der Körper. — Erhitzt man einen starren Körper, z. B. einen Platindraht, bis zur Glühhitze, so beginnt er Licht auszusenden. Man sieht schon bei der directen Beobachtung, dass das zuerst ausgesandte Licht roth ist (rothglühend) und dass das Licht erst nach weiterer Temperaturerhöhung des Körpers weiss wird. Untersucht man das von dem Drahte ausgesandte Licht mit dem Prisma (Emissionsspectrum), indem man die Temperatur von der Rothgluth bis zur Weissgluth allmälig steigert, so erhält man folgendes Resultat:

Das Spectrum besteht zuerst nur aus Roth; eine Temperatursteigerung bewirkt, dass das Roth an Intensität gewinnt und dass zu demselben brechbares Licht hinzutritt, zunächst Gelb, dann bei weiterer Temperaturerhöhung Grün u. s. w. Das Spectrum wächst also in Folge der Temperatur vom Roth anfangend ganz allmälig, bis bei der Weissgluth alle Farben vom Roth zum Violett vorhanden sind. Das Spectrum ist ein ganz continuirliches, in welchem weder dunkle Linien noch Streifen vorkommen. Ebenso wie das weissglühende Platin verhalten sich die anderen starren und flüssigen Körper, wenn sie weissglühend werden; sie geben alle continuirliche Spectra ohne dunkle Zwischenräume. Da in den Flammen der Kerzen, Lampen und des Lichtgases starre Kohlentheilchen es sind, welche im weissglühenden Zustande das Leuchten der Flamme bewirken, so sind auch die Spectra dieser Flammen continuirlich.

Anders verhalten sich Spectra leuchtender Gase oder Dämpfe: Dieselben sind discontinuirlich, sie bestehen aus einzelnen hellen Linien auf dunklem oder schwach leuchtendem Grunde; Lage und Anzahl der Linien hängen von der Natur der leuchtenden Substanz ab. So besteht z. B. das Spectrum des leuchtenden Wasserstoffgases aus drei hellen Linien, von denen die eine roth, die zweite grün und die dritte violett ist; das Spectrum des leuchtenden Natriumdampfes besteht aus einer hellen Linie, resp. aus zwei sehr nahe zusammenliegenden Linien, die gelb sind [1]).

§. 245.

Beziehung zwischen dem Emissions- und Absorptionsvermögen. Gesetz von Kirchhoff [2]). — Das Emissionsvermögen einer Substanz ist die Intensität der von der Substanz ausgesandten Strahlen von irgend einer bestimmten Wellenlänge. Da sich das Emissionsvermögen auf eine bestimmte Wellenlänge oder Farbe zu beziehen hat, so ist nach dem vorigen Paragraphen klar, dass dasselbe für verschiedene Wellenlängen im Allgemeinen verschieden ist. So ist das Emissionsvermögen des glühenden Natriumdampfes für alle Wellenlängen, die dem rothen Lichte angehören, gleich Null, denn der Natriumdampf sendet kein rothes Licht aus; nur für bestimmte Wellenlängen des gelben Lichtes ist das Emissionsvermögen des Natriumdampfes von Null verschieden.

Das Absorptionsvermögen ist das Verhältniss der Intensität des absorbirten Lichtes zu der Intensität des auffallenden Lichtes, auch bezogen auf Licht bestimmter Wellenlänge. Ist die Intensität des auffallenden Lichtes J, jene des absorbirten i, so ist das Absorptionsvermögen

$$A = \frac{i}{J}.$$

Ebenso wie das Emissionsvermögen desselben Körpers für verschiedene Wellenlängen verschieden ist, ist es auch das Absorptionsvermögen. Kirchhoff hat nun folgendes Gesetz theoretisch nachgewiesen: Das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen E und dem

[1]) Dass auch Gase und Dämpfe unter bestimmten Umständen continuirliche Spectra liefern, wird später erörtert. — [2]) Kirchhoff, Pogg. Ann. **109**, 1860.

Absorptionsvermögen A ist für Strahlen gleicher Wellenlängen bei der gleichen Temperatur von der Natur des Körpers unabhängig. Bezeichnet man daher die genannten Grössen für zwei beliebige Körper durch die Indices 1 und 2, so ist

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2}.$$

Das Verhältniss $\frac{E}{A}$ lässt sich in folgender Weise noch näher bestimmen. Ein vollkommen schwarzer Körper hat die Eigenschaft, Licht jeder Wellenlänge, welches auf ihn fällt, vollständig zu absorbiren; das Absorptionsvermögen eines solchen Körpers ist daher für jede Wellenlänge und jede Temperatur gleich 1. Denkt man sich jetzt eine Kugel dieses schwarzen Körpers bis zur Glühhitze von t^0 erwärmt, und sei dann das Emissionsvermögen desselben für die Wellenlänge λ gleich e, so ist das Verhältniss des Emissions- zum Absorptionsvermögen gleich:

$$\frac{e}{1} = e.$$

Eine gleiche Kugel eines beliebigen anderen Körpers, auf dieselbe Temperatur t^0 erhitzt, besitze für dieselbe Wellenlänge λ das Emissionsvermögen E und das Absorptionsvermögen A; es ist dann

$$\frac{E}{A} = e, \text{ oder } E = e \,.\, A.$$

Das Emissionsvermögen irgend eines Körpers ist also gleich dem Product aus seinem Absorptionsvermögen und dem Emissionsvermögen des schwarzen Körpers; alle drei Grössen bezogen auf die gleiche Temperatur und die gleiche Wellenlänge.

Dieser Satz lässt wichtige Folgerungen zu, welche experimentell bestätigt sind.

Man denke sich zwei Kugeln gleicher Grösse, von denen die eine ein schwarzer Körper, die zweite ein beliebig anderer Körper sei, gleichmässig erhitzt. Da $E = e\,A$, so wird E so lange gleich Null sein, als e Null ist. Bevor der schwarze Körper zum Glühen gelangt (bis dahin ist e für leuchtende Strahlen gleich Null), wird daher auch der zweite Körper nicht glühen können. Wenn dann der schwarze Körper die Glühhitze erreicht, und zunächst nur rothe Strahlen aussendet, so ist e für rothe Strahlen von Null verschieden, für alle anderen Farben dagegen noch gleich Null. Es möge dies kurz so ausgedrückt werden:

$$e_r = e_r; \quad e_0 = e_g = e_{gr} = \cdots = 0,$$

wo e_r sich auf Roth, e_0 auf Orange, e_g auf Gelb u. s. w. bezieht.

Für den zweiten Körper hat man bei derselben Temperatur

$$E_r = e_r \,.\, A_r; \; E_0 = e_0 \,.\, A_0; \; E_g = e_g \,.\, A_g; \ldots$$

Da $e_0 = e_g \cdots = 0$, so ist auch $E_0 = E_g \cdots = 0$. Der zweite Körper kann also nur rothes Licht aussenden, denn nur E_r kann von Null verschieden sein. E_r würde aber ebenfalls Null sein, wenn A_r gleich Null wäre; in diesem Falle würde der zweite Körper das rothe Licht

nicht absorbiren und in Folge dessen für rothes Licht durchsichtig sein. Es wird daher der zweite Körper entweder gleichzeitig mit dem schwarzen Körper rothglühend oder er wird durchsichtig. Was für die rothen Strahlen gilt, gilt aber ebenso für die anders gefärbten Strahlen, und da der zweite Körper, welcher mit dem ersten Körper gleichzeitig erwärmt wurde, ein ganz beliebiger ist, so hat man folgendes Resultat: Erwärmt man beliebige Körper gleichmässig, so fangen alle diejenigen, welche nicht durchsichtig werden, bei der gleichen Temperatur an, rothe Strahlen auszusenden; bei einer anderen höheren, aber wiederum für alle Körper gleichen Temperatur beginnt die Ausstrahlung der gelben Strahlen u. s. w.

Draper hatte schon früher die Richtigkeit dieser Schlussfolgerungen dadurch bewiesen, dass er kleine Stückchen von Marmor, Kupfer, Antimon, Blei, Coaks und anderen Körpern in einem Flintenlaufe gleichmässig erhitzte und hierbei fand, dass alle gleichzeitig leuchtend wurden.

Wird ein Körper bei hinreichend hoher Temperatur nicht leuchtend, so muss er durchsichtig werden. Ein solcher Körper ist, wie Kirchhoff gezeigt hat, das phosphorsaure Natron. Bringt man dasselbe in der nicht leuchtenden Bunsen'schen Flamme auf einem aus Platindraht gebildeten Ringe zum Schmelzen, so bildet es eine durchsichtige Masse, welche nicht leuchtet, während der dasselbe unmittelbar berührende Platindraht lebhaftes Licht emittirt.

§. 246.

Umkehrung der Spectra. — Aus der Kirchhoff'schen Beziehung

$$E = e \,.\, A$$

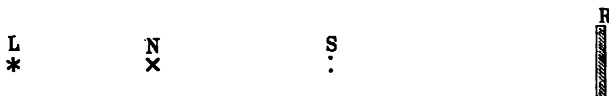
ergiebt sich ferner eine wichtige Folgerung für das Absorptionsvermögen der leuchtenden Gase und Dämpfe. Wie in §. 244 gezeigt wurde, besteht das Emissionsspectrum dieser Substanzen aus einzelnen von einander getrennten hellen Linien; daraus geht hervor, dass das Emissionsvermögen E für bestimmte Wellenlängen (den hellen Linien entsprechend) von Null verschieden, für andere Wellenlängen dagegen gleich Null ist. Da nun A der Grösse E proportional, so ist das Absorptionsvermögen für dieselben Wellenlängen gleich Null, für welche das Emissionsvermögen Null ist. Sendet daher ein glühender Körper (z. B. Natriumdampf) nur Licht einer Wellenlänge aus, so wird derselbe auch nur Licht dieser Wellenlänge absorbiren, für jedes andersfarbige Licht aber durchsichtig sein. Allgemeiner lässt sich dieser Satz so aussprechen: Leuchtende Substanzen erstrecken ihre Absorption nur auf jenes Licht, welches sie selbst ausstrahlen. Auch diese Folgerung ist durch das Experiment bestätigt. Nimmt man eine intensive Lichtquelle, z. B. einen im Knallgase glühenden Kalkcylinder (Drummond'sches Licht), so erhält man mittelst Zerlegung durch ein Prisma im Spectralapparat ein continuirliches Spectrum. Bringt man dann zwischen der Lichtquelle und dem Spalt des Apparates eine mit Kochsalz versehene Alkoholflamme, welche Natriumlicht aussendet, so muss das weisse Licht, ehe es in den Apparat tritt, durch die gelbe Natriumflamme hindurch. Alle Farben, welche die

Natriumflamme nicht selbst aussendet, erleiden bei diesem Durchgange keine Absorption; die gelbe Farbe, die dem Natriumdampfe entspricht, wird dagegen kräftig absorbirt. In Folge dessen erscheint an jener Stelle des Spectrums, wo die Natriumflamme, wenn sie allein wirkte, eine helle Linie erzeugen würde, eine dunkle Absorptionslinie.

Es lässt sich aber leicht zeigen, dass je nach dem Intensitätsverhältniss des weissen Lichtes und der Natriumflamme einerseits und dem Absorptionsvermögen der letzteren andererseits die Erscheinung sich ändert.

Stelle zu dem Zwecke in der Fig. 442 L die Lichtquelle dar, die weisses Licht aussendet, N die Natriumflamme, durch welche das Licht

Fig. 442.



von L hindurchtritt, S den Spalt und R den Schirm, auf welchem das Spectrum erzeugt wird (die hierzu nöthigen Linsen und das Prisma sind in der Zeichnung nicht angedeutet).

Würde die Natriumflamme allein wirksam sein, so erhielte man auf R eine helle gelbe Linie in D; würde die Lichtquelle L allein wirken, so entstände auf R ein continuirliches Spectrum. Die Intensität dieses Spectrums ist in seinen verschiedenen Theilen verschieden; es möge angenommen werden, dass die Intensität desselben an der Stelle D gleich J sei. Die Intensität des Natriumlichtes an derselben Stelle sei $J_1 = J . B$. Wirken nun L und N gleichzeitig, so tritt, wie erwähnt, eine Absorption durch die Natriumflamme ein, in Folge dessen die Intensität J eine Abschwächung erleidet. Ist das Absorptionsvermögen von N gleich A, so dass

$$\frac{i}{J} = A,$$

so wird i absorbirt und es gelangt von J die Intensität

$$J - i = J(1 - A)$$

nach D. Da ferner N die Intensität $J_1 = J . B$ nach D sendet, so ist die Gesammtintensität in D gleich:

$$J(1 - A) + JB = J(1 - A + B).$$

Je nachdem also

$$\begin{aligned} 1 - A + B &> 1 \text{ wird } D \text{ heller} \\ &= 1 \quad \text{,, \quad ,, gleich hell,} \\ &< 1 \quad \text{,, \quad ,, dunkler,} \end{aligned}$$

als es bei alleiniger Wirkung von J sein würde. Nimmt man nun an, dass die Intensität J_1 von N constant ist, so kann man durch eine Veränderung der Intensität J alle drei Fälle herstellen. Beim Eintritt des letzten Falles erhält man ein Spectrum mit einer dunklen Linie auf hellem Grunde: das Absorptionsspectrum des Natriumdampfes. Die

dunkle Linie liegt genau an derselben Stelle, wo der leuchtende Natriumdampf, allein wirkend, eine helle Linie erzeugen würde. Das Absorptionsspectrum stellt daher die Umkehrung des Emissionsspectrums dar, denn was in dem ersten dunkel ist, ist in dem zweiten hell, und umgekehrt. Ebenso wie beim Natrium lassen sich auch bei anderen Dämpfen die Emissionsspectra in Absorptionsspectra umkehren.

§. 247.

Untersuchung des Sonnenspectrums[1]). — Auf Grund des Kirchhoff'schen Satzes und der eben betrachteten Umkehrung der Spectra ist ein Verständniss über die Entstehung der dunkeln Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum und eine Einsicht in die Constitution der Sonne erzielt worden. Nach Kirchhoff besteht die Sonne aus einem festen oder flüssigen Kern, der sich in höchster Glühhitze befindet, und welcher für sich allein ein continuirliches Spectrum liefern würde. Der Sonnenkern ist aber von einer aus Gasen und Dämpfen bestehenden Hülle umgeben, welche durch den Verdampfungs- und Zersetzungsprocess entstanden ist, und das vom Kerne emittirte Licht muss diese Hülle durchdringen, ehe es zur Erde gelangt. Die Gase und Dämpfe der Hülle üben eine absorbirende Wirkung auf das durchgehende Licht aus und als Folge dieser Absorption erscheinen die dunkeln Linien im Sonnenspectrum. Würde nur die Hülle der Sonne Licht aussenden, so würde das Sonnenspectrum umgekehrt sein: Es würde aus hellen Linien auf dunkelm Grunde bestehen, und die hellen Linien würden gerade dort auftreten, wo jetzt in der Wirklichkeit die dunkeln Linien sich befinden.

Vergleicht man nun die dunkeln Linien des Sonnenspectrums mit den hellen Linien, welche die Emissionsspectra der irdischen Gase und Dämpfe zeigen, so findet man bei manchen Substanzen die genaueste Uebereinstimmung. Wie sich eine solche Vergleichung bewirken lässt, soll im folgenden Paragraphen gezeigt werden, hier mögen einige Resultate dieser Vergleichung Platz finden. Am einfachsten lässt sich nachweisen, dass die helle Linie des Natriumdampfes mit der dunkeln D-Linie des Sonnenspectrums zusammenfällt. Ferner zeigte Kirchhoff, dass die zahlreichen hellen Linien, welche von Eisendämpfen erzeugt werden, mit dunkeln Linien des Sonnenspectrums zusammenfallen. Aus dieser Coincidenz der Linien folgt, dass in der Sonnenatmosphäre sowohl glühende Natrium- als auch Eisendämpfe vorhanden sind. Würde das Emissionsspectrum eines jeden Körpers nur aus einer hellen Linie bestehen, so könnte man die Coincidenz derselben mit einer der zahlreichen dunkeln Linien des Sonnenspectrums für eine Erscheinung ansehen, die nicht dazu berechtigte, einen ursächlichen Zusammenhang zwischen der hellen und der dunkeln Linie vorauszusetzen. Dies ist aber nicht der Fall; so hat man beim Eisen die Coincidenz von 460 hellen Linien mit entsprechenden dunkeln Linien des Sonnenspectrums beobachtet und daher kann von einem Zufall bei dieser Erscheinung keine Rede sein. Ausser den erwähnten Substanzen, Natrium und Eisen, hat man noch viele andere

[1]) Kirchhoff, Abhandlungen der Berliner Akademie 1861.

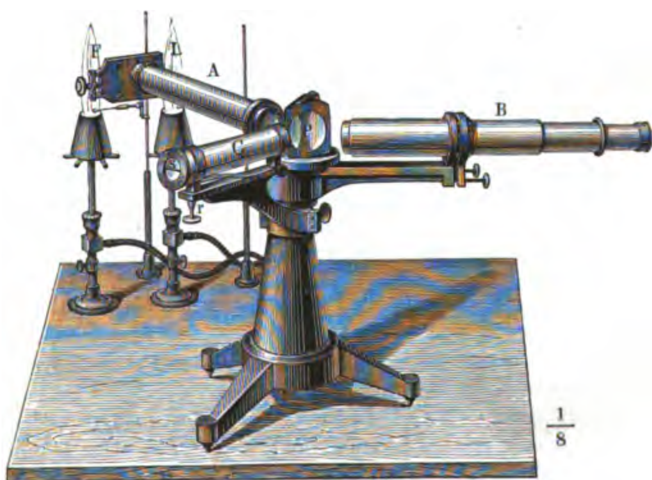
auf der Sonne nachgewiesen, von denen folgende genannt werden mögen: Calcium, Baryum, Magnesium, Titan, Nickel und Wasserstoff.

Eine Anzahl der Absorptionslinien des Sonnenspectrums hat sich mit der Zeit und der Sonnenstellung als veränderlich erwiesen. Diese Linien rühren von der Absorption der Erdatmosphäre her, welche ja auch das Sonnenlicht durchdringen muss, ehe es zur Erdoberfläche gelangt. Je nach dem Sonnenstande ist die Dicke der atmosphärischen Schicht, welche die Sonnenstrahlen zu durchlaufen haben, um zu demselben Punkte der Erdoberfläche zu gelangen, verschieden, und daher ist auch die Stärke der Absorption eine wechselnde. Dazu kommt noch, dass der Feuchtigkeitszustand der Luft zu verschiedenen Zeiten nicht gleich ist, wodurch ebenfalls eine Verschiedenheit in der Absorption bedingt wird.

§. 248.

Spectralapparat. — Zur Vergleichung zweier Spectra mit einander dient der von Bunsen und Kirchhoff construirte Spectralapparat, Fig. 443. Das Rohr A, welches vorn den Spalt trägt, ist fest mit dem Stativ verbunden; an dem anderen Ende des Rohres befindet sich eine

Fig. 443.



Linse, deren Brennweite gleich der Länge des Rohres ist. Das Flintglasprisma P mit einem brechenden Winkel von 60^0 ist auf der Metallplatte des Stativs fest aufgesetzt. Das astronomische Fernrohr B, welches zur Beobachtung des Spectrums dient, wird durch eine Metallschiene getragen, die um die Axe des Stativs drehbar ist. Der Zweck des Rohres C wird später angegeben.

Um zwei Spectra gleichzeitig beobachten und vergleichen zu können, befindet sich vor dem Spalt, der in Fig. 444 (a. f. S) besonders abgebildet ist, ein Glasprisma ab, welches die Hälfte des Spaltes bedeckt. Die Wirksamkeit dieses Prismas ist aus Fig. 445 (a. f. S.) ersichtlich.

In *F* und *L* (Fig. 445) sind zwei verschiedene Lichtquellen angedeutet, deren Spectra verglichen werden sollen. Das Licht von *F* wird von dem

Fig. 444.

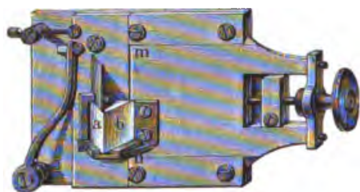
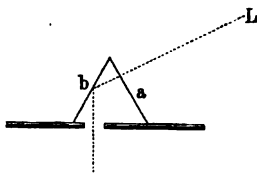


Fig. 445.



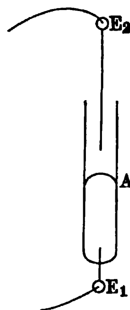
Prisma reflectirt, resp. seitlich abgelenkt, so dass dasselbe nur durch die obere frei gelassene Hälfte des Spaltes in das Rohr *A* tritt. Das Licht von *L* fällt senkrecht auf die Prismafläche *a* und wird von der anderen Fläche *b* total reflectirt, so dass es durch den Spalt in der Richtung des Rohres *A* fortgeht. Man sieht daher in dem Fernrohre *B* zwei über einander liegende Spectra, von denen, da das Fernrohr umkehrt, das obere von *L*, das untere von *F* herrührt. Diese Spectra lassen eine directe Vergleichung zu. Wird z. B. statt der Lichtquelle *L* Sonnenlicht benutzt und ist *F* eine Natriumflamme, so sieht man, dass die dunkle *D*-Linie des Sonnenspectrum seine Fortsetzung nach unten in der hellen Linie des Natronlichtes erhält. Sind dagegen die beiden Lichtquellen *L* und *F* gleich, so stimmen auch die beiden Spectra in der Lage der Linien vollständig überein.

In dem Rohre *C* befindet sich vorn bei *S* ein verkleinertes photographirtes Bild einer Millimeterscala auf einer Glasplatte, welche im Uebrigen mit Stanniol bedeckt ist, um sie undurchsichtig zu machen. An dem anderen Ende des Rohres *C* sitzt eine Linse, deren Brennweite gleich der Länge des Rohres ist. Die Messingschiene, welche *C* trägt, ist um die Axe des Stativs drehbar. Stellt man vor *S* eine Flamme zur Beleuchtung der Scala, so fällt das Licht durch das Rohr *C* auf die Fläche *P* des Prismas, wird hier reflectirt und gelangt in das Fernrohr *B*. Man sieht dann in *B* das Bild der Millimeterscala. Durch die Schraube *r* kann das Scalenbild gehoben oder gesenkt werden. Die Scala dient dazu, um die hellen Linien eines Spectrums in ihrer Lage auf der Scala zu bestimmen.

Um den Apparat zum Gebrauche herzurichten, nimmt man zunächst das Fernrohr *B* aus seinem Lager, richtet dasselbe nach einem fernen Gegenstande (z. B. einem Baume) und verschiebt das Ocular so weit, bis man den Gegenstand deutlich sieht. Dann legt man das Fernrohr wieder ein und nimmt das Prisma *P* fort. Man stellt *B* in die Verlängerung von *A* und zieht das Spaltrohr, welches sich in *A* befindet, so weit heraus, dass der Spalt deutlich sichtbar wird. Man legt das Prisma wieder in seine ursprüngliche Lage, klemmt dasselbe durch die obere Feder fest, verschiebt das Rohr *B* seitlich, bis man das Spectrum der Flamme *F* sieht. Nachdem vor *S* eine kleine Beleuchtungsflamme gestellt ist, dreht man *C*, damit die Scala in *B* sichtbar wird. Ist die Scala nicht deutlich, so wird die Kapsel, welche die Scala enthält, etwas hineingeschoben oder herausgezogen. Man stellt dann gewöhnlich das Rohr *C* durch Drehung so ein, dass die *D*-Linie des Sonnenspectrums oder der

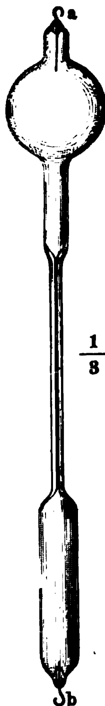
Natriumflamme bei dem Theilstrich 100 steht. Diese Stellung der Scala wird durch Anziehen der Schraube, welche an der Schiene von *C* gegen die Axe des Apparates wirkt, festgehalten. Will man die Spectra der Flammen *L* und *F* mit einander vergleichen, so wird die Flamme *L* seitlich, wie es in der Figur angegeben ist, aufgestellt und dieselbe so lange verschoben, bis das von dem kleinen Prisma im Innern reflectirte Licht parallel der Axe von *A* wird.

Fig. 446.



Um die zu untersuchenden Substanzen zu verdampfen und bis zum Glühen zu erwärmen, benutzt man entweder nicht leuchtende Flammen oder den elektrischen Funken. Als Flamme dient die sehr schwach leuchtende Flamme des reinen Weingeistes, oder die des Bunsen'schen Brenners. Die zu untersuchende Substanz wird in das zu einem kleinen Ringe gebogene Ende eines Platindrahtes eingeschmolzen und dieser so gefüllte Ring dann so tief in den Rand der Flamme gebracht, dass der Spalt des Spectralapparates höher als der Platinring liegt, damit nicht das vom glühenden Platin emittirte Licht ebenfalls in den Spectralapparat eindringe.

Fig. 447.



Bei Anwendung des elektrischen Funkens wird dieser gewöhnlich durch einen Inductionsapparat erzeugt, dessen Beschreibung bei der Besprechung der Inductionserscheinungen sich findet. Lässt man den Funken zwischen den Elektroden überspringen, so tritt in Folge der Erwärmung eine Verflüchtigung der Elektroden und eine Erhitzung der verflüchtigten Theile bis zum Glühen ein. Bestehen z. B. die beiden Elektroden aus Kupfer, so verdampft das Kupfer und man erhält bei der Beobachtung des Funkens das Spectrum der glühenden Kupferdämpfe. Gleichzeitig wird zwar auch die den Funken umgebende Luft leuchtend, indessen ist die Intensität dieses Luftspectrums so schwach gegenüber jenem des Metallspectrums, dass eine Unterscheidung leicht ist. Ausserdem hat man ein einfaches Mittel, um zu constatiren, ob eine Liniengruppe dem Luftspectrum angehört oder nicht; wechselt man nämlich die Metalle, nimmt man z. B. statt Kupfer Zink, so würde dasjenige, was der Luft zukommt, unverändert bleiben.

Zur Untersuchung der Flüssigkeit mittelst des elektrischen Funkens benutzt man einen Reagenzcylinder *A*, Fig. 446, in welchen unten eine Platinelektrode E_1 eingeschmolzen ist und welcher mit der Flüssigkeit gefüllt wird. Die andere Platinelektrode E_2 wird bis nahe an die Oberfläche der Flüssigkeit geführt. Bei Ueberspringen des Funkens von E_2 zur Flüssigkeit werden die in letzterer gelösten Stoffe leuchtend.

Die Gase werden in Röhren von der Form Fig. 447 untersucht, welche nach ihrem ersten Verfertiger Geissler'sche Röhren genannt werden. An den Enden sind die Elektroden *a* und *b* eingeschmolzen, und die Mitte der Röhre besteht aus einem capillaren Theile. Die Röhren werden zunächst durch die Quecksilberluftpumpe

entleert, mit dem zu untersuchenden Gase unter geringem Drucke gefüllt und dann zugeschmolzen. Ausser der obigen Form werden auch vielfach Röhren angewandt, welche zwei Hähne besitzen, um den Druck des Gases beliebig ändern und dieselbe Röhre auch für verschiedene Gase benutzen zu können.

§. 249.

Die Untersuchung der Emissionsspectra als qualitative Analyse. — Die Spectra der leuchtenden Dämpfe, sei es in den Flammen oder im elektrischen Funken, sind häufig so bestimmt von einander verschieden und charakterisirt, dass sie als Erkennungsmittel der Substanzen benutzbar sind[1]. So zeigt sich in dem Spectrum einer Flamme, welche Natrium enthält, eine helle Linie im Gelb, vergleiche Nr. 2 der Tafel.

Das Spectrum von Lithium lässt eine helle Linie im Roth, eine schwächere im Orange auftreten. Kalium zeigt eine helle Linie im äussersten Roth und eine schwächere Linie am entgegengesetzten Ende des Spectrums, im Violett. Strontium zeigt eine helle Linie im Blau, eine im Orange und mehrere weniger deutliche Linien im Roth.

Wie die Untersuchung anzustellen ist, ist nach dem vorigen Paragraphen leicht ersichtlich. Ist die Millimeterscala des Rohres C im Spectralapparat Fig. 443 so gestellt, dass die D-Linie auf 100 fällt, so kann man zunächst Flammen untersuchen, deren Dämpfe bekannt sind, z. B. zunächst eine Flamme mit einem Lithiumsalze. Die Lage der hellen Linien wird an der Millimeterscala abgelesen und die Zahlen werden aufgezeichnet. Dann untersucht man ein Kaliumsalz und bestimmt ebenfalls die Lage der hellen Linien. Man erhält auf diese Weise eine Tabelle, welche für jede Substanz die charakteristischen Linien in Theilen der Scala angiebt. Wird dann das Spectrum einer Flamme beobachtet, deren Dämpfe unbekannte Substanzen enthalten, so braucht man nur die Lage der hellen Linien abzulesen und das Resultat mit der einmal verfertigten Tabelle zu vergleichen, um die Stoffe, welche die Färbung der Flamme bewirken, zu erhalten. Zur grösseren Sicherheit kann man dann die nach der eben angegebenen Methode gefundenen Substanzen nach einander in bekannten Verbindungen in die seitliche Flamme L (Fig. 443) bringen und die Coincidenz der betreffenden Linien in den beiden Spectren constatiren.

Es möge hier gleich bemerkt werden, dass zwei Spectralapparate, bei denen die D-Linie auf 100 eingestellt ist, nicht nothwendig auch für die anderen Linien genau übereinstimmende Zahlen liefern müssen. Damit eine solche Uebereinstimmung stattfinde, ist erforderlich, dass die Apparate in ihren einzelnen Theilen, — Prisma, Scala, Linsen — vollständig gleich sind. Im Folgenden sind die Zahlen der Scala für die Fraunhofer'schen Linien angegeben, welche für einen bestimmten Apparat beobachtet wurden:

A	B	C	D	E	F	G	H
67,5	78	84	100	121	139,5	177,5	210

[1] Kirchhoff und Bunsen, Pogg. Ann. **110**, 1860; **113**, 1861.

Die Empfindlichkeit der Spectralreactionen ist sehr gross, aber eine verschiedene für verschiedene Metalle. Nach Bunsen und Kirchhoff reicht eine Menge von $^1/_{3000000}$ Milligramm Natrium aus, um dasselbe in der Flamme an dem Auftreten der charakteristischen gelben Linie in dem Spectrum zu erkennen. Da die Luft selten ganz rein von Natriumsalzen ist, so ist es schwer, ein Flammenspectrum zu erhalten, in welchem die Natriumlinie vollständig fehlt. Zur Erkennung von Lithium genügt eine Menge von etwa $^1/_{100000}$ Milligramm, von Kalium eine solche von $^1/_{1000}$ Milligramm.

Die Beobachtung von hellen Linien im Spectrum, welche keinem der bekannten Körper angehörten, hat zu der Entdeckung neuer Elemente geführt. So wurde von Bunsen und Kirchhoff das Cäsium und Rubidium, von Crookes das Thallium und von Reich und Richter das Indium entdeckt. Die Spectra dieser Körper sind unter 5, 6, 7, 8 in der beistehenden Tafel abgebildet.

Bei der Untersuchung verschiedener flüchtiger Verbindungen desselben Metalls ergab sich für die im Spectrum auftretenden charakteristischen hellen Linien immer dieselbe Lage. So unveränderlich indess diese Lage ist, so wechselnd kann das Intensitätsverhältniss der hellen Linien in dem Spectrum eines glühenden Dampfes je nach der Temperatur desselben sein. Von den verschiedenen Verbindungen desselben Metalls giebt diejenige das lichtstärkere Spectrum, welcher die grössere Flüchtigkeit zukommt; und bei Anwendung derselben Metallverbindung ist das Spectrum um so lichtstärker, je höher die Temperatur der Flamme ist, in welcher sie sich verflüchtigt. Bei beträchtlicherer Lichtstärke kann nun das Deutlichkeitsverhältniss der hellen Linien ein anderes sein, als bei geringerer, und bei ersterer können selbst neue Linien sichtbar werden; Chlorlithium zeigt z. B. bei der Verflüchtigung in der sehr heissen Wasserstoffflamme eine helle blaue Linie im Spectrum, die bei seiner Verflüchtigung in der weniger heissen Leuchtgasflamme nicht sichtbar ist. So übereinstimmend indess die Lage der hellen Spectrallinien in der Flamme gefunden wurde, so ist damit doch nicht die Frage entschieden, ob das Spectrum einer Verbindung gleich der Summe der Spectren ihrer Elemente ist, oder ob jede chemische Verbindung ihr eigenes sie charakterisirendes Spectrum habe. Denn es ist möglich, wie Bunsen und Kirchhoff bemerken, dass die in der Flamme verflüchtigten Salze bei der Temperatur der Flamme nicht bestehen bleiben, sondern zerfallen, so dass nicht die Dämpfe der Verbindung, sondern vielmehr die Dämpfe des freien Metalls es sind, welche die Linien desselben erzeugen. Wenn daher, wie es thatsächlich nachgewiesen ist, Chlornatrium, Bromnatrium, kohlensaures Natrium u. s. w. das gleiche Natriumspectrum liefern, sobald diese Salze in der Flamme verflüchtigt werden, so kann dies daher rühren, dass in jedem Falle das freie Natrium leuchtet.

Bringt man Oxyde und Chloride von Metallen in die Flamme, so erhält man, wie A. Mitscherlich dies zuerst nachwies, andere Spectra, als die reinen Metalle sie liefern, wenn sie durch die elektrische Entladung verflüchtigt werden. Indess ist auch durch diese Versuche der Beweis noch nicht geführt, dass jede Verbindung ihr eigenes Spectrum habe. Denn das Spectrum desselben Dampfes bleibt nicht das gleiche, wenn die Masse oder die Temperatur des glühenden Dampfes geändert

wird. Kirchhoff brachte auf Kohlenelektroden Chlorcalciumlösung und zeigte, dass das dann entstehende Spectrum sich änderte, je nachdem grössere oder kleinere elektrische Widerstände in den Gang des elektrischen Stromes eingeschaltet wurden, wodurch die Intensität desselben abgeschwächt wurde. Bei Einschaltung des grössten Widerstandes (einer engen mit Wasser gefüllten Röhre) erhielt er ein Spectrum, welches mit dem Flammenspectrum des Chlorcalciums vollständig übereinstimmte. Wurde der eingeschaltete Widerstand vermindert, so traten neue Linien auf, und wurde der eingeführte Widerstand ganz fortgenommen, so zeigten sich die neuen Linien, welche im Flammenspectrum ganz fehlten, in einer solchen Intensität, dass sie die hellsten von allen waren. Hierdurch ist bewiesen, dass der Charakter des Spectrums derselben Substanz ein ganz anderer werden kann, je nach den Umständen, unter welchen dieselbe zum Glühen gebracht wird. Zur Entscheidung der Frage, ob eine chemische Verbindung ihr eigenes sie charakterisirendes Spectrum habe, oder ob das Spectrum derselben gleich der Summe der Spectren ihrer Elemente sei, ist daher Zweierlei bei der Vergleichung der Spectra nothwendig: 1. dass keine Zersetzung eintrete, und 2. dass die Beobachtungen unter gleichen Umständen ausgeführt werden. Diese beiden Bedingungen sind aber nicht bei der Untersuchung der Emissionsspectra, bei denen die Substanzen in den selbstleuchtenden Zustand versetzt werden müssen, zu erreichen und daher hat Moser[1]) zur Entscheidung der Frage Absorptionsspectra der Verbindungen bei gewöhnlicher Temperatur untersucht. Als das Resultat dieser Untersuchung, die aber noch nicht abgeschlossen ist, glaubt Moser die oben gestellte Frage dahin beantworten zu können, dass jede chemische Verbindung ihr eigenes Spectrum habe. Es ist übrigens klar, dass hierdurch die Untersuchung der Emissionsspectra behufs qualitativer Analyse nichts an Bedeutung verliert; die Untersuchung der Absorptionsspectra würde aber mehr leisten, denn während zwei verschiedene Verbindungen, die aus gleichen Elementen bestehen, das gleiche Emissionsspectrum liefern, weil eben die Elemente leuchten, würden die Absorptionsspectra (bei niedriger Temperatur) verschieden sein und hierdurch ein Mittel bieten, die Verbindungen zu erkennen.

Bei der Untersuchung der Emissionsspectra der Gase durch die elektrische Entladung erhielten Plücker und Hittorf je nach der grösseren oder geringeren Spannung der Entladungen bei einigen Gasen zwei leicht zu unterscheidende Spectra: Das Bandenspectrum (auch Säulenspectrum oder Spectrum erster Ordnung genannt), welches sich als ein sehr schön schattirtes Spectrum aller Farben darstellt, und das Linienspectrum (auch Spectrum zweiter Ordnung genannt), welches aus einzelnen durch dunkle Zwischenräume getrennten hellen Linien besteht. Eine eingehende Untersuchung dieser Spectra führte Wüllner[2]) zu dem Resultate, dass das Linienspectrum des Gases dann entsteht, wenn nur eine dünne Schicht des Gases zum Leuchten gebracht wird, dass dagegen das Bandenspectrum auftritt, wenn eine dickere Gasschicht leuchtend wird. Der erste Fall tritt ein, wenn die Elektricität durch einen intermittirenden Funken entladen wird, der zweite, wenn eine continuirliche

---

[1]) Moser, Pogg. Ann. **160**, 1877. — [2]) Wüllner, Pogg. Ann. **147**, **149**, 1872, 1873.

Entladung der Elektricität stattfindet. Ferner zeigte Frankland für Wasserstoff und später Wüllner für andere Gase, dass dieselben bei hinreichend hohem Drucke ganz continuirliche Spectra liefern. Aus allen diesen Versuchen geht hervor, dass die Spectra der Gase je nach den Umständen, unter denen sie leuchtend werden, verschiedene sind. Die Erklärung dieser Verschiedenheit, wie sie von Wüllner gegeben wurde, ist in kurzen Andeutungen folgende. Das Licht, welches ein glühendes Gas aussendet, rührt nicht allein von der nach Aussen gelegenen Schicht her, sondern auch von den Schichten, welche im Innern liegen. Das Licht dieser Schichten muss zwar die äussere Schicht durchdringen und erleidet hierbei eine Absorption, deren Grösse von der Dicke der durchdrungenen Schicht abhängt, indessen wird doch nicht die ganze Lichtmenge absorbirt, vielmehr ein Theil derselben durchgelassen. Nimmt man nun an, dass eine dünne Gasschicht ausschliesslich Licht ganz bestimmter Wellenlänge aussendet (z. B. Wasserstoff nur die drei Wellenlängen, welche den drei hellen Linien des Linienspectrums entsprechen), so kann eine Vermehrung der Schichtdicke nicht bewirken, dass noch weitere Wellenlängen hinzutreten. Geht man dagegen von der Voraussetzung aus, dass auch die dünnste Gasschicht Licht aller Wellenlängen aussendet, dass aber die Intensität dieses Lichtes für verschiedene Wellenlängen sehr verschieden ist, so gelangt man zu der Erklärung der Veränderlichkeit der Spectra. Untersucht man eine hinreichend dünne leuchtende Gasschicht, wie sie der elektrische Funke liefert, so ist die Intensität des Lichtes nur für wenige Wellenlängen (den hellen Linien des Linienspectrums entsprechend) hinreichend, um dasselbe sichtbar zu machen. Vermehrt man die Dicke der leuchtenden Schicht, so wächst die Intensität des Lichtes und bei hinreichender Dicke wird auch das Licht jener Wellenlängen sichtbar, welches früher in Folge zu geringer Intensität nicht gesehen wurde. Unter der gedachten Voraussetzung folgt, dass das Licht aller Gase und Dämpfe, in hinreichend dicken Schichten untersucht, ein Spectrum liefern muss, welches sich um so mehr dem continuirlichen Spectrum nähert, je dicker die strahlende Gasmasse wird.

Die Erfahrung, dass auch die Spectra der Gase continuirlich werden können, hat nur einen geringen Einfluss auf die von Kirchhoff aufgestellte Constitution der Sonne. Nach Kirchhoff besteht die Sonne aus einem starren oder flüssigen Kerne, welcher für sich allein ein continuirliches Spectrum liefern würde; die Hülle dieses Kernes besteht aus absorbirenden Gasen und Dämpfen, welche die dunkeln Linien des Sonnenspectrums erzeugen. Eine Vergleichung dieser Linien mit den hellen Linien irdischer Gase und Dämpfe führte zu dem Nachweise, dass eine Anzahl derselben auch in der Sonnenatmosphäre verhanden ist. Da nun nicht bloss starre und flüssige Körper, sondern unter bestimmten Umständen auch gas- und dampfförmige Substanzen ein continuirliches Spectrum liefern, so besteht der Sonnenkern nicht nothwendig aus einer starren oder flüssigen glühenden Masse, sondern man kann nur sagen aus einer solchen Masse, welche ein continuirliches Spectrum liefert. Dies ist die einzige Aenderung, welche in der Kirchhoff'schen Darstellung eintritt, alle übrigen Schlussfolgerungen derselben bleiben unberührt.

§. 250.

Phosphorescenz[1]. — Der Phosphor hat die Eigenschaft, im Dunkeln ohne merkliche Wärmeentwickelung zu leuchten, und von dieser Erscheinung ausgehend, wird jedes Leuchten bei niedriger Temperatur mit dem Namen Phosphorescenz bezeichnet. Es ist ausgemacht, dass das Leuchten des Phosphors auf einer langsamen Oxydation beruht und jedesmal dann aufhört, wenn der Zutritt von Sauerstoff gänzlich ausgeschlossen ist. Auch das Leuchten, welches man an todten animalischen und vegetabilischen Stoffen beobachtet, erklärt sich durch chemische Vorgänge.

Gewisse Körper erhalten die Eigenschaft des Leuchtens, sobald sie nur kurze Zeit durch eine Lichtquelle beleuchtet waren und zeigen hierbei durchaus keine chemische Veränderung. Es gehören hierzu die Sulfide von Calcium, Baryum und Strontium, ferner der Diamant und der Kalkspath. Man braucht diese Körper nur einige Minuten dem Sonnenlichte auszusetzen, um sie dann Stunden lang schwach leuchtend zu erhalten. Sie geben das kräftig absorbirte intensive Licht langsam wieder ab.

Es besitzen nicht alle Strahlen des Spectrums in gleichem Grade die Fähigkeit, Phosphorescenz hervorzurufen; denn nur die brechbareren Strahlen (die blauen, violetten und ultravioletten) erregen das Phosphorescenzlicht. Lässt man das Sonnenspectrum auf eines der genannten Sulfide fallen, so erscheint dieses Spectrum weit ausgedehnt über das gewöhnliche violette Ende desselben, und nach der Beleuchtung bleiben nur jene Stellen hell, welche von den blauen, violetten und ultravioletten Strahlen getroffen wurden.

Untersucht man das von einem phosphorescirenden Körper ausgestrahlte Licht prismatisch, so findet man im Allgemeinen ein continuirliches Spectrum, welches vom Roth bis zum Blau reicht. Da nun nur die stärker brechbaren Strahlen das Phosphorescenzlicht erzeugen, so folgt, dass das absorbirte Licht in Licht geringerer Brechbarkeit umgewandelt ist. Der phosphorescirende Körper verwandelt also das von ihm absorbirte Licht in Licht grösserer Wellenlänge.

Eine Erwärmung des phosphorescirenden Körpers hat zur Folge, dass das ausgestrahlte Licht lebhafter wird, gleichzeitig nimmt aber die Dauer des Nachleuchtens um so mehr ab, je intensiver die Lichtabgabe wird. Die Erwärmung bewirkt daher, dass das absorbirte Licht schneller wieder ausgestrahlt wird. In ähnlicher Weise verhalten sich die wenig brechbaren Strahlen des Sonnenspectrums, welche eine verhältnissmässig starke erwärmende Kraft besitzen. Lässt man auf einen ausgedehnten phosphorescirenden Körper (z. B. auf eine Papierfläche, auf welche ein phosphorescirendes Pulver aufgetragen ist) das Sonnenlicht fallen, so dass die ganze Fläche im Dunkeln schwach leuchtend wird, und entwirft man dann auf diese Fläche ein Sonnenspectrum, so ist die Wirkung folgende: Nach Fortnahme des Sonnenspectrums sind die Stellen des Schirmes, wo die rothen und ultrarothen Strahlen des Sonnenspectrums

---

[1]) E. Becquerel, Annales de chimie et de physique. III. Sér. T. 55 (1859).

zur Wirkung kommen, dunkel, das Phosphorescenzlicht ist ausgelöscht. Durch die starke erwärmende Wirkung der rothen und ultrarothen Strahlen wird die Ausstrahlung des Phosphorescenzlichtes nämlich so stark gesteigert, dass die Stellen, welche von diesen Strahlen getroffen werden, schon in kurzer Zeit ihren ganzen Vorrath an Licht abgegeben haben und dann dunkel erscheinen. Man hat daher in den phosphorescirenden Körpern ein Mittel, sowohl die ultrarothen als auch die ultravioletten Strahlen sichtbar zu machen.

§. 251.

Fluorescenz. — Ein Flussspathkrystall (Fluorcalcium), welcher im gewöhnlichen Tageslichte ganz klar ist, zeigt, sobald er von den Sonnenstrahlen getroffen wird, ein von der getroffenen Stelle nach allen Seiten hin ausgehendes bläuliches Licht. Dieses Selbstleuchten des Fluorcalciums, von dem der Name Fluorescenz herrührt, dauert nur so lange, als die Bestrahlung dauert. Ausser dem Flussspath giebt es eine grosse Reihe starrer und flüssiger Körper, welche die Fluorescenz zeigen. Es gehören dahin besonders das gelbe Uranglas, welches hellgrün fluorescirt, das Petroleum, die Lösungen von Chinin und Rosskastanienrinde, ferner die Lösungen von Blattgrün (Chlorophyll), von Lackmus und Naphtalinroth.

Ebenso wie die Phosphorescenz beruht auch die Fluorescenz auf einer Absorption des Lichtes. Lässt man nämlich durch irgend einen der vorhin genannten Körper das Sonnenlicht hindurchgehen und auf einen zweiten gleichen Körper fallen, so zeigt nur der erste das Fluorescenzlicht; der zweite Körper, obwohl von einer grossen Lichtintensität getroffen, wird nicht zur Fluorescenz erregt. Aus diesem Versuche geht nicht nur hervor, dass das Fluorescenzlicht absorbirtes Licht ist, sondern auch, dass nur Licht bestimmter Wellenlänge Fluorescenz hervorzurufen vermag. Das Fluorescenz erregende Licht ist aber von der Natur des fluorescirenden Körpers abhängig. Während z. B. Petroleum nur dann fluorescirt, wenn es von violetten oder ultravioletten Strahlen getroffen wird, zeigt die Lösung von Blattgrün die stärkste Fluorescenz, wenn rothe Strahlen auf dieselbe fallen. Um zu erfahren, welche Strahlenarten für die Erregung der Fluorescenz sich bei einem Körper am besten eignen, braucht man nur das Absorptionsspectrum des Körpers zu untersuchen; diejenigen Strahlen, welche am stärksten absorbirt sind, erregen am besten die Fluorescenz.

Die Fluorescenz ist vorzüglich geeignet, um die ultravioletten Strahlen deutlich sichtbar zu machen. Schliesst man zwischen zwei planparallelen Glasplatten eine Schicht Petroleum ein und entwirft auf diese Schicht das Spectrum des Sonnenlichtes, so reicht das Spectrum weit über das gewöhnliche Ende von Violett hinaus. Bei Anwendung eines engen Spaltes sieht man auch in dem ultravioletten Theile des Spectrums dunkle Linien, welche den Fraunhofer'schen Linien vollständig gleichen und von denen die hervorragendsten mit den Buchstaben L bis R bezeichnet sind. Während die Wellenlänge der Fraunhofer'schen Linie H gleich 0,0003929 mm ist, hat man für die Wellenlängen der Linien L bis R folgende Werthe gefunden:

Wellenlänge in Millimetern

L . . .	0,0003791	*P* . . .	0,0003290
M . . .	3657	*Q* . . .	3232
N . . .	3498	*R* . . .	3091
O . . .	3360		

Die Untersuchung des von einem fluorescirenden Körper ausgestrahlten Lichtes führte Stokes [1]) zu dem Satze (Stokes'sche Regel), dass das Fluorescenzlicht nie eine grössere Brechbarkeit besitzt als das erregende. Ferner ergab sich das Fluorescenzlicht zusammengesetzt, auch wenn das erregende Licht einfach ist. Entwirft man ein Spectrum des Sonnenlichtes und lässt man nur das violette Licht auf eine Chininlösung fallen, so zeigt die prismatische Untersuchung des auf diese Weise erregten Fluorescenzlichtes, dass dasselbe ausser dem Violett auch die anderen Spectralfarben enthält. Die allgemeine Gültigkeit der Stokes'schen Regel, nach welcher das Fluorescenzlicht nie Farbenstrahlen grösserer Brechbarkeit besitzt als das erregende, ist von Lommel bestritten. Nach Lommel [2]) können jene Substanzen, welche im Absorptionsspectrum stark hervortretende Absorptionsstreifen in den weniger brechbaren Farben besitzen, eine Abweichung von der Stokes'schen Regel hervorbringen. So zeigt insbesondere das Naphtalinroth in seinem Fluorescenzlicht neben Roth und Orange auch Gelb und Gelbgrün, wenn auch die erregenden Strahlen nur Roth und Orange enthalten [3]).

§. 252.

Chemische Wirkungen des Lichtes. — Es giebt eine Anzahl Körper, auf welche die Lichtstrahlen eine chemische Wirkung ausüben. Diese Wirkung besteht entweder darin, dass das Licht die Verbindung zwischen Substanzen einleitet, welche bei Abschluss des Lichtes unter sonst gleichen Umständen sich nicht mit einander vereinigen, oder darin, dass das Licht die Zersetzung einer vorhandenen Verbindung bewirkt.

Die erste Wirkungsweise übt das Licht unter Anderem auf Chlor und Wasserstoff aus, welche sich unter Einwirkung des Lichtes zu Chlorwasserstoff verbinden. Chlor vereinigt sich ferner mit Kohlenoxyd zu Chlorkohlenoxyd und zwar sehr rasch im directen Sonnenlicht, langsam in diffusem Tageslicht, während im Dunkeln die beiden Gase unverändert neben einander bestehen.

Die zweite Wirkung, die Zersetzung, übt das Licht in hervorragendster Weise auf die Pflanzen aus. Die von den Pflanzenblättern aus der Atmosphäre absorbirte Kohlensäure wird unter Einwirkung des Lichtes in Kohlenstoff und Sauerstoff zerlegt; der erstere verbleibt der Pflanze, während der letztere von derselben an die Atmosphäre zurückgegeben wird. — Ferner wird das Chlorwasser durch die Einwirkung des Lichtes

---

1) Stokes, Philos. Transactions 1852. Pogg. Ann. Ergb. 4, 1854. —
2) Lommel, Pogg. Ann. 143, 1871; 159, 1876. Wied. Ann. 3, 1878. —
3) Indessen ist zu bemerken, dass die Richtigkeit der Lommel'schen Beobachtungen noch nicht allgemein anerkannt ist. Vergl. Hagenbach, Pogg. Ann. 146, 1872. Wied. Ann. 8, 1879.

zersetzt, indem unter Bildung von Chlorwasserstoff Sauerstoff frei wird. — Das Licht übt endlich auf viele Verbindungen der edlen Metalle, namentlich des Silbers, Zersetzung aus. Die meisten Silbersalze werden vom Lichte geschwärzt, unter ihnen sind die Chlor-, Jod- und Bromverbindungen die empfindlichsten. Auf dieser Wirkung des Lichtes auf die Silbersalze beruht die Photographie. Um eine lichtempfindliche Schicht herzustellen, wird eine Spiegelglasplatte mit einem Ueberzug von Collodium versehen, welchem Jodkalium zugesetzt war. Durch Eintauchen der Platte in ein Bad von salpetersaurem Silber wird der Ueberzug in Jodsilber verwandelt, welcher durch eine grosse Lichtempfindlichkeit ausgezeichnet ist. Es wird diese Operation in einem Raume ausgeführt, welcher nur orangefarbenes Licht enthält, damit der Zutritt des Lichtes keine Zersetzung bewirkt. Die so präparirte Platte wird dann in die Camera obscura gebracht und dort der Einwirkung des Lichtes ausgesetzt, wodurch eine Zersetzung des Jodsilbers eingeleitet wird. Nach Herausnahme der Platte ist noch kein Bild auf derselben sichtbar, weil die Zersetzung des Jodsilbers nicht weit genug vorgeschritten ist; zur Hervorrufung des Bildes wird die Platte mit Eisenvitriollösung oder mit Pyrogallussäure übergossen, wodurch das Jodsilber je nach der Stärke der Zersetzung mehr oder weniger geschwärzt wird. Um eine weitere Einwirkung des Lichtes auf die Platte zu verhüten, wird das rückständige Jodsilber derselben durch eine Lösung von unterschwefligsaurem Natron oder von Cyankalium gelöst und so das Bild fixirt. Auf diese Weise hat man auf der Glasplatte ein negatives Bild des Gegenstandes; denn die Stellen des Gegenstandes, von denen das meiste Licht ausging, haben am meisten Silber zersetzt und daher die Platte am stärksten geschwärzt. In dem negativen Bilde ist daher die Schatten- und Lichtvertheilung die umgekehrte wie beim Gegenstande.

Wird die Glasplatte mit dem negativen Bilde auf lichtempfindliches Chlorsilberpapier gelegt und der Wirkung des Tageslichtes ausgesetzt, so entsteht auf dem Papier ein positives Bild, indem das Licht durch die hellen Stellen der Platte hindurchdringt und das Papier der Lichtvertheilung der negativen Platte entsprechend schwärzt. Schliesslich wird auch das positive Bild des Papieres durch eine Lösung von unterschwefligsaurem Natron fixirt.

Die chemische Wirkung des Lichtes beruht auf einer Absorption desselben und da die Absorptionsfähigkeit eines Körpers für die verschiedenen Farbenstrahlen verschieden ist, so ist auch die chemische Wirkung der verschiedenen Farben bei demselben Körper eine ungleiche. Dass in der That die Absorption das Bedingende für die chemische Wirkung ist, geht aus folgender Thatsache hervor. Strahlen, welche eine hinlänglich dicke Schicht von Chlorwasser durchdrungen haben, bringen, wenn sie auf eine zweite Schicht von Chlorwasser fallen, in dieser keine chemische Wirkung hervor. Bunsen und Roscoe[1]) haben ferner die Menge des zur chemischen Action verbrauchten Lichtes in einem Falle direct gemessen.

Der Apparat, dessen sich Bunsen und Roscoe zu ihren photochemischen Messungen bedienten, ist durch Fig. 448 (a. f. S.) verdeutlicht.

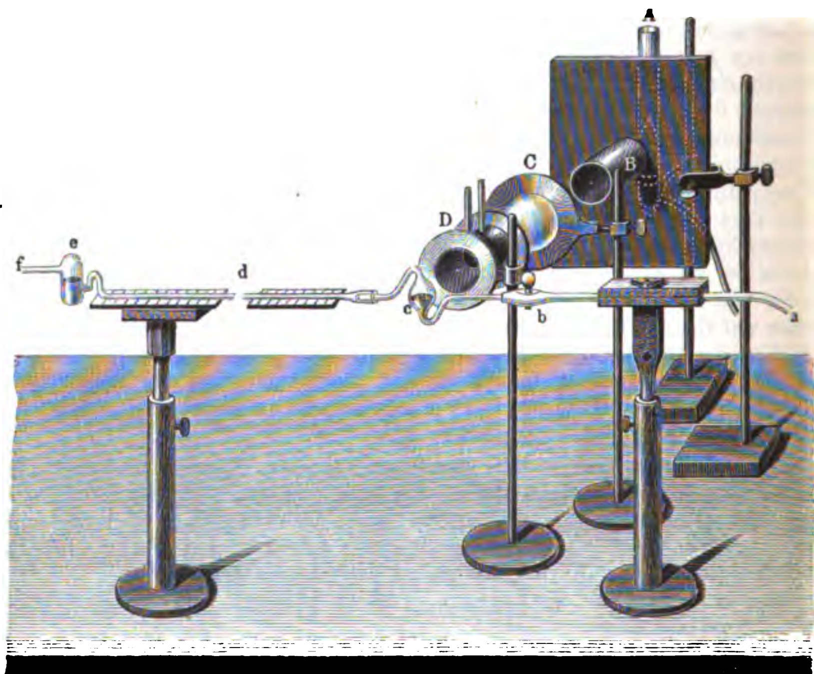
---

[1]) Bunsen und Roscoe, Pogg. Ann. **100**, **101**, 1857; **108**, 1859.

Das Licht wirkt auf eine Mischung gleicher Volume Wasserstoff und Chlor; die Menge des sich durch Einwirkung des Lichtes bildenden Chlorwasserstoffs ist, sofern dieser nach seiner Bildung sogleich durch eine absorbirende Flüssigkeit aufgenommen wird, dem Producte aus der Wirkungszeit und der Intensität der chemischen Wirkung des Lichtes proportional; die bei dieser Absorption stattfindende Volumverminderung des Gasgemisches giebt den Maassstab für die chemische Wirkung des Lichtes.

Die Einwirkung des Lichtes auf die Mischung von Chlor und Wasserstoff findet in dem Glasgefässe *c* (Insolationsgefäss) statt, welches etwa 2 bis 3 ccm Wasser enthält und, soweit das Wasser in ihm reicht, von

Fig. 448.



aussen geschwärzt ist. Das Insolationsgefäss steht nach der einen Seite mit einem horizontalen Scalenrohre *d* und einem Gefässe *e*, worin sich Wasser zum Zwecke der Absperrung des Scalenrohres befindet, in Verbindung, andererseits mit einem Gasapparat, welcher jene Gasmischung rein entwickelt. Wenn diese Gasmischung, bei *a* ein- und bei *f* austretend, sehr lange Zeit durch den Apparat geleitet wurde, so dass alle im Apparate enthaltene Luft vollständig ausgetrieben ist, wird der Glashahn *b* geschlossen. Die Flüssigkeit in dem Insolationsgefässe *c* und die Sperrflüssigkeit in *e* sind dann mit der Gasmischung gesättigt und üben auf die in *c* befindliche Gasmischung weder einen absorbirenden noch einen die Zusammensetzung derselben ändernden Einfluss aus. Fällt nun Licht auf das Insolationsgefäss *c*, so wird nach Maassgabe der chemischen

Wirksamkeit des auffallenden Lichtes Chlorwasserstoff gebildet, welcher von der Flüssigkeit in *c* sogleich absorbirt wird, was an dem Vorrücken der Sperrflüssigkeit in der Scalenröhre *d* (von *e* nach *c* hin) gemessen wird. Das Raumverhältniss eines Scalentheiles der Röhre *d* zu dem von der Gasmischung erfüllten Raume ist bekannt. Da der Apparat auch als empfindliches Luftthermometer wirkt, ist jede Erwärmung des Gefässes *c*, namentlich auch von Seiten der Lichtquelle, zu vermeiden; das Licht der Lichtquelle, welche hinter einem Schirme steht, geht deshalb durch die in den Schirm eingesetzte Röhre *B*, dann durch die Convexlinse *C* und endlich durch den mit Wasser gefüllten mittelst Glasplatten geschlossenen Cylinder *D*, damit hier die von der Lichtquelle ausgehende strahlende Wärme möglichst absorbirt werde. Ferner war bei den Messungen das Insolationsgefäss *c* gegen die Lichtquelle hin noch durch einen blanken doppelten Metallschirm, welcher dem Lichte durch zwei farblose Glimmerblättchen Zutritt zu *c* gestattete, und gegen alle andere Seiten hin ebenfalls durch Umgeben mit nach aussen blankem Metall vor der Einwirkung von aussen kommender Wärme geschützt.

Bei ihren Untersuchungen fanden nun Bunsen und Roscoe, dass die Bildung von Chlorwasserstoff und die mit der Absorption des letzteren verbundene Volumverminderung beim Beginn der Bestrahlung zuerst nur langsam vor sich geht, sich allmälig steigert, ein Maximum erreicht und von da ab constant wird, d. h. es werden dann in gleichen Zeiten gleiche Mengen Chlorwasserstoff geliefert. Diese allmälige Verringerung des ursprünglichen Widerstandes der beiden Gase gegen ihre Vereinigung bezeichnet Bunsen mit dem Namen der photochemischen Induction. Bringt man ein bereits belichtetes Gemisch ins Dunkle, so verhält sich dasselbe bei einer neuen Bestrahlung ebenso wie ein noch nicht bestrahltes Gemisch. Belichtet man ferner die getrennten Gase, Wasserstoff und Chlor, und bringt sie dann zusammen, so tritt auch hier die Induction auf, denn auch jetzt ist eine gewisse Zeit der Belichtung nothwendig, damit das Maximum der chemischen Action eintritt. Für vergleichende Messungen sind nur die schliesslichen constanten Werthe verwendbar.

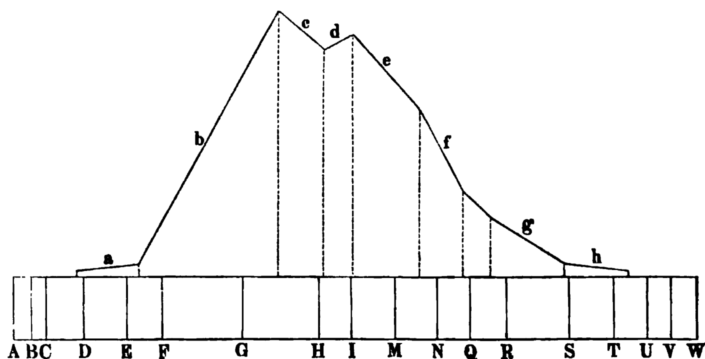
Wenn dieselbe Lichtquelle zur Wirkung gelangt, so zeigte sich, dass die Wirkung der chemisch wirksamen Strahlen dem Quadrate der Entfernung der Lichtquelle umgekehrt proportional ist. Da nun die Intensität der Strahlung selbst dem Quadrate des Abstandes von der Quelle umgekehrt proportional ist, so folgt aus dem obigen Resultate unmittelbar, dass die chemische Lichtwirkung der Intensität des wirkenden Lichtes, dessen Zusammensetzung unverändert ist, direct proportional ist.

Die chemische Wirkung des Lichtes ist von seiner Farbe und von dem Körper abhängig, auf den das Licht wirkt. In Folge der ersteren Abhängigkeit ist bei verschiedenen Lichtquellen die chemische Wirkung nicht proportional der optisch gemessenen Intensität des Lichtes; es würde dies nur der Fall sein, wenn die verschiedenen Lichtquellen die verschiedenen Strahlenarten in gleichem Verhältnisse enthielten.

Um die Wirksamkeit der verschiedenen im Sonnenlichte enthaltenen Strahlen auf das Gemisch von Chlor und Wasserstoff zu untersuchen, entwarfen Bunsen und Roscoe mittelst Linsen und Prismen von Quarz (der Quarz hat die Eigenschaft, die brechbarsten Strahlen besser als Glas

durchzulassen) ein Spectrum der Sonnenstrahlen auf einem mit schwefelsaurem Chinin bestrichenen Schirm. Auf diese Weise wurden durch Fluorescenz auch die ultravioletten Strahlen deutlich sichtbar. Durch einen Spalt des Schirmes konnten verschiedene gleich breite Theile des Spectrums hindurchdringen und auf das Insolationsgefäss wirken. Hierbei zeigte sich, dass die Wirkung an den verschiedenen Stellen des Spectrums sehr verschieden war. Der rothe Theil des Spectrums bis zur Fraunhofer'schen Linie *D* hatte keine sichtbare chemische Wirkung auf das Insolationsgefäss; erst bei *D* trat eine schwache Wirkung ein, welche allmälig anwächst, je brechbarer die Strahlen werden, und zwischen den Fraunhofer'schen Linien *G* und *H* das Maximum erreicht. In Fig. 449 ist eine

Fig. 449.



graphische Darstellung der Resultate in der Art gegeben, dass die Erhebung der gebrochenen Linie *a*, *b*, . . . *h* über der Horizontalen ein Maass für die Wirkung der dem unteren Spectrum zugehörigen Strahlen darstellt. Die chemische Wirkung wächst also sehr schnell in dem Bereich des Spectrums von *E* bis *G*. Zwischen *G* und *H* erreicht dieselbe ein erstes Maximum, bei *J* ein zweites, und wird dann allmälig kleiner.

Bunsen und Roscoe ermittelten bei ihren Versuchen ferner die absorbirte Lichtmenge, welche bei Anwendung einer Steinkohlengasflamme zur photochemischen Action verbraucht wurde. Zu dem Zwecke wurde zuerst der Exstinctionscoefficient (siehe §. 237) des reinen Chlorgases bestimmt. Es zeigte sich hierbei, dass der Exstinctionscoefficient der Dichtigkeit des Gases direct proportional ist. Da der Wasserstoff keine bemerkbare Absorption ausübt, so liefert der Exstinctionscoefficient des Chlors denselben Werth, den ein Gemisch von Chlor und Wasserstoff haben würde, wenn keine chemische Wirkung des Lichtes stattfände. Alsdann wurde der Exstinctionscoefficient der Mischung selbst bestimmt. Es wurde nun im ersten Falle für den optischen Exstinctionscoefficienten (ohne chemische Wirkung)

$$\frac{1}{346} = 0{,}00288,$$

im zweiten Falle für die Summe des optischen und chemischen Exstinctionscoefficienten

$$\frac{1}{234} = 0{,}00427$$

erhalten.

Daraus folgt der chemische Exstinctionscoefficient

$$= \frac{1}{234} - \frac{1}{346} = \frac{1}{723} = 0{,}00139.$$

Nach der Definition des Exstinctionscoefficienten haben diese Zahlen die folgende Bedeutung. Würde in der Chlorwasserstoffmischung durch das Licht keine chemische Wirkung verursacht, so müsste das Licht eine Schicht von 346 mm durchlaufen, um auf $^1/_{10}$ der Intensität reducirt zu werden. Nun tritt aber in der genannten Mischung eine chemische Action ein, und in Folge dessen wächst der Exstinctionscoefficient von 0,00288 auf 0,00427. Würde nun in der Chlorwasserstoffmischung das Licht nur zur chemischen Action verbraucht, fände also keine optische Exstinction statt, so müsste das Licht eine Schichtdicke von 723 mm durchlaufen, um auf $^1/_{10}$ seiner Intensität reducirt zu werden.

Aehnlich wie das Gemisch von Chlor und Wasserstoff verhalten sich auch die lichtempfindlichen Silbersalze, welche in der Photographie Anwendung finden; denn auch bei diesen Körpern sind die violetten und ultravioletten Strahlen jene, welche am meisten wirksam sind. Photographirt man nämlich das Sonnenspectrum, so zeigt sich, dass nur die blauen und die noch brechbareren Strahlen auf die Platte eine Einwirkung ausüben. Das photographirte Spectrum zeigt die Fraunhofer'schen Linien von *G* an bis *R* mit grosser Deutlichkeit.

Wenn nun auch die weniger brechbaren Strahlen des Spectrums (Roth, Gelb, Grün) nach den Versuchen von Bunsen und Roscoe auf die von ihnen untersuchte Mischung (Chlor, Wasserstoff) keine oder nur eine sehr geringe chemische Wirkung ausüben, und wenn ferner die Silbersalze sich in gleicher Weise, wie die genannte Mischung verhalten, so darf man doch nicht hieraus den Schluss ziehen, dass die brechbareren Strahlen (Blau, Violett, Ultraviolett) sich durch eine grosse chemische Wirkungsfähigkeit gegenüber den anderen Strahlen auszeichnen. Denn wie schon erwähnt hängt die Wirksamkeit der verschiedenen Strahlen nicht bloss von den Strahlen, sondern auch von dem Körper ab, auf den sie wirken.

Nun ist bei den Pflanzen durch Pfeffer gezeigt, dass die gelben Strahlen des Sonnenspectrums die stärkste Kohlensäurezersetzung hervorbringen, also am meisten wirksam sind, und dass die Wirksamkeit der verschiedenfarbigen Strahlen sich nahezu wie die optische Intensität dieser Strahlen verhält. Hieraus geht hervor, dass alle Farbenstrahlen eine chemische Wirkung auszuüben im Stande sind.

Magnetismus.

§. 253.

Natürliche und künstliche Magnete. — Mit dem Namen Magnet bezeichnet man Körper, welche die Eigenschaft besitzen, das Eisen anzuziehen und bei genügender Entfaltung dieser anziehenden Kraft mehr oder weniger grosse Stücke desselben festzuhalten. Eisenerze, besonders Magneteisenstein, zeigen dieses Verhalten zuweilen schon beim natürlichen Vorkommen; man nennt sie dann natürliche Magnete, zur Unterscheidung von den aus Eisen oder gehärtetem Stahl künstlich verfertigten Magneten. Natürliche Magnete kommen sehr häufig vor, bald in grossen Massen, wie in den Eisengruben Schwedens, Norwegens, Böhmens u. s. w., bald nur in kleineren Stücken, und oft nur in ganz feiner Vertheilung in anderen Gebirgsarten, namentlich im Granit und Syenit eingesprengt. Die künstlichen Stahlmagnete sind gewöhnlich prismatische, gerade oder auch hufeisenförmig gebogene Stäbe.

Wird ein Magnetstab so aufgehängt, dass er um seinen Schwerpunkt herum in einer Ebene eine freie Beweglichkeit besitzt, so wählt er, sich selbst überlassen, eine bestimmte Lage, in die er, daraus entfernt, nach einer Reihe von Schwingungen wieder zurückkehrt. Horizontal schwingende Magnete richten sich ungefähr von Norden nach Süden. Das nach Norden gerichtete Ende des Magneten bezeichnet man als den Nordpol, das andere Ende als den Südpol des Magneten. Eine genauere Bestimmung der Pole werden wir später kennen lernen.

§. 254.

Magnetische Polarität. — Nähert man dem Nordpol eines in horizontaler Ebene drehbaren Magneten den Nordpol eines anderen Magneten, so findet eine Abstossung der beiden Pole statt. Das Gleiche tritt ein, wenn dem beweglichen Südpole ein Südpol genähert wird. Nähert man dagegen dem Nordpole einen Südpol, oder umgekehrt dem Südpole einen Nordpol, so findet zwischen beiden Polen eine Anziehung statt. Man kann beide Erscheinungen in dem Satze zusammenfassen: Gleichnamige Pole stossen einander ab, ungleichnamige ziehen sich an. Die beiden Pole eines Magnetstabes sind also bezüglich ihrer Einwirkungen auf einen anderen Magnetpol einander entgegengesetzt.

Man bezeichnet diesen Gegensatz mit dem Ausdrucke: magnetische Polarität. Diese Polarität beschränkt sich nicht bloss auf die Enden des Magnetstabes, sondern die eine Hälfte seiner Länge ist nordpolarisch, die andere Hälfte südpolarisch. Nur zeigt sich in der Nähe der Enden der Gegensatz am stärksten entwickelt.

Ein nicht magnetischer Körper, der unter dem Einflusse eines Magneten steht, verhält sich anders. Nähert man einem beweglichen Magneten ein Stück weichen Eisens, so verhalten sich die beiden Pole des Magneten ganz gleich: Bei Annäherung an den Nordpol findet Anziehung, und bei Annäherung an den Südpol ebenfalls Anziehung statt.

§. 255.

Erdmagnetismus. — Eine in horizontaler Ebene bewegliche Magnetnadel, welche sich über einem starken grösseren Magnetstabe befindet, stellt sich diesem Magneten parallel, indem ihr Nordpol sich dem Südpole des Stabes und ihr Südpol sich dem Nordpole des Stabes zuwendet. Bringt man die Nadel aus dieser Parallelstellung heraus, so kehrt sie nach einigen Schwingungen wieder in dieselbe zurück. Eine in verticaler Ebene bewegliche Magnetnadel stellt sich horizontal, wenn sie gerade über der Mitte eines starken horizontalen Magnetstabes aufgestellt ist. Rückt man die Nadel gegen den einen oder anderen Pol, indem ihre verticale Bewegungsebene der Längsrichtung des Stabes parallel bleibt, so senkt sich ihre nach dem genäherten Pole gerichtete Spitze, und über einer Zone, nicht weit vom Ende des Stabes, nimmt die Nadel eine senkrechte Stellung an. In ganz ähnlicher Weise verhält sich die in verticaler Ebene bewegliche Magnetnadel über der Oberfläche der Erde. Eine solche Nadel behauptet nur an gewissen Punkten, unfern des Erdäquators, eine horizontale Lage. Diese Punkte bilden eine geschlossene krumme Linie, welche rings um die Erde herumläuft und den Aequator an zwei Stellen durchschneidet; man nennt sie den magnetischen Erdäquator. Nördlich von dieser Linie senkt sich das nördliche, südlich davon das südliche Ende der Nadel, und zwar um so mehr, je weiter man sich vom Aequator entfernt.

Declination. — Denkt man sich durch die Mittellinie einer in horizontaler Ebene beweglichen Magnetnadel, wenn sie sich in der Ruhelage befindet, eine verticale Ebene gelegt, so bezeichnet diese Ebene den magnetischen Meridian. Derselbe fällt nur an wenig Orten der Erde mit dem astronomischen Meridian, welcher durch die Pole der Erde geht, zusammen; an den meisten Orten bilden beide Meridiane einen Winkel mit einander, welchen man die Declination nennt. Je nachdem das Nordende der Nadel nach Osten oder Westen von der Nord-Südrichtung abgelenkt ist, ist die Declination eine östliche oder westliche. In ganz Europa, mit Ausnahme des östlichen Russlands, ist die Declination westlich, in dem grössten Theile von Asien und Amerika ist sie östlich. Die Grenze der westlichen und östlichen Ablenkung bildet die Linie mit der Declination Null. Die Grösse der Declination hat sich für denselben Ort nicht als unveränderlich erwiesen, vielmehr zeigt sich eine stetige Zu- oder Abnahme. So wurde z. B. die westliche Declination für München

im Jahre 1855 gleich 15° 11′ 72″, im Jahre 1870 gleich 13° 25′ 12″ gefunden. Da die in horizontaler Ebene bewegliche Magnetnadel die Grösse der Declination zu bestimmen gestattet, so nennt man dieselbe Declinationsnadel.

Inclination. — Wie schon erwähnt steht eine in verticaler Ebene bewegliche Magnetnadel nur horizontal auf dem magnetischen Erdäquator. Den Winkel, welchen diese Nadel, wenn sie sich im magnetischen Meridian befindet, mit der Horizontalen an irgend einem Orte bildet, nennt man die Inclination des betreffenden Ortes. Die Inclination ist daher Null auf dem magnetischen Aequator und wächst um so mehr, je weiter man sich vom Aequator entfernt. Auf einer Stelle der Erdoberfläche, etwa unter 70° nördlicher Breite und 263° östlicher Länge von Greenwich, stellt sich die Nadel vertical, ihren Nordpol nach unten; auf einer zweiten Stelle, etwa unter 72° südlicher Breite und 152° östlicher Länge, stellt sie sich ebenfalls vertical, ihren Südpol nach unten. Es giebt nur diese beiden Punkte an der Erdoberfläche, über welchen die Nadel eine verticale Stellung behauptet; man nennt sie die magnetischen Pole der Erde.

In Deutschland hat die Inclination je nach der Lage des Ortes Werthe, welche zwischen 63° und 69° liegen. Auch die Inclination ist für denselben Ort nicht unveränderlich; für München war sie z. B. im Jahre 1855 gleich 64° 43′ 3″, im Jahre 1870 gleich 64° 4′ 8″.

Da die in verticaler Ebene bewegliche Magnetnadel die Grösse der Inclination zu bestimmen gestattet, so nennt man dieselbe Inclinationsnadel.

Eine Nadel, welche so aufgehängt ist, dass sie sich nach allen Richtungen frei bewegen kann, wird sich in der magnetischen Meridianebene in die Richtung der Inclination einstellen. Wegen der grossen Aehnlichkeit des Verhaltens der Erde mit dem eines Magneten, ist man berechtigt, die Erde selbst als einen Magneten zu betrachten. Der magnetische Meridian eines Ortes bezeichnet die Richtungsebene der magnetischen Anziehung, die Inclination in dieser Ebene die Richtung der stärksten Kraft, die der Erdmagnet an diesem Orte auszuüben vermag.

§. 256.

Die horizontale Intensität des Erdmagnetismus. — Die ganze Kraft des Erdmagnetismus ist parallel der Richtung der Inclinationsnadel gerichtet und es wird daher auf eine in horizontaler Ebene bewegliche Magnetnadel nur ein Theil dieser Kraft, nämlich die horizontale Componente wirksam sein. Stellt om, Fig. 450, die Ruhelage der Inclinationsnadel dar, $aom = \alpha$ ihren Neigungswinkel mit der Horizontalebene, J die Stärke der erdmagnetischen Kraft, so ist

$$J \cdot \cos\alpha = T$$

die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft. Wäre die Intensität J an allen Orten der Erde gleich gross, so würde doch die horizontale Componente mit zunehmender Inclination (α) abnehmen. An den magnetischen Polen der Erde ist $\alpha = 90°$, daher $T = 0$; eine

horizontal schwingende Magnetnadel ist also an den magnetischen Polen richtungslos.

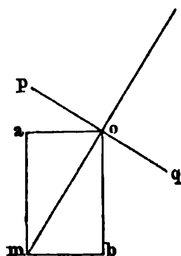
Eine schwingende Magnetnadel folgt denselben Gesetzen, wie ein schwingendes Pendel. Die Schwingungsdauer t eines Pendels (§. 31) ist gleich

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wo K das Trägheitsmoment des Pendels und D das Drehungsmoment desselben bezeichnet.

Dieselbe Gleichung gilt auch für die Schwingungsdauer einer Magnetnadel. Das Drehungsmoment der horizontal schwingenden Magnetnadel hängt von der horizontalen Componente des Erdmagnetismus T, dem magnetischen Momente M der Nadel und dem Winkel ab, den die Nadel mit dem magnetischen Meridian bildet. Das eben bezeichnete Drehungsmoment D ist jenes, welches auf die Nadel wirkt, wenn dieselbe senkrecht zum magnetischen Meridian steht, und dieses ist gleich

Fig. 450.



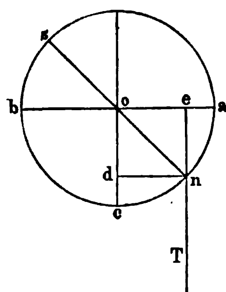
$$D = M \,.\, T.$$

Der Erdmagnetismus wirkt gleichzeitig auf alle Theile der Magnetnadel, die mit Magnetismus behaftet sind, und bei der im Vergleiche zur Grösse eines Magnetstabes jedenfalls sehr grossen Entfernung seines Sitzes sind die Richtungslinien aller dieser Wirkungen als parallel anzusehen. Man denke sich die Nadel senkrecht gegen ihren Meridian gestellt, so wird jedes magnetische Theilchen derselben, durch die erdmagnetische Kraft getrieben, auf die Drehung einen Einfluss haben und zwar einen um so grösseren, je weiter es von der Mitte der Nadel (der Drehungsaxe) entfernt ist. Multiplicirt man die magnetische Masse eines beliebigen Theilchens der Nadel mit seinem Abstande von der Drehungsaxe, so ist das erhaltene Product das statische Moment dieses Theilchens. Man bezeichne die Summe der statischen Momente aller magnetischen Theile auf der Nordseite der Nadel mit $\mu \,.\, l$, und es bedeute μ die ganze Summe der auf dieser Seite befindlichen nord-magnetischen Masse, so ist l derjenige Abstand von der Drehungsaxe, in welchem man sich die Masse μ in einem einzigen Punkte concentrirt denken muss, damit sie auf die Drehung der Nadel genau denselben Einfluss äussern kann, wie die auf ihrer Nordseite wirklich vorhandenen über alle Theile zerstreuten magnetischen Massen. Ebenso kann man sämmtliche auf der Südseite des schwingenden Stabes vertheilten magnetischen Massen durch eine Masse $(-\mu)$ ersetzen, welcher der Hebelarm $-l$ zugehört. Es ist aber $(-\mu)\,(-l) = \mu \,.\, l$, wie vorher; d. h. die auf beiden Seiten vorhandenen Kräfte unterstützen sich bei der Drehung. Man nennt $2\mu \,.\, l = M$ das magnetische Moment eines Magnetstabes, $2l$ stellt die Scheidungsweite seines nach aussen thätigen Magnetismus dar. Die Linie $2l$ verbindet die beiden Punkte, in welchen man die ganze magnetische Masse des Stabes concentrirt denken kann und daher nennt man diese Verbindungslinie die magnetische Axe; die Punkte selbst bezeichnet man als die Magnet-

pole. Offenbar haben diese Punkte bezüglich der Einwirkung des Erdmagnetismus auf den Magnet dieselbe Bedeutung, wie der Schwerpunkt eines Körpers mit Rücksicht auf die Erdanziehung.

Stellt *oc*, Fig. 451, die Ruhelage der Nadel dar, so ist $M \,.\, T$ das Drehungsmoment derselben, wenn die Nadel senkrecht zu *oc*, also nach *oa* steht. Bildet dagegen die Nadel den Winkel $con = \alpha$ mit ihrer Ruhelage, so ist das Drehungsmoment gleich

Fig. 451.



$$M \,.\, T \,.\, \sin\alpha,$$

da der Hebelarm, an welchem die Kraft T wirkt, im Verhältniss von *oa* zu *dn*, oder von $1 : \sin\alpha$ verkürzt ist.

Aus der Gleichung 1) folgt

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{M \,.\, T}}$$

$$M\,T = \frac{\pi^2 K}{t^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Lässt man daher die gleiche Nadel an zwei verschiedenen Orten schwingen und beobachtet man die Schwingungsdauer t_1 und t_2, so hat man für die horizontalen Componenten T_1 und T_2 des Erdmagnetismus:

$$T_1 : T_2 = \frac{1}{t_1^2} : \frac{1}{t_2^2}$$

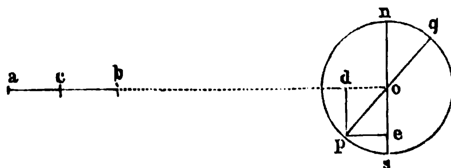
oder: Die horizontalen Componenten des Erdmagnetismus an verschiedenen Orten verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungsdauer des gleichen Magneten.

Aus der Gleichung 2) lässt sich das Product $M \,.\, T$ ableiten; das Verhältniss $\frac{M}{T}$ ergiebt sich auf folgende Weise.

Auf eine Magnetnadel wird ein Magnetstab eine Ablenkung ausüben, deren Grösse von den magnetischen Momenten der Nadel und des Magnetstabes und von der Lage beider zu einander abhängt.

Angenommen, es sei *ns*, Fig. 452, der magnetische Meridian und die Ruhelage einer Nadel, deren magnetisches Moment gleich *m* sei. Der Magnetstab *ab* befinde sich mit *ns* in derselben Horizontalebene und seine Axe falle mit der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Magnete zusammen. Das magnetische Moment des Stabes *ab*, dessen Nordpol bei *b* liege, sei *M*. Der Stab *ab* wird dann eine Ablenkung der Nadel aus der Meridianebene von solcher Grösse bewirken, dass das Drehungsmoment, mit welchem der Erdmagnetismus die Nadel in ihre ursprüngliche Lage zurückzuführen sucht, entgegengesetzt gleich dem Drehungsmoment ist, welches der Stab *ab* auf

Fig. 452.



die Nadel ausübt. Das erstere Drehungsmoment ist nach dem Früheren gleich

$$m \,.\, T \,.\, \sin \alpha,$$

wenn $\alpha = pos$ den Ablenkungswinkel darstellt.

In Hinsicht der Wirkung von ab ist zunächst zu bemerken, dass, wenn die Nadel in der Meridianebene ns sich befindet, das Drehungsmoment, wie die Erfahrung gezeigt hat, gleich ist dem doppelten Product der magnetischen Momente der beiden Magnete, dividirt durch die dritte Potenz des Abstandes $oc = R$ ihrer Mittelpunkte, oder gleich

$$\frac{2 \,.\, M \,.\, m}{R^3}.$$

Diese Beziehung gilt dann, wenn die Länge der Nadel ns sehr klein im Verhältniss zu dem Abstande R ist. Da bei dem Ablenkungswinkel α der Hebelarm von os auf oe verkürzt wird, so ist das Drehungsmoment in diesem Falle gleich

$$\frac{2 \,.\, M \,.\, m}{R^3} \cdot \cos \alpha.$$

Weil aber für den Ablenkungswinkel α Gleichgewicht hergestellt ist, so ist

$$\frac{2 \,.\, M \,.\, m \,.\, \cos \alpha}{R^3} = m \,.\, T \,.\, \sin \alpha$$

oder

$$\frac{M}{T} = \frac{R^3 \,.\, tang \,.\, \alpha}{2} \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

Diese Gleichung in Verbindung mit Gleichung 2) gestattet sowohl T wie M zu berechnen. Die Einheit, in welcher das Resultat sich ergiebt, hängt von den Einheiten ab, in welchen t, R und K genommen wird, also von den Einheiten der Zeit, der Länge und der Masse.

Das Gesetz, nach welchem die Einwirkung ganzer Magnete eben ausgesprochen ist, lässt sich aus folgendem Gesetze ableiten, welches für Punkte gilt, in welchen magnetische Massen concentrirt gedacht werden. Sind in zwei Punkten, welche die Entfernung r haben, die magnetischen Massen μ_1 und μ_2 concentrirt, so ist die Kraft, mit welcher sich dieselben anziehen oder abstossen, gleich

$$\frac{\mu_1 \,.\, \mu_2}{r^2}.$$

Dieses Gesetz stimmt in seiner Form mit dem Newton'schen Gesetze der gewöhnlichen Massenanziehung überein.

Die Intensität des Erdmagnetismus ist für verschiedene Orte der Erde verschieden, aber auch für denselben Ort ist die Intensität keine constante Grösse. Die Veränderungen, welche die Intensität des Erdmagnetismus an einem Orte zeigt, lassen sich in zwei Gruppen zerlegen, von denen die eine die regelmässigen, die andere die unregelmässigen Veränderungen umfasst. Die regelmässige Variation ist eine tägliche, indem von Morgens bis Abends die Intensität wächst, dann während der Nacht bis zum anderen Morgen wieder abnimmt. In Betreff der unregel-

mässigen Variationen, der Störungen, hat sich gezeigt, dass sie mit den Erscheinungen des Nordlichts, den Erdbeben und den vulcanischen Ausbrüchen im Zusammenhange stehen.

§. 257.

Magnetismus des Eisens und Stahles. Magnetisirungsmethoden — Schmiedeeisen zeigt häufig Spuren von Magnetismus. Es kann unmagnetisch gemacht werden, wenn man es in horizontaler und gegen den magnetischen Meridian senkrechter Lage seiner ganzen Länge nach zum Glühen erhitzt und dann bei unveränderter Stellung wieder erkalten lässt.

Wird nichtmagnetisches Eisen dem Pole eines Magneten genähert, so zeigt sich dasselbe magnetisch, auch wenn es nicht bis zur Berührung mit dem Pole gebracht wird. Eine Untersuchung der magnetischen Polarität des Eisens giebt den Beweis, dass das dem Pole des Magneten genäherte Ende entgegengesetzt magnetisch ist, wie der Pol selbst. Die Anziehung eines Magnetpols auf Eisen beruht also darauf, dass das Eisen bei der Annäherung selbst magnetisch wird und dass die hierdurch hergestellten ungleichnamigen Pole (des Magnets und des Eisens) sich anziehen. Die magnetische Polarität des weichen Eisens ist indess nur von kurzer Dauer; durch Umkehrung des Eisenstabes wechseln sogleich seine Pole und die Polarität verschwindet fast vollständig, sobald der Magnet entfernt wird.

Nähert man statt des weichen Eisens einen gehärteten unmagnetischen Stahlstab einem Magnetpole, so zeigt sich nur eine sehr geringe Polarität des Stahlstabes, und es ist daher diese Methode nicht zweckmässig, um einen Stahlstab zu magnetisiren. Man verfährt vielmehr so, dass man mit einem Magnetpole über den Stahlstab der ganzen Länge nach mehrmals in dem gleichen Sinne hinstreicht (einfacher Strich), oder so, dass man mit zwei ungleichnamigen Magnetpolen gleicher Stärke von der Mitte des Stahlstabes aus nach seinen Enden streicht (Doppelstrich).

Während weiches Eisen sehr leicht magnetisirt werden kann und sein Magnetismus nur so lange dauert, als der magnetisirende Magnet zur Wirkung gelangt, verhält sich der gehärtete Stahl gerade umgekehrt: Derselbe ist schwieriger zu magnetisiren und der einmal angenommene Magnetismus dauert fort, auch wenn die magnetisirende Kraft zu wirken aufgehört hat. Der Widerstand, den gehärteter Stahl dem Magnetisiren entgegensetzt, nennt man die Coercitivkraft desselben.

§. 258.

Theorie des Magnetismus. — Ein Magnetstab zeigt in der Nähe der Enden die stärkste magnetische Wirkung nach aussen und in seiner Mitte giebt es eine Zone, die Indifferenzzone, welche unwirksam erscheint. Bricht man den Stab aber in der Mitte entzwei, so erhält man nicht etwa zwei Stücke, welche nur an einem Ende magnetisch sind, sondern man erhält zwei vollständige Magnete, und zwar sind die beiden Enden, welche sich früher berührten, jetzt entgegengesetzt polarisch.

Man kann denselben Versuch mit den Stücken wiederholen, immer erhält man zwei vollständige Magnete. Hieraus geht hervor, dass die Indifferenzzone eines Magneten nicht dadurch ihre Indifferenz besitzt, dass überhaupt keine Magnetismen sich dort befinden, sondern vielmehr dadurch, dass beide Magnetismen in gleicher Stärke vorhanden sind, welche sich nach aussen in ihrer Wirkung gerade compensiren. Man ist daher zu folgender Anschauung über die Constitution der Magnete gelangt. Jedes Molecül eines magnetisirbaren Körpers ist ein vollständiger Magnet, auch wenn der Körper nach aussen hin gar keine magnetische Eigenschaft zeigt. In einem solchen Körper sind die Pole der Molecularmagnete ganz regellos angeordnet, so dass nach keiner Richtung mehr Nordpole gerichtet sind, als nach irgend einer anderen Richtung. Wirkt ein Magnet auf die Molecularmagnete ein, so sucht ersterer die letzteren sich selbst parallel zu stellen, indem er die Molecularmagnete dreht. Sobald nach einer Richtung mehr Magnete gerichtet sind, als nach einer anderen, zeigt der Körper schon eine magnetische Polarität; diese wächst, je mehr eine Richtung vorherrschend wird, und erhält ihr Maximum, wenn alle Molecularmagnete parallel nach einer Richtung orientirt sind.

In dem weichen Eisen sind die Molecularmagnete leicht drehbar und daher genügt schon eine Annäherung des Eisens an einen Magnetpol, um das Eisen magnetisch zu machen. Sobald aber die richtende Kraft des Magneten auf die Molecularmagnete des Eisens aufhört, werden die letzteren wieder nach den verschiedensten Richtungen orientirt, so dass sich ihre Wirkung gegenseitig aufhebt und das Eisen unmagnetisch erscheint.

Die Molecularmagnete des gehärteten Stahles sind in Folge der Coercitivkraft nur schwierig zu drehen; es muss daher der magnetisirende Magnet in grösserer Nähe auf die einzelnen Molecüle einwirken, was durch den einfachen oder Doppelstrich geschieht. Sind aber einmal die Molecularmagnete gerichtet, so kehren sie nicht in die regellose Gruppirung zurück, sondern behalten ihre Stellung bei, wodurch der Stahlmagnet dauernd magnetisch erscheint.

§. 259.

Die Tragkraft der Magnete. — Das Maximalgewicht weichen Eisens, welches ein Magnet zu tragen im Stande ist, oder die Tragkraft des Magneten, hängt nicht bloss von der Stärke des Magnetismus, sondern auch von der Form des Magnets und von der Form des zu tragenden Eisens, des Ankers, ab. Mit einem Magneten erhält man die stärkste Tragkraft, wenn derselbe die Hufeisenform hat uud beide Pole von demselben Anker berührt werden. Ein solcher Magnet trägt bedeutend mehr, als das doppelte desjenigen Gewichtes, welches jeder Pol für sich allein zu tragen im Stande ist. Nach Versuchen von Haecker ist die Tragkraft T, ausgedrückt in Kilogrammen, gleich

$$T = 10,3 \, . \, \sqrt[3]{P^2},$$

wenn P das Gewicht des Magneten angiebt. Wie man sieht, wächst die Tragkraft langsamer als das Gewicht P des Magneten.

§. 260.

Paramagnetische und diamagnetische Körper. — Ausser dem Eisen giebt es noch eine grosse Anzahl anderer Körper, welche unter dem Einflusse von Magneten magnetische Wirkungen zeigen; es ist aber bei allen diesen Körpern der erregte Magnetismus viel schwächer als beim Eisen. Um schwache Spuren der magnetischen Einwirkung nachzuweisen, hängt man den zu untersuchenden Körper, welcher die Form eines kleinen Stäbchens hat, an einem ungedrehten Seidenfaden so auf, dass der Körper horizontal hängt. Bringt man dann den Körper zwischen die Pole eines Hufeisenmagnets, dessen Pole nach oben gekehrt sind, so beobachtet man eine Einwirkung des Magnetismus dadurch, dass der Körper eine bestimmte Stellung gegenüber der Verbindungslinie der beiden Magnetpole einnimmt und aus dieser Stellung abgelenkt wieder in dieselbe zurückkehrt. Die Körper zerfallen, in dieser Art untersucht, in zwei Gruppen: Die Körper der einen Gruppe stellen sich, wie das Eisen, axial, d. h. in die Verbindungslinie der beiden Pole; die Körper dieser Gruppe nennt man paramagnetisch, oder auch kürzer magnetisch. Die Körper der zweiten Gruppe stellen sich äquatorial, d. h. senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Magnetpole; die Körper dieser Gruppe nennt man diamagnetisch.

Zu den paramagnetischen Körpern gehört (ausser dem Eisen) Nickel, Kobalt, Mangan, Palladium, Platin, Aluminium u. a., zu den diamagnetischen Körpern gehören Wismuth, Antimon, Zink, Zinn, Kadmium, Natrium, Blei, Kupfer, Gold u. a.

Bei den paramagnetischen Körpern erzeugt ein Magnetpol in dem ihm zunächst liegenden Stücke des Körpers ungleichnamigen Magnetismus. In Folge dessen werden die Enden des paramagnetischen Stabes von beiden Polen angezogen, wodurch die axiale Stellung resultirt. Bei den diamagnetischen Körpern bewirkt dagegen ein Magnetpol in dem ihm zunächst liegenden Theile des Körpers die gleichnamige Polarität; hierdurch erfolgt von beiden Polen aus Abstossung und als Folge davon die äquatoriale Stellung.

Faraday hat gezeigt, dass wahrscheinlich alle Körper entweder para- oder diamagnetisch werden können; wenigstens zeigten alle von ihm untersuchten Substanzen die eine oder die andere Eigenschaft, und zwar prüfte er nicht bloss starre, sondern auch flüssige und gasförmige Körper. Unter den Gasen zeigte sich der Wasserstoff am stärksten diamagnetisch, der Sauerstoff am stärksten paramagnetisch.

Zur Herstellung starker Magnete, welche bei den obigen Versuchen erforderlich sind, werden elektrische Ströme angewandt; die Besprechung der Elektromagnete findet an einem späteren Orte statt.

Elektricität.

§. 262.

Erregung der Elektricität durch Reibung. — Alle Körper können, ohne magnetisch zu sein, in einen Zustand versetzt werden, in welchem sie das Vermögen besitzen, andere leichte Körper aus einiger Entfernung anzuziehen. Diesen Zustand nennt man den elektrischen; ein einfaches Mittel, denselben zu erregen, ist die Reibung. Reibt man eine Siegellackstange mit Pelz, Wolle oder Seide, so werden kleine Papierstückchen, Federbärte und andere leichte Körper von der Siegellackstange angezogen und nach der Berührung wieder abgestossen. Noch besser lässt sich diese doppelte Wirkung der elektrischen Siegellackstange an einer kleinen Hollundermarkkugel nachweisen, welche an einem seidenen Faden aufgehängt ist (elektrisches Pendel). Nähert man der Kugel die Stange, so wird die erstere bis zur Berührung mit der Stange angezogen; nach der Berührung zeigt die Kugel aber das entgegengesetzte Verhalten, indem sie sich von der Stange entfernt, sobald letztere in ihre Nähe kommt. Es geht hieraus hervor, dass die Hollundermarkkugel selbst in einen anderen Zustand durch die Berührung mit der elektrischen Siegellackstange versetzt worden ist; die Kugel ist ebenfalls elektrisch geworden, wie sich daraus ergiebt, dass sie leichte Körper, wie Papierschnitzel, anzuziehen im Stande ist.

Reibt man eine Glasstange mit einem Leder, welches mit Zinn-Zink-Amalgam bestrichen ist, so verhält sich dieselbe gegenüber einer nicht elektrischen Hollundermarkkugel gerade so wie die Siegellackstange: Die Kugel wird zuerst angezogen und nachdem sie durch die Berührung elektrisch geworden ist, abgestossen. Gegenüber einer durch Siegellack elektrisirten Kugel verhält sich die Glasstange aber gerade umgekehrt wie die Siegellackstange; denn während die letztere die Kugel abstösst, zieht die Glasstange die Kugel an und zwar viel lebhafter, als dies bei der nicht elektrisirten Kugel der Fall war. Man muss daraus folgern, dass es zwei verschiedene und zwar entgegengesetzt wirkende elektrische Zustände giebt, von denen der eine durch die geriebene Siegellackstange, der andere durch die geriebene Glasstange repräsentirt wird.

Es ist eben erwähnt, dass die Hollundermarkkugel durch die Berührung mit einem elektrischen Körper ebenfalls elektrisch wird. Welcher Art dieser elektrische Zustand, lässt sich leicht durch zwei Kugeln entscheiden, welche neben einander hängen, ohne sich zu berühren. Bringt man beide Kugeln einzeln mit der Glasstange in Berührung, so werden

sie beide gleichartig elektrisch, und man sieht dann, dass sie, sich selbst überlassen, sich gegenseitig abstossen. Hieraus folgt, dass gleichartig elektrisirte Körper sich abstossen, und da die durch die Glasstange berührte Hollundermarkkugel auch von der Glasstange abgestossen wird, so folgt weiter, dass ein Körper durch Berührung mit einem elektrischen Körper den gleichen elektrischen Zustand wie der elektrische Körper annimmt.

Die Wirkungsweise zweier elektrischer Körper kann man nach den obigen Versuchen durch folgendes Gesetz aussprechen: Zwei gleichartig elektrisirte Körper stossen sich ab, zwei ungleichartig elektrisirte ziehen sich an.

Der Gegensatz der elektrischen Zustände wird durch die Worte positiv und negativ ausgedrückt und man ist übereingekommen, jene Elektricität als positiv zu bezeichnen, welche das Glas zeigt, wenn es durch Leder mit dem Zinn-Zink-Amalgam gerieben wird. Die Elektricität, welche das Siegellack bei der Reibung durch Pelz, Wolle oder Seide zeigt, ist dann negativ zu nennen.

Wenn zwei Körper gegen einander gerieben werden, werden immer beide Körper und zwar entgegengesetzt elektrisch. Wir werden hierauf später zurückkommen.

§. 263.

Leiter und Nichtleiter. — Eine Metallplatte, die man in der Hand hält, lässt sich durch Reiben nicht elektrisch machen. Giebt man ihr aber eine Handhabe von Glas oder Schellack und wird sie an dieser gehalten, so nimmt sie durch Reiben, z. B. mit einer trockenen Glasplatte oder mit Pelz oder mit Seide, den elektrischen Zustand in sehr kräftiger Weise an. Sie erscheint dann an allen Stellen ihrer Oberfläche elektrisch, wenn sie auch nur an einer Seite und selbst nur an einem sehr kleinen Theile ihrer Oberfläche gerieben worden war. Berührt man die Metallplatte mit der Hand, so verliert sie ihren elektrischen Zustand vollständig. Auch hierin unterscheidet sie sich von einer geriebenen Glas- oder Siegellackstange, indem diese Körper durch die Berührung mit der Hand nur an der Stelle unelektrisch werden, an welcher die Berührung stattgefunden hat.

Berührt man eine elektrische Metallplatte mit einem in der Hand gehaltenen Metallstabe, so verliert die erstere ihre Elektricität ebenso vollständig, als ob man sie direct mit der Hand berührt hätte. Wird dagegen der Metallstab mit einer Handhabe von Glas gehalten und dann mit der elektrischen Metallplatte zur Berührung gebracht, so erscheinen Platte und Stab elektrisch, jedoch beide in geringerem Grade, als die erstere vor der Berührung.

Aus diesem Verhalten erkennt man, dass die Metalle die Eigenschaft besitzen, den elektrischen Zustand auf andere Metallstücke durch Berührung zu übertragen, letzteres jedoch nicht, ohne dabei selbst an Elektricität zu verlieren. Aehnlich wie auf Metalle lässt sich der elektrische Zustand auch auf viele andere Körper übertragen, z. B. auf den menschlichen Körper, auf Wasser, auf feuchtes Holz, feuchte Erde u. s. w. Hat

man eine Anzahl solcher Körper zu einem zusammenhängenden Systeme verbunden, so kann keiner von ihnen elektrisch werden, ohne dass nicht alle übrigen dieselbe Beschaffenheit annehmen. Körper, die fähig sind, an einem solchen Systeme Theil zu nehmen, nennt man Leiter der Elektricität.

Wie die Metalle verliert jeder Leiter an Elektricität, wenn er einem anderen Leiter Elektricität mittheilen muss. Verbindet man daher einen elektrischen Leiter mit dem Erdboden, d. h. mit einem Leiter von vergleichungsweise unendlich grossem Umfange, so muss er seine ganze elektrische Wirksamkeit einbüssen. Die Berührung eines Körpers mit dem Finger oder mit einem anderen Leiter, den man in der Hand hält, genügt in den meisten Fällen, um die leitende Verbindung mit der Erde herzustellen.

Diejenigen Körper, welche die Elektricität von einem Leiter nicht in die Erde abführen können, wenn sie eine Verbindung zwischen dem Leiter und der Erde darstellen, nennt man Nichtleiter oder Isolatoren. Indessen ist gleich zu bemerken, dass es wahrscheinlich absolute Isolatoren nicht giebt. Ein Leiter, der von sehr schlecht leitenden Stoffen umgeben ist, heisst isolirt. Die trockene atmosphärische Luft gehört zu den Isolatoren. In feuchter Luft verlieren alle Körper, selbst die schlechten Leiter, sehr bald ihre elektrische Beschaffenheit. Der Grund dieses Verhaltens ist indess nicht darin zu suchen, dass die Luft durch Aufnahme von Wasserdämpfen leitender werde; vielmehr besitzen alle starren Körper, wenn auch in sehr verschiedenem Grade, die Eigenschaft, in feuchter Luft sich mit einer dünnen Wasserschicht zu bedecken und dadurch sich in Leiter der Elektricität zu verwandeln.

Das Wesen der Elektricität ist noch nicht erkannt; man kann indess die Erscheinungen der Elektricität durch folgende Annahme, welche durch die später zu besprechenden Erscheinungen der Influenz wesentlich gestützt wird, erklären. Jeder Körper besitzt in unelektrischem Zustande beide Arten der Elektricität, positive und negative, in gleicher Menge, und da die Wirkungen dieser nach aussen entgegengesetzte sind, so erscheint eben der Körper unelektrisch. Sobald ein Körper elektrisch wird, hat er eine der beiden Elektricitätsmengen im Ueberschuss und dieser Ueberschuss wirkt so, als wenn er allein vorhanden wäre. Man kann durch keinen Process nur eine der beiden Elektricitäten entwickeln; denn jede Art der Entwickelung besteht in der Trennung der vorher verbundenen Elektricitäten und daher treten beide Elektricitäten immer in gleicher Menge auf.

§. 264.

Elektroskop und Elektrometer. — Das Elektroskop dient zum Nachweis des elektrischen Zustandes und zur Untersuchung ob eine vorhandene Elektricität positiv oder negativ ist. Die gewöhnlichste Form ist das Goldblattelektroskop, welches in Fig. 453 (a. f. S.) abgebildet ist. Auf die obere Oeffnung einer Glaskugel ist eine Messingfassung gesetzt, durch welche ein Draht in die Kugel reicht. Der Draht ist nicht in Berührung mit der Messingfassung, sondern durch Schellack von derselben isolirt.

An seinem oberen Ende trägt der Draht eine kleine Kugel, und an seinem unteren Ende zwei Goldblättchen von mässiger Länge. Um zu untersuchen, ob eine bestimmte Elektricität positiv oder negativ ist, theilt man zunächst dem Elektroskop bekannte Elektricität, z. B. die positive Glaselektricität mit. Hierdurch tritt in Folge der Abstossung eine Divergenz der Goldblättchen ein. Nähert man dann von oben her dem Elektroskope einen Körper mit positiver Elektricität, so wird die Divergenz der Goldblättchen grösser; nähert man dagegen einen entgegengesetzt elektrischen Körper (negativ), so wird die Divergenz schwächer.

Fig. 453.



Fig. 454.



Das Elektrometer dient zur Messung von Elektricitätsmengen. Das Gesetz, nach welchem zwei Elektricitätsmengen auf einander wirken, ist von Coulomb aufgestellt und lautet: Die Kraft, mit welcher ein Punkt, der die Elektricitätsmenge e_1 besitzt, einen anderen Punkt, welcher die Elektricitätsmenge e_2 besitzt, anzieht oder abstösst, ist gleich dem Product dieser Elektricitätsmengen, dividirt durch das Quadrat der Entfernung r der beiden Punkte; oder

$$= \frac{e_1 \cdot e_2}{r^2}.$$

Coulomb bewies dieses Gesetz durch die Torsionswage, welche als Elektrometer dienen kann.

An einem ungedrehten Glasfaden, Fig. 454, ist eine Schellacknadel, welche an ihrem einen Ende eine Hollundermarkkugel, an ihrem anderen Ende ein leichtes rundes Scheibchen trägt, horizontal aufgehängt. Ein zweites Schellackstäbchen mit einer Hollundermarkkugel wird von oben in

den Apparat so eingeführt, dass die beiden Kugeln in der gleichen Horizontalebene liegen. Zur Messung dreht man zunächst den oberen Knopf und damit die Schellacknadel so weit, dass ihre Hollundermarkkugel die Stelle einnimmt, welche die andere Kugel (Standkugel) inne hat, wenn sie in den Apparat eingeführt wird. Theilt man dann der Standkugel die zu messende Elektricitätsmenge mit und führt dieselbe in den Apparat ein, so wird die bewegliche Kugel durch die Berührung elektrisch und dann abgestossen. Die Grösse des Drehungswinkels lässt sich an der Theilung des Glases ablesen; derselbe hängt ab von der wirksamen Elektricitätsmenge und der Torsion des Fadens. Zur Vergleichung zweier Elektricitätsmengen verfährt man in folgender Weise. Man theilt der beweglichen Kugel eine kleine aber beliebige Elektricitätsmenge mit. Hat dann die Standkugel die Elektricitätsmenge gleicher Art e_1, so wird eine Abstossung stattfinden, und man muss den Knopf α_1 Grade zurückdrehen, um den Drehungswinkel des Stäbchens auf eine bestimmte Grösse β zu verkleinern. Wird darauf der Standkugel die Elektricitätsmenge gleicher Art e_2 mitgetheilt, so wird der Drehungswinkel ein anderer, und man muss den Knopf jetzt um α_2 Grade zurückdrehen, um den Drehungswinkel des Stäbchens wieder gleich β zu erhalten. Es verhält sich dann, vorausgesetzt, dass die bewegliche Kugel ihre Elektricitätsmenge unverändert behalten hat,

$$e_1 : e_2 = \alpha_1 : \alpha_2$$

oder es ist:

$$e_1 = e_2 \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_2}.$$

Zur Messung sehr geringer Elektricitätsmengen ist die Coulomb'sche Drehwage nicht geeignet, zu diesem Zwecke dient am besten das Quadrantelektrometer von Thomson, von welchem in Fig. 455 eine schematische Abbildung gegeben ist. Ein Aluminiumblech von der Form einer Lemniscate ll, Fig. 456, hängt horizontal an einem Glasfaden, der bei A befestigt und gedreht werden kann. Nach unten ist an das Aluminiumblech ein Platindraht befestigt, welcher in ein kleines, theilweise mit Schwefelsäure gefülltes Gefäss C hineinragt. Dem Gefässe C, welches als Leydener Flasche (siehe §. 272) dient, wird eine kleine Elektricitätsmenge mitgetheilt, wodurch das Blech ll mit einer constanten Elektricitätsmenge geladen wird. Unterhalb ll, ohne dasselbe zu berühren, befinden sich vier isolirt aufgestellte Quadranten von Messing, von denen zwei gegenüberliegende (a_1 a_2 und b_1 b_2) leitend mit einander verbunden sind. Einem dieser Quadrantenpaare wird die zu messende Elektricität mitgetheilt, während das andere Paar zur Erde abgeleitet wird. An-

Fig. 455.

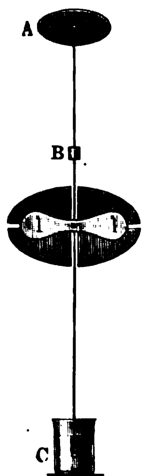
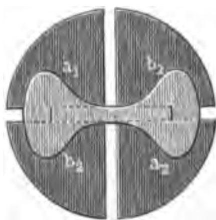


Fig. 456.



genommen, ll sei positiv elektrisch; wird dann $a_1\ a_2$ positive Elektricität zugeführt, so wird ll abgestossen und bewegt sich so, dass ll mehr über $b_1\ b_2$ steht; wird dagegen $a_1\ a_2$ negative Elektricität zugeführt, so wird ll angezogen und stellt sich mehr über $a_1\ a_2$. Die Grösse der Ablenkung von ll wird an der Drehung des Spiegels B gemessen und man kann bei kleinen Ablenkungen diese selbst der dem einen Quadrantenpaare zugeführten elektrischen Ladung proportional setzen.

§. 265.

Elektricitätsmenge und elektrische Dichtigkeit. Elektrisches Potential. — Nach dem Coulomb'schen Gesetze (§. 264) ist die abstossende Kraft zweier gleicher in Punkten vereinigt gedachter Elektricitätsmengen e gleich

$$\frac{e\,.\,e}{r^2},$$

wenn r ihre Entfernung darstellt. Hieraus ergiebt sich die Einheit der Elektricitätsmenge: Diejenige Elektricitätsmenge ist gleich 1, welche auf eine gleiche Elektricitätsmenge in der Entfernung 1 die abstossende Kraft 1 ausübt. Wie sogleich gezeigt wird, befindet sich die Elektricität nur auf der Oberfläche des elektrischen Leiters und man bezeichnet als elektrische Dichtigkeit jene Elektricitätsmenge, welche die Einheit der Oberfläche enthält.

Wie früher (§. 262) erwähnt wurde, kann man durch keinen Process nur eine der beiden Elektricitäten entwickeln; denn jede Entwickelung besteht in der Trennung der vorher verbundenen Elektricitäten und daher treten beide, positive und negative, immer in gleicher Menge auf. Man hat die Elektricitätsentwickelung als eine Arbeit zu betrachten, welche geleistet werden muss, um die verbundenen Elektricitäten von einander zu trennen. Die Grösse dieser Arbeit hängt nicht bloss von der Menge der getrennten Elektricitäten ab, sondern auch von der Entfernung, bis zu welcher die Trennung erfolgt ist. Denn da die entgegengesetzten Elektricitäten sich anziehen, so bedarf es immer einer Arbeit, um die Entfernung zweier solcher Elektricitätsmengen zu vergrössern. Hieraus geht hervor, dass man nicht schlechthin bestimmen kann, wie viel Arbeitseinheiten der Einheit der Elektricitätsmenge äquivalent sind. Denn die Arbeit, welche die letztere durch die Vereinigung mit einer ihr gleichen aber entgegengesetzten Elektricitätsmenge zu leisten im Stande ist, ist ganz verschieden, je nach der Vertheilung, welche beide Elektricitäten einander gegenüber einnehmen. Vorgreifend möge als Beispiel die Arbeit angeführt werden, welche durch die Entladung einer Leydener Flasche geleistet werden kann; diese Arbeit ist direct proportional dem Quadrate der in der Flasche angehäuften Elektricitätsmenge und umgekehrt proportional der Oberfläche der Flasche. Die gleiche Elektricitätsmenge wird daher eine um so grössere Arbeit leisten können, je kleiner die Oberfläche der Flasche ist, in welcher sie angehäuft wurde. Aehnlich wie hier verhält es sich auch in den anderen Fällen: Um die Arbeit bestimmen zu können, welche eine vorhandene Elektricität zu leisten im Stande ist, genügt nicht

allein die Kenntniss der Menge selbst, sondern es ist ebenso nothwendig die gegenseitige Lage zu kennen, welche die beiden Elektricitäten einnehmen.

Um den Arbeitswerth einer gegebenen Elektricitätsmenge zu erhalten, muss eine Grösse bestimmt werden, welche auf die Anordnung der Elektricität Rücksicht nimmt. Eine solche Grösse ist das von Green und Gauss eingeführte Potential.

Das Potential einer Elektricitätsmenge auf eine andere ist die Summe aller Producte aus je einem Elektricitätselement der ersten und jedem Elektricitätselement der zweiten Menge, jedes Product dividirt durch die Entfernung der zwei je in einem Punkte vereinigten Elemente. Ist daher die eine Elektricitätsmenge E' in einem Punkte vereinigt und hat dieser Punkt von den Elementen $e_1, e_2, e_3, \ldots$ der zweiten Elektricitätsmenge die Entfernung $r_1, r_2, r_3, \ldots$, so ist das Potential:

$$V = E\left\{\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \frac{e_3}{r_3} + \cdots\right\} = E \cdot \Sigma \frac{e}{r}.$$

In dem allgemeinen Falle, wo E' ebenfalls auf verschiedene Punkte vertheilt ist und in die Summe $(e'_1 + e'_2 + e'_3 + \cdots)$ zerfällt, ist das Potential der beiden Mengen auf einander nach der obigen Definition gleich der Doppelsumme:

$$V' = \Sigma\Sigma \frac{e \cdot e'}{r}.$$

In dieser Doppelsumme ist jedes Glied das Product eines Elementes e der ersten und eines Elementes e' der zweiten Menge, dividirt durch die Entfernung der beiden Elemente.

Hat man nur ein einziges System elektrischer Elemente $e_1, e_2, e_3 \ldots$ und bildet man die Doppelsumme:

$$V'' = \frac{1}{2}\Sigma\Sigma \frac{e_m \cdot e_n}{r_{m,n}},$$

welche auf alle Punkte sich erstreckt, so erhält man in derselben das Potential der Elektricitätsmenge $(e_1 + e_2 + e_3 + \cdots)$ auf sich selbst. Der letzte Ausdruck ist ein Specialwerth des vorhergehenden; der Factor $1/2$ tritt hinzu, weil in der letzten Summe jedes Glied zweimal vorkommt.

Ehe wir den Zusammenhang des Potentials mit der Arbeit darlegen, möge eine allgemeine Eigenschaft des Potentials angegeben werden.

Wenn zwei oder mehrere Körper, welchen Elektricität mitgetheilt ist, leitend mit einander verbunden werden, so tritt eine solche Bewegung der Elektricität durch die verbindenden Leiter ein, dass jeder Körper das gleiche Potential erhält. Hatten die Körper schon vor ihrer Verbindung das gleiche Potential, so findet in Folge der Verbindung kein Uebergang der Elektricität von einem zum anderen Körper statt. Jeder Körper, welcher leitend mit der Erde verbunden ist, hat das Potential Null, da das Potential der Erde gleich Null ist.

Eine Veränderung der Elektricitätsmengen E und E' ihrer Grösse oder ihrer Vertheilung nach, welche mit einer Arbeitsleistung oder einem Arbeitsverbrauch verbunden ist, bewirkt auch eine Veränderung des Potentials und zwar ist die Differenz der Potentialwerthe am

Anfange und am Ende der Aenderung gleich der geleisteten oder verbrauchten Arbeit. Ein Beispiel möge dies erläutern.

Angenommen, man habe zwei gleichartige Elektricitätsmengen E und E' in je einem Punkte vereinigt. Ist der Abstand der beiden Punkte gleich r, so ist das Potential von E und E'

$$V_1 = \frac{E \, . \, E'}{r}.$$

Wenn der Abstand r bis auf $\frac{1}{n} r$ vermindert werden soll, so ist, da die Elektricitäten eine abstossende Kraft auf einander ausüben, eine Arbeit erforderlich. Bei dem Abstande $\frac{r}{n}$ ist das Potential gleich

$$V_2 = \frac{E \, . \, E'}{\frac{r}{n}}$$

und daher ist die aufzuwendende Arbeit:

$$V_2 - V_1 = \frac{E \, . \, E'}{r} (n - 1).$$

Die Elektricitäten E und E' können aber auch selbst eine Arbeit leisten, wenn die Entfernung r sich vergrössert. Wächst die Entfernung von r auf $n \, . \, r$, so ist die geleistete Arbeit:

$$\frac{E \, . \, E'}{r} \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Hieraus ergiebt sich, dass die Maximalarbeit, welche E und E' in dem obigen Beispiele leisten können, erhalten wird, wenn man $n = \infty$ setzt, da dann der zweite Potentialwerth gleich Null wird. In diesem Falle wird die Arbeit gleich

$$\frac{E \, . \, E'}{r},$$

also gleich dem Potential der Elektricitäten auf einander. Zu dem gleichen Resultate gelangt man, wenn man die Elektricitäten verschwinden lässt, z. B. durch Verbindung mit der Erde, da dann ebenfalls ihr Potential gleich Null wird.

Aus dem oben durchgeführten Beispiele folgt, dass bei unveränderter Menge der beiden Elektricitäten E und E' eine Aenderung des Potentials nur eintritt, wenn die Entfernung r sich ändert. Denkt man sich daher den Punkt (1) mit der Elektricitätsmenge E fest, den Punkt (2) mit der Menge E' dagegen beweglich, so wird das Potential nicht geändert, wenn der Punkt (2) sich auf der Oberfläche einer Kugel bewegt, in deren Mittelpunkt der Punkt (1) sich befindet. Eine Fläche, auf welcher keine Aenderung des Potentials eintritt, nennt man eine Niveaufläche. Dieselbe hat die Eigenschaft, dass die Resultante sämmtlicher elektrischer Kräfte für irgend einen Punkt der Fläche senkrecht zu dem Flächenstücke steht, welchem der Punkt angehört. Dass dies in unserem einfachen Beispiel der Fall ist, ergiebt sich unmittelbar aus der Ueberlegung, dass

die Resultante der Kräfte, welche in die Verbindungslinie der Punkte (1) und (2) fällt, in jedem Falle einen Radius der betrachteten Kugeloberfläche darstellt.

Die Form der Potentialniveauflächen hängt von der Vertheilung der Elektricitäten ab; man erhält nur selten Kugeloberflächen. In jedem Falle ist aber die Resultante sämmtlicher Kräfte für jeden einzelnen Punkt senkrecht zu dem dem Punkte angehörigen Elemente der Niveaufläche.

Man erkennt aus dieser Darstellung unmittelbar die Analogie mit den Gesetzen der Hydrostatik. Die Oberfläche einer Flüssigkeit nimmt in jedem Falle eine solche Form an, dass jedes Flächenelement senkrecht zu der Resultirenden sämmtlicher auf das Element wirkender Kräfte ist. Die Analogie geht aber noch weiter. Wenn Wasser von einem niedrigeren zu einem höheren Niveau gehoben werden soll, ist eine Arbeitsleistung erforderlich; ebenso ist eine Arbeit erforderlich, wenn Elektricität von einem kleineren zu einem höheren Potentialniveau übergeführt werden soll. Die Niveaudifferenz des gehobenen Wassers zu Anfang und am Ende der Arbeit bestimmt die Grösse der letzteren; in gleicher Weise ist bei der Elektricität die Differenz der Potentiale resp. ihrer Niveaus für die Arbeit maassgebend. Verbindet man zwei Wasserreservoirs, deren Oberflächen in dem gleichen horizontalen Niveau liegen, durch ein gefülltes Rohr mit einander, so tritt in keinem Reservoir eine Niveauänderung ein; es fliesst kein Wasser durch das Verbindungsrohr. Hat dagegen vor der Verbindung das eine Reservoir ein höheres Niveau als das andere, so fliesst durch das Verbindungsrohr Wasser, um die Niveaus der beiden Reservoire gleich zu machen. Ebenso bei der Elektricität: Verbindet man zwei Körper, welche das gleiche Potential resp. Potentialniveau haben, leitend mit einander, so tritt, wie schon erwähnt wurde, keine Bewegung der Elektricität ein; haben dagegen die beiden Körper verschiedene Potentiale, so bewirkt die Verbindung, dass sie auf gleiches Potentialniveau gebracht werden.

Zur Bestimmung der Potentiale benutzt man die Elektrometer. Verbindet man nämlich das Elektrometer (z. B. ein Quadrantenpaar des Quadrantelektrometers) mit einem elektrisirten Körper, so nimmt das Elektrometer stets eine solche Ladung an, dass der Potentialwerth im Elektrometer gleich wird demjenigen des Körpers.

Hat ein Körper die Elektricitätsmenge E und ist das Potential dieser Menge V, so ist das Verhältniss $\frac{E}{V}$ von der Menge E unabhängig, denn in demselben Maasse, wie E vermehrt oder vermindert wird, ändert sich auch das Potential V (siehe §. 268). Man nennt den Quotienten $\frac{E}{V}$ die Capacität des Körpers; dieselbe ist also gleich jener Elektricitätsmenge, welche den Körper bis zum Potential Eins ladet.

§. 266.

Sitz der Elektricität. — Befindet sich die Elektricität auf einem Leiter im Zustande des Gleichgewichts, d. h. bewegt sich dieselbe nicht,

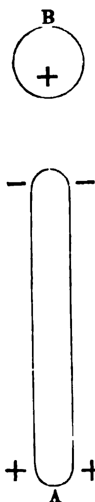
so ist die ganze Elektricitätsmenge nur auf der Oberfläche des Leiters vertheilt. Den Beweis hierfür kann man durch folgenden Versuch führen. Eine isolirt aufgehängte Metallkugel werde elektrisirt. Bedeckt man diese Kugel mit zwei Halbkugeln, welche isolirende Handhaben besitzen, und deren Durchmesser gleich jenem der Kugel ist, so findet man nach Fortnahme der Halbkugeln nur diese elektrisch, die Kugel selbst aber unelektrisch. Das gleiche Resultat ergiebt sich, wenn man die Elektrisirung vornimmt, während die Kugel von den Halbkugeln bedeckt ist.

§. 267.

Influenz. 1. Influenz auf unelektrische Leiter. — Nähert man einem Goldblattelektroskop von oben her einen elektrisirten Körper, so divergiren die Goldblättchen schon in einer beträchtlichen Entfernung des elektrischen Körpers. Die Divergenz nimmt zu, wenn der Abstand des elektrischen Körpers von dem Elektroskop kleiner wird. Entfernt man den elektrischen Körper, so hört die Divergenz der Goldblättchen auf. Die Erklärung dieses Versuches ist im Folgenden gegeben.

Ist der unelektrische Metallstab A, Fig. 457, isolirt und vertical aufgestellt, so wird durch die positiv elektrische Kugel B, welche dem Stabe von oben genähert wird, die positive und negative Elektricität in dem Stabe geschieden. Die negative Elektricität, welche angezogen wird, bewegt sich nach oben, die positive, welche abgestossen wird, bewegt sich nach unten. Diese Wirkung des elektrischen Körpers B nennt man Influenz. Die angezogene Elektricität, welche immer jener des elektrischen Körpers entgegengesetzt ist, heisst Influenzelektricität erster Art, die abgestossene Influenzelektricität zweiter Art. Wird der Körper B entfernt, so hört die trennende Wirkung in A auf, beide Elektricitäten vereinigen sich wieder, und A erscheint deshalb unelektrisch.

Fig. 457.



Ein anderes Verhalten zeigt sich, wenn A nicht isolirt, sondern mit der Erde leitend verbunden ist. Es wird dann zwar ebenfalls durch die Nähe von B negative Elektricität in den oberen Theil von A gezogen, die positive Elektricität folgt aber der abstossenden Wirkung und gelangt zur Erde. Hierdurch erhält A einen Ueberschuss an negativer Elektricität. Hebt man dann vor der Entfernung von B die leitende Verbindung mit der Erde auf, so besitzt A auch nach der Entfernung von B einen Ueberschuss an negativer Elektricität, welche sich jetzt über die ganze Oberfläche von A vertheilt.

Die Influenzwirkung eines Körpers nimmt mit wachsender Entfernung ab; der Raum, innerhalb dessen noch eine wahrnehmbare Wirkung auftritt, heisst der elektrische Wirkungskreis des Körpers.

Durch die Influenz findet die Anziehung unelektrischer Körper durch elektrische ihre Erklärung. Sobald ein unelektrischer Körper in den Wirkungskreis eines elektrischen Körpers gelangt, tritt eine Scheidung der Elektricitäten in dem oben angegebenen Sinne ein, und da die Influenz-

elektricität erster Art dem elektrischen Körper näher ist als die Influenzelektricität zweiter Art, so überwiegt die Anziehung der ungleichnamigen Elektricitäten gegenüber der Abstossung der gleichnamigen.

Auf der Influenz beruht ferner die durch das Elektroskop geführte Untersuchung, ob eine vorhandene Elektricität positiv oder negativ ist. Ist das Elektroskop mit positiver Elektricität versehen, so wird die Divergenz der Goldblättchen durch eine von oben her ausgeführte Annäherung eines positiv elektrisirten Körpers deshalb grösser, weil Influenzelektricität zweiter Art in den Goldblättchen sich ansammelt.

Jeder Berührung eines unelektrischen Leiters mit einem elektrischen Körper geht die Influenz voraus, so dass in Wirklichkeit die Berührung zwischen zwei entgegengesetzt elektrischen Flächenstücken zu Stande kommt. In Folge dieser Berührung findet ein Ausgleich der Influenzelektricität erster Art mit einer gleich grossen Elektricitätsmenge des elektrischen Körpers statt und der früher unelektrische Leiter ist jetzt, wenn er isolirt war, dadurch elektrisch, dass er die Influenzelektricität zweiter Art im Ueberschuss besitzt.

2. Influenz auf elektrische Leiter. — Zwei elektrische Leiter, welche gegenseitig in ihre Wirkungskreise gelangen, wirken influenzirend auf einander ein. Sind beide Leiter gleichnamig elektrisch, so wächst in Folge der Abstossung die Dichtigkeit der Elektricität an den abgewandten Seiten der Leiter an; sind dagegen die beiden Leiter ungleichnamig elektrisch, so wächst die Dichtigkeit an den sich gegenüberstehenden Theilen der Leiter noch bedeutender an, weil einerseits die entgegengesetzten Elektricitäten sich anziehen und weil andererseits die Influenzelektricität erster Art auf jedem Leiter die bereits vorhandene Elektricitätsmenge vermehrt. Werden die entgegengesetzt elektrischen Körper hinreichend genähert, so wird die Dichtigkeit der Elektricitäten so gross, dass dieselben den trennenden Isolator, z. B. die Luft, durchbrechen und sich in dem dann entstehenden elektrischen Funken vereinigen. In gleicher Weise entsteht auch der elektrische Funken, wenn einem stark elektrisirten Körper ein unelektrischer Leiter genähert wird. In diesem Falle gleicht sich in dem Funken die Elektricität des Körpers mit der von ihm in dem Leiter erregten Influenzelektricität erster Art aus.

3. Influenz auf Isolatoren. — Betrachtet man die sogenannten Isolatoren nur als schlechte Leiter, so erfolgt die Influenz in ganz ähnlicher Weise wie bei den Leitern. Der Unterschied besteht dann darin, dass, während bei den Leitern die Influenzwirkung in unmessbar kurzer Zeit vollständig zu Stande kommt, bei den Isolatoren dies lange Zeit in Anspruch nimmt, indem sich der Bewegung der Elektricität ein grösserer Widerstand entgegensetzt. Die Folge hiervon ist, dass in den Isolatoren die durch Influenz getrennten Elektricitäten nach Entfernung des influenzirenden Körpers nicht sofort, wie bei den Leitern, sich wieder vereinigen, sondern dass die Isolatoren erst allmälig in den unelektrischen Zustand zurückkehren.

Nach einer anderen zuerst von Faraday aufgestellten Anschauung sind die Isolatoren wesentlich von den Leitern verschieden: In den Isolatoren sind nur die Molecüle leitend, die Räume zwischen den Molecülen aber absolut nicht leitend. Die Influenz eines Isolators besteht

dann darin, dass in jedem Molecül eine Trennung der Elektricitäten stattfindet, und zwar derartig, dass die Influenzelektricität erster Art nach dem influenzirenden Körper hin —, die Influenzelektricität zweiter Art von demselben abgestossen wird, ohne dass hierbei die Elektricität von einem zum anderen Molecüle übergehen könnte. Die Molecüle eines Isolators werden daher durch Influenz in einen polaren Zustand versetzt, der übrigens auch nicht momentan, sondern erst nach und nach seine volle Ausbildung zu erreichen braucht. Faraday nannte die isolirenden Körper dielektrisch.

Welche der beiden vorgetragenen Ansichten die richtige ist, ist bisher noch nicht sicher entschieden. Es ist diese Entscheidung um so schwieriger, da auch eine dritte Möglichkeit vorhanden ist, nämlich die, dass bei den sogenannten Isolatoren sowohl eine Leitung zwischen den Molecülen, als auch eine Polarisation derselben eintritt. In Hinsicht vieler isolirender Flüssigkeiten, wie Schwefelkohlenstoff, Terpentinöl, Petroleum, ist durch Wüllner nachgewiesen, dass in denselben eine Leitung stattfindet, und dass die beobachteten Erscheinungen der Influenz sich erklären lassen, ohne eine Polarisation der Molecüle anzunehmen. Andererseits hat Boltzmann beim Schwefel den Beweis geführt, dass hier die Annahme einer Leitung nicht genügt, dass vielmehr jedenfalls eine Polarisation der Molecüle eintritt.

§. 268.

Vertheilung der Elektricität auf Leitern. — Wie schon in §. 266 erwähnt wurde, befindet sich bei einem elektrischen Leiter die Elektricität, sobald sie ihre Gleichgewichtslage angenommen hat, nur auf der Oberfläche und nicht im Innern des Leiters. Die Dichtigkeit der auf der Oberfläche angesammelten Elektricität ist aber für verschiedene Stellen der Oberfläche im Allgemeinen verschieden und nur bei einer Kugel ist sie überall gleich. Da die auf der Oberfläche des Leiters befindliche gleichnamige Elektricität sich gegenseitig abstösst, so wird an einem Punkte der Oberfläche nur dann keine Bewegung der dort vorhandenen Elektricität eintreten, wenn die sämmtlichen von allen Punkten der Oberfläche ausgehenden abstossenden Kräfte sich zu einer Resultirenden zusammensetzen, die senkrecht zur Oberfläche gerichtet ist. In diesem Falle kann die Elektricität der Richtung der Kraft nicht folgen, falls der Leiter, wie vorausgesetzt ist, von einem Isolator umgeben ist, und dann ist Gleichgewicht vorhanden. Nach den früheren Betrachtungen über das Potential lässt sich die Bedingung für das Gleichgewicht der Elektricität kurz so ausdrücken: Die Oberfläche des Leiters muss eine Potentialniveaufläche der auf dem Leiter befindlichen Elektricität sein.

Die Bestimmung der elektrischen Dichtigkeit für die verschiedenen Punkte der Oberfläche lässt sich nur in wenigen Fällen leicht durchführen. Auf einer Kugel ist die Dichtigkeit an allen Stellen gleich.

Berühren sich zwei Kugeln, so ist das nicht mehr der Fall; man findet dann die grösste Dichtigkeit an den Endpunkten der Centralen, welche die Kugelmittelpunkte verbindet. Bei einem Cylinder ist die elektrische Dichtigkeit in der Mitte am kleinsten und wird um so grösser, je näher

man den Enden kommt. Eine Kegeloberfläche hat die grösste Dichtigkeit an ihrer Spitze; würde die Spitze eine mathematische sein (d. h. in einem Punkte endigen, was niemals der Fall ist), so müsste die Dichtigkeit dort unmessbar gross sein. Man kann allgemein sagen, dass die elektrische Dichtigkeit an jener Stelle einer krummen Oberfläche ihren grössten Werth hat, an welcher der Krümmungsradius am kleinsten ist.

Besitzt ein und derselbe Leiter zu verschiedenen Zeiten verschiedene Elektricitätsmengen, so ist das Verhältniss der elektrischen Dichtigkeiten bei zwei verschiedenen Ladungen für ein Oberflächenstück unabhängig von der Lage dieses Stückes. Wird also die gesammte Elektricitätsmenge die *n* fache, so wird auch die Dichtigkeit an jeder Stelle die *n* fache.

Zwei isolirte Leiter in Berührung bilden ein einziges leitendes System. Aus jeder Dichtigkeitsänderung auf der Oberfläche des einen ist man daher berechtigt, auf eine proportionale Veränderung auf der Oberfläche des anderen zu schliessen. Es werden daher auf das Elektrometer durch jede unmittelbare Berührung mit einem elektrischen Körper Elektricitätsmengen übertragen, die den auf dem Körper selbst enthaltenen proportional sind.

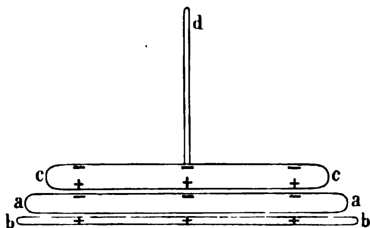
An den Spitzen wird die Dichtigkeit um so grösser, je näher erstere der mathematischen Spitze kommen. In Folge dieser grossen Dichtigkeit strömt die Elektricität an den Spitzen aus. Stellt man einem elektrisirten Körper eine zur Erde abgeleitete Spitze gegenüber, so wird die Influenzelektricität erster Art von der Spitze zu dem Körper überströmen und so den elektrischen Körper unelektrisch machen. Ist dagegen ein isolirter Leiter mit einer Spitze versehen und wird dieser ein elektrischer Körper gegenübergestellt, so wird durch den Austritt der Influenzelektricität erster Art der isolirte Leiter einen Ueberschuss an Influenzelektricität zweiter Art erhalten. Die Spitze wirkt hier also gerade so, wie wenn eine Berührung der beiden Körper stattgefunden hätte. Da der mit der Spitze versehene Leiter durch die Spitzenwirkung die gleiche Elektricität zeigt, wie der elektrische Körper, und da auf dem letzteren ein entsprechender Theil seiner Elektricität durch die von der Spitze ausgeströmte Elektricität neutralisirt wird, so sagt man, die Spitze saugt die Elektricität an, obwohl dies nach dem Vorhergehenden nicht der Fall ist. Die Spitzen finden eine Anwendung bei den Elektrisirmaschinen.

§. 269.

Elektrophor. — Derselbe besteht (Fig. 458, a. f. S.) aus einer Platte *aa* von Harz oder Hartgummi, welche auf einer metallenen Unterlage *bb* liegt. Auf der Platte *aa* liegt eine Metallplatte *cc*, die mit einem isolirenden Handgriffe versehen ist. Die isolirende Platte *aa* wird durch Reiben oder Schlagen mit Pelz negativ elektrisch. Die negative Elektricität influenzirt die obere Platte *cc* (den Schild), indem sie die positive Elektricität nach unten zieht und die negative nach oben abstösst. Berührt man die obere Platte, um die negative Elektricität abzuleiten und hebt die Platte dann mittelst *d* ab, so ist sie positiv elektrisch. Durch diesen Vorgang hat die Harzplatte nur sehr wenig an Elektricität verloren; denn einerseits tritt

eine wirkliche Berührung des Schildes und der Harzplatte nur an sehr wenig Punkten ein, und zweitens influenzirt die negative Elektricität der Harzplatte auch die metallene Unterlage *bb*, indem sie die positive Elektricität anzieht, die negative aber in die Erde abstösst. Diese positive Elektricität der Unterlage zieht nun aber auch ihrerseits die negative Elektricität der Harzplatte an und bindet sie gleichsam, so dass sie nicht in den Schild entweicht. In Folge des geringen Verlustes der Harzplatte kann man den gleichen Versuch sehr oft mit dem gleichen Erfolge wiederholen und daher bedeutend mehr Elektricität erhalten, als durch die erste Reibung in der Harzplatte entwickelt wurde. Indessen ist die so durch Influenz entwickelte und später zur Verfügung stehende Elektricität nicht etwa aus dem Nichts ohne ein Aequivalent entstanden; das Aequivalent besteht vielmehr in der Arbeit, die bei der Entfernung des Schildes von der Platte zu leisten war. Da die positive Elektricität des Schildes und die negative der Harzplatte sich anziehen, so ist bei dem gedachten Vorgang die Arbeit, welche zur Entfernung des Schildes geleistet werden muss, grösser als wenn beide Körper unelektrisch wären.

Fig. 458.



§. 270.

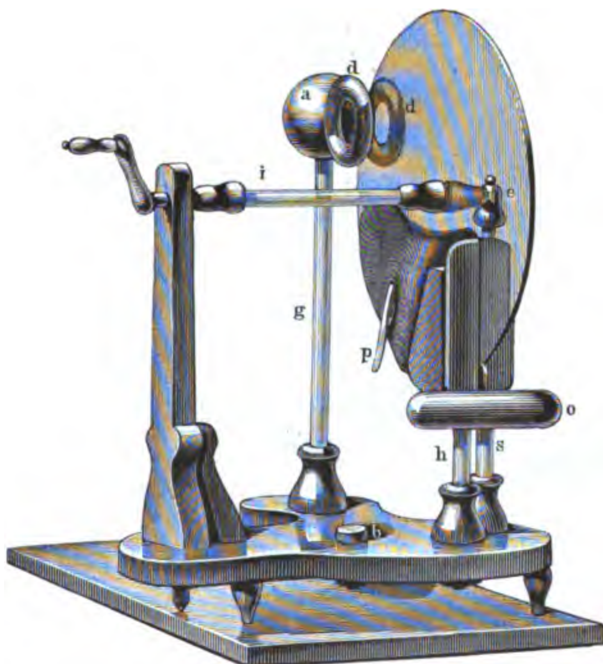
Elektrisirmaschinen. — Dieselben dienen dazu, um grössere Mengen Elektricität zu entwickeln; sie unterscheiden sich in zwei Gruppen, je nachdem die Elektricität durch Reibung oder ohne Reibung erzeugt wird.

1. Reibungselektrisirmaschinen. — Eine Glasplatte wird an einem Reibzeuge (Fig. 459), welches aus Leder mit aufgestrichenem Zinn-Zink-Amalgam besteht, gerieben. Hierdurch wird das Glas positiv, das Reibzeug negativ elektrisch. An dem kugelförmigen, isolirt aufgestellten Conductor *a* von Messing, welcher zur Ansammlung der Elektricität dient, befinden sich zwei Messingringe *dd*, zwischen denen die Glasscheibe bei ihrer Rotation hindurchgeht. Die Ringe besitzen auf der der Scheibe zugewandten Seite eine grössere Anzahl von Spitzen, welche eine Saugwirkung ausüben.

Die positiv elektrische Scheibe influenzirt den Conductor, stösst die positive Elektricität in denselben und zieht die negative Elektricität aus den Spitzen, wodurch sie selbst neutralisirt wird; es wird daher der Conductor *a* mit positiver Elektricität geladen. Damit auf dem Wege vom Reibzeug bis zu den Spitzen die elektrische Scheibe weniger an Elektricität verliert, ist die Scheibe von zwei Stücken Wachstaffet umgeben, welche an dem Reibzeug befestigt sind. Soll die Scheibe dem Conductor *a* dauernd die grösste erreichbare Elektricitätsmenge zuführen, so muss die bei der Reibung entstehende negative Elektricität des Reibzeuges zur

Erde abgeleitet werden; geschieht dies nicht, so sammelt sich auf dem Reibzeug so viel negative Elektricität an, dass von derselben auf das Glas übergeht und dort einen Theil der positiven neutralisirt.

Fig. 459.



2. Influenzelektrisirmaschine. — Diese Maschine, welche im Jahre 1864 von Töpler und Holtz[1]) construirt wurde, erzeugt durch fortgesetzte Influenz ohne Reibung aus einer vorhandenen kleinen Elektricitätsmenge grosse Mengen, und zwar in ähnlicher Weise, wie dies beim Elektrophor geschieht. Die Maschine hat sehr verschiedene Formen, von denen nur eine im Folgenden näher besprochen werden soll. Eine gefirnisste feststehende Glasscheibe *AA*, Fig. 460 (a. f. S.), wird von vier gläsernen horizontalen Stäben festgehalten. Die Scheibe besitzt zwei gegenüberstehende Ausschnitte *a* und *b*. An der Seite dieser Ausschnitte ist die Scheibe mit Papier beklebt; diese Belege sind mit *c* und *d* bezeichnet. Von den Belegen reichen Papierspitzen in die Ausschnitte hinein.

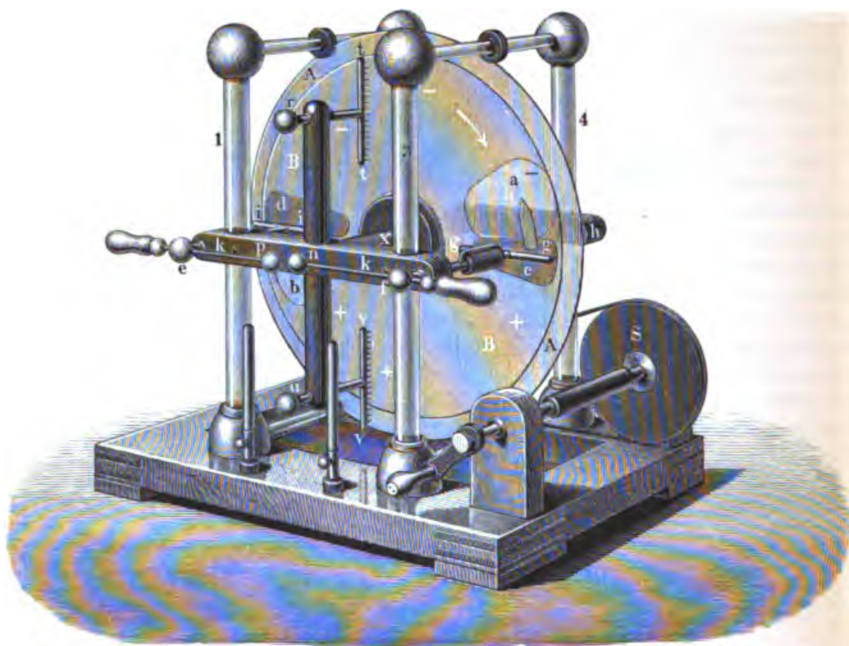
Vor der Scheibe *AA* befindet sich eine kleinere bewegliche Scheibe *BB*, welche um eine horizontale Axe *x* aus Hartgummi mittelst des Rades *S* und eines Schnurlaufs in Rotation versetzt werden kann. Damit die Axe *x* durch die Scheibe *AA* hindurchgehe, ist diese in ihrer Mitte durchbohrt.

Vor der Scheibe *BB* befindet sich ein doppeltes Spitzensystem, *gg* rechts und *ii* links; diese Systeme stehen den Papierbelegen *c* resp. *d* der Scheibe *AA* gerade gegenüber. Die Spitzen werden mittelst Messing-

[1]) Töpler, Pogg. Ann. **125** (1865); **127** (1866). Holtz, Pogg. Ann. **126**, **127**.

stäbe durch den Querbalken *kk* aus Hartgummi getragen. An den Enden der Stäbe befinden sich die Knöpfe *f* und *e*, durch welche wiederum zwei

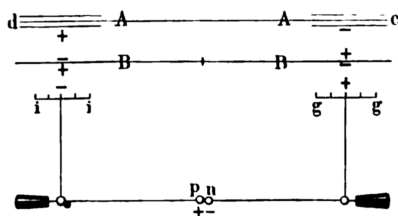
Fig. 460.



Messingstäbe mit den Knöpfen *n* und *p* hindurchgesteckt sind. Die letzteren Stäbe haben an den Enden isolirende Handhaben von Hartgummi und können durch diese die Knöpfe *n* und *p* von einander entfernt werden.

Die Wirksamkeit der Maschine lässt sich am besten durch die schematische Zeichnung Fig. 461 erläutern. Die Knöpfe *p* und *n* werden zur

Fig. 461.



Berührung gebracht und dann wird einem der Papierbelege der Scheibe *AA* etwas Elektricität mitgetheilt und gleichzeitig die andere Scheibe *BB* so in Rotation versetzt, dass sie sich zu den Papierspitzen der Belege hinbewegt. Angenommen, man habe eine durch Reiben mit Pelz elektrisirte Hartgummiplatte in der Nähe von *c* gehalten, so wird *c* negativ elektrisch.

Diese (— E) influenzirt die Scheibe BB und gg; hierdurch wird die hintere Seite der Scheibe BB positiv, die vordere negativ elektrisch, während gleichzeitig aus den Spitzen gg (+ E) ausströmt. Diese (+ E) neutralisirt die (— E) der Scheibe und macht sie auch noch positiv elektrisch, so dass die Scheibe BB an beiden Seiten positiv elektrisch die Stelle rechts verlässt und nach links hinkommt. Hier wird die + E der Scheibe durch die Spitze des Papierbelegs d aufgenommen und dadurch der Beleg d positiv elektrisch.

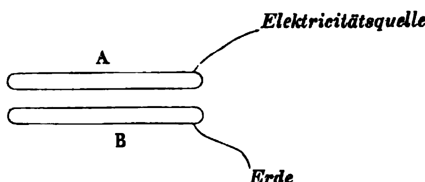
Der positive Beleg d wirkt nun in ähnlicher Weise vertheilend wie der negative Beleg c. Gleichzeitig ist aber noch zu bemerken, dass wenn die Knöpfe p und n in Berührung sind, die Influenzelektricität zweiter Art, welche c in dem messingenen Conductor erzeugt, also die (— E) von c abgestossen wird, über n und p nach i gelangt und dort ausströmt. Diese Ausströmung der negativen Elektricität wird unterstützt durch die Wirkung des positiven Belegs d. In gleicher Weise stösst der positive Beleg d die (+ E) in dem Conductor ab und treibt dieselbe über p und n nach gg. Die beiden Belege unterstützen sich also in ihren Wirkungen. Ist die Maschine erregt, so ist die obere Hälfte der rotirenden Scheibe BB negativ, die untere positiv. Da diese beiden Elektricitäten sich auf der Scheibe nicht ausgleichen dürfen, so hängt die Wirksamkeit der Maschine wesentlich von der Isolirfähigkeit der rotirenden Scheibe ab. Durch die fortdauernde influenzirende Wirkung wird fortwährend (— E) von g nach n und (+ E) von i nach p getrieben, während gleichzeitig (+ E) bei g und (— E) bei i ausströmt. Entfernt man die Knöpfe p und n von einander, so gleichen sich die entgegengesetzten Elektricitäten in der Luft unter Bildung von elektrischen Funken aus. Wird die Entfernung so gross, dass die Elektricitäten die Luftschicht nicht zu durchsetzen vermögen, so kehren die Elektricitäten durch die Spitzensysteme auf die Scheibe zurück und vernichten deren Ladung, wodurch die Maschine plötzlich unwirksam wird. Zuweilen kommt es auch vor, dass die zurückfliessenden Elektricitäten nicht bloss zur Entladung der Scheibe ausreichen, sondern dieselbe auch noch entgegengesetzt laden, so dass dann die Maschine wieder weiter wirksam ist. Im Dunkeln lässt sich sofort erkennen, aus welchem Spitzensysteme die (+ E) austritt. Während nämlich die Spitzen, aus denen (— E) strömt, nur kleine Lichtpunkte zeigen, tritt die (+ E) in Form von Lichtbüscheln aus, welche sich gegen die rotirende Scheibe und zwar entgegengesetzt ihrer Rotationsrichtung ausbreiten. Dieses Licht ist übrigens so schwach, dass es nur im Dunkeln sichtbar ist.

In beiden Maschinen, sowohl in der Reibungs- als in der Influenzmaschine, wird die Elektricität durch eine zu leistende Arbeit erzeugt. Bei der Reibungsmaschine lässt sich aber der Unterschied in der aufzuwendenden Kraft, je nachdem Elektricität entwickelt wird oder nicht, nicht leicht wahrnehmen. Anders verhält es sich bei der Influenzmaschine; setzt man dieselbe in Rotation, ohne dass sie Elektricität entwickelt, so fühlt man sogleich den grösseren sich darbietenden Widerstand, wenn man durch Zuführung einer kleinen Elektricitätsmenge die Maschine zur Wirksamkeit veranlasst.

§. 271.

Condensator. — Derselbe hat den Zweck, Elektricitätsmengen anzusammeln. Gewöhnlich besteht der Condensator aus zwei kreisrunden Metallplatten, zwischen denen eine isolirende Zwischenschicht, z. B. Luft oder Firniss, vorhanden ist. Setzt man eine Metallplatte mit isolirendem Handgriff in Verbindung mit einer Elektricitätsquelle, z. B. dem Conductor einer Elektrisirmaschine, so wird die Platte eine bestimmte Elektricitätsmenge aufnehmen. Der Condensator dient nun dazu, der ersten Platte von der gleichen Quelle mehr Elektricität zuzuführen. Angenommen, die Platte A, die man als Collector bezeichnet, nehme für sich allein die Elektricitätsmenge (+ E.) auf, wenn sie mit einer bestimmten Elektricitätsquelle in Berührung ist. Wird dem Collector jetzt der Condensator B von unten genähert, so tritt eine Influenzwirkung auf B ein. Es wird negative Elektricität angezogen und positive abgestossen, welch letztere in die Erde geht, falls der Condensator, wie vorausgesetzt werde, mit der Erde verbunden ist. Die negative Elektricität des Condensators bewirkt, indem sie die positive Elektricität des Collectors anzieht, dass mehr Elektricität von der Quelle auf den Collector übergeht. Diese hinzugetretene Elektricität des Collectors vermehrt wieder die negative des Condensators u. s. f., bis auf beiden Platten das Maximum erreicht ist.

Fig. 462.



Angenommen, die Elektricitätsmenge E des Collectors A bewirkte, dass in B die Menge $(-E.\alpha)$ sei, wo α kleiner als 1 ist, so wird die Menge $(-E\alpha)$ eine neue Menge $E\alpha.\alpha$ nach A ziehen. Verfolgt man dies weiter, so erhält man folgende Zusammenstellung:

Collector	Condensator
E	$-E\alpha$
$E\alpha^2$	$-E\alpha^3$
$E\alpha^4$	$-E\alpha^5$
$\vdots$	$\vdots$

Der Collector hat daher schliesslich die Elektricitätsmenge:

$$E(1+\alpha^2+\alpha^4+\cdots)=E\frac{1}{1-\alpha^2}$$

und der Condensator die Elektricitätsmenge:

$$-E(\alpha+\alpha^3+\alpha^5+\cdots)=-E\frac{\alpha}{1-\alpha^2}.$$

Den Factor $\frac{1}{1-\alpha^2}=n$ nennt man die Verstärkungszahl des Apparates. Hat die alleinstehende Platte die Elektricitätsmenge E, so hat die Wirkung des Condensators sie auf $E.n$ vermehrt.

Die Elektricitätsmenge $E\frac{1}{1-\alpha^2}$ auf der Collectorplatte hat auf der Condensatorplatte die Menge $-E\frac{\alpha}{1-\alpha^2}$ gebunden, so dass auf letzterer keine freie Elektricität vorhanden ist. Da die Menge $-E\frac{\alpha}{1+\alpha^2}$ nur die Menge

$$E\frac{\alpha}{1-\alpha^2}\cdot\alpha$$

bindet, so hat die Collectorplatte eine freie Elektricitätsmenge gleich

$$E\frac{1}{1-\alpha^2}-E\frac{\alpha}{1-\alpha^2}\cdot\alpha=E.$$

Die freie Elektricitätsmenge der Collectorplatte ist also mit der Condensatorplatte nicht grösser, als ohne dieselbe.

Die Verstärkungszahl n hängt ab 1) von der Entfernung δ der Platten (sie ist dieser Entfernung umgekehrt proportional), 2) von der Natur des zwischen den Platten vorhandenen Isolators.

Angenommen, die alleinstehende Collectorplatte erhalte die Elektricitätsmenge e. Bildet Luft den Isolator und ist beim Abstande 1 des Plattenpaares die Verstärkungszahl gleich n, so erhält die Collectorplatte die Elektricitätsmenge

$$E=e\,.\,n.$$

Bildet statt Luft ein anderer Isolator, z. B. Schwefel, die Zwischenschicht von der Dicke 1, und ist jetzt n' die Verstärkungszahl, so erhält der Collector die Elektricitätsmenge

$$E'=e\,.\,n'.$$

Das Verhältniss

$$\frac{E'}{E}=D'$$

nennt man die Dielektricitätsconstante des Schwefels. Da

$$\frac{E'}{E}=\frac{n'}{n}=D',$$

so ist die Dielektricitätsconstante einer Substanz gleich dem Verhältniss der Verstärkungszahlen, welche sich bei gleichen Plattenabständen für die betreffende Substanz und für die Luft ergeben.

Für Schwefel ist $\frac{n'}{n}=D'=3{,}84$ nach den Versuchen von Boltzmann[1]) und gleich 2,9 nach Versuchen von Siemens[2]).

Will man unter Anwendung des Schwefels die gleiche Verstärkungs-

---

1) Boltzmann, Berichte der Wiener Akademie **65**, **67**, **68**, **70** (1872 bis 1874). — 2) Siemens, Pogg. Ann. **102** (1857).

zahl wie bei Luft erhalten, so muss die Dicke der Schwefelschicht grösser sein und zwar gleich δ', so dass

$$\frac{n'}{\delta'} = n$$

wird. Es ist dann

$$\frac{n'}{n} = \frac{\delta'}{1} = D',$$

oder: Wählt man die Dicke der isolirenden Zwischenschicht eines Condensators für irgend eine dielektrische Substanz und für Luft so, dass beide Körper gleiche Verstärkungszahlen liefern, so giebt das Verhältniss der Dicken der Zwischenschicht die Dielektricitätsconstante der ersten Substanz an. Aus der Definition der Dielektricitätsconstanten ergiebt sich, dass eine Substanz eine um so stärker vertheilende resp. bindende Wirkung auf das Plattenpaar ausübt, je grösser ihre Dielektricitätsconstante ist. Ferner folgt unmittelbar, dass die Dielektricitätsconstante der Luft selbst nach der obigen Definition gleich 1 ist. Nach den Versuchen von Boltzmann zeigen die verschiedenen Gase nicht gleiche Dielektricitätsconstanten, wenn auch die Unterschiede sehr gering sind.

Die Werthe, welche bei starren Substanzen für die Dielektricitätsconstanten von verschiedenen Beobachtern gefunden sind, weichen ziemlich stark von einander ab, wie die folgende Tabelle zeigt.

	Dielektricitätsconstanten nach		
	Boltzmann	Schiller [1]	Wüllner [2]
Hartgummi	3,15	2,21 bis 2,76	2,56
Paraffin	2,32	1,81 „ 2,47	1,96
Schwefel	3,84	—	2,88 bis 3,21
Glas	—	5,83 bis 6,34	6,10
Colophonium	2,55	—	—

§. 272.

Die Franklin'sche Tafel und die Leydener Flasche. — Die Franklin'sche Tafel, Fig. 462, ist ein Condensator, dessen isolirende Zwischenschicht aus Glas besteht und bei dem die Metallplatten durch Stanniol ersetzt sind. Die Stanniolbelegung ist übrigens kleiner als die Platte und der frei gebliebene Rand ist gefirnisst, damit eine bessere Isolirung der entgegengesetzten Elektricitäten der beiden Belegungen stattfindet. Bringt man eine Belegung mit einer Elektricitätsquelle in Berührung, während man die andere ableitet, so tritt die Ladung der Tafel ein. Nach der Ladung hat die eine Belegung eine freie Elektri-

[1]) Schiller, Pogg. Ann. 151 (1874). — [2]) Wüllner, Wiedem. Ann. 1 (1877).

citätsmenge, wie sich durch eine Hollundermarkkugel nachweisen lässt, welche, an einem seidenen Faden aufgehängt, die Belegung berührt. Diese Kugel wird abgestossen, während die Kugel an der anderen Seite, welche während der Ladung abgeleitet war, keine Abstossung erfährt.

Die Leydener Flasche (Fig. 464 und 465) ist ein Condensator mit gleichem Isolator und gleichen Belegungen wie die Franklin'sche Tafel, aber von anderer Form. Die Flasche ist von aussen und von innen mit

Fig. 463.



Fig. 464.



Fig. 465.



Stanniol beklebt; der obere Rand der Flasche ist aber frei gelassen und gefirnisst. Um die innere Belegung bequem mit einer Elektricitätsquelle in Berührung bringen zu können, erhebt sich vom Boden der Flasche ein dicker Metalldraht, der oben mit einem Knopfe versehen ist. Mehrere Flaschen, deren innere Belegungen unter einander und deren äussere Belegungen ebenfalls unter einander verbunden sind, nennt man eine elektrische Batterie. Eine Batterie von *n* Flaschen gleicher Grösse wirkt ebenso wie eine Flasche von *n*facher Grösse.

§. 273.

Die Entladung. — Die Entladung der Franklin'schen Tafel oder Leydener Flasche kann man entweder allmälig oder plötzlich bewirken. In dem ersten Falle leitet man abwechselnd die eine und dann die andere Belegung zur Erde ab. Da eine der beiden Belegungen immer einen Ueberschuss an freier Elektricität besitzt, so wird diese durch die Verbindung mit der Erde fortgeführt. Wendet man das genannte Verfahren auf eine Franklin'sche Tafel an, welche auf beiden Seiten Hollundermarkkugeln trägt, so werden die Kugeln abwechselnd von den Belegungen, die gerade freie Elektricität besitzen, abgestossen.

Eine plötzliche Entladung erhält man dadurch, dass man die äussere und die innere Belegung durch einen Leiter verbindet. Wenn man dem Knopfe einer geladenen Flasche einen mit der äusseren Belegung ver-

bundenen Leiter vorsichtig nähert, so treten beide Elektricitäten bei einem gewissen von der Stärke der Ladung abhängigen Abstande unter Bildung des elektrischen Funkens durch die Luft zu einander über. Dieser Vorgang, welcher mit einem knisternden Geräusche verbunden ist, wird Entladungsschlag, und der Abstand, in welchem die Entladung vor sich geht, die Schlagweite genannt.

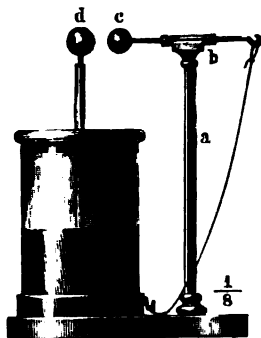
Die Schlagweite ist bei derselben Batterie und demselben trennenden Medium der Dichtigkeit der Elektricität proportional. Die Schlagweite wächst aber mit der Verdünnung des Gases und ist für verschiedene Gase nicht gleich (in Wasserstoff z. B. grösser als in Luft). Die Natur des Schliessungsbogens hat auf die Schlagweite keinen Einfluss, wohl aber auf die Stärke des sich bildenden Funkens; je geringer der elektrische Widerstand des Bogens ist, um so kräftiger wird der Funke. Durch die Entladung in der Schlagweite tritt keine vollständige Entladung ein; vermindert man nach dem ersten Funken die Schlagweite, so kann man noch weitere Entladungsfunken erhalten, ein Beweis, dass noch ein Rückstand an Elektricität vorhanden war. Die Dauer der Entladung, obwohl eine sehr kurze, ist doch eine messbare. Beobachtet man den Entladungsfunken in einem rotirenden Spiegel, dessen Rotationsaxe der Funkenrichtung parallel ist, so findet man, dass der Funke nicht continuirlich zusammenhängt, sondern aus einer Anzahl auf einander folgender und getrennter Lichterscheinungen besteht. Aus der Breite des Spiegelbildes und der Umdrehungsgeschwindigkeit des Spiegels lässt sich die Dauer der Entladung berechnen. Es hat sich gezeigt, dass diese Dauer von dem elektrischen Widerstande des Schliessungsbogens abhängt, und zwar wird die Dauer um so grösser, je grösser der Widerstand ist; die Werthe, welche erhalten wurden, lagen zwischen 0,001 und 0,00004 Secunde. Wählt man einen rein metallischen, sehr kurzen Schliessungsbogen von geringem Widerstande, so treten oscillirende Entladungen auf, d. h. nach dem ersten Ausgleich haben beide Ladungen für eine kurze Zeit ihre Vorzeichen gewechselt und erst nachdem diese sich ausgeglichen haben, tritt wieder eine Ladung und ein neuer Ausgleich in gewöhnlichem Sinne ein. Die entgegengesetzte Ladung entsteht dadurch, dass ein Theil der Elektricitäten über den Punkt der Ausgleichung hinausgeht. Die wechselnden Richtungen der Entladungen kann man an der Farbe der Austrittsstelle der Elektricität erkennen.

§. 274.

Die Maassflasche von Lane. — Diese Flasche dient zur Messung von Elektricitätsmengen. Neben einer Leydener Flasche (Fig. 466) ist ein Stab *a* vertical befestigt; derselbe trägt oben eine Hülse *b* mit einem verschiebbaren Messingstab. Das eine Ende des letzteren ist mit einer Kugel *c* versehen, während das andere Ende mit der äusseren Belegung der Flasche in leitender Verbindung ist. Wird die Flasche geladen, so springt ein Funke zwischen *d* und *c* über, sobald die Ladung eine gewisse Grösse, welche von dem Abstand der beiden Kugeln abhängt, erreicht hat.

Um mit der Maassflasche die Ladung einer zu ladenden Batterie zu messen, verbindet man die äussere Belegung der Batterie, welche man isolirt hat, mit der inneren Belegung der Maassflasche; die äussere Belegung der Flasche führt man zur Erde ab. Wird nun der inneren Belegung der Batterie Elektricität zugeführt, so strömt die gleichnamige Elektricität der äusseren Belegung in die Maassflasche und bewirkt deren Ladung. Sind die Kugeln der Flasche einander nahe, so folgt bald eine Entladung der Flasche; sie wird dann von Neuem geladen und bei gleicher Ladung wieder entladen. Die Anzahl der Entladungen der Maassflasche ist ein Maass für die Menge der von der äusseren Belegung der Batterie fortgegangenen Elektricität und folglich auch ein Maass für die Stärke der Ladung, welche die Batterie erhalten hat.

Fig. 466.



Ebenso kann man auch die Ergiebigkeit einer Elektrisirmaschine durch die Maassflasche prüfen, indem man den Conductor der Maschine mit der inneren Belegung der Flasche verbindet und die Zahl der Entladungen bestimmt, welche bei einer bestimmten Rotationsgeschwindigkeit der Maschine in einer gewissen Zeit eintreten.

§. 275.

Wirkungen der Entladung. — In dem Schliessungsbogen der Batterie zeigt die Entladung der Elektricität ausser der Wärmewirkung, welche stets eintritt, auch noch je nach der Natur des Schliessungskreises chemische, physiologische, mechanische oder Lichtwirkungen. Alle diese Wirkungen der Entladung können als eine Arbeit betrachtet werden, welche durch die sich ausgleichende Elektricität geleistet wird. Die Summe der Arbeiten, welche eine mit der gleichen Elektricitätsmenge geladene Batterie zu leisten im Stande ist, ist constant; nur die Form, in welcher die Arbeit geleistet wird, hängt von der Natur des Schliessungsbogens ab. Nennt man die in der Batterie vorhandene Elektricitätsmenge E, die metallische Oberfläche der Batterie O, so ist die bei der Entladung geleistete Arbeit gleich

$$a \cdot \frac{E^2}{O},$$

wo a einen Zahlenfactor bezeichnet, dessen Grösse von dem Abstande der Belegungen abhängt.

1. Wärmewirkungen. — Wird in einem Schliessungsbogen bei der Entladung nur eine Wärmewirkung erzeugt, so wird die ganze von der Entladung geleistete Arbeit in Wärme umgesetzt und die entwickelte Wärmemenge ist daher dem Quadrate der Elektricitätsmenge direct und der Oberfläche umgekehrt proportional. Werden ausser der Wärmewirkung noch eine oder mehrere andere Wirkungen hervorgebracht, so wird die entwickelte Wärmemenge um so viel kleiner, als der Wärme-

werth der durch die anderen Wirkungen geleisteten Arbeiten beträgt. Die Temperaturerhöhung der einzelnen Theile des Schliessungsbogens hängt von der Natur und den Dimensionen dieser und der übrigen Theile ab; dieselbe ist in demselben Schliessungsbogen für gleiche Theile, die an verschiedenen Stellen des Bogens sich befinden, gleich gross. Bei gleicher Beschaffenheit des Schliessungsbogens ist die Temperaturerhöhung eines Drahtes der vierten Potenz des Radius umgekehrt proportional, so dass mit Abnahme des Radius die Temperaturerhöhung sehr stark wächst.

Chemische Wirkungen. — Eine Entladung durch einen chemisch zusammengesetzten Körper bewirkt eine Zersetzung desselben; so wird Wasser in Wasserstoff uud Sauerstoff zerlegt. Es ist indessen nicht rathsam, die Entladung einer Leydener Flasche zu derartigen Zersetzungen zu benutzen, weil wegen der Heftigkeit der die Entladung begleitenden Erschütterung leicht die Gefässe zertrümmert werden. Wenn man zwei in Wasser oder in verdünnte Säure getauchte Platinspitzen in leitende Verbindung einerseits mit dem Conductor, andererseits mit dem Reibzeuge einer Elektrisirmaschine setzt, so kommt selbst bei der raschesten Drehung der Maschine keine merkliche Spannung zu Stande, weil die erzeugte Elektricität schnell durch die Flüssigkeit sich vereinigen kann; man bemerkt aber deutlich eine schwache Gasentwickelung an den Platinspitzen.

Entzündliche Gemenge von Gasen oder Dämpfen werden durch den Funken verbunden; bei dem in der Gasanalyse benutzten Eudiometer wird hiervon eine Anwendung gemacht.

Physiologische Wirkungen. — Geht der Entladungsstrom durch den Körper, so fühlt man im Momente der Entladung eine Erschütterung, die sich am stärksten in den Gelenken kundgiebt. Die Heftigkeit der Erschütterung hängt von der Stärke der Entladung ab; starke Entladungen sind gefährlich, indem sie Lähmungen und sogar den Tod herbeiführen können.

Mechanische Wirkungen. — Von den mancherlei Arten derselben mögen folgende Erwähnung finden. Bringt man an eine Elektricitätsquelle eine Spitze, so wird, wie früher schon gezeigt wurde, die Dichtigkeit der Elektricität an der Spitze so gross, dass sie ausströmt. Gleichzeitig entsteht ein Luftstrom, welcher von der Spitze ausgeht; die Lufttheilchen, welche mit der Spitze in Berührung kommen, werden nämlich gleichnamig elektrisch und daher von der Spitze abgestossen. Man kann diesen Luftstrom leicht durch eine Lichtflamme nachweisen, welche man in die Nähe der Spitze hält. — Lässt man in einem geschlossenen Gefässe einen kräftigen Funken zwischen zwei Metallknöpfen überspringen, so wird die auf dem Wege des Funkens liegende Luft so stark verdrängt und gleichzeitig erwärmt, dass das Gefäss sehr häufig zerschmettert wird.

Eine durch einen dünnen Draht gehende starke Entladung bewirkt an mehreren Stellen des Drahtes Knickungen und Biegungen. Wird die Entladung noch stärker, so tritt ein Glühen und schliesslich ein Zerstäuben des Drahtes ein. — Ein Kartenblatt wird durch den Entladungsstrom durchlöchert und zeigt nach beiden Seiten aufgeworfene Ränder. —

Sind die beiden Kugeln, zwischen denen der Funke überspringt, von verschiedenem Metall, so sieht man nach einer Reihe von Entladungen auf jeder Kugel kleine Theile des anderen Metalles, ein Beweis, dass durch die Entladung feste Theile losgerissen und übergeführt werden.

Lichtwirkungen. — Die Farbe des Funkens hängt von den Metallen, zwischen denen derselbe überspringt, und von dem Gase ab, durch welches der Funke hindurchgeht. Wie Kirchhoff gezeigt, sind die hellen Streifen, welche das Spectrum des Funkens zeigt, die gleichen, wie sie eine Flamme liefert, in welcher ein Salz jenes Metalles glüht, zwischen welchen der Funke übergeht. Hierin liegt der Beweis, dass durch den Funken Metalltheilchen verflüchtigt werden und dass das Glühen dieser Theilchen die charakteristische Färbung des Funkens verursacht. Wegen der weiteren Betrachtungen verweisen wir auf die Spectralanalyse. In gasverdünnten Räumen nehmen die Lichterscheinungen des Funkens viel bedeutendere Dimensionen an und sind die elektrischen Funken in diesen besonders geeignet, um die Spectra der Gase zu untersuchen.

Es mögen hier auch die Lichtenberg'schen Figuren kurz besprochen werden. Lässt man auf eine isolirende Platte von Harz oder Hartgummi von dem Knopf einer geladenen Leydener Flasche Elektricität übergehen, so ordnet sich ein Pulver, mit welchem man die Platte bestreut, in bestimmter Form an und zwar in verschiedener Art, je nachdem die Elektricität positiv oder negativ ist. Bei positiver Elektricität besteht die Figur aus zahlreichen Strahlen, welche von dem durch den Funken getroffenen Punkte ausgehen; bei negativer Elektricität entsteht ein abgerundeter Fleck, dessen Ausdehnung aber bedeutend kleiner ist, als bei der positiven Figur. — Die besprochenen Figuren stellen die Gestalt dar, welche die Elektricität bei ihrer Ausbreitung besass. Die einzelnen Theilchen des Pulvers haften nämlich an jenen Stellen des Isolators, an welchen die grösste Menge Elektricität sich vorfindet. Die letztere ist durch die von dem Funken ausgehende elektrische Luft herbeigeführt, und da in luftverdünnten Räumen die Elektricität sich weiter ausbreitet, so wachsen in diesen die Dimensionen der Figuren.

G a l v a n i s m u s.

§. 276.

Stellt man eine metallische Verbindung zwischen zwei verschiedenen Metallen, z. B. Kupfer und Eisen, her, und bringt man das eine Metall mit dem Muskel, das andere mit dem Nerv eines Froschschenkels in Berührung, so zuckt der Muskel jedesmal, so oft die Berührung stattfindet. Diese Entdeckung wurde im Jahre 1789 von G a l v a n i gemacht. Während G a l v a n i die Ursache dieser Erregung in dem Froschschenkel erblickte, zeigte V o l t a, dass dieselbe in der Berührung der beiden verschiedenen Metalle gelegen und dass auch ohne einen Froschschenkel diese Erregung nachweisbar sei.

Fig. 467.



Fig. 467 zeigt ein Goldblattelektroskop, auf welches oben eine Kupferplatte aufgeschraubt ist. Stellt man mit einer isolirenden Handhabe eine Zinkplatte auf die Kupferplatte und hebt erstere ab, so zeigt das Elektroskop durch eine schwache Divergenz der Blättchen Elektricität an. Eine Untersuchung zeigt, dass die Elektricität negativ ist. Vertauscht man die beiden Platten in der Art, dass die Zinkplatte auf das Elektroskop geschraubt wird, und macht man dann den gleichen Versuch, so zeigt das Elektroskop nach dem Abheben der Kupferplatte positive Elektricität. D i e s e V e r s u c h e b e w e i s e n, d a s s b e i d e r B e r ü h r u n g e i n e r K u p f e r- u n d Z i n k p l a t t e e r s t e r e n e g a t i v, l e t z t e r e p o s i t i v e l e k t r i s c h w i r d. So lange die beiden Platten in Berührung sind,

besitzt jede von ihnen nur eine äusserst geringe Menge freier Elektricität, indem die entgegengesetzten Elektricitäten durch ihre Anziehung sich gegenseitig binden; erst nach der Trennung der beiden Platten verbreiten sich die Elektricitäten über die ganze Oberfläche. Die Kraft, welche die Trennung der Elektricitäten bei der Berührung bewirkt hat, und welche man die elektromotorische Kraft nennt, ist auch die Ursache, weshalb die getrennten Elektricitäten, obwohl sie in zwei sich berührenden Leitern ihren Sitz haben, sich nicht vereinigen. Man bezeichnet die elektromotorische Kraft zwischen zwei Körpern dadurch, dass man zwischen ihre Namen oder ihre chemischen Zeichen einen verticalen Strich setzt; die elektromotorische Kraft zwischen Zink und Kupfer wird daher durch Zn | Cu dargestellt.

Werden zwei isolirte Metallplatten verschiedener Natur mit einander in Berührung gebracht, so erhalten beide Platten in Folge der bei der Berührung auftretenden elektromotorischen Kraft ein dem absoluten Werthe nach gleiches Potential. Das Potential der einen Platte ist aber positiv, das der anderen negativ. Bezeichnet man daher das eine Potential mit $+E$, so ist das andere Potential $-E$. Die Differenz der beiden Potentiale $\{E-(-E)\} = 2E$ ist nur abhängig von der Natur der sich berührenden Metalle; die Gestalt und Grösse der Metalle ist ohne Einfluss.

Bewirkt man durch Zu- oder Abfuhr von Elektricität, dass das Potential der einen Platte geändert wird, so ändert sich auch das Potential der anderen Platte um die gleiche Grösse, so dass die Differenz der beiden Potentiale ungeändert bleibt. Wird also das eine Potential $(E+a)$, so wird das andere Potential $(-E+a)$. Ist z. B.:

$$-E+a=0,$$

so ist das Potential der anderen Platte

$$E+a=2E.$$

Verbindet man daher eine Platte mit der Erde, wodurch ihr Potential gleich Null wird, so wächst das Potential der anderen Platte auf den doppelten Werth.

§. 277.

Leiter erster Classe. Spannungsreihe. — Man theilt die Leiter der Elektricität in zwei Classen; die erste Classe umfasst jene Körper, welche die Elektricität leiten, ohne eine chemische Veränderung zu erfahren, die zweite Classe dagegen jene, welche die Elektricitätsleitung mit einer chemischen Zersetzung begleiten. Leiter erster Classe sind alle Metalle und einige andere feste Körper; Leiter zweiter Classe sind die meisten Flüssigkeiten, besonders Säuren und Lösungen von Salzen.

Untersucht man das Verhalten der Leiter erster Classe bei ihrer gegenseitigen Berührung, so kann man dieselben in eine Reihe von solcher Beschaffenheit anordnen, dass jeder folgende Leiter negativ elektrisch wird, wenn er mit einem vorhergehenden in Berührung kommt; man nennt diese Reihe die Spannungsreihe. Die zuerst von Volta aufgestellte Reihe war folgende:

Zink, Blei, Zinn, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Kohle, Graphit, Braunstein.

Es wird daher Zink immer positiv elektrisch, wenn es mit einem der folgenden Metalle, welches negativ wird, in Berührung kommt. Zinn wird negativ elektrisch bei Berührung mit Zink oder Blei, positiv dagegen bei Berührung mit einem der anderen Metalle.

Die Spannungsreihe giebt ferner in quantitaver Beziehung folgendes Gesetz an, welches ebenfalls von Volta aufgestellt wurde: Die elektromotorische Kraft oder die Potentialdifferenz zwischen zwei Gliedern der Spannungsreihe ist gleich der Summe der elektromotorischen Kräfte oder der Potentialdifferenzen aller zwischenliegenden Glieder der Reihe.

Es ist z. B.:

$$\mathrm{Zn} \mid \mathrm{Cu} = \mathrm{Zn} \mid \mathrm{Pb} + \mathrm{Pb} \mid \mathrm{Sn} + \mathrm{Sn} \mid \mathrm{Fe} + \mathrm{Fe} \mid \mathrm{Cu}.$$

Die elektromotorische Kraft resp. die Potentialdifferenz zweier Körper $a \mid b$ wird positiv gesetzt, wenn bei der Berührung von a mit b der erste Körper a positiv elektrisch wird. Ist daher $a \mid b = + e$, so ist $b \mid a = - e$. In dem obigen Beispiele sind sämmtliche Potentialdifferenzen positiv, und man sieht, dass die Summe der Potentialdifferenzen der ganzen Combination nur abhängt von der Potentialdifferenz der beiden Endglieder. Dies gilt auch dann noch, wenn nicht alle Potentialdifferenzen der Combination in gleichem Sinne z. B. positiv auftreten, und man hat daher allgemein den Satz: Die algebraische Summe aller einzelnen Potentialdifferenzen einer Combination sich berührender Metalle ist gleich der Potentialdifferenz der Endglieder.

Hat man daher eine Reihe von Metallen Zn, $a_1, a_2, \ldots a_n$, Cu, welche in Berührung sind, so ist die Potentialdifferenz dieser Combination gleich:

$$\mathrm{Zn} \mid a_1 + a_1 \mid a_2 + a_2 \mid a_3 + \ldots a_n \mid \mathrm{Cu} = \mathrm{Zn} \mid \mathrm{Cu}.$$

Aus dem Satze folgt, dass in einer Metallcombination die Summe der Potentialdifferenzen gleich Null wird, wenn die beiden Endglieder aus dem gleichen Metall bestehen.

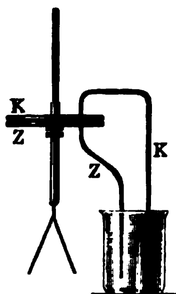
Dass die Potentialdifferenz oder elektromotorische Kraft einer Reihe nur von den Endgliedern derselben abhängt, kann man durch den Apparat Fig. 467 nachweisen. Es möge die Kupferplatte, welche an das Goldblattelektroskop geschraubt ist, auf ihrer oberen Fläche mit einer dünnen Firnissschicht überzogen sein. Setzt man dann die Zinkplatte auf die Kupferplatte, so stellt das Ganze einen Condensator dar, in welchem die Firnissschicht der Isolator ist. Hebt man die Zinkplatte ab, so zeigt das Elektroskop keine Divergenz der Blättchen. Verbindet man aber durch einen Kupferdraht die beiden Platten während ihrer Berührung, so tritt in der Berührungsstelle des Kupferdrahtes mit der Zinkplatte eine Potentialdifferenz Zn | Cu auf und diese bewirkt, dass auf der Kupferplatte negative, auf der Zinkplatte positive Elektricität sich ansammelt. Die erstere wird an der Divergenz der Goldblättchen wahrgenommen, sobald man nach Fortnahme des verbindenden Drahtes die Zinkplatte von dem Condensator abhebt. Es ist nun für die Grösse der Divergenz der Goldblättchen ganz gleichgültig, durch welche Metallcombination man

den oben genannten verbindenden Kupferdraht ersetzt, ob man statt desselben einen Eisendraht oder einen Silberdraht nimmt, oder endlich einen Draht anwendet, der aus einzelnen Stücken verschiedener Metalle besteht. Hierin liegt der Nachweis, dass die Zwischenglieder ohne Einfluss auf die gesammte elektromotorische Kraft einer Reihe von Metallen sind.

§. 278.

Leiter zweiter Classe. — Die Leiter zweiter Classe lassen sich nicht in die im vorigen Paragraphen betrachtete Spannungsreihe einfügen. Um dies für Wasser zu beweisen, tauche man einen Kupferdraht K neben einem Zinkdraht Z (Fig. 468) in ein Gefäss mit Wasser, so dass sie sich nicht berühren. Das obere Ende des Kupferdrahtes werde mit der Kupferplatte, das obere Ende des Zinkdrahtes mit der Zinkplatte des Goldblattcondensators verbunden. Wenn nun das Wasser eine Stellung in der Spannungsreihe einnehmen könnte, so müsste in dem Condensator eine Ladung erfolgen, welche gleich derjenigen wäre, welche erhalten wird, wenn beide Platten durch einen Metalldraht mit einander verbunden wären, und es müsste die Zinkplatte positiv, die Kupferplatte negativ elektrisch werden. Es tritt aber gerade das Entgegengesetzte ein; die Zinkplatte wird negativ, die Kupferplatte positiv geladen. Da die beiden Metalle bei diesem Versuche in keiner unmittelbaren Berührung zu einander stehen, so folgt, dass die erhaltene Ladung in der doppelten Einwirkung des Kupfers und des Zinks auf das Wasser begründet ist.

Fig. 468.



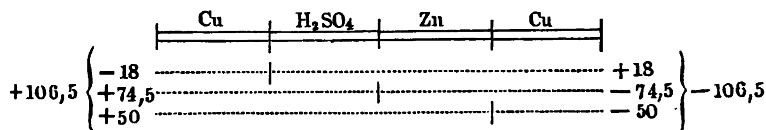
Um die Art der Einwirkung eines einzigen Metalles auf eine Flüssigkeit zu prüfen, bedient man sich eines Condensators, dessen Collectorplatte aus dem betreffenden Metalle verfertigt und welche auf einem empfindlichen Elektroskope befestigt ist. Als Deckelplatte dient eine möglichst dünne, geschliffene und unten gefirnisste Glasscheibe, auf deren obere reine Fläche die Flüssigkeit entweder unmittelbar oder mittelst Löschpapier ausgebreitet wird. Die Verbindung stellt man durch einen Draht des betreffenden Metalles her. In dieser Art hat man gefunden, dass Zink bei der Berührung mit Wasser und wässerigen Lösungen stets negativ elektrisch wird; ebenso wird auch Kupfer durch Wasser negativ elektrisch, aber viel schwächer als Zink.

§. 279.

Fortsetzung. Entstehung des Stromes. — Da die Flüssigkeiten sich nicht in die Spannungsreihe der Metalle einfügen, so wird eine Combination, welche aus zwei verschiedenen Metallen und einer Flüssigkeit besteht, eine von Null verschiedene Summe der Potentialdiffe-

renzen auch dann besitzen, wenn die Endglieder gleich sind. Es bestehe die Combination aus Kupfer, verdünnter Schwefelsäure, Zink und Kupfer (Fig. 469), welche sich gegenseitig berühren.

Fig. 469.



Die an den Berührungsstellen eintretenden Potentialdifferenzen sind folgende, wenn man Zn | Cu = 100 setzt.

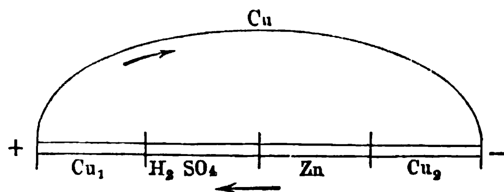
Cu	H_2SO_4	=	− 36
H_2SO_4	Zn	=	+ 149
Zn	Cu	=	100
Summe	=	213.

Die Summe der Potentialdifferenzen ist daher gleich 213.

Würde nur die erste Potentialdifferenz vorhanden sein, so würde Cu negativ (— 18), H_2SO_4 positiv elektrisch (+ 18) werden. Diese letztere Elektricitätsmenge schreitet nach rechts durch Zink und Kupfer fort, so dass das Kupfer rechts positiv elektrisch (+ 18) wird. In gleicher Weise verhalten sich die übrigen Potentialdifferenzen und daher ist in Folge des Zusammenwirkens der drei elektromotorischen Kräfte das Potential auf dem Kupfer links + 106,5, auf dem Kupfer rechts — 106,5.

Verbindet man nun die beiden Kupferenden der Combination durch einen Kupferdraht (Fig. 470), so sucht sich die vorhandene Potentialdifferenz auszugleichen, indem die positive Elektricität von Cu_1 nach Cu_2 und die negative in umgekehrter Richtung durch den Draht sich bewegt. Die

Fig. 470.



elektromotorische Kraft der Combination sorgt aber durch Ersatz der abfliessenden Elektricitäten dafür, dass die Potentialdifferenz der Enden bestehen bleibt. In Folge dessen findet in dem Verbindungsdrahte nicht eine *einmalige* Ausgleichung der Potentialdifferenz statt, sondern es tritt vielmehr eine dauernde Bewegung der Elektricitäten ein. *Diese Bewegung nennt man den elektrischen oder galvanischen Strom*, und die Elektricitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Drahtes geht, bedingt die *Stärke* des Stromes.

Die Richtung des Stromes bezeichnet man nach der Richtung, welche die positive Elektricität nimmt. Da diese durch den Draht von Cu_1 nach

Cu_2 und in der Combination von Cu_2 nach Cu_1 sich bewegt, so ist die Richtung des Stromes mit der angegebenen identisch.

Es lässt sich leicht zeigen, dass es für die Grösse der Potentialdifferenz oder der elektromotorischen Kraft ohne Bedeutung ist, wenn man das Metall Cu_2 und den verbindenden Kupferdraht durch zwei beliebige andere Metalle a_1 und a_2 ersetzt (siehe Fig. 471). Die Summe der Potentialdifferenzen der Combination ist gleich:

$$Cu \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid Zn + Zn \mid a_1 + a_1 \mid a_2 + a_2 \mid Cu = E.$$

Da nun nach dem Gesetze der Spannungsreihe

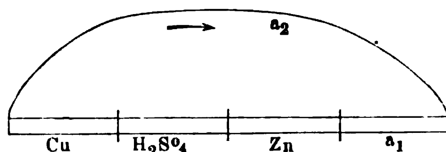
$$Zn \mid a_1 + a_1 \mid a_2 + a_2 \mid Cu = Zn \mid Cu,$$

so ist

$$E = Cu \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid Zn + Zn \mid Cu.$$

Die Grösse E ist daher unabhängig von den Metallen a_1 und a_2. Zur Charakterisirung der besprochenen Combination, welche man ein galvanisches Element nennt, genügt es daher, die drei dieselbe zusammen-

Fig. 471.



setzenden Körper Cu, H_2SO_4, Zn anzugeben. Dasjenige Ende, von welchem aus die positive Elektricität durch den verbindenden Leiter hindurchgeht, nennt man den positiven, das andere Ende den negativen Pol des Elementes. Bei dem vorgeführten Elemente ist Cu der positive, Zn der negative Pol. Sind beide Pole isolirt, so ist das Potential auf beiden entgegengesetzt gleich.

In dem Verbindungsdraht der beiden Pole nimmt das Potential von dem positiven Werthe allmälig bis zu dem negativen ab. Ist der Draht überall von gleicher Beschaffenheit, so ist die Abnahme des Potentials eine gleichförmige. Bezeichnet man daher die Potentiale an beliebigen Stellen des Drahtes mit V_1, V_2, V_3 ... und ist ferner die Drahtlänge zwischen V_1 und V_2 gleich $l_{1,2}$, zwischen V_2 und V_3 gleich $l_{2,3}, \ldots$, so ist

$$\frac{V_1 - V_2}{l_{1,2}} = \frac{V_2 - V_3}{l_{2,3}} = \ldots$$

Dieses constante Verhältniss bezeichnet man als das Gefälle des Stromes.

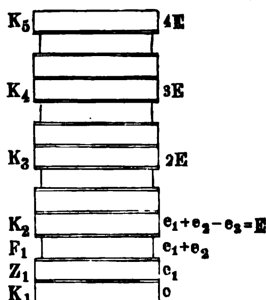
Man sieht aus der vorstehenden Betrachtung über die Entstehung des Stromes, dass ein galvanisches Element nicht aus weniger als drei ungleichartigen Leitern bestehen kann, von denen wenigstens einer ein Leiter zweiter Classe sein muss. Ein galvanisches Element kann aber auch aus zwei Leitern zweiter und einem Leiter erster Classe, und selbst aus drei Leitern zweiter mit Ausschluss von solchen erster Classe hergestellt

werden. Sollen zwei oder mehrere Flüssigkeiten in einem galvanischen Elemente verwandt werden, so muss man dieselben, um ihre Vermischung zu verzögern, durch poröse Wände, welche den Durchtritt des elektrischen Stromes gestatten, von einander trennen, z. B. durch thierische Blase oder durch porösen Thon.

§. 280.

Volta'sche Säule. — Volta baute die nach ihm benannte Säule in folgender Art auf. Auf eine Kupferplatte K_1 wurde eine Zinkplatte Z_1, auf diese eine mit angesäuertem Wasser getränkte Tuchscheibe F_1 gelegt und dann in derselben Reihenfolge fortgefahren, wie dies Fig. 472 darstellt. Wird die Potentialdifferenz

Fig. 472.



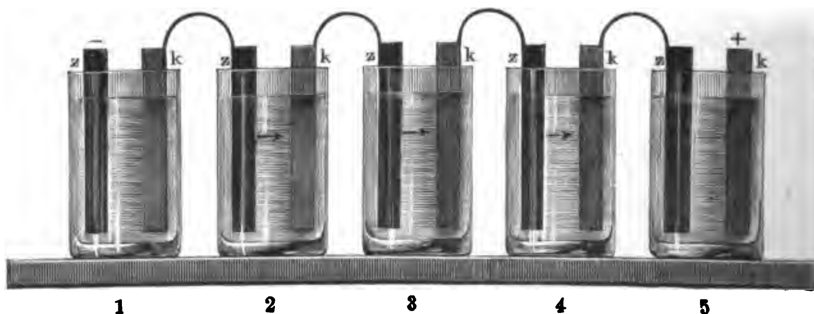
$$
\begin{aligned}
&\text{Zink} \mid \text{Kupfer} &&= e_1\\
&\text{Flüssigkeit} \mid \text{Zink} &&= e_2\\
&\text{Kupfer} \mid \text{Flüssigkeit} &&= -e_3\\
&\text{und } e_1 + e_2 - e_3 &&= E
\end{aligned}
$$

gesetzt, so ist, wenn die untere Kupferplatte abgeleitet wird, die elektrische Vertheilung durch die Angaben der Figur dargestellt. Die Potentialdifferenz der höchsten und tiefsten Platte ist gleich $4E$. Wäre die untere Platte nicht abgeleitet, so wäre die Potentialdifferenz doch dieselbe, weil dann K_5 das Potential $+ 2E$, und K_1 das Potential $- 2E$ besässe.

Volta nahm irrthümlicher Weise an, dass die feuchten Tuchscheiben seiner Säule elektrisch unwirksam seien, oder dass nach den von uns gewählten Zeichen $e_2 - e_3 = 0$ sei.

Werden die beiden Endplatten der Säule leitend mit einander verbunden, so nennt man die Säule geschlossen, im anderen Falle geöffnet.

Fig. 473.



In dem angegebenen Beispiele würde bei geschlossener Säule der (positive) Strom durch die Leitung von K_5 nach K_1 gehen. Die elektromotorische

Kraft der Säule ist gleich der elektromotorischen Kraft eines Elementes multiplicirt mit der Anzahl der Elemente.

Zur Erleichterung des Zusammenstellens der Säule wendet man statt der von Volta benutzen feuchten Tuchscheiben einzelne Gläser an, welche mit der Flüssigkeit theilweise gefüllt sind.

Jedes Glas (Fig. 473) enthält verdünnte Schwefelsäure und ausserdem je eine Platte von Zink und Kupfer, welche sich nicht berühren. Je zwei Platten von Kuper und Zink, welche in verschiedenen Gläsern neben einander stehen, werden mit einander verbunden. Verbindet man den Zinkpol links mit dem Kupferpol, rechts durch einen Draht, so geht der Strom im Drahte vom Kupfer zum Zink und in jedem Glase (durch die Flüssigkeit) vom Zink zum Kupfer.

§. 281.

Trockene Säule. — Diese wird gewöhnlich aus runden Scheiben von unechtem Gold- und Silberpapier zusammengestellt. Die Scheiben werden so auf einander gelegt, dass sämmtliche Silberbelegungen nach der einen, sämmtliche Goldblättchen nach der anderen Seite gerichtet sind. Da das unechte Silber aus Zink und Zinn, das unechte Gold aus Kupferbronze besteht, so kann man die trockene Säule als eine Volta'sche Säule betrachten, in welcher die feuchten Tuchscheiben durch Papier ersetzt sind. Wegen der geringen Dicke der einzelnen Blättchen kann man leicht eine Säule von 1000 und mehr Paaren darstellen, ohne grosse Dimensionen zu erhalten. Die Pole einer solchen Säule besitzen wegen der grossen Zahl ihrer Elemente eine verhältnissmässig bedeutende elektrische Dichtigkeit, wie man sich leicht mit Hülfe des Goldblattelektroskops überzeugen kann.

Die trockene Säule findet besonders Anwendung zur Construction eines Elektroskops von sehr grosser Empfindlichkeit. Dieses Instrument, das Säulenelektroskop (Fig. 474), besteht aus einer trockenen Säule von etwa 1000 Paaren, welche in einem gefirnissten Glascylinder eingeschlossen und in horizontaler Lage befestigt sind. Der Cylinder ist an beiden Enden mit Metallkappen, welche mit den Polen der Säule in leitender Verbindung stehen, geschlossen. Von den Metallkappen gehen zwei Drähte *c* und *f* aus und führen die Elektricität der Pole zu den Platten *a* und *g*. Zwischen diesen schwebt ein langer, schmaler Streifen Goldblatt, der wie bei anderen Elektroskopen in einer Glasglocke an dem unteren Ende eines isolirten Drahtes hängt, dessen oberes aus der Glocke hervortretendes Ende eine Metallkugel trägt. Haben beide Platten *a* und *g* entgegengesetzt gleiche Potentiale, so befindet sich das Goldblatt in der Mitte von

Fig. 474.



a und *g* im Gleichgewicht. Die geringste Menge Elektricität, welche dem Goldblatt mitgetheilt wird, stört dieses Gleichgewicht, weil Abstossung von der gleichartig elektrischen Scheibe, Anziehung von der anderen ungleichartig elektrischen Scheibe stattfindet.

In Betreff der Wirksamkeit der trockenen Säule ist indess zu bemerken, dass nothwendig ein Leiter zweiter Classe in derselben sich befinden muss, wenn eine Anhäufung entgegengesetzter Elektricitäten auf den Polen vorhanden sein soll. Würde die Säule absolut trocken sein, so wäre ihre Wirkung gleich Null. Das Papier der Säule ist indess nicht vollkommen trocken, und dadurch ist die Wirksamkeit der Säule bedingt.

§. 282.

Galvanische Elemente. — Ausser dem bereits besprochenen Elemente, welches aus Kupfer, Zink und verdünnter Schwefelsäure besteht, sind noch eine grosse Anzahl anderer Elemente construirt worden, von denen einige hier angeführt werden. Die erste Gruppe der Elemente enthält nur eine, die letzte dagegen zwei Flüssigkeiten, welche gewöhnlich durch Thoncylinder von einander getrennt sind.

I. Elemente mit einer Flüssigkeit.

Negativer Pol	Positiver Pol	Flüssigkeit	Name des Entdeckers
Zink	Platinirtes Silber	Verdünnte Schwefelsäure	Smee
"	Kohle	doppelt chromsaures Kali mit verdünnter Schwefelsäure	Bunsen
"	Gemisch von Braunstein und Kohle	Salmiaklösung	Leclanché

II. Elemente mit zwei Flüssigkeiten.

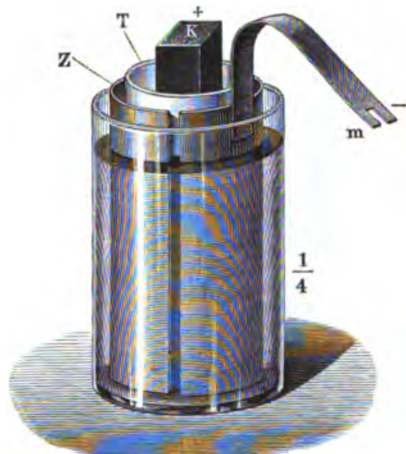
Negativer Pol	Flüssigkeit	Positiver Pol	Flüssigkeit	Name des Entdeckers
Zink	Verdünnte Schwefelsäure	Kupfer	Kupfervitriollösung	Daniell
"	Bittersalzlösung	"	"	Meidinger
"	Verdünnte Schwefelsäure	Platin	Salpetersäure	Grove
"	"	Kohle	"	Bunsen

Das Bunsen'sche Chromsäurelement wird vielfach in der nebenstehenden Form (Fig. 475) angewandt. In diesem Flaschenelemente kann die Zinkplatte Z durch den Messingstab a aus der Lösung gezogen werden, um das Element ausser Thätigkeit zu setzen. Ein Liter der Lösung wird

Fig. 475.



Fig. 475 a.



dadurch erhalten, dass man 76,5 g Kaliumbichromat in 0,083 Liter Schwefelsäure und 0,92 Liter Wasser löst.

In den Elementen mit zwei Flüssigkeiten wird die Trennung derselben, wie erwähnt, gewöhnlich durch eine Thonzelle bewirkt.

Fig. 475 b.

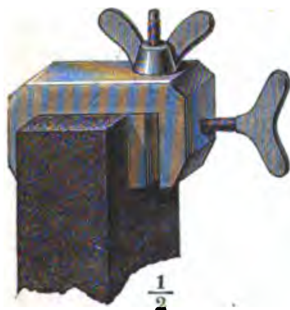


Fig. 475 a stellt das Bunsen'sche Element dar. In dem Glasgefässe steht zunächst ein Zinkcylinder, an welchen ein Draht gelöthet ist, dann folgt die Thonzelle, und in dieser steht das Kohlenprisma. Der Thoncylinder ist mit Salpetersäure, das Glasgefäss mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt. Fig. 475 b zeigt die Verbindung des Kohlenprismas mit einer Metallfassung.

Bei dem Elemente von Meidinger, Fig. 476 a. f. S., ist die Thonzelle vermieden und die Trennung der beiden Flüssigkeiten wird nur durch das grössere specifische Gewicht der Kupfervitriollösung bewirkt.

In dem grösseren Glasgefässe steht unten zunächst ein kleineres Gefäss von Glas und in diesem ein Kupfercylinder, an welchen ein mit isolirender Guttapercha umwundener Draht, der oben links herausragt, befestigt ist. Ein Zinkcylinder, ebenfalls mit einem herausragenden Draht, steht in dem oberen weiteren Theile des grösseren Glasgefässes. Endlich schliesst ein Glasballon, dessen conische offene Spitze nach unten zeigt, das ganze Element. Das Element wird mit einer Lösung von 1 Thl. Bittersalz in 7 Thln. Wasser zu etwa $^3/_4$ seines Raumes gefüllt.

Der Ballon, mit Kupfervitriolstücken und darauf ganz mit Wasser gefüllt, wird durch einen Pfropfen, welcher ein kleines Glasröhrchen aufnimmt, geschlossen und dann in das Element eingesetzt. Indem concentrirte Kupfervitriollösung aus dem Ballon austritt, verdrängt diese von unten die verdünnte Bittersalzlösung des Elementes, so dass der Kupfercylinder von der Kupferlösung nach einiger Zeit umgeben ist.

Fig. 476.



§. 283.

Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom. — Oersted[1]) entdeckte im Jahre 1820, dass eine horizontal schwingende Magnetnadel ihre Nord-Südrichtung verlässt, wenn ein galvanischer Strom in der Nähe derselben vorbeigeführt wird. Die Richtung der Ablenkung ist eine verschiedene, je nachdem die Nadel über oder unter dem stromleitenden Drahte sich befindet und ist ferner von der Richtung des Stromes bedingt. Ampère hat für die Ablenkungsrichtung folgende Regel aufgestellt: Man denke sich in dem vom Strome durchflossenen Leiter in der Richtung des Stromes schwimmend, das Gesicht der Nadel zugewandt, so wird der Nordpol der Nadel nach links abgelenkt.

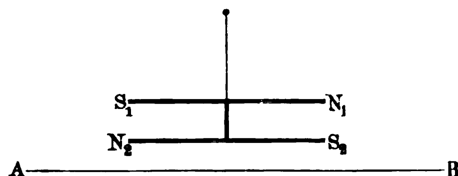
Wenn ein langer Draht genau senkrecht gegen die Ebene des magnetischen Meridians (also horizontal und in der Richtung vom magnetischen Osten zum magnetischen Westen) gestellt wird, und der Strom denselben von Osten nach Westen durcheilt, so wird die darüber schwebende Nadel nicht abgelenkt; die Schwingungsdauer der Nadel wird aber verkürzt. Bei umgekehrter Stromesrichtung tritt auch keine Ablenkung der Nadel ein, es wächst aber die Schwingungszeit, und zwar bei zunehmender Stromstärke bis zur vollständigen Ueberwindung des Einflusses des Erdmagnetismus. Ist dieser Punkt erreicht, so dreht sich bei wachsender Stromstärke die Nadel um 180°. Aus diesem Verhalten folgt, dass die magnetische Kraft, welche der Draht gegen die Pole der Nadel äussert, in einer Ebene wirkt, die senkrecht steht zur Längsrichtung des Drahtes.

Ein Nadelpaar, welches magnetisch, gleichzeitig aber unabhängig vom Erdmagnetismus ist, muss daher in jedem Falle senkrecht zur Längsrichtung eines horizontalen geradlinigen Stromleiters gestellt werden. Diese Folgerung wird durch den Versuch bestätigt. Zwei gleiche Nadeln $S_1 N_1$ und $S_2 N_2$ seien derartig fest mit einander verbunden, dass ihre Pole entgegengesetzt gerichtet sind; in diesem Falle wird der Erdmagnetismus keine richtende Kraft auf das Nadelsystem ausüben können,

[1]) Oersted, Gilbert's Annalen 66 (1820).

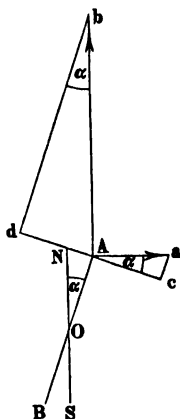
dasselbe wird vielmehr in jeder Lage im Gleichgewichte sein. Wird dann durch den Leiter *AB*, Fig. 477, ein Strom geleitet, so stellt sich die Nadel so, dass die durch sie gelegte Ebene senkrecht zu *AB* steht.

Fig. 477.



Die Grösse der Ablenkung, welche eine Nadel durch denselben Draht erfährt, der nach einander von verschiedenen Strömen durchflossen wird, ist verschieden. Die Beziehung zwischen der ablenkenden Kraft eines Stromes und dem Ablenkungswinkel der Nadel ergiebt sich in folgender Weise. Sei *NS* (Fig. 478) die Ruhelage der Nadel, auf welche nur der Erdmagnetismus wirkt. Durch einen Strom, welcher in der Richtung von *N* nach *S* über die Nadel geführt wird, werde die Nadel um den Winkel α abgelenkt, so dass sie die Lage *AB* einnehme. Es halten sich dann die Drehungsmomente, welche auf die Nadel wirken und welche einerseits vom Erdmagnetismus, andererseits von dem Strome herrühren, das Gleichgewicht. Die Kraft, welche vom Erdmagnetismus herrührt, ist parallel *SN*; sie werde durch *Ab* dargestellt. Zerlegt man *Ab* in zwei Componenten, senkrecht und parallel zu *AB*, nämlich in *Ad* und *db*, so stellt

Fig. 478.



$$Ad = Ab \cdot \sin \alpha$$

denjenigen Theil der erdmagnetischen Kraft dar, welche drehend auf die Nadel wirkt. Die Kraft, welche vom Strome herrührt, ist senkrecht zu *SN*; sie werde durch *Aa* dargestellt. Zerlegt man *Aa* ebenfalls in zwei Componenten, die senkrecht und parallel zu *AB* sind, nämlich in *ca* und *Ac*, so stellt

$$Ac = Aa \cdot \cos \alpha$$

denjenigen Theil der magnetischen Kraft des Stromes dar, welche drehend auf die Nadel wirkt. Ist die Nadel, wie vorausgesetzt wurde, im Gleichgewicht, so ist

$$Ad = Ac$$

oder

$$Ab \cdot \sin \alpha = Aa \cdot \cos \alpha$$

daher

$$Aa = Ab \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = Ab \cdot \operatorname{tang} \alpha.$$

Die erdmagnetische Kraft *M* ist gleich dem Producte aus der horizontalen Intensität *T* des Erdmagnetismus und dem magnetischen Momente *m* der Nadel. Daher $Ab = T \cdot m$.

Die magnetische Kraft *Aa* des Stromes ist proportional der Stärke *J* des Stromes und dem magnetischen Momente der Nadel. Daher *Aa*

$= J \,.\, m \,.\, C$, wo C eine Constante ist, deren Grösse von der Entfernung des Stromes von der Nadel und von der Einheit abhängt, in welcher die Stromstärke S gemessen wird. Man hat also:

$$J \,.\, m \,.\, C = T \,.\, m \,.\, tang\, \alpha$$

oder

$$J = \frac{T}{C} \cdot tang\, \alpha.$$

Lässt man daher durch den gleichen Draht, der eine unveränderliche Lage gegenüber der Nadel beibehält, nach einander zwei Ströme fliessen, welche die Ablenkungen α_1 resp. α_2 hervorbringen, so hat man für die Stromstärken J_1 und J_2 die Beziehung:

$$J_1 : J_2 = tang\, \alpha_1 : tang\, \alpha_2$$

oder: Die Stromstärken verhalten sich zu einander, wie die Tangenten der Ablenkungswinkel.

§. 284.

Galvanometer, Tangentenbussole, Sinusbussole. — Jede Vorrichtung, welche benutzt werden kann, um die Existenz eines galvanischen Stromes durch seine Einwirkung auf eine Magnetnadel zu erkennen, oder die Stärke des Stromes zu messen, wird Galvanometer genannt. Eine besondere Art der Galvanometer führt den Namen Tangentenbussole, deren Construction auf dem im vorigen Paragraphen abgeleiteten Gesetze beruht. Ein kreisförmig gebogener Kupferstreifen *o*, Fig. 479, endigt in den Stücken *ab* und *cd*, welche von einander isolirt sind. Bei *b* und *d* befinden sich zwei Klemmschrauben zur Aufnahme der Zuleitungsdräthe. In der Mitte des Kreises befindet sich die Magnetnadel, deren Ablenkung beobachtet werden soll. Damit die Tangenten der Ablenkungswinkel proportional der Stärke der Ströme seien, welche durch den Kupferstreifen gehen, darf die Länge der Nadel höchstens ein Fünftel vom Durchmesser des Kupferringes sein; nur in diesem Falle bleibt nämlich die Resultirende der magnetischen Kräfte des Ringes bei den verschiedenen Stellungen der um den Mittelpunkt schwingenden Nadel nahezu unveränderlich. Würde nun einer so kleinen Nadel entsprechend ein Theilkreis unterhalb der Nadel angebracht, so würde die Genauigkeit der Ablesung nur eine geringe sein können. Man verbindet daher mit der Nadel einen Glasfaden oder einen Streifen Aluminium von grösserer Länge und beobachtet die Stellung dieser auf einem grösseren Theilkreise.

Bei der Beobachtung wird zunächst die Ebene des Kupferringes in die Ebene des magnetischen Meridians eingestellt; zu diesem Zwecke ist der Ring in dem Dreifuss drehbar. Die Kreistheilung ist so angebracht, dass, wenn die Nadel auf Null zeigt, der Kupferring in den magnetischen Meridian fällt. Wird nach dieser Einstellung ein Strom durch den Ring geleitet, so wird, je nach der Richtung des Stromes, die Nadel um den Winkel α nach rechts oder links abgelenkt. Man beobachtet beide Ab-

lenkungen, indem man die Stromrichtung umkehrt, und berechnet den Mittelwerth beider Ablesungen.

Die Empfindlichkeit der Tangentenbussole ist umgekehrt proportional dem Halbmesser des Ringes. — Es beruht dies darauf, dass einerseits die wirksame Kraft direct proportional der wirksamen Ringelemente, d. h. dem Umfange des Ringes ist, und dass

Fig. 479.



andererseits die Kraft umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung eines jeden Ringelementes von den Magnetpolen ist. Die Empfindlichkeit ist daher:

$$a \cdot \frac{2 r \pi}{r^2} = \frac{a \cdot 2 \pi}{r},$$

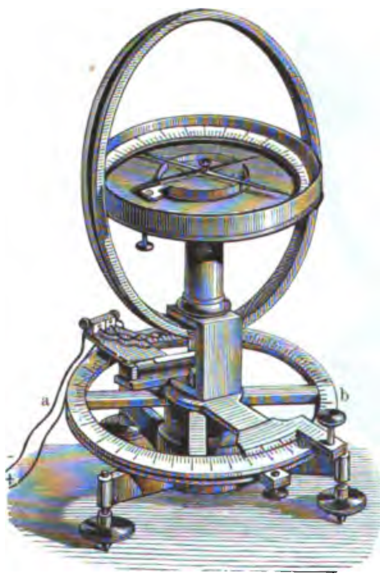
wenn r den Ringhalbmesser und a eine Constante bezeichnet.

Um die Empfindlichkeit der Tangentenbussole zu vergrössern, wendet man anstatt eines Kupferringes häufig mehrere Drahtwindungen an,

welche isolirt von einander in Kreisform um die Nadel gelegt sind. Die Grösse der ablenkenden Kraft ist nahezu proportional der Anzahl der Windungen; es ist dies nicht genau der Fall, weil nicht alle Windungen in gleichem Abstande und in gleicher Lage von der Nadel sich befinden.

Eine grössere Genauigkeit als die Tangentenbussole gewährt die Sinusbussole, welche in Fig. 479 a abgebildet ist. Während bei der Tangentenbussole die Drahtwindungen im magnetischen Meridian verbleiben, wird bei der Sinusbussole die Ebene der Drahtwindungen der abgelenkten Nadel so weit nachgedreht, bis die Nadel in diese Ebene fällt. Der Winkel, um welchen die Drahtwindungen gedreht sind, wird an dem unteren Theilkreise *ab* abgelesen: derselbe sei gleich β. Da in diesem Falle die ablenkende Kraft des Stromes vollständig zur Geltung kommt, die ablenkende Kraft des Erdmagnetismus aber, wie früher, dem Sinus des Ablenkungswinkels β proportional ist, so ist die Stromstärke J:

Fig. 479 a.



$$J = B \,.\, \sin \beta,$$

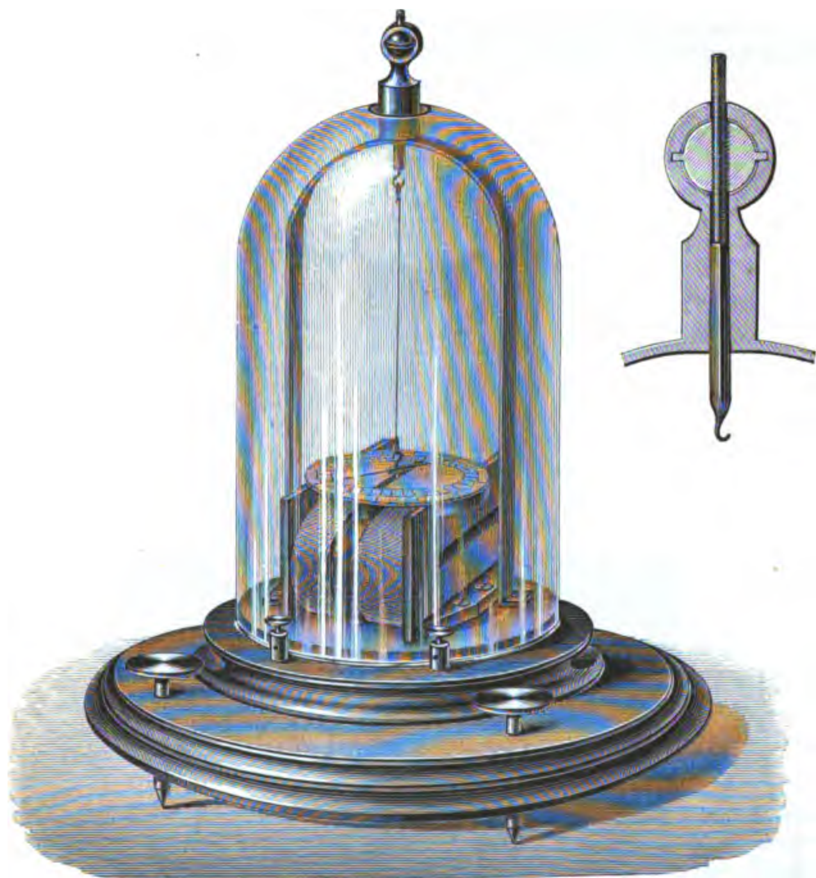
wo B eine Constante bezeichnet. Da bei diesem Instrumente die Stromstärken dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional sind, so führt dasselbe den Namen Sinusbussole.

Beide eben besprochenen Apparate, die Tangenten- und die Sinusbussole, können nicht dazu dienen, sehr schwache Ströme zu messen, da die Ablenkungen in diesem Falle entweder gar nicht sichtbar oder so klein werden, dass sie einer Messung nicht zugänglich sind. Man verbindet daher mit der Magnetnadel einen kleinen Spiegel und wendet die in §. 187 erwähnte Spiegelmethode an, welche sehr kleine Winkel mit grosser Genauigkeit zu messen gestattet; ausserdem wird die Anzahl der Windungen beträchtlich vermehrt. Apparate dieser Art nennt man Spiegelgalvanometer. Die Empfindlichkeit derselben wird häufig noch dadurch vermehrt, dass man ober- oder unterhalb der Nadel einen grösseren Magneten fest anbringt, welcher eine entgegengesetzt richtende Kraft auf die Nadel ausübt, wie der Erdmagnetismus.

Handelt es sich bei schwachen Strömen um eine geringere Genauigkeit, so benutzt man den Multiplicator, welcher in Fig. 480 abgebildet ist. Derselbe besitzt eine Doppelnadel, deren Pole entgegengesetzt gerichtet sind, und welche nahezu astatisch ist (in der Figur ist nur eine Nadel sichtbar). Auf zwei Rahmen, welche in der Mitte einen horizontalen Schlitz haben, sind zahlreiche Windungen eines mit Seide übersponnenen

Kupferdrahtes gewickelt, durch welche der Strom geführt wird. Die eine (nicht sichtbare Nadel) schwingt zwischen den Windungen, die andere

Fig. 480.



darüber, so dass der Strom auf beide in gleichem Sinne wirken muss. Die Stärke der durch einen Multiplicator gesendeten Ströme entspricht nur bei kleineren Ablenkungen den Tangenten der Ablenkungsbogen.

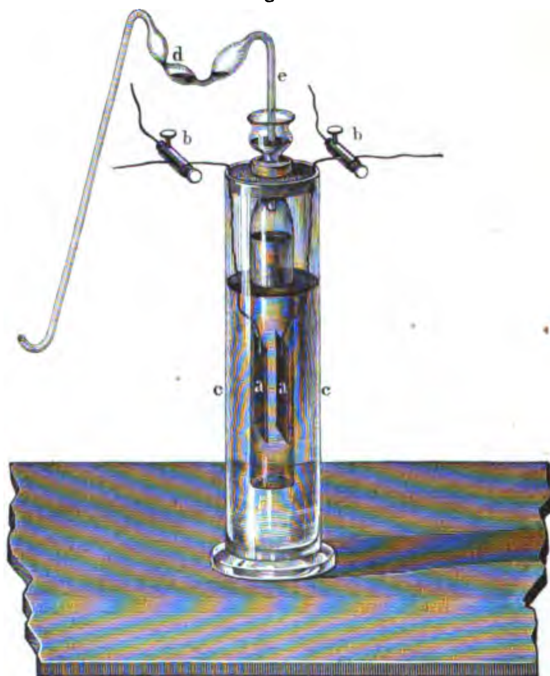
§. 285.

Einheit der Stromstärke nach chemischem Maasse. — Bringt man an zwei Platinbleche, welche getrennt von einander in mit Schwefelsäure angesäuertem Wasser stehen, zwei Drähte an, die zu den Polen einer Batterie führen, so tritt in Folge des Durchganges des galvanischen Stromes durch das Wasser eine Zersetzung desselben ein, indem an dem einen Platinbleche Sauerstoff, an dem anderen Wasserstoff aus-

geschieden wird. Fig. 481 stellt einen Apparat dar, **Voltameter** genannt, welcher dazu dient, die an den Blechen *aa* sich entwickelnden Gase (*H* und *O*) zu sammeln und durch die Röhre *ed* in dem in Fig. 482 abgebildeten Gefässe aufzufangen.

Schaltet man gleichzeitig mit dem angegebenen Apparate eine Tangentenbussole in den Stromkreis ein und beobachtet man die Ablenkung α

Fig. 481.



der Nadel und die in einer bestimmten Zeit, z. B. in einer Minute, entwickelte Menge Knallgas, deren Volumen, auf 0° und 760 mm Quecksilberdruck reducirt, gleich *a* ccm sei, so erhält man in dem Quotienten

$$\frac{tang\ a}{\alpha}$$

eine für die Bussole charakteristische Grösse. Aendert man nämlich die Stromstärke, so ändert sich sowohl *a* als auch α, der oben angegebene Quotient bleibt aber unveränderlich. Dies beweist, dass die in gleichen Zeiten von verschiedenen Strömen entwickelten Knallgasmengen direct proportional den Tangenten der Ablenkungswinkel sind, welche diese Ströme an einer Tangentenbussole hervorbringen. Ebenso wie die Stromstärke der Tangente des Ablenkungswinkels proportional ist, ist sie daher auch der entwickelten Knallgasmenge proportional. Man ist übereingekommen, jenem Strome die Stärke 1 in chemischem Maasse zuzuschreiben, welcher in einer Minute 1 ccm Knallgas von (0° und 760 mm Druck) liefert.

Nach diesem Maasse hat daher ein Strom, welcher in einer Minute a ccm Knallgas liefert, die Stromstärke

$$J = a.$$

War gleichzeitig eine Tangentenbussole eingeschaltet und ist der Ablenkungswinkel α beobachtet, so ist die Stromstärke nach §. 283

Fig. 482.



$$J = \frac{T}{C} \, tang\, \alpha.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$a = \frac{T}{C} \, tang\, \alpha$$

oder

$$\frac{T}{C} = \frac{a}{tang\, \alpha} = R.$$

Diesen Quotienten R, welcher für die benutzte Bussole charakteristisch ist, nennt man den Reductionsfactor derselben. Ist R einmal bestimmt, so liefert die Gleichung

$$J_1 = R \, . \, tang\, \alpha_1:$$

die Stärke J_1 des Stromes, welcher die Ablenkung α_1 hervorbringt, in chemischem Maasse.

Beispiel: Voltameter und Tangentenbussole seien gleichzeitig eingeschaltet. In einer Minute werde $a = 12{,}3$ ccm Knallgas entwickelt, und es werde der Ablenkungswinkel $\alpha = 15^0\, 30'$ beobachtet. Der Reductionsfactor R der Bussole ist daher

$$R = \frac{12{,}3}{tang\ 15^0\ 30'} = 44{,}35.$$

Wird mit der gleichen Bussole in einem anderen Falle der Ablenkungswinkel $\alpha_1 = 25^0$ beobachtet, so ist die Stärke J_1 des durch die Bussole fliessenden Stromes:

$$J_1 = 44{,}35 \, . \, tang\, 25^0 = 20{,}68$$

in chemischem Maasse.

§. 286.

Ohm'sches Gesetz. — Verbindet man die Pole eines Elementes mit den Klemmschrauben einer Tangentenbussole, so beobachtet man einen gewissen Ablenkungswinkel, durch welchen die Stärke des Stromes berechnet werden kann. Zwingt man nun den Strom eine längere Leitung zu durchfliessen, indem man noch weitere Leiter in den Stromlauf einschaltet, so wird die Stärke des Stromes geringer, wie sich aus dem ver-

kleinerten Ablenkungswinkel der Bussole ergiebt. Hieraus geht hervor, dass die Stärke des Stromes nicht bloss von der elektromotorischen Kraft des Elementes abhängt, sondern auch von dem Wege, welchen der Strom zu durchlaufen hat. Es beruht dies darauf, dass jeder Körper der sich in ihm bewegenden Elektricität einen Widerstand entgegensetzt, welcher von der Elektricität zu überwinden ist. Je grösser der Widerstand ist, um so mehr wird die Stärke des Stromes geschwächt. Die Beziehung, welche zwischen der elektromotorischen Kraft, die den Strom erzeugt, dem Widerstande, den der Strom überwindet, und der durch beide bedingten Stromstärke besteht, wurde von Ohm aufgestellt und lautet: Die Stromstärke J ist direct proportional der elektromotorischen Kraft E und umgekehrt proportional dem Widerstande W:

$$J = \frac{E}{W} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Es ist hier zu bemerken, dass W den gesammten Widerstand darstellt, der in dem Stromkreise sich findet. Es setzt sich daher W zusammen aus dem Widerstande der Leitung und dem Widerstande des Elementes selbst. Letzteren nennt man den inneren, ersteren den äusseren Widerstand. Sind mehrere elektromotorische Kräfte in dem Stromkreise wirksam, so ist die Intensität des Stromes:

$$J = \frac{\Sigma E}{\Sigma W},$$

wo ΣE die Summe sämmtlicher elektromotorischer Kräfte und ΣW die Summe sämmtlicher in dem ganzen Stromkreise vorhandenen Widerstände bezeichnet.

Betrachtet man nicht den ganzen Stromkreis, sondern bloss Stücke desselben, so ist die Intensität des Stromes schon durch den Widerstand eines jeden Stückes und die Potentialdifferenz an dessen Enden bestimmt. Hat das Potential an beliebigen Stellen des Stromleiters die Werthe V_1, V_2, V_3 . . . und ist der Widerstand des Stückes zwischen V_1 und V_2 gleich w_1, jener zwischen V_2 und V_3 gleich w_2 . . ., so ist, da die Stromintensität überall denselben Werth hat,

$$J = \frac{V_1 - V_2}{w_1} = \frac{V_2 - V_3}{w_2} = \dots$$

Schreibt man diese Gleichungen in der Form:

$$\begin{aligned} J \,.\, w_1 &= V_1 - V_2 \\ J \,.\, w_2 &= V_2 - V_3 \\ \vdots \quad & \quad \vdots \end{aligned}$$

so erhält man durch Addition:

$$J(w_1 + w_2 + \cdots) = (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + \dots$$

Diese Gleichung liefert das Ohm'sche Gesetz, wenn man dieselbe auf den ganzen Stromkreis ausdehnt; denn die rechte Seite der Gleichung stellt alsdann die elektromotorische Kraft und die linke das Product aus der Stromstärke in die Summe der Widerstände dar.

Der Widerstand eines Leiters hängt von seiner Natur, seinen Dimensionen und seiner Temperatur ab. Als Einheit des Widerstandes wird nach dem Vorschlage von Siemens der Widerstand angenommen, den eine Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt bei der Temperatur 0° darbietet. Sind die beiden Einheiten der Stromstärke (in chemischem Maasse) und des Widerstandes (nach Siemens) festgestellt, so liefert das Ohm'sche Gesetz die Einheit der elektromotorischen Kraft. In der obigen Gleichung wird $E = 1$, wenn $J = 1$ und $W = 1$ ist. Diejenige elektromotorische Kraft ist daher gleich 1, welche bei der Einheit des Widerstandes die Einheit der Stromstärke erzeugt.

§. 287.

Leitungswiderstand. — Der Widerstand w eines Leiters ist direct proportional seiner Länge l und umgekehrt proportional seinem Querschnitte q; es ist daher

$$w = a \cdot \frac{l}{q}.$$

Die Grösse a hängt von der Natur des Leiters ab. Wird l in Metern und q in Quadratmillimetern bestimmt, so ist nach der im vorigen Paragraphen gegebenen Definition der Einheit des Widerstandes die Grösse a für Quecksilber gleich 1. Man nennt a den specifischen Leitungswiderstand; derselbe giebt für einen bestimmten Leiter an, wie viel mal der Widerstand dieses Leiters grösser ist, als der Widerstand einer Quecksilbersäule, welche die gleichen Dimensionen wie der Leiter hat.

Den reciproken Werth von a nennt man das specifische Leitungsvermögen $K = \frac{1}{a}$.

Die Leitungsfähigkeit L eines Leiters ist gleich dem reciproken Werthe seines Widerstandes; es ist daher:

$$L = \frac{1}{w} = \frac{1}{a} \cdot \frac{q}{l} = \frac{K \cdot q}{l}.$$

In der folgenden Tabelle sind die Werthe des specifischen Leitungsvermögens für einige Metalle zusammengestellt.

Specifisches Leitungsvermögen, bezogen auf Quecksilber = 1

Quecksilber	1	Platin	7	Aluminium	32
Wismuth	0,8	Eisen	8	Gold	41
Antimon	2,0	Zinn	8	Kupfer	54
Neusilber	4,0	Messing	13	Silber	64
Blei	4,6	Zink	15		

Mit wachsender Temperatur nimmt bei den Metallen und überhaupt bei den Leitern erster Classe das Leitungsvermögen ab. Diese Abnahme ist für alle Metalle nahezu gleich gross und wird durch die Formel

$$K_t = K_0 \, (1 - 0{,}0037 \, . \, t)$$

dargestellt.

Das Leitungsvermögen der Metalllegirungen lässt sich nur selten aus den Bestandtheilen berechnen. Das Leitungsvermögen einer Legirung aus gleichen Volumen Silber und Gold ist z. B. gleich 9,3. Berechnet man aber das Leitungsvermögen nach Verhältniss der Volume in der Legirung aus jenem der Bestandtheile (64 und 41), so erhält man 52,5. Nur bei den Legirungen, welche zwei der Metalle Blei, Zinn, Cadmium und Zink enthalten, stimmt das nach den Volumen der Bestandtheile berechnete Leitungsvermögen mit dem beobachteten überein. Bei allen anderen Legirungen ist das beobachtete Leitungsvermögen stets kleiner als das berechnete und häufig auch kleiner als das Leitungsvermögen eines jeden Bestandtheiles.

Das Leitungsvermögen der Leiter zweiter Classe ist viel geringer als jenes der Leiter erster Classe. Ferner übt die Temperatur auf diese gerade den entgegengesetzten Einfluss aus, wie auf jene: Das Leitungsvermögen der Leiter zweiter Classe wird mit wachsender Temperatur grösser. Dieses Wachsen ist viel stärker, als bei den Leitern erster Classe die Abnahme; so wird z. B. das Leitungsvermögen einer 24,9 procentigen Kochsalzlösung durch folgende Formel:

$$K_t = 0{,}00001254\,(1 + 0{,}0307\,t + 0{,}000142\,t^2)$$

dargestellt.

Die Lösungen und Mischungen zeigen meistentheils bei einem gewissen Procentsatze ein Maximum des Leitungsvermögens. Im Folgenden sind einige dieser Maximalwerthe zusammengestellt, wie sie von Kohlrausch[1]) und Grotrian bei einer Temperatur von 18⁰ ermittelt wurden.

Flüssigkeit	Procente	Specifisches Gewicht	Leitungsvermögen
HCl	18,3	1,092	0,00007174
HNO_3	29,7	1,185	7330
H_2SO_4	30,4	1,224	6914
$ZnSO_4$	23,7	1,285	0452
$CuSO_4$	18,1	1,208	0440
$C_2H_4O_2$	16,6	1,022	0015

Die Einheit der angegebenen Zahlen für das Leitungsvermögen ist hier ebenfalls die Siemens'sche Quecksilbereinheit.

Auf das Leitungsvermögen der Leiter zweiter Classe werden wir später bei der Elektrolyse nochmals zurückkommen.

§. 288.

Zweigströme, Kirchhoff's Sätze. — Das Element AB sei durch die Leitung $BCDFA$ geschlossen (Fig. 483). Wird dann in den

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 6, 1879.

Punkten C und F ein neuer Leiter, CD_1F, angefügt, so theilt sich der Strom bei C in zwei Theile und durchfliesst beide Zweige D und D_1, um bei F sich wieder zu vereinigen. Die Stromstärke in den Zweigen hängt von dem Widerstande derselben ab. Zur Bestimmung dieser Stromstärken dienen zwei von Kirchhoff[1]) aufgestellte Sätze, die alle hierher gehörigen Aufgaben lösen lassen.

1. Fliesst eine Anzahl von Strömen in einem Punkte zusammen, so ist die algebraische Summe ihrer Stromstärken gleich Null. Die Intensitäten derjenigen Ströme, welche von dem Punkte fortfliessen, sind mit entgegengesetzten Vorzeichen zu versehen, wie die Intensitäten der zu dem Punkte hinfliessenden Ströme. In dem Beispiele, Fig. 484, ist nach diesem Satze: $i_1 - i_2 + i_3 - i_4 + i_5 = 0$.

Die Richtigkeit dieses Satzes ergiebt sich aus folgender Ueberlegung. Wäre der Satz nicht richtig, so müsste entweder mehr Elektricität zu dem Punkte hinfliessen, als von demselben fortfliesst, oder das Umgekehrte müsste eintreten. Beides ist aber nicht möglich; im ersten Falle würde

Fig. 483.

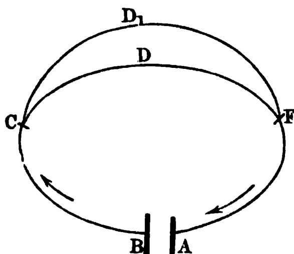
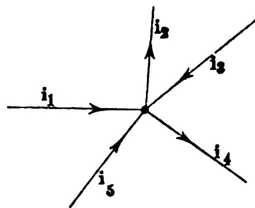


Fig. 484.



eine Anhäufung der Elektricität in dem Punkte stattfinden und in dem zweiten Falle würde man dauernd von dem Punkte Elektricität fortführen, ohne dass ein genügender Ersatz hierfür einträte.

2. In allen Leitern, welche eine geschlossene Figur bilden, ist die Summe der Producte aus der Stromstärke einer jeden Strecke und aus dem Widerstande derselben gleich der Summe der in dem Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte. Laufen die Ströme, wenn man die geschlossene Figur durchschreitet, nach derselben Richtung, so ist das Vorzeichen der Intensitäten positiv zu setzen; ist dies nicht der Fall, so ist die Intensität der entgegengesetzt laufenden Ströme negativ zu setzen.

Es ergiebt sich dieser Satz unmittelbar daraus, dass für jedes Leiterstück die Potentialdifferenz an seinen Enden gleich ist dem Producte aus seiner Stromintensität und seinem Widerstande. Hat man einen einfach geschlossenen Stromkreis, so liefert der obige Satz das Ohm'sche Gesetz, indem

$$J \,.\, W = E$$

wird.

Um die Anwendung der beiden Kirchhoff'schen Sätze zu zeigen, möge die Verzweigung gewählt werden, welche in Fig. 483 schon ab-

[1]) Kirchhoff, Pogg. Ann. 64, 1845; 72, 1847; 75, 1848.

gebildet wurde. Es sei die elektromotorische Kraft des Elementes AB gleich E. Der Widerstand der beiden Zweige von C nach F sei w_1 resp. w_2, der Widerstand des Elementes und der Leitung $CB + FA$ sei gleich W. Die Intensität in dem unverzweigten Theile der Leitung sei J, in den Zweigen i_1 resp. i_2, Fig. 485.

Nun hat man nach dem Satze 1) für den Punkt C:

$$J - i_1 - i_2 = 0 \qquad 1)$$

Nach dem Satze 2) für den Stromkreis $C w_1 F w_2 C$:

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0 \qquad 2)$$

für den Stromkreis $B C w_1 F A$:

$$J W + i_1 w_1 = E \qquad 3)$$

für den Stromkreis $B C w_2 F A$:

$$J W + i_2 w_2 = E \qquad 4)$$

Aus diesen 4 Gleichungen findet man leicht:

$$J = \frac{E (w_1 + w_2)}{W (w_1 + w_2) + w_1 \cdot w_2}$$

$$i_1 = \frac{E w_2}{W (w_1 + w_2) + w_1 \cdot w_2}$$

$$i_2 = \frac{E w_1}{W (w_1 + w_2) + w_1 \cdot w_2}.$$

Aus den beiden letzten Werthen folgt:

$$\frac{i_1}{w_2} = \frac{i_2}{w_1} \text{ oder } i_1 : i_2 = w_2 : w_1,$$

d. h. die Intensitäten i_1 und i_2 der Zweigströme verhalten sich umgekehrt wie die Widerstände dieser Zweige. Würde z. B. der Widerstand w_1

Fig. 485.

Fig. 486.

zehnmal so gross sein als der Widerstand w_2, so würde die Intensität J des unverzweigten Stromes sich so theilen, dass durch w_2 ein zehnmal stärkerer Strom hindurchginge, als durch w_1.

Hat man eine Reihe von Zweigen mit den Widerständen $w_1, w_2, w_3 \ldots$, so kann man diese durch einen einzigen Leiter von einem solchen Widerstande w ersetzen, dass die Intensität J des unverzweigten Stromes die gleiche bleibt, Fig. 486.

Es ist dann

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \cdots$$

Ist z. B. $w_1 = 10$; $w_2 = w_3 = 5$, so würde der Widerstand w gleich 2 sein. Nimmt man daher die Zweige w_1, w_2, w_3 fort und verbindet man C und F durch einen Leiter mit dem Widerstande $w = 2$, so bleibt die Intensität J ungeändert.

§. 289.

Messung des Widerstandes. — In einem geschlossenen Stromkreise ist nach dem Ohm'schen Gesetze die Intensität des Stromes durch

$$J = \frac{E}{W} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

gegeben, wo E die elektromotorische Kraft und W den gesammten Widerstand des Stromes bezeichnet. Schaltet man nun noch einen Widerstand w_1 ein, so erhält man die Stromstärke

$$i_1 = \frac{E}{W + w_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Ist w_1 bekannt, z. B. eine Siemens'sche Quecksilbereinheit, so erhält man aus den beiden Gleichungen 1) und 2)

$$W = \frac{w_1 i_1}{J - i_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Man findet daher den Widerstand W aus zwei Intensitätsmessungen J und i_1. Ersetzt man dann den Widerstand w_1 durch den unbekannten Widerstand w_2, so hat man

$$i_2 = \frac{E}{W + w_2}$$

und daraus

$$w_2 = \frac{W\,(J - i_2)}{i_2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Sobald daher der Widerstand W bekannt ist, lässt sich w_2 nach Gleichung 4) bestimmen.

Die eben beschriebene Methode ist keiner grossen Genauigkeit fähig, weil einerseits für die verschiedenen Intensitätsmessungen eine constante elektromotorische Kraft vorausgesetzt wird und weil andererseits die Intensitätsmessungen selbst nicht mit grosser Genauigkeit ausführbar sind. Von diesen Mängeln ist die von Wheatstone[1]) angegebene Methode frei, indem bei dieser die Beobachtung sich darauf beschränkt, zu constatiren, dass unter einer gewissen Bedingung kein Strom durch einen Leiter hindurchgeht.

---

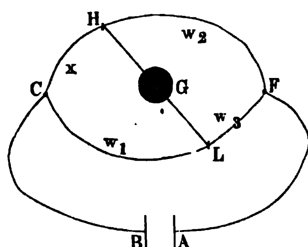
[1]) Wheatstone, Philos. Transactions 1843. Pogg. Ann. 62, 1844.

Das Element AB sei durch die in der Fig. 487 angegebene Leitung geschlossen. Bei C theilte sich die Leitung in die zwei Zweige, welche sich bei F wieder vereinigen. Die Zweige selbst seien durch einen Leiter (die Brücke) HL, in welchem sich ein Galvanometer G befindet, verbunden. Durch diese Brücke HL wird im Allgemeinen ein Strom hindurchgehen, dessen Richtung von den Widerständen der Zweige abhängt. In einem Falle geht durch die Brücke, wie sich aus den Kirchhoff'schen Sätzen ableiten lässt, kein Strom, nämlich dann nicht, wenn die Widerstände in dem Verhältnisse

$$x : w_1 = w_2 : w_3$$

stehen. Kennt man daher die Widerstände w_2 und w_3, und verändert man den Widerstand w_1 so lange, bis durch die Brücke kein Strom mehr hindurchgeht, so liefert die obige Gleichung den gesuchten Widerstand x.

Fig. 487.



Um zu constatiren, dass durch die Brücke HL kein Strom hindurchgeht, ist in dieselbe ein empfindliches Galvanometer, am besten ein Spiegelgalvanometer eingeschaltet. Geht kein Strom durch das Galvanometer, so muss es für die Ruhelage der Nadel gleichgültig sein, ob das Element geschlossen ist oder nicht. Statt eines Galvanometers lässt sich auch ein Telephon anwenden, wenn man Wechselströme benutzt.

Zur Bestimmung des unbekannten Widerstandes x ist ferner erforderlich, dass man den Widerstand w_1 in stetiger Weise ändern könne. Es dient dazu ein Draht, welcher auf eine Rolle gewunden ist, und von dem man genau bestimmbare Längen einschalten kann. Ausser diesem Drahte ist eine Reihe von genau bestimmten Widerständen nothwendig, um grössere Widerstände einzuschalten.

Bei Untersuchung der Flüssigkeiten ist es zur Vermeidung der Polarisation, deren Besprechung später folgt, zweckmässig, Wechselströme anzuwenden, die mit Hülfe eines Inductionsapparates erzeugt werden. Für solche Ströme ist die Benutzung eines Galvanometers ausgeschlossen, weil dasselbe, von schnell sich folgenden entgegengesetzt gerichteten und gleich starken Strömen durchflossen, keine Ablenkung anzeigen kann.

Man benutzt in diesem Falle das Elektrodynamometer oder, was viel einfacher ist, das Telephon. So lange Wechselströme durch das Telephon gehen, hört man einen Ton.

Kohlrausch[1]) hat den zur Untersuchung des Widerstandes der Flüssigkeiten nothwendigen Apparaten folgende zweckmässige und bequeme Form gegeben, Fig. 488. Die Drähte a und b kommen vom Inductionsapparate.

A ist das Gefäss zur Aufnahme der zu untersuchenden Flüssigkeit. Dasselbe besteht aus zwei trichterförmig zulaufenden Bechern, die durch ein Rohr von etwa 100 mm verbunden sind. Die runden plattenförmigen

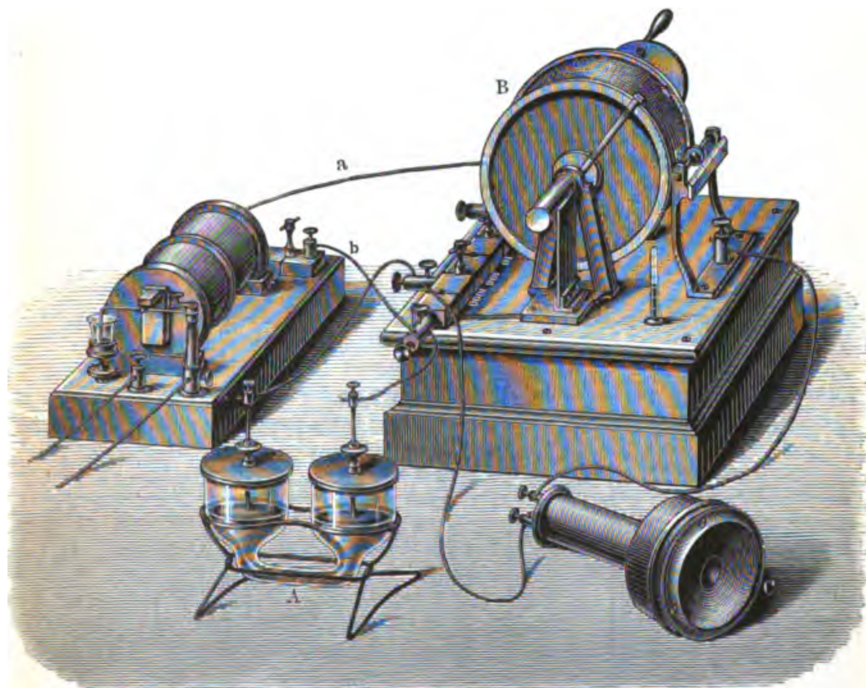
---

[1]) Kohlrausch, Wied. Ann. 11, 1880.

Elektroden von Platin oder platinirtem Silber sind an Stielen befestigt, welche durch die Deckel von Hartkautschuk festgehalten werden.

B ist die Brückenwalze, mittelst welcher der Widerstand der Flüssigkeit so abgeglichen wird, dass durch das Telephon *C* keine Ströme mehr hindurchgehen. Auf der Cylinderfläche der aus Serpentin hergestellten drehbaren Walze ist in zehn Windungen eine Schraubenlinie eingeschnitten, auf welche der neusilberne Messdraht von 3 m Länge aufgewunden ist. Die Enden dieses Drahtes stehen je mit einer messingenen Axe der Walze in Verbindung und von diesen Axen führt je eine Leitung zu den äussersten Kanten des Apparates. Zur Einschaltung verschiedener

Fig. 488.



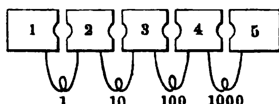
Zweigwiderstände dient das Röllchen *c* von Neusilber, welches auf einem parallel der Walzenaxe stehenden Neusilberstift verschiebbar ist. Auf dem Umfange des Röllchens befindet sich eine kleine Nute, in welche der Draht passt und durch welche das Röllchen gezwungen wird, bei Drehung der Walze dem Drahte nach rechts oder links zu folgen.

In dem hölzernen Fusse des Apparates sind vier zur Vergleichung dienende Widerstände angebracht, deren Grösse = 1, 10, 100, 1000 Quecksilbereinheiten ist. Diese Widerstände sind durch Drahtrollen gebildet, deren Enden zu fünf Messingklötzen führen, die an der oberen linken Seite des Apparates sichtbar sind. Die Messingklötze besitzen kleine Ausschnitte, in welche Messingstöpsel hineinpassen. Fig. 489 (a. f. S.) stellt diese Einrichtung schematisch dar.

Wird keine Oeffnung gestöpselt, so sind alle vier Widerstände eingeschaltet; wird dagegen ein Stöpsel eingesetzt (z. B. zwischen den Klötzen 3 und 4), so wird der betreffende Widerstand (100) ausgeschaltet.

Die Ausführung der Versuche geschieht in folgender Weise. Nach Einfüllung der Flüssigkeit wird das Gefäss A zur Erzielung einer constanten Temperatur in ein Wasserbad gesetzt. Man dreht die Walze so weit, dass das Röllchen c die Mitte des Drahtes berührt. Dann schaltet man von den Widerständen so viel ein, dass der Ton im Telephon möglichst schwach wird; es werde angenommen, dass die Widerstände 1000 + 10 eingeschaltet seien. Hierauf dreht man die Walze so weit, bis der Ton im Telephon verschwindet und liest die Stellung der Walze ab. Diese Ablesung möge die Länge 165 cm für die Drahtlänge links, und 300 — 165 = 135 cm für die Drahtlänge rechts vom Röllchen liefern.

Fig. 489.



Der Widerstand x der in dem Gefässe A befindlichen Flüssigkeit ergiebt sich dann aus der Gleichung:

$$x : 1010 = 165 : 135$$
$$x = 1234,2.$$

Um nun aus diesem Werthe das specifische Leitungsvermögen der Flüssigkeit zu erhalten, muss man die Widerstandscapacität des benutzten Gefässes ermitteln. Dies geschieht dadurch, dass man eine Flüssigkeit von bekanntem Leitungsvermögen einfüllt und deren Widerstand bestimmt. Nach Kohlrausch können dazu folgende Flüssigkeiten benutzt werden, deren Leitungsvermögen genau ermittelt wurde.

	Procent	Specifisches Gewicht	Leitungsvermögen K
Wässerige Schwefelsäure	30,4	1,224	0,00006914 + 0,00000113 (t — 18)
Kochsalzlösung . . .	26,4	1,201	0,00002015 + 0,00000045 (t — 18)
Bittersalzlösung . . .	17,3	1,187	0,00000456 + 0,00000012 (t — 18)
Essigsäure	16,6	1,022	0,000000152 + 0,0000000027 (t + 18)

Zeigt eine von diesen Flüssigkeiten in dem benutzten Gefässe den Widerstand W, so ist die Widerstandscapacität für Quecksilber von 0°

$$\gamma = K . W,$$

wo K aus der obigen Tabelle berechnet wird.

Zeigt eine andere Flüssigkeit in dem gleichen Gefässe den Widerstand x, so ist ihr auf Quecksilber bezogenes Leitungsvermögen

$$K = \frac{\gamma}{x}.$$

Zur Fortführung des Beispiels werde angenommen, Kochsalzlösung zeige bei der Temperatur 18° in dem Gefässe den Widerstand $W = 503$, so ist

$$\gamma = 0,00002015 . 503 = 0,01013$$

und das gesuchte Leitungsvermögen der Flüssigkeit

$$K = \frac{0{,}01013}{1234{,}2} = 0{,}000008208.$$

Es ist einleuchtend, dass die Grösse γ für das Gefäss nur einmal bestimmt zu werden braucht.

§. 290.

Messung des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft eines Elementes. — Was zunächst den Widerstand des Elementes angeht, so ist im vorigen Paragraphen schon eine Methode zur Messung desselben angegeben. Die dortige Gleichung 3)

$$W = \frac{w_1 \; i_1}{J - i_1}$$

liefert den Widerstand W. Dieser setzt sich zusammen aus dem Widerstande des Elementes und dem Widerstande der Leitung + der Tangentenbussole. Hat man letztere für sich ermittelt, so erhält man durch Subtraction den gesuchten Widerstand des Elementes. Die Grösse dieses Widerstandes ist für Elemente, welche aus den gleichen Substanzen bestehen, nicht gleich, sondern wird durch die Gestalt und Grösse des Elementes bedingt; insbesondere ist auch die Dicke des Thoncylinders von Einfluss.

Es lassen sich daher genaue Werthe für den Widerstand der Elemente nicht angeben. Ein gewöhnliches Daniell'sches Element von 12 cm Höhe hat etwa einen Widerstand von 0,7 Quecksilbereinheiten; ein Grove'sches oder Bunsen'sches Element gleicher Grösse nur von 0,1 Einheiten.

Die elektromotorische Kraft E eines Elementes erhält man nach dem Ohm'schen Gesetze aus der Gleichung

$$E = J \, . \, W,$$

wenn man J und W bestimmt. Genauere Resultate erhält man durch Compensationsmethoden, betreffs deren Anwendung auf Specialwerke (insbesondere auf Wiedemann's Galvanismus) verwiesen werde. Man kann das Verhältniss der elektromotorischen Kräfte zweier Elemente auch ermitteln, ohne die Elemente zu schliessen, also den Strom zu Stande kommen zu lassen. Zu dem Zwecke benutzt man das Quadrantelektrometer, durch welches man die Potentialdifferenz der Pole des Elementes bestimmt. Als Vergleichselement benutzt man gewöhnlich das Daniell'sche. Verbindet man den einen Pol dieses Elementes mit einem Quadrantenpaare des Elektrometers, den anderen Pol mit der Erde, so erhält man am Elektrometer einen Ausschlag α_1, welcher der Potentialdifferenz der Pole proportional ist. Alsdann verfährt man in ganz gleicher Weise mit dem zu bestimmenden Elemente und erhält den Ausschlag α_2. Bezeichnet man daher die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes mit D, so ist die gesuchte elektromotorische Kraft E des zweiten Elementes gleich

$$E = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot D.$$

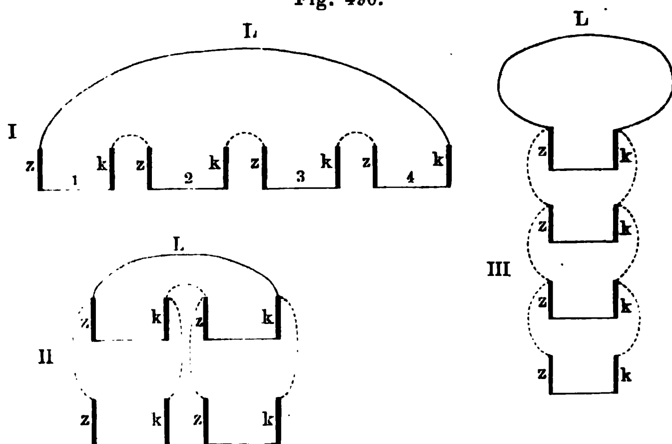
Die Grösse der elektromotorischen Kraft ist von der Grösse und Form des Elementes unabhängig und wird bloss durch die Substanzen bestimmt, aus denen das Element gebildet ist. Rechnet man die Intensität des Stromes nach chemischem Maasse (Cubikcentimeter Knallgas pro Minute), so ist die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes gleich 12,0, die des Bunsen'schen oder Grove'schen Elementes gleich 20,5.

§. 291.

Verbindung mehrerer Elemente. — Will man mehrere Elemente zur Erzeugung eines galvanischen Stromes verwenden, so kann man dieselben in verschiedener Weise mit einander verbinden. Welche von diesen Verbindungen die zweckmässigste ist, d. h. den stärksten Strom liefert, hängt von dem Widerstande der Leitung ab.

Angenommen, es seien 4 Zink-Kohlenelemente gegeben; die elektromotorische Kraft eines jeden Elementes sei E, der Widerstand desselben W; der Widerstand der Leitung sei w. In Fig. 490 ist die Verbindung der

Fig. 490.



Elemente in dreifach verschiedener Weise ausgeführt; die punktirten Linien geben die Verbindungen der Elemente an, die ausgezogene Linie L stellt die Leitung dar. In I ist die Kohle eines jeden Elementes mit dem Zink des folgenden verbunden; man sagt in diesem Falle, die Elemente sind hinter einander verbunden. Da jedes Element für sich wirkt, so ist die gesammte elektromotorische Kraft gleich $4\,E$; der Widerstand der Elemente ist $4\,W$. Daher die Stromstärke:

$$J_1 = \frac{4\,E}{4\,W + w} = \frac{E}{W + \frac{w}{4}}$$

In II bilden je zwei Elemente ein einziges Element doppelter Grösse, indem Z mit Z und K mit K verbunden wurde. Da die elektromotorische

Kraft von der Grösse des Elementes unabhängig ist, so hat die Combination die elektromotorische Kraft $2E$. Der Widerstand des doppelt so grossen Elementes ist aber $\frac{W}{2}$; folglich ist der innere Widerstand der ganzen Combination $2 \cdot \frac{W}{2}$. Die Stromstärke ist

$$J_2 = \frac{2E}{2 \cdot \frac{W}{2} + w} = \frac{E}{\frac{W}{2} + \frac{w}{2}}$$

In III sind die vier Elemente zu einem einzigen verbunden, indem sämmtliche Z einerseits und sämmtliche K andererseits vereinigt sind. Man sagt in diesem Falle, die Elemente sind neben einander verbunden. Die elektromotorische Kraft ist daher E, der innere Widerstand gleich $\frac{W}{4}$, folglich die Stromstärke

$$J_3 = \frac{E}{\frac{W}{4} + w}$$

Welche von den drei Stromstärken die grösste ist, hängt von dem Verhältnisse $\frac{w}{W}$ ab. Ist dieses Verhältniss z. B. gleich 10, so wird

$$J_1 = \frac{E}{W\,.\,3{,}5};\quad J_2 = \frac{E}{W\,.\,5{,}5};\quad J_3 = \frac{E}{W\,.\,10{,}25}.$$

In diesem Falle ist daher J_1 am grössten. Wenn $\frac{w}{W} = 1$ ist, so ist J_2 ein Maximum; und ist $\frac{w}{W} < 1$, so ist J_3 ein Maximum.

Es gilt folgende allgemeine Regel für die Verbindung der Elemente. Bei gegebener Anzahl von Elementen und bei gegebenem Widerstande der Leitung sind die Elemente zur Erzielung der grössten Stromstärke so zu verbinden, dass der innere Widerstand (der Elemente) möglichst nahe gleich wird dem äusseren Widerstande (der Leitung).

Hat man n Elemente, deren jedes den Widerstand W habe, so mögen je x Elemente neben einander verbunden werden. Hierdurch entstehen $\frac{n}{x}$ Elemente von $x$facher Oberfläche; der gesammte innere Widerstand ist also $\frac{n}{x} \cdot \frac{W}{x}$. Dieser soll gleich dem Widerstande der Leitung w sein, also hat man

$$\frac{nW}{x^2} = w$$

oder

$$x = \sqrt{n \cdot \frac{W}{w}}.$$

Ist z. B. $w = 10 \,.\, W$, und ist $n = 30$, so wird $x = \sqrt{3} = 1{,}7$; man hat daher je zwei Elemente *neben einander* zu verbinden und so 15 Elemente von doppelter Oberfläche zu bilden, die *nach einander* verbunden werden.

§. 292.

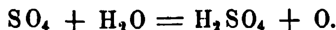
Elektrolyse. Wird durch einen Leiter zweiter Classe ein Strom geleitet, so tritt eine Zersetzung des Leiters ein. Diese elektrisch-chemische Zersetzung unterscheidet sich von anderen chemischen Zerlegungsprocessen dadurch, dass die ausgeschiedenen Bestandtheile an getrennten Stellen auftreten.

Taucht man z. B. zwei Platinstreifen in ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Becherglas, ohne dass die Streifen in Berührung kommen, und verbindet man den einen Streifen mit dem positiven, den anderen mit dem negativen Pole einer Batterie, so erscheint an dem mit dem positiven Pole verbundenen Platin Sauerstoff, an dem anderen Platin Wasserstoff. Dasselbe tritt ein, wenn man die Platinstreifen in zwei von einander getrennte Bechergläser eintaucht, welche mit verdünnter Schwefelsäure angefüllt sind, und welche durch ein ebenfalls mit verdünnter Säure angefülltes Heberrohr in Verbindung gesetzt sind. Nur an der Eintritts- und Austrittsstelle des Stromes, also an den beiden Platinstreifen, treten die Zersetzungsproducte, Wasserstoff und Sauerstoff, auf; die ganze übrige Bahn des Stromes innerhalb der Flüssigkeit bleibt chemisch unverändert.

Man nennt nach *Faraday* die elektrische Zersetzung *Elektrolyse*, und den Körper, welcher zersetzt wird, *Elektrolyt*. Die in den Elektrolyt eingetauchten Pole werden *Elektroden* genannt; die positive Elektrode, durch welche der Strom eintritt, heisst *Anode*, die negative Elektrode, durch welche der Strom austritt, heisst *Kathode*. Die Bestandtheile, in welche der Elektrolyt zerlegt wird, nennt man *Ionen*; der an der Anode sich ausscheidende Bestandtheil heisst *Anion*, der an der Kathode sich ausscheidende *Kation*. Das Verhältniss der Stromstärke zur Oberfläche der Elektrode nennt man die *Stromdichte*.

§. 293.

Die erste elektrische Zersetzung wurde im Jahre 1800 durch *Carlisle* und *Nicholson* entdeckt und zwar jene des Wassers. Indess lässt sich zeigen, dass die Zersetzung des Wassers nicht direct, sondern nur indirect durch den Strom bewirkt wird. Vollkommen reines Wasser wird nämlich nicht durch den Strom zerlegt und leitet daher auch den Strom nicht. Die Zersetzung des mit verdünnter Schwefelsäure angesäuerten Wassers geschieht in folgender Weise. Der Strom zersetzt H_2SO_4, indem H_2 an der negativen Elektrode, und SO_4 an der positiven Elektrode ausgeschieden wird. Da aber SO_4 für sich nicht bestehen kann, so verbindet sich dasselbe unter Ausscheiden von O mit H_2O nach der Gleichung:



$$SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O.$$

Der Erfolg dieser doppelten Wirkung — des Stromes auf H_2SO_4 und des SO_4 auf H_2O — ist der gleiche, wie wenn nur H_2O in H_2 und O zerlegt wäre, indem aus SO_4 sich immer wieder H_2SO_4 bildet.

Aehnlich wie hier verhält es sich bei allen Flüssigkeiten, welche leitend sind und Wasser enthalten. Das Wasser wird niemals durch den Strom selbst zerlegt, sondern nur in Folge secundärer chemischer Processe.

Wenn chemische Verbindungen, die mehr als zwei einfache Bestandtheile enthalten, durch den elektrischen Strom zerlegbar sind, so spalten sie sich doch elektrolytisch immer nur in zwei Theile, von denen einer oder auch beide wieder zusammengesetzt sind, d. h. aus einer Reihe von Atomen bestehen, die durch rein chemische Kräfte mehr oder weniger stark zusammengehalten werden. Jede solche Atomgruppe übernimmt bezüglich ihres elektrischen Verhaltens die Rolle eines Elementes, d. h. sie wandert als Ganzes, je nach ihrer Beschaffenheit, entweder nach der positiven oder nach der negativen Elektrode.

Wählt man die Lösung eines Metallsalzes als Zersetzungsflüssigkeit, z. B. Kupfervitriol oder Zinkvitriol oder salpetersaures Silber oder Eisenchlorür, so wird immer das Metall an der negativen Elektrode ausgeschieden, der übrige Theil des Molecüls an der positiven Elektrode. Der Vorgang ist ähnlich, wenn anstatt der wässerigen Lösung ein geschmolzenes Metallsalz, z. B. geschmolzenes salpetersaures Silber oder Chlorblei der Einwirkung des Stromes unterworfen wird.

Die durch die Elektrolyse zerlegten Körper erleiden häufig chemische Einwirkungen, sei es von Seiten des Lösungsmittels, oder der Elektroden. Ein Beispiel dieser Art wurde bereits bei der Elektrolyse der verdünnten Schwefelsäure hervorgehoben. Die Stromwirkung besteht in der Zerlegung $H_2 - SO_4$; durch chemische Wirkung, also durch einen secundären Process, der durch den Strom selbst gar nicht verursacht wird, wird $SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O$. In ganz gleicher Weise wird eine Lösung von Kupfervitriol zwischen Platinelektroden zerlegt. Die Stromwirkung zerlegt $CuSO_4$ in Cu und SO_4; der secundäre Process ist dann der gleiche wie oben.

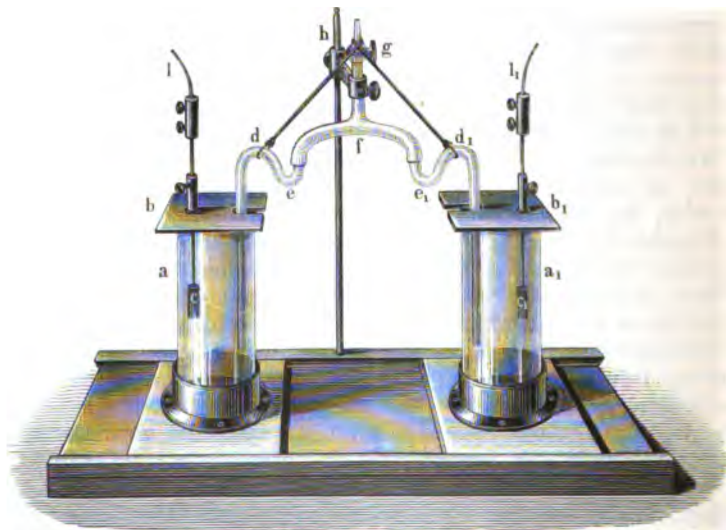
Wird dagegen Kupfervitriol zwischen Kupferelektroden elektrolysirt, so ist zwar die Stromwirkung die gleiche, es erfolgt Zerlegung in Cu und SO_4. Der secundäre Process ist aber ein anderer; denn es verbindet sich SO_4 mit dem Kupfer der negativen Elektrode, um $CuSO_4$ zu bilden. Der Erfolg dieser Elektrolyse ist daher folgender. An der Kathode wird Cu ausgeschieden, an der Anode wird Cu gelöst; die Kathode wächst daher, die Anode nimmt ab. Gleichzeitig wird an der Kathode die Kupferlösung verdünnt und an der Anode concentrirt.

Bei der Elektrolyse einer Lösung von schwefelsaurem Natron zerfällt dasselbe in Na_2 und SO_4. Na_2, welches sich an der negativen Elektrode abscheidet, reagirt auf das Wasser der Lösung, indem es aus demselben Wasserstoff ausscheidet und Natronhydrat bildet, welches sich in Wasser löst: $Na_2 + 2H_2O = 2NaHO + H_2$. Die Wirkung von SO_4 auf das Lösungswasser ist die früher angegebene.

Die elektrolytische Stromeswirkung ist ganz unabhängig von der Grösse und der Natur der Elektroden einerseits und von der Concentration der Lösung andererseits. Enthält die Lösung z. B. $CuSO_4$, so tritt immer eine Zerlegung in Cu und SO_4 ein. Die secundären Processe da-

gegen, d. h. die chemischen Einwirkungen der getrennten Bestandtheile auf die Elektroden, den Elektrolyt und das Lösungsmittel, sind zunächst von der Natur der Elektroden bedingt, wie schon oben gezeigt ist. Ferner kommt aber auch die Stromdichte, d. i. das Verhältniss der Intensität des Stromes zur Grösse der Elektroden, und die Concentration in Betracht. Ist nämlich die Stromdichte sehr gross, hat man also kräftige Ströme mit kleinen Elektroden benutzt, so kann es vorkommen, dass die ausgeschiedenen Bestandtheile, welche auf ihre Umgebung chemisch wirksam sind, nur theilweise zu dieser Wirkung gelangen, weil sie nicht mit

Fig. 491.

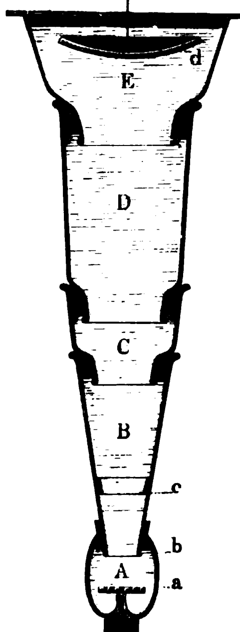


einer genügend grossen Oberfläche der angrenzenden Körper in Berührung kommen. Eine Lösung von Kupferchlorid, $Cu\,Cl_2$, wird durch den Strom in Cu und Cl_2 zerlegt. Das abgeschiedene Cu verbindet sich mit dem $Cu\,Cl_2$ der Lösung zu Kupferchlorür, $Cu_2\,Cl_2$. Ist die Stromdichte aber gross, so wird nicht alles abgeschiedene Cu mit $Cu\,Cl_2$ in Verbindung treten, sondern es bleibt ein Theil des Kupfers unverändert zurück. In ähnlicher Weise wie die Stromdichte kann auch die Concentration wirken. Hat man bei dem vorigen Beispiele eine starke Concentration und eine nicht grosse Stromdichte, so wird alles Kupfer in das Chlorid übergeführt, um $Cu_2\,Cl_2$ zu bilden. Wird dann die Concentration stark vermindert, so wird bei gleichbleibender Stromdichte ein Theil des Kupfers wieder unverändert zurückbleiben, weil es nicht genügend $Cu\,Cl_2$ Molecüle vorfindet, mit denen es die Verbindung eingehen könnte.

Obwohl nun die secundären Processe bei der Elektrolyse eine grosse Rolle spielen, so sind sie doch kein Hinderniss, die eigentliche zersetzende (primäre) Wirkung des Stromes zu bestimmen. Denn diese primäre Wirkung der Elektrolyse tritt, wie schon erwähnt, nur an den Elektroden ein; die secundären Processe sind ebenfalls auf die nähere Umgebung der Elektroden, wo eben die zerlegten Bestandtheile sich vorfinden, beschränkt.

Es wird daher bei richtiger Anordnung der Apparate möglich sein, in der Mitte zwischen den Elektroden einen Theil des Elektrolyten zu erhalten, welcher während der Elektrolyse keine chemische Veränderung erfährt. Theilt man nun hier nach dem Durchgange des Stromes den Elektrolyten in zwei Theile, so wird die chemische Analyse beider die primäre Wirkung des Stromes an jeder Elektrode liefern. Denn die secundären chemischen Processe können, vorausgesetzt natürlich, dass man die etwa sich entwickelnden Gase auffängt und mit in Rechnung zieht, die Summe der Bestandtheile eines jeden Theiles nicht ändern. Bestimmt man daher die Summe aller Bestandtheile des einen Theiles des Elektrolyten vor und nach der Elektrolyse, so liefert die Differenz dieser Bestimmungen die primäre Wirkung der Elektrolyse an einer Elektrode. Verfährt man ebenso mit dem anderen Theile des Elektrolyten, so erhält man auch die primäre Wirkung an der zweiten Elektrode.

Fig. 492.



Unter den Apparaten, welche bei der Untersuchung der Elektrolyse Verwendung gefunden haben, sind besonders jene von Wiedemann und Hittorf zu erwähnen. In Fig. 491 ist der Wiedemann'sche Apparat abgebildet. Zwei Gläser a und a_1, welche mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt werden, sind durch zwei Glasplatten mit doppelten Durchbohrungen geschlossen. Durch je eine der beiden Oeffnungen reichen die Elektroden c und c_1 in die Flüssigkeit; durch die andere Oeffnung gehen die Glasröhren d und d_1, welche durch einen besonders geformten Kautschukschlauch f mit einander verbunden sind. An dem oberen Ende dieses Schlauches ist ein Glashahn g befestigt. Nach Füllung der Gläser saugt man durch den Hahn g die Flüssigkeit in die Röhren d und d_1 und in den Schlauch f. Bei der Elektrolyse tritt nur in den Gläsern a und a_1 eine chemische Aenderung ein. Oeffnet man daher nach vollendeter Elektrolyse den Hahn g und lässt dadurch die Flüssigkeit aus den Röhren in die Gläser zurücktreten, so ergiebt die chemische Analyse des Inhalts eines jeden Glases die primäre Wirkung an jeder Elektrode.

Unter den mannigfaltigen Apparaten, welche Hittorf benutzte, möge der in Fig. 492 abgebildete kurz beschrieben werden. Derselbe besteht aus einer Reihe von Glasgefässen, deren Boden durch dünne Membranen ersetzt sind, und welche mit Hülfe von Kautschukringen dicht in einander gesetzt sind. In dem untersten und obersten Gefässe befindet sich die Anode resp. Kathode. Die Gefässe werden, jedes für sich, mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt und dann in einander gesetzt. Nach vollender Elektrolyse wird der Inhalt der einzelnen Gefässe untersucht.

§. 294.

Elektrolytisches Gesetz. — Schaltet man in einen Strom ein Wasservoltameter ein und ausserdem irgend einen Leiter zweiter Classe, z. B. eine Lösung von Kupfervitriol, so findet man, dass die durch den Strom zersetzten Gewichtsmengen der beiden Elektrolyte für jede beliebige Stromstärke in einem unveränderlichen Verhältnisse stehen. In dem angeführten Beispiele (H_2SO_4 und $CuSO_4$) ist daher das Verhältniss der Gewichtsmenge von H und Cu, welche je an der negativen Elektrode auftreten, constant. Man findet für dieses Verhältniss 1 : 31,7 oder 2 : 63,4. Da das Atomgewicht des Kupfers 63,4 ist, so ergiebt sich, dass durch ein und denselben Strom in derselben Zeit gleich viel Molecüle $CuSO_4$ wie H_2SO_4 zersetzt werden.

Lässt man den Strom gleichzeitig durch zwei Lösungen von $CuSO_4$ und von CuN_2O_6 gehen, so ergeben sich an den negativen Elektroden gleiche Gewichtsmengen des zersetzten Kupfers. Bleiben wir zunächst bei diesem Beispiele stehen. Wir finden, dass der gleiche Strom in gleichen Zeiten die gleiche Anzahl der Molecüle von H_2SO_4; $CuSO_4$; CuN_2O_6 zersetzt. Da nun die Stromstärke einerseits der Anzahl der zersetzten Molecüle proportional ist, und da dieselbe andererseits gleich der Elektricitätsmenge ist, welche in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters strömt, so folgt aus dem letzten Satze, dass jedes der dort genannten Molecüle der gleichen Elektricitätsmenge zu seiner Zersetzung bedarf.

Es fragt sich nun, ob alle Molecüle der Elektrolyte sich in der gleichen Weise verhalten, oder mit anderen Worten, ob jedes Molecül durch die gleiche Elektricitätsmenge zersetzt wird. Die Antwort darauf ist: nein. So zersetzt z. B. derselbe Strom, welcher 1 Mol H_2SO_4 zersetzt, in der gleichen Zeit 2 Molecüle $AgNO_3$. Indessen existirt ein einfacher Zusammenhang zwischen der verschiedenen Zahl der durch denselben Strom zerlegten Molecüle und der Anzahl der Affinitäten, welche durch den Strom gelöst werden. Die Anzahl der zerlegten Molecüle ist nämlich umgekehrt proportional der Anzahl der gelösten Affinitäten. Schaltet man daher mehrere Zersetzungszellen in den Strom ein, von denen die erste die Verbindung A_1, die zweite die Verbindung A_2... die $n$te die Verbindung A_n enthält, und wird bei der Zersetzung von A_1 eine Affinität, bei der Zersetzung von A_2 zwei Affinitäten..., bei der Zersetzung von A_n n Affinitäten gelöst, so werden durch denselben Strom, welcher 1 Mol. von A_n zersetzt, in der gleichen Zeit $\frac{n}{2}$ Molecüle der Verbindung A_2 und n Molecüle der Verbindung A_1 gespalten. Beispiel: Bei der Zersetzung von $Fe_2 \equiv Cl_6$ in Fe_2 und Cl_6 werden 6 Affinitäten, bei der Zersetzung von $Cu = SO_4$ werden zwei und bei der Zersetzung von $Ag - NO_3$ wird eine Affinität gelöst; daher werden 6 Mol. $AgNO_3$, 3 Mol. $CuSO_4$ und 1 Mol. Fe_2Cl_6 in gleicher Zeit durch denselben Strom zersetzt.

Dividirt man das chemische Molecül durch die Anzahl der bei seiner Zerlegung durch den Strom gelösten Affinitäten und bezeichnet man

diesen Quotienten mit Kohlrausch[1]) als elektrochemisches Molecül, so lässt sich das eben dargelegte elektrolytische Gesetz in folgender Weise aussprechen: Durch denselben Strom wird in der gleichen Zeit eine gleiche Anzahl elektrochemischer Molecüle zerlegt; oder: Jedes elektrochemische Molecül bedarf zu seiner Zersetzung derselben Elektricitätsmenge.

Als Beispiele elektrochemischer Molecüle führen wir folgende an: $K - Cl$; $Na - Cl$; $NH_4 - Cl$; $Ag - NO_3$; $\frac{1}{2}(Ca = Cl_2)$; $\frac{1}{2}(H_2 = SO_4)$; $\frac{1}{2}(Cu = SO_4)$; $\frac{1}{3}(H_3 \equiv PO_4)$; $\frac{1}{6}(Fe_2 \equiv Cl_6)$.

Je nach ihrer Verbindung können gewisse Metalle durch denselben Strom in verschiedener Menge abgeschieden werden. So z. B. Kupfer aus Kupferchlorür, Cu_2Cl_2, und aus Kupferchlorid, $CuCl_2$. Schaltet man beide Zersetzungszellen gleichzeitig ein, so liefern dieselben gleiche Mengen Chlor, das Chlorür liefert aber doppelt so viel Kupfer als das Chlorid.

Das elektrolytische Gesetz, welches im Jahre 1833 von Faraday entdeckt wurde, gilt auch für die stromerregenden Elemente selbst, da auch diese von dem Strome durchflossen werden. In den Elementen, welche z. B. verdünnte Schwefelsäure enthalten, wird H_2SO_4 ebenfalls in H_2 und SO_4 zerlegt. Wird ein Voltameter in den Strom eingeschaltet, so wird für jedes Molecül H_2SO_4, welches in dem Voltameter zerlegt wird, auch ein Molecül H_2SO_4 in dem Elemente gespalten. Der Bestandtheil SO_4 verbindet sich mit dem Zink des Elementes, um $ZnSO_4$ zu bilden, welches sich in der verdünnten Säure auflöst. Für jedes Molecül H_2, welches im Voltameter erscheint, wird daher ein Atom Zink des Elementes aufgelöst. Da nun die Menge des im Voltameter sich bildenden Wasserstoffs der Stromstärke proportional ist, so folgt, dass auch der Zinkverbrauch des Elementes proportional der Stärke des Stromes ist. Es ist indessen hierbei zu beachten, dass das Zink (wenigstens das gewöhnliche käufliche) auch in verdünnter Schwefelsäure gelöst wird, ohne dass ein Strom thätig ist. Dieser Zinkverbrauch hat mit dem eben besprochenen nichts zu thun; bei dem letzteren handelt es sich nur um jenen Verbrauch, der durch den Strom selbst und allein herbeigeführt wird. Um den ohne den Strom wirksamen Angriff der Säure auch das Zink zu vermindern, wird das letztere amalgamirt.

§. 295.

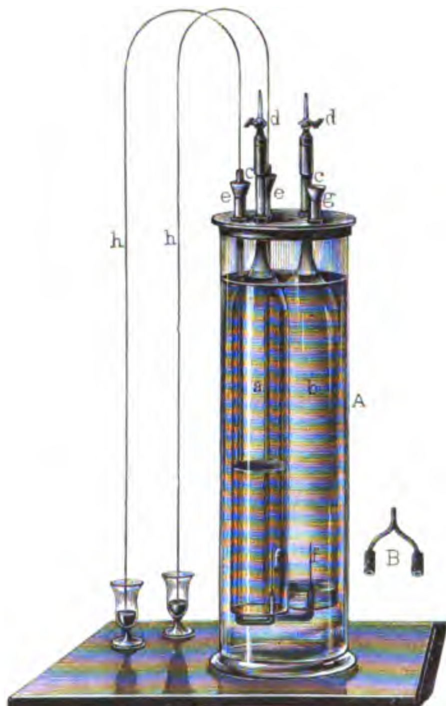
Silbervoltameter. — In §. 285 wurde jene Stromstärke (in chemischem Maasse) gleich Eins gesetzt, welche in einer Minute 1 ccm Knallgas (reducirt auf 0° und 760 mm Druck) in dem Voltameter entwickelt. Handelt es sich um genaue Messungen der Stromstärke, so ist es zweckmässiger, die Stromstärke nicht durch die Bestimmung des entwickelten Knallgases, sondern des Wasserstoffs zu messen. In dem Wasservoltameter entwickelt sich an der negativen Elektrode Wasserstoff, an der positiven Sauerstoff, und zwar kommen auf je zwei Volume Wasserstoff ein Volumen Sauerstoff. Da nun der Sauerstoff stärker als der Wasserstoff

---

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 6, 1879.

vom Wasser absorbirt wird, so wird das Verhältniss beider Gase etwas gestört. Wenn schon hierdurch zu wenig Knallgas sich ergiebt, so können secundäre Processe, welche bei stärker angesäuertem Wasser entstehen, diesen Fehler noch bedeutend vergrössern. Es wird nämlich der elektrolytisch abgeschiedene Sauerstoff theilweise ozonisirt, wodurch eine Verdichtung desselben bedingt ist; ferner bildet sich gleichzeitig mit dem Ozon Wasserstoffsuperoxyd, welches wiederum eine Volumverminderung des Sauerstoffs zur Folge hat. So wirken mehrere Ursachen zusammen, um das Volumen des Sauerstoffs zu klein werden zu lassen. Es ist daher vorzuziehen, die Zersetzungsproducte des Voltameters getrennt aufzufangen und die Stromstärke nach dem gefundenen Volumen des Wasserstoffs zu bestimmen. In Fig. 493 ist ein hierzu geeigneter Apparat abgebildet. Die Platindrähte, *ff*, welche als Zersetzungspole dienen sollen, dringen von unten in die Glascylinder *a* und *b* ein. Diese Drähte sind in Glasröhren eingeschmolzen, die unten zweimal umgebogen sind und durch die Oeffnungen *ee* der Deckplatte gehen. Der umgebogene Theil der Röhren enthält etwas Quecksilber, um eine metallische Verbindung der Platindrähte mit den in die Röhren eingeführten Kupferdrähten herzustellen. Durch die letzteren (*h*, *h*) wird die Verbindung des Voltameters mit der Batterie vermittelt. Wählt man statt der Platindrähte *ff* Platinbleche, welche durch ihre grössere Oberfläche den Uebergang der Elektricität erleichtern, so werden diese an die Platindrähte angeschmolzen.

Fig. 493.



Genauere Resultate als das Wasservoltameter liefert das Silbervoltameter, welches durch Poggendorff die in Fig. 494 abgebildete Form erhalten hat. An dem metallenen Stativ befindet sich die Klemmschraube *c*, welche mit dem positiven Pole verbunden wird. Das Stativ trägt einen Silberstab, welcher in die Lösung von $AgNO_3$, die in die Platinschale *A* eingefüllt ist, eintaucht. Die Schale *A* steht in einer Messingfassung, welche mit der Klemmschraube *b* verbunden ist; *b* wird mit dem negativen Pole in Verbindung gesetzt.

Durch den Strom wird das $AgNO_3$ in Ag und NO_3 zerlegt. Das Silber scheidet sich auf der Platinschale in feinen Blättchen ab, und kann dem Gewichte nach durch eine Wägung mit der Schale bestimmt werden.

NO_3 löst eine dem abgeschiedenen Silber gleiche Silbermenge des Stabes auf; um das Herunterfallen des beim Zerfallen des Stabes sich bildenden Pulvers in die Schale zu verhüten, wird der Stab mit einem Läppchen umgeben.

Fig. 494.



Zur Reduction der Stromstärke auf chemisches Maass (1 ccm Knallgas pro Minute) dienen folgende Angaben:

1 ccm Knallgas enthält $^2/_3$ ccm Wasserstoff.

Da 1 ccm Sauerstoff 1,4298 mg, 1 ccm Wasserstoff 0,08957 mg wiegt, so wiegt 1 ccm Knallgas 0,5363 mg. Die Stromstärke 1 in chemischem Maasse zersetzt also in einer Minute 0,5363 mmg Wasser. Wird 1 Mol. H_2O zerlegt, so werden nach dem elektrolytischen Gesetze 2 Mol. $AgNO_3$ zersetzt. Auf je 18 mg Wasser werden daher 2 . 108 mg Silber ausgeschieden. Die Stromstärke 1 in chemischem Maasse scheidet daher in 1 Minute $\frac{2\,.\,108}{18} \cdot 0{,}5363$ $= 6{,}435$ mg Silber ab. Ein Strom, welcher pro Minute x mg Silber abscheidet, hat in Folge dessen in chemischem Maasse eine Stärke von $\frac{x}{6{,}435}$.

§. 296.

Neue Einheiten der Elektricität. — In neuerer Zeit sind für die verschiedenen Grössen, welche in der Elektricität vorkommen, neue Einheiten eingeführt, die auf dem absoluten Maasssysteme beruhen. Wir begnügen uns damit, das Verhältniss dieser neuen Einheiten, welche immer mehr in Gebrauch kommen, zu den bisher benutzten anzugeben.

Die neuen Einheiten haben folgende Namen erhalten:

Die Einheit	des Widerstandes	heisst	1 Ohm	= 1 O.
„ „	der elektromotorischen Kraft	„	1 Volt	= 1 V.
„ „	der Stromstärke	„	1 Ampère	= 1 A.

Zwischen diesen Einheiten besteht, dem Ohm'schen Gesetze entsprechend, die Beziehung: 1 Volt liefert in einem Stromkreise, dessen Widerstand 1 Ohm ist, die Stromstärke 1 Ampère.

Bezeichnet man die Siemens'sche Widerstandseinheit (Quecksilber, 1 m lang, 1 qmm Querschnitt bei 0°) mit SE; ferner die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes mit D, so hat man:

$$1 \text{ Ohm} = 1{,}06\, SE;\quad \text{oder } 1\, SE = 0{,}944 \text{ Ohm.}$$
$$1 \text{ Volt} = 0{,}90\, D;\quad \text{„ } 1\, D = 1{,}12 \text{ Volt.}$$
$$1 \text{ Ampère} = \frac{0{,}85\, D}{1\, SE};\quad \text{„ } \frac{1\, D}{1\, SE} = 1{,}17 \text{ Ampère.}$$

Die Stromstärke, welche gemessen wurde

in Cubikcentimetern Knallgas oder in Milligramm Silber
(reducirt auf 760 mm und 0°)

die in 1 Minute erhalten wurden,

ist zu multipliciren mit

0,0958 resp. 0,0148,

um sie in Ampère ausgedrückt zu erhalten.

Die Stromstärke 1 Ampère scheidet in 1 Secunde aus 0,174 ccm Knallgas oder 1,128 mg Silber.

Ausser den Einheiten Ohm, Volt und Ampère sind noch folgende festgestellt, welche sich aus den vorigen ergeben:

1 Coulomb bezeichnet die Elektricitätsmenge, welche durch 1 Ampère in 1 Secunde geliefert wird.

1 Farad bezeichnet die Capacität eines Condensators, welcher, zur Potentialdifferenz 1 Volt geladen, 1 Coulomb enthält.

§. 297.

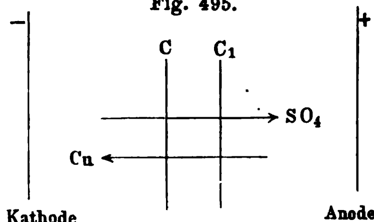
Wanderung der Ionen. — Wie schon in §. 292 hervorgehoben wurde, treten die zerlegten Bestandtheile des Elektrolyten nur an den Elektroden auf, die übrige vom Strom durchflossene Schicht bleibt chemisch unverändert. Diese Unveränderlichkeit ist indess nicht so zu denken, als ob der Strom überhaupt gar keine Einwirkung auf den mittleren Theil des Elektrolyten ausübte.

Nach der Auffassung, welche in der Wärmelehre entwickelt wurde, ist anzunehmen, dass die einzelnen Molecüle einer Flüssigkeit nicht an demselben Orte verbleiben, sondern in Bewegungen begriffen sind, deren Lebhaftigkeit mit erhöhter Temperatur wächst. Ferner ist vorauszusetzen, wie besonders aus den Dissociationserscheinungen zu schliessen ist, dass nicht sämmtliche Molecüle der Flüssigkeit unzersetzt sind, sondern auch zersetzte Molecüle existiren, deren Bestandtheile ebenso wie die unzersetzten Molecüle in regellosen Bewegungen begriffen sind. Durch diese Bewegungen wird es bewirkt, dass ein immerwährender Austausch der Bestandtheile der zersetzten und der unzersetzten Molecüle eintritt, so dass kein einziges Molecül als eine für sich festgeschlossene Masse zu betrachten ist; vielmehr werden auch die Bestandtheile des unzersetzten Molecüls von einander getrennt, wenn dasselbe mit einem vollständigen Molecüle oder mit einem Molecülbestandtheile in eine günstige Berührung gebracht wird. So lange nun keine äussere Einwirkung auf die Flüssigkeit eintritt, ist der mittlere Zustand derselben unverändert, d. h. das Verhältniss der unzersetzten zu den zersetzten Molecülen bleibt das gleiche, indem in einer bestimmten Zeit ebenso viele Verbindungen als Zer-

setzungen vor sich gehen. Ebenso ist auch keine Richtung, nach welcher sich die Molecüle oder ihre Bestandtheile bewegen, vor einer anderen Richtung bevorzugt.

Werden aber zwei Elektroden, von denen die eine mit positiver, die andere mit negativer Elektricität geladen ist, in die Flüssigkeit eingetaucht, so tritt in den regellosen Bewegungen eine Aenderung ein, weil die positive Elektricität das eine Ion, die negative das andere Ion anzieht. In Folge dessen wird unter den Richtungen, in welchen die positiven Ionen sich jetzt bewegen, die Richtung zur Kathode die vorherrschende sein; bei den negativen Ionen wird die entgegengesetzte Richtung vor allen sich auszeichnen. Dazu kommt, dass bei der Einwirkung eines Ions auf ein unzersetztes Molecül und bei der Einwirkung zweier solcher Molecüle auf einander solche Zerlegungen am leichtesten eintreten werden, bei welchen die entstehenden Ionen in ihren Bewegungen zugleich der anziehenden Wirkung der Elektroden folgen können. Das Endresultat ist daher, dass in Folge der Einwirkung des Stromes durch ein zur Stromesrichtung senkrecht gedachtes Flächenstück ein bestimmter Ueberschuss des einen Ions nach der Kathode und ebenso ein bestimmter Ueberschuss des anderen Ions nach der Anode hindurchgehen wird. Diese sich in entgegengesetzten Richtungen bewegenden Ionen sind die Träger der Elektricität, welche durch den Strom bewegt wird. Die oben vorgetragene Theorie wurde von Clausius [1]) aufgestellt.

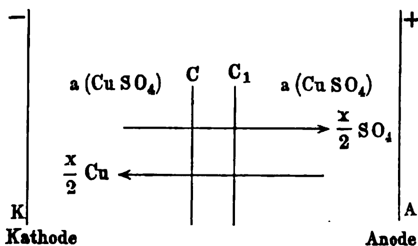
Fig. 495.



Man denke sich eine Lösung von $CuSO_4$, so werden die Bestandtheile Cu von der Kathode (negative Elektrode), die Bestandtheile SO_4 von der Anode (positive Elektrode) angezogen. In Folge dessen bewegen sich mehr Cu nach der Kathode und mehr SO_4 nach der Anode, als nach irgend einer anderen Richtung.

Hieraus ergiebt sich eine Anhäufung von Cu an der Kathode, eine Anhäufung von SO_4 an der Anode. In den übrigen Theilen des Elektrolyten tritt dagegen keine Vermehrung eines der beiden Bestandtheile ein.

Fig. 496.



Die Linien C und C_1 (Fig. 495) mögen in dem Elektrolyten die Begrenzungsflächen einer mittleren Schicht darstellen. Damit nun, wie die Beobachtung ergiebt, in dieser Schicht keine Aenderung eintrete, genügt die Annahme, dass für jedes SO_4, welches durch C_1 austritt, durch C ein solches in die Schicht eintrete, und dass ebenso für jedes Cu, welches durch C austritt, durch ein bei C_1 eintretendes Cu Ersatz geschaffen wird.

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 101, 1857.

Die Beobachtung zeigt nun weiter, dass die Zahl der ausgeschiedenen Ionen an beiden Elektroden gleich gross ist, dass also z. B. an der Kathode $x \,.\, Cu$ ausgeschieden werden, wenn an der Anode $x \,.\, SO_4$ auftreten. Würde die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Ionen in dem Elektrolyten bewegen, für beide Ionen gleich gross sein, so müssten durch die oben bezeichnete Schicht ebenso viele Cu wie SO_4 in der gleichen Zeit wandern und die Concentration der Lösung müsste an beiden Elektroden die gleiche Aenderung erfahren. In Fig. 496 a. v. S. stelle $C C_1$ wiederum eine mittlere Schicht des Elektrolyten dar, deren Zusammensetzung durch die Elektrolyte keine Aenderung erfährt; es werde ferner angenommen, dass vor der Elektrolyse a Molecüle $CuSO_4$ rechts und links von $C C_1$ vorhanden seien. Wandern dann in Folge der Elektrolyse $\frac{x}{2}$ Cu zur Kathode und ebenso $\frac{x}{2}$ SO_4 zur Anode, so sind nach der Elektrolyse

bei der Kathode (links von C) vorhanden:

$$a(CuSO_4) - \frac{x}{2}(SO_4) + \frac{x}{2} \cdot Cu =$$
$$\left(a + \frac{x}{2}\right) Cu + \left(a - \frac{x}{2}\right) SO_4 =$$
$$\left(a - \frac{x}{2}\right) CuSO_4 + x \,.\, Cu,$$

bei der Anode (rechts von C_1) vorhanden:

$$a(CuSO_4) + \frac{x}{2}(SO_4) - \frac{x}{2} \cdot Cu =$$
$$\left(a + \frac{x}{2}\right) SO_4 + \left(a - \frac{x}{2}\right) Cu =$$
$$\left(a - \frac{x}{2}\right) CuSO_4 + x \,.\, SO_4.$$

Bei der gemachten Voraussetzung werden, wie die letzten Gleichungen zeigen, x Cu an der Kathode und $x\, SO_4$ an der Anode ausgeschieden. Da nach der Elektrolyse statt a Molecüle nur $\left(a - \frac{x}{2}\right)$ Molecüle $CuSO_4$ bei jeder Elektrode sich befinden, so ist auf beiden Seiten eine Wanderung und zwar gleicher Grösse eingetreten. Würde die Anode von Kupfer sein, so würde SO_4 sich mit Cu verbinden und man hätte an der Anode:

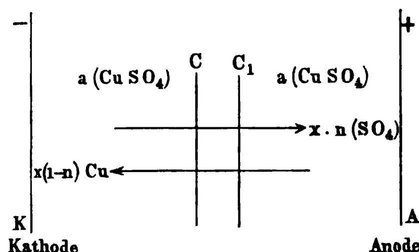
$$\left(a - \frac{x}{2}\right) CuSO_4 + x \,.\, CuSO_4 = \left(a + \frac{x}{2}\right) CuSO_4.$$

In diesem Falle würde daher eine Vermehrung der Concentration an der Anode eintreten.

In Wirklichkeit findet nun die Wanderung der beiden Ionen nicht mit gleicher Geschwindigkeit statt. Die x Cu, welche sich an der Kathode abscheiden, resultiren nicht daraus, dass $\frac{x}{2}$ Cu

zur Kathode und $\frac{x}{2}$ SO_4 zur Anode wandern, sondern vielmehr daraus, dass $x.n.(SO_4)$ zur Anode und $x(1-n)$ zur Kathode gehen, wo n nicht

Fig. 497.



gleich $\frac{1}{2}$, sondern nahezu gleich $\frac{2}{3}$ ist. In Fig. 497 ist dieser Fall dargestellt. Das Resultat dieser Wanderungen ist folgendes:

Bei der Kathode sind nach der Elektrolyse vorhanden:

$$a \,.\, (CuSO_4) - x \,.\, n(SO_4) + x(1-n)\,Cu =$$
$$\{a + x(1-n)\}\;Cu + (a - x.n)(SO_4) =$$
$$(a - x \,.\, n)\,(CuSO_4) + x \,.\, Cu.$$

Bei der Anode sind nach der Elektrolyse vorhanden:

$$a(CuSO_4) - x(1-n)\,Cu + x \,.\, n(SO_4) =$$
$$(a + xn)(SO_4) + \{a - x(1-n)\}\,Cu =$$
$$\{a - x(1-n)\}\;(CuSO_4) + x \,.\, (SO_4).$$

Es werden also auch jetzt an der Kathode x Cu, an der Anode $x(SO_4)$ ausgeschieden. Die Concentration hat aber in verschiedener Stärke an beiden Elektroden abgenommen. Bestimmt man die ganze Kupfermenge an der Kathode, so findet man einen Zuwachs von $x(1-n)$ Cu; an der Anode findet man einen Zuwachs für (SO_4) von $x.n(SO_4)$. Besteht die Anode aus Kupfer, so erhält man an derselben:

$$(a + xn)\;(CuSO_4).$$

Man sieht daher, dass man durch die Analyse die Werthe von n bestimmen kann. Versuche dieser Art sind besonders von Hittorf[1]) ausgeführt; Hittorf nennt n die Ueberführungszahl des einen (in unserem Beispiele SO_4) und $(1-n)$ die Ueberführungszahl des anderen Bestandtheils (in unserem Beispiele Cu).

Die Bedeutung der Ueberführungszahl ist nach der obigen Darlegung die folgende: $n = \frac{x \,.\, n}{x}$ bedeutet die Anzahl der durch den mittleren unveränderten Querschnitt des Elektrolyten in einer

[1]) Hittorf, Pogg. Ann. **89** (1853); **98** (1856); **106** (1859).

beliebigen Zeit gewanderten Anionen im Verhältniss zu der Anzahl der in der gleichen Zeit zersetzten Molecüle des Elektrolyten.

Hittorf zeigte, dass die Ueberführungszahl n von der Stromstärke unabhängig ist, von der Concentration aber abhängt. In der folgenden Tabelle sind einige der von Hittorf erhaltenen Zahlen mitgetheilt.

Salze	Gramm Wasser auf 1 Gramm Salz	Ueberführungszahl	
		n des Anion	$1-n$ des Kation
$CuSO_4$	6,35	0,724	0,276
"	9,56	0,712	0,288
"	18,08	0,675	0,325
"	39,67 bis 148,3	0,644	0,356
$ZnSO_4$	2,5244	0,778	0,222
"	4,0518	0,760	0,240
"	267,16	0,636	0,364
KCl	18,41 bis 449,1	0,515	0,485
$NaCl$	20,706	0,634	0,366
"	308,78	0,622	0,378
$BaCl$	79,6 bis 126,7	0,644	0,356

Die Thatsache, dass die Ueberführungszahl des Anions von jener des Kations verschieden ist, dass also n nicht gleich $\frac{1}{2}$ ist, beweist, dass die beiden Ionen sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten in dem Elektrolyten bewegen. Denn da ebenso viele Kationen wie Anionen an der Bewegung theilnehmen, so kann der Unterschied der übergeführten Menge nur in der verschiedenen Geschwindigkeit der Bestandtheile gesucht werden, und zwar giebt das Verhältniss der Ueberführungszahlen das Verhältniss der Geschwindigkeiten direct an. Bezeichnet man daher mit v die Geschwindigkeit des Anions, mit u jene des Kations, so ist:

$$\frac{v}{u} = \frac{n}{1-n}.$$

Daraus folgt:

$$n = \frac{v}{u+v}; \quad 1-n = \frac{u}{u+v}.$$

Es bedeutet daher, wie Hittorf gezeigt hat, die Ueberführungszahl n das Verhältniss der Geschwindigkeit des Anions zu der Summe der Geschwindigkeiten des Anions und des Kations.

§. 298.

Beziehung zwischen den Ueberführungszahlen und dem Leitungsvermögen der Elektrolyten. — F. Kohlrausch hat die Ueberführungszahlen der Ionen benutzt, um eine bedeutsame Beziehung zwischen der elektrischen Leitungsfähigkeit eines Elektrolyten und den Ueberführungszahlen seiner Ionen nachzuweisen [1]).

In §. 294 wurde als „elektrochemisches Molecül" das chemische Molecül dividirt durch die Anzahl der bei seiner Zerlegung durch den Strom gelösten Affinitäten definirt. Nach dieser Definition bedarf jedes elektrochemische Molecül derselben Elektricitätsmenge zu seiner Zersetzung. Die Anzahl der elektrochemischen Molecüle, welche in der Volumeinheit einer Lösung vorhanden sind, nennt Kohlrausch die Molecülzahl der Lösung und bezeichnet dieselbe durch m. Da die absoluten Werthe von m nicht bekannt sind, kann es sich natürlich nur um relative Werthe handeln. Kohlrausch bestimmt die bei 18^0 in einem Cubikcentimeter Lösung enthaltene Milligrammzahl des Elektrolyten und theilt letztere durch das elektrochemische Moleculargewicht der Substanz, um m zu erhalten. Das elektrochemische Moleculargewicht ist gleich dem chemischen Moleculargewichte, dividirt durch die Anzahl der bei der Zerlegung des Molecüls durch den Strom gelösten Affinitäten. Ist daher das specifische Gewicht der Lösung bei 18^0 gleich s, enthält die Lösung p Gewichtsprocente des Elektrolyten und ist A das elektrochemische Moleculargewicht desselben, so ist

$$m = 10 \cdot \frac{p \cdot s}{A}.$$

Für eine 24,92 procentige Na Cl-Lösung, deren specifisches Gewicht 1,1892 ist, ist daher

$$m = 10 \,.\, \frac{24{,}92 \,.\, 1{,}1892}{58{,}5} = 5{,}066.$$

Eine 10 procentige $CuSO_4$-Lösung hat das specifische Gewicht 1,1073; das elektrochemische Moleculargewicht ist $\frac{159{,}57}{2} = 79{,}78$, daher

$$m = 10 \cdot \frac{10 \,.\, 1{,}1073}{79{,}78} = 1{,}388.$$

In hinreichend verdünnten Lösungen überwiegt die Anzahl der Molecüle des Wassers ganz bedeutend die Anzahl der Molecüle des Elektrolyten. In Folge dessen werden in solchen verdünnten Lösungen die zu den Elektroden wandernden Ionen hauptsächlich nur den Wassertheilchen begegnen. Da nun die Ionen die Träger der Elektricität sind, so wird der Widerstand, den ein Elektrolyt dem Durchgange der Elektricität in hinreichend verdünnter Lösung entgegensetzt, im Wesentlichen durch die moleculare Reibung bedingt sein, welche die Ionen bei ihrer Wanderung an den Wassertheilchen vorfinden und überwinden. Es muss daher jeder elektro-

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 6, 1879.

chemische Bestandtheil in verdünnter wässeriger Lösung einen ganz bestimmten Widerstand überwinden, und es ist dabei gleichgültig, aus welcher Verbindung der Bestandtheil hervorgegangen ist. So ist der Widerstand von Cl immer der gleiche, mag dasselbe aus NaCl oder aus KCl abgeschieden sein. Würde man daher für jeden Bestandtheil den für dasselbe charakteristischen Widerstand bestimmen können, so müsste man auch die Widerstände der Verbindungen berechnen können.

Kohlrausch bestimmte nun zunächst das Leitungsvermögen k der Lösungen in ihrer Abhängigkeit von der Molecülzahl. Es ergab sich, dass dasselbe bei verdünnten Lösungen nahezu proportional der Molecülzahl wächst. Den Quotienten

$$\frac{k}{m} = \lambda$$

aus dem Leitungsvermögen und der Molecülzahl nennt Kohlrausch das moleculare Leitungsvermögen des Elektrolyten in wässeriger Lösung.

Um nun den Zusammenhang des molecularen Leitungsvermögens λ mit den Geschwindigkeiten v und u der Ionen darzustellen, werde an folgende Beziehungen erinnert. Nach dem Ohm'schen Gesetze ist die Intensität des Stromes

$$I = \frac{E}{W} = \frac{E}{\frac{1}{k} \cdot \frac{l}{q}},$$

wo E die elektromotorische Kraft, k das specifische Leitungsvermögen, l die Länge, q den Querschnitt des Leiters bedeutet. Ist $E = l = q = 1$, so ist

$$I = k,$$

d. h. die Intensität des Stromes, welchen die elektromotorische Kraft 1 in einem Leiter erzeugt, dessen Länge und dessen Querschnitt gleich 1 ist, ist gleich dem Leitungsvermögen des Leiters.

Man denke sich jetzt eine verdünnte Lösung eines Elektrolyten, welche die Gestalt eines Cylinders habe. Der Querschnitt und die Länge des Cylinders seien gleich 1, und in dem Cylinder, dessen Volumen gleich 1 ist, seien m elektrochemische Molecüle gelöst. Nach der Richtung der Cylinderaxe wirke die elektromotorische Kraft 1. Das specifische Leitungsvermögen k der Lösung ist dann nach dem eben Dargestellten gleich der Intensität des so erzeugten Stromes:

$$I = k.$$

Die Intensität ist aber ferner gleich der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt geführten Elektricitätsmenge. Ist nun ε die positive oder negative Elektricitätsmenge, welche mit jedem Ion fortwandert, und ist u die Geschwindigkeit des Kations, v diejenige des Anions, so ist die Intensität I des Stromes gleich

$$I = \varepsilon (u + v) m,$$

oder, da $I = k$,

$$k = \varepsilon (u + v) m,$$

oder

$$\frac{k}{m} = \lambda = \varepsilon (u + v).$$

Wenn ε gleich der Einheit der Elektricitätsmenge gesetzt wird, erhält man aus der letzten Gleichung:

$$\lambda = u + v.$$

Nach dem vorigen Paragraphen hat man:

$$\frac{v}{u + v} = n$$

und daher

$$u = (1 - n) \lambda; \quad v = n \, . \, \lambda.$$

Man kann desshalb u und v berechnen, wenn man das moleculare Leitungsvermögen λ und die Ueberführungszahl n kennt.

In der folgenden Tabelle sind einige Werthe für λ und n zusammengestellt, welche für verdünnte Lösungen gelten.

Salze	$\lambda \, . \, 10^8$	n
KCl	975	0,515
KJ	1030	0,505
KNO_3	922	0,498
$KC_2H_3O_2$	697	0,329
$NaCl$	815	0,623
NaJ	845	0,600
$NaNO_3$	758	0,613
$NaC_2H_3O_2$ . . .	546	0,430

Bestimmt man aus den Werthen λ und n für KCl den Werth u für Kalium, so erhält man:

$$u = (1 - 0{,}515) \cdot \frac{975}{10^8} = \frac{48}{10^7}.$$

In gleicher Weise kann man für die drei übrigen Kalisalze der obigen Tabelle den Werth von u bestimmen; man erhält dann folgende Werthe, welche sehr nahe übereinstimmen:

Aus	$u \, . \, 10^7$ für Kalium
KCl	48
KJ	51
KNO_3	46
$KC_2H_3O_2$	47
Mittel . . .	48

Verfährt man ebenso beim Natrium, so erhält man:

Aus	$u \,.\, 10^7$ für Natrium
$NaCl$	31
NaJ	34
$NaNO_3$	29
$NaC_2H_3O_2$	31
Mittel . . .	31,0

Ebenso lassen sich aus den obigen Werthen λ und n die Werthe von v für Cl, J, NO_3 und $C_2H_3O_2$ in doppelter Weise berechnen. Man erhält:

	für Cl	J	NO_3	$C_2H_3O_2$
aus dem Kalisalze für $10^7 \,.\, v =$	50	52	45	23
„ „ Natronsalze „ $10^7 \,.\, v =$	51	51	46	23

Die Werthe von u oder v für dasselbe Ion sind, wie die Zahlen zeigen, nahezu gleich, gleichgültig aus welchem Moleciüle das Ion hervorgegangen ist.

Als Mittelwerthe aus vielen Bestimmungen giebt Kohlrausch folgende Werthe von u und v an:

	für K	NH_4	Na	Li	Ag	H
$u \,.\, 10^7 =$	48	47	31	21	40	278

	für Cl	Br	J	CN	F	NO_3	ClO_3	$C_2H_3O_2$
$v \,.\, 10^7 =$	49	53	53	50	30	46	40	23

Diese Werthe für die Geschwindigkeiten (u, v) können dazu dienen, das moleculare Leitungsvermögen λ nach der Gleichung

$$\lambda = u + v$$

zu berechnen. Führt man diese Rechnung aus, so erhält man sehr nahe mit der Beobachtung übereinstimmende Werthe, wie Kohlrausch für 24 Verbindungen nachgewiesen hat. Einzelne Werthe mögen hier Platz finden:

	Moleculares Leitungsvermögen $\lambda \,.\, 10^7$		
	beobachtet	berechnet	Differenz
KCl	97	97	0
NH_4Cl	95	96	+ 1
$NaCl$	81	80	− 1
HCl	323	327	+ 4
$AgNO_3$	76	77	+ 1

Die nahe Uebereinstimmung dieser Zahlen zeigt, dass der oben dargelegte Gedankengang richtig ist und dass das moleculare Leitungs-

vermögen sich aus den Geschwindigkeiten u und v der Bestandtheile berechnen lässt.

Bisher sind bloss solche Verbindungen betrachtet, die aus einwerthigen Bestandtheilen zusammengesetzt sind. Es fragt sich nun, ob die hierbei bestimmten Werthe von u und v auch noch gelten, wenn die obigen einwerthigen Bestandtheile in Verbindung mit mehrwerthigen treten. Allgemein ist dies nicht der Fall. Indessen hat Kohlrausch gezeigt, dass die Anionen (Cl, Br etc.) noch ihre Werthe v für die Geschwindigkeit beibehalten, wenn sie sich mit zweiwerthigen Metallen verbinden. Folgende Beispiele möge dies zeigen:

	Moleculares Leitungsvermögen $\lambda . 10^7$		
	beobachtet	berechnet	Differenz
$\frac{1}{2}(Ba\,Cl_2)$	79	78	— 1
$\frac{1}{2}(Ba\,Br_2)$	88	82	— 6
$\frac{1}{2}(Ba\,J_2)$	88	82	— 6
$\frac{1}{2}[Ba(NO_3)_2]$ . .	69	75	+ 6

Es haben hier bei der Berechnung Cl, Br, J, NO_3 ihre früheren Werthe beibehalten, und es ist bei $\frac{1}{2}$Ba für $u \,.\, 10^7 = 29$ gesetzt.

Die einwerthigen Metalle erhalten dagegen eine andere Geschwindigkeit, wenn sie mit zweibasischen Säuren verbunden sind. Aus den Werthen

	$\lambda . 10^7$	n	$v . 10^7$ für $\frac{1}{2}(SO_4)$
K_2SO_4	78,8	0,50	39,4
Na_2SO_4	63,4	0,63	39,9
H_2SO_4	206,0	0,20	41,2

erhält man nach der Gleichung:

$$v = \lambda \,.\, n$$

die in der letzten Reihe angegebenen Werthe $v \,.\, 10^7$ für $\frac{1}{2}(SO_4)$. Diese Werthe sind nahezu einander gleich und im Mittel gleich 40. In ähnlicher Weise erhält man für $v \,.\, 10^7$ bei $\frac{1}{2}(CO_3)$ den Werth 36.

Berechnet man dagegen die Geschwindigkeit für $\frac{1}{2}(K)_2$ etc., so erhält man für

$$u \,.\, 10^7$$

$$\tfrac{1}{2}(K)_2 = 40;\quad \tfrac{1}{2}(NH_4)_2 = 37;\quad \tfrac{1}{2}(Na)_2 = 22;\quad \tfrac{1}{2}(Li)_2 = 11;$$
$$\tfrac{1}{2}(Ag)_2 = 32;\quad \tfrac{1}{2}(H)_2 = 166.$$

Dagegen war

$$K = 48;\quad NH_4 = 47;\quad Na = 31;\quad Li = 21;\quad Ag = 40;\quad H = 278.$$

Wie man sieht, zeigen sich sehr starke Differenzen; dieselben sprechen aber nicht gegen die im Obigen ausgeführte Darlegung, sondern beweisen

nur, dass zwei einzeln wandernde Atome (z. B. K, K) sich mit grösserer Leichtigkeit durch das Wasser verschieben, als das entsprechende Doppelatom (K_2, welches sich aus dem Molecül K_2SO_4 oder aus K_2CO_3 abscheidet).

Unter Benutzung der in der ersten Reihe angegebenen Werthe findet wieder eine gute Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung statt. So ist z. B.:

$\lambda \cdot 10^7$			
	beobachtet	berechnet	Differenz
Für $\frac{1}{2}(K_2SO_4)$.	79	$40 + 40 = 80$	+ 1
„ $\frac{1}{2}(Na_2SO_4)$.	63	$22 + 40 = 62$	— 1

Kohlrausch hat ferner nachgewiesen, dass der elektrolytische Widerstand, den die Ionen bei ihrer Bewegung erleiden, von der gleichen Grössenordnung ist, wie der innere Widerstand, der sich bei der Reibung in der Flüssigkeit zeigt. G. Wiedemann und Grotrian haben schon früher für eine Reihe von Lösungen ein übereinstimmendes Verhalten in dem elektrolytischen und dem mechanischen Widerstande dargelegt. So war z. B. gefunden, dass Lösungen von HNO_3 und HCl, welche die gleiche Molecülzahl besitzen, auch den gleichen elektrolytischen Widerstand darbieten. Grotrian zeigte, dass diese Lösungen unter den gleichen Umständen auch einen sehr nahe übereinstimmenden mechanischen Widerstand (innere Reibung) haben. Durch eine Vergleichung des elektrolytischen und mechanischen Widerstandes gelangte nun Kohlrausch zu dem oben angegebenen Resultate, dass beide, wenn auch nicht vollständig gleich, so doch nicht weit von einander entfernt sind.

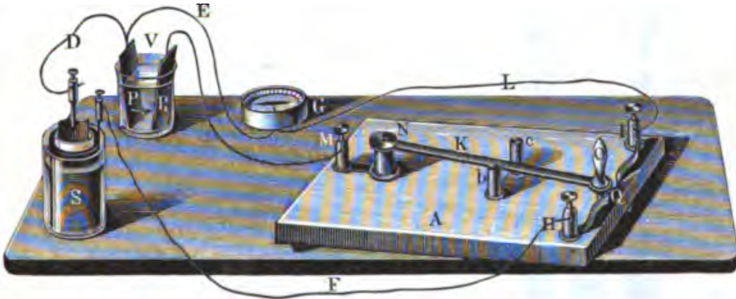
Indessen ist zu bemerken, dass man den Leitungs- und den Reibungswiderstand doch nicht vollständig identificiren darf. Durch den Strom werden die Bestandtheile des Salzes nach entgegengesetzten Richtungen bewegt und die Reibung, welche diese Bestandtheile an Wasser- und Salzmolecülen erfahren, ist durch den Strom zu überwinden. (Von der Reibung, welche die Bestandtheile unter sich erfahren, möge hier abgesehen werden.) Bei der Untersuchung der inneren Reibung werden dagegen Wasser- und Salzmolecüle bewegt, und es wird die Reibung dieser unter einander bestimmt.

Aus den Untersuchungen über das Leitungsvermögen geht hervor, dass dasselbe von geringen Concentrationen ausgehend mit wachsendem Moleculargehalte der Lösung wächst. Je mehr Molecüle also an der Uebertragung der Elektricität theilnahmen, um so leichter wird dieselbe übertragen. Indessen wächst das Leitungsvermögen nicht proportional mit dem Moleculargehalte, sondern langsamer. Dies beweist, dass die Anhäufung der Molecüle die Wirkung des einzelnen Molecüls beeinträchtigt, indem eine stärkere Reibung der Molecüle an einander eintritt. Der gleiche Umstand führt bei einer grossen Zahl von Lösungen zu einem Maximum der Leitungsfähigkeit für eine ganz bestimmte Molecülzahl.

§. 299.

Galvanische Polarisation. — Man verbinde ein Wasservoltameter, durch welches kurze Zeit ein Strom geleitet war, nach Ausschaltung des Stromes schnell mit einem Galvanometer, so liefert das Voltameter einen kurze Zeit andauernden Strom, welchen man Polarisationsstrom nennt. Dieser Strom geht in umgekehrter Richtung durch das Voltameter, wie derjenige, welcher die Polarisation erzeugt hatte. In Fig. 498 ist

Fig. 498.



eine Zusammenstellung von Apparaten angegeben, welche den Polarisationsstrom leicht sichtbar machen lässt.

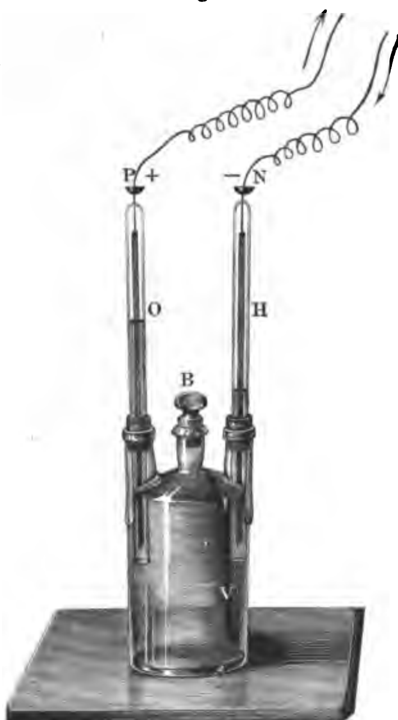
Der Apparat *A* hat drei Klemmschrauben *H*, *J*, *M*. *H* ist mit dem Elemente *S*, *M* mit dem Voltameter *V*, *J* mit dem Galvanometer *G* verbunden. Die Klemme *M* steht in leitender Verbindung mit dem Metallhebel *K*, welcher an seinem Ende den Metallstift *O* trägt. Wird *O* mit der Feder, welche nach *H* führt, in leitende Verbindung gebracht, wie es die Figur zeigt, so ist das Element geschlossen und das Galvanometer ist ausgeschaltet. Wird dagegen *O* mit der Feder, welche nach *J* führt, in Berührung gebracht, so ist das Element ausgeschaltet und der Polarisationsstrom des Voltameters geht jetzt durch das Galvanometer.

Der Polarisationsstrom beweist, dass die beiden Platinbleche in dem Voltameter gegen einander elektromotorisch wirksam werden, sobald ein Strom durch das Voltameter gegangen ist. Man bezeichnet eine Metallplatte, welche als Elektrode gedient hat und hierdurch elektrisch verschieden gegen eine andere (reine) Platte desselben Metalls geworden ist, als polarisirt. Die Ursache der Polarisation in dem Voltameter ist die Berührung der Platinbleche mit zwei verschiedenen Gasen, Sauerstoff einerseits und Wasserstoff andererseits. Einen directen Beweis hierfür kann man dadurch bringen, dass man die Polarisation nachahmt.

Das Glas *V*, Fig. 499 (a. f. S.), hat drei Oeffnungen, von denen die beiden seitlichen Glasröhren enthalten, die oben geschlossen und unten offen sind. In diese Röhren sind oben Platindrähte eingeschmolzen, welche nach dem Durchtritt durch das Glas in Platinstreifen übergehen. Man füllt zunächst das Gefäss durch die mittlere Oeffnung mit verdünnter Schwefelsäure und kehrt dann, nachdem man die mittlere Oeffnung geschlossen hat, das Gefäss einen Augenblick um; hierdurch werden die

Glasröhren ebenfalls mit Flüssigkeit gefüllt. Demnächst füllt man, indem man ein Gasentbindungsrohr durch die Oeffnung bei *B* einführt, das eine Glasrohr mit Sauerstoff, das andere mit Wasserstoff. Verbindet man dann die Platindrähte mit einem Galvanometer, so entsteht ein Strom, der vom Sauerstoff durch das Galvanometer zum Wasserstoff geht. Hierdurch ist erwiesen, dass die Berührung der beiden Gase mit dem Platin die Ursache für die Entstehung des Stromes ist. Der oben beschriebene Apparat wurde von Grove[1]) construirt und führt den Namen des Grove'schen Gaselementes.

Fig. 499.



Sobald das Grove'sche Element geschlossen wird, der Strom also beginnt, füllen sich die beiden Glasröhren desselben allmälig mit Flüssigkeit. Durch den Strom wird nämlich die Flüssigkeit zersetzt und zwar scheidet sich bei O Wasserstoff, bei H Sauerstoff aus, so dass in jedem Rohre Sauerstoff und Wasserstoff oberhalb der Flüssigkeit vorhanden ist. Diese beiden Gase verbinden sich dann unter der Einwirkung des Platins zu Wasser; daher die Verminderung des Gasvolumens in beiden Röhren.

Da der Polarisationsstrom des Voltameters ebenfalls die Voltameterflüssigkeit zersetzt und H_2 und O an den Elektroden ausscheidet, so dauert der Polarisationsstrom nur so lange, bis die durch den primären Strom ausgeschiedenen O und H_2 sich mit den durch den Polarisationsstrom ausgeschiedenen H_2 und O vereinigt haben.

Nicht bloss Wasserstoff und Sauerstoff, sondern auch andere Gase sind elektromotorisch gegen einander wirksam. Grove hat gezeigt, dass man dieselben mit den Metallen in eine Spannungsreihe ordnen kann. Diese Reihe ist die folgende:

Chlor; Brom; Jod; Superoxyde; Sauerstoff; Stickstoffoxyd; Kohlensäure; Stickstoff; Metalle, welche das Wasser nicht zersetzen; ölbildendes Gas; Aether; Alkohol; Kohlenoxyd; Wasserstoff.

Berührt ein Metall, welches das Wasser nicht zersetzt, z. B. Platin oder Silber, eines der vor den Metallen genannten Gase, so wird das Metall positiv elektrisch; berührt es dagegen eines der nach den Metallen genannten Gase (oder Dämpfe), so wird das Metall negativ elektrisch. Die Erregung des Metalls ist um so stärker, je weiter das Gas in der

[1]) Grove, Pogg. Ann. Ergb. 2, 1848.

obigen Reihe von den Metallen entfernt steht. Sobald daher bei der Elektrolyse Gase auftreten, welche elektromotorisch wirksam sind, zeigt sich auch die Polarisation [1]).

Da die Polarisation in einer elektromotorischen Kraft ihren Grund hat, welche jener elektromotorischen Kraft entgegenwirkt, die den primären Strom erzeugt, so bewirkt die Polarisation eine Abschwächung der Stromintensität. Nennt man den Gesammtwiderstand des Stromkreises W, die Kraft des Elektromotors E und die elektromotorische Kraft der Polarisation p, so ist die Intensität J

$$J = \frac{E - p}{W}.$$

Die Grösse von p hängt von der Natur der Elektroden, der Natur der zersetzten Flüssigkeit, und von E ab.

Es ist p nahezu gleich E, so lange E eine gewisse Grösse nicht übersteigt; dann nähert sich p einem Maximum, welches nicht überschritten wird. Dieses Maximum ist für Platin in verdünnter Schwefelsäure gleich 1,6 Daniell. So lange E kleiner als 1,6 D. ist, ist die Zersetzung im Voltameter so schwach, dass sie nur durch besondere Mittel sichtbar gemacht werden kann. Es genügt daher ein Element von Daniell nicht, um verdünnte Schwefelsäure zwischen Platinblechen in grösserer Menge zu zersetzen. Wohl aber kann man durch ein Element D die Platinbleche im Voltameter polarisiren. Die Polarisation tritt bei jedem beliebig schwachen Strome auf, und gerade hierdurch ist auch der Beweis geführt, dass schon der schwächste Strom die Ionen an den Elektroden abscheidet.

Die Polarisation kann in vielen Fällen sehr bedeutend abgeschwächt werden, wenn man als Elektrode eine Platte von jenem Metalle benutzt, welches in der Flüssigkeit gelöst ist; z. B. eine Kupferplatte in einer Lösung von Kupfervitriol, eine Silberplatte in einer Lösung von salpetersaurem Silber. Bei Anwendung von amalgamirtem Zink in einer concentrirten Lösung von Zinkvitriol ist die Polarisation kaum mehr wahrzunehmen, wenn sehr schwache Ströme angewandt werden.

Auch wenn keine Gase an den Elektroden sich abscheiden, tritt eine neue elektromotorische Kraft in der Zersetzungszelle dadurch auf, dass die Beschaffenheit der Flüssigkeit durch die Elektrolyse geändert wird; es genügt hierzu schon, wenn Concentrationsänderungen an den beiden Elektroden eintreten. Werden zwei amalgamirte Zinkelektroden in einer Zinkvitriollösung horizontal über einander gelagert und wird durch diese Combination ein Strom von der unteren Elektrode zur oberen geleitet, so zeigt sich nach Aufhebung des Stromes die Combination deutlich polarisirt. Wird dagegen der zersetzende Strom in umgekehrter Richtung von der oberen zur unteren Elektrode geführt, so ist die beobachtete Polarisation nach H. F. Weber etwa sechsmal kleiner. Der polarisirende Strom bewirkt eine Concentration der Lösung an der Eintrittsstelle und eine Verdünnung derselben an seiner Austrittsstelle. Tritt der polarisirende Strom in die untere Elektrode, so bleibt die Concentrationsänderung,

[1]) Beetz, Pogg. Ann. 90, 1853.

welche er hervorbringt, fast vollständig bestehen. Tritt dagegen der Strom in die obere Elektrode ein, so sinkt die concentrirtere Flüssigkeit wegen ihrer grösseren Dichtigkeit herunter und vermindert so den Concentrationsunterschied, welchen der Strom an den Elektroden verursacht hatte; daher in diesem Falle die viel schwächere Polarisation.

Metallplatten, die auf irgend eine Weise mit einer noch so dünnen Schicht eines fremdartigen Stoffes bedeckt worden sind, nehmen ganz dieselbe Beschaffenheit an, wie wenn sie durch denselben Stoff auf elektrolytischem Wege polarisirt wären. Da nun die Oberflächen der Körper selten ganz rein und selbst dann, wenn es dem Auge nicht unmittelbar auffällt, meistens dennoch mit Spuren fremdartiger Stoffe bedeckt sind, so wird es begreiflich, dass auch gleichartige Metalle, ja sogar zwei Streifen aus demselben Stücke eines Metalles geschnitten, wenn sie neben einander in eine Flüssigkeit gesenkt und durch die Enden eines empfindlichen Multiplicators verbunden werden, häufig eine bemerkbare Ablenkung der Nadel bewirken, die jedoch nur von kurzer Dauer ist. Solche vorübergehende elektrische Wirkungen zwischen gleichartigen Platten werden besonders dann wahrgenommen, wenn man die eine nach der anderen eintaucht.

Wegen der Polarisation kann man die Widerstände flüssiger Leiter nicht in gleicher Weise wie die fester Leiter bestimmen; Kohlrausch hat daher (vergl. §. 289) alternirende Ströme angewendet, welche die Polarisation nicht zu Stande kommen lassen.

§. 300.

Bedeutung der Polarisation für die Elemente. — Ebenso wie in einer Zersetzungszelle tritt auch in den Elementen eine Zerlegung der Flüssigkeit ein, welche eine Polarisation zur Folge hat. Die elektromotorische Kraft dieser Polarisation ist derjenigen des Elementes immer entgegengesetzt und bewirkt daher eine Schwächung der Stromstärke. Elemente, in denen die Polarisation möglichst abgeschwächt ist, heissen constant; die übrigen Elemente im Gegensatze dazu inconstant.

Die in §. 282 angeführten Elemente enthalten sämmtlich Zink als negativen Pol. Steht das Zink, wie es meistens der Fall ist, in verdünnter Schwefelsäure, so löst das am Zink sich abscheidende Ion SO_4 das Zink auf, so dass das Zink keine wesentliche Polarisation erfährt. Anders verhält es sich mit dem positiven Pole, an welchem sich Wasserstoff abscheidet. In der Volta'schen Säule (Zink und Kupfer in verdünnter Schwefelsäure) kommt die polarisirende Wirkung des Wasserstoffs zur vollen Geltung, indem derselbe das Kupfer bedeckt. Die Intensität des Stromes der Volta'schen Säule nimmt daher direct nach dem Stromschluss beträchtlich ab; in Folge dessen ist diese Säule inconstant. Die constanten Elemente zeichnen sich vor den anderen dadurch aus, dass sie die Entwickelung von Wasserstoff verhindern. Zu dem Zwecke steht das Kupfer in Kupfervitriollösung (Daniell, Meidinger); das Platin (Grove) und die Kohle (Bunsen) in concentrirter Salpetersäure. In der Kupferlösung wird statt des Wasserstoffs Kupfer abgeschieden, und daher bleibt der positive Pol unverändert mit der Lösung von $CuSO_4$ in Berührung.

In der Salpetersäure reducirt der am Platin oder der Kohle frei werdende Wasserstoff die Salpetersäure unter Bildung von Wasser. Die Salpetersäure wird dadurch zu Untersalpetersäure und Stickstoff reducirt; diese Gase lösen sich theils in der Salpetersäure, theils entweichen sie in der Luft, wobei auch das Stickoxyd durch Aufnahme des Sauerstoffs der Luft in Untersalpetersäure übergeht. Die Untersalpetersäuredämpfe, welche dem Bunsen'schen und Grove'schen Elemente entsteigen, sind der Gesundheit und auch den Apparaten nachtheilig; daher können diese Elemente nicht für längere Zeit in einem bewohnten Raume in Thätigkeit sein. Gerade in dieser Hinsicht ist das Chromsäureelement von Bunsen viel vortheilhafter. Indem der sich bildende Wasserstoff der Chromsäure Sauerstoff entzieht, wird ersterer unter Bildung von Wasser an der Polarisationswirkung verhindert. Die Chromsäure verwandelt sich in Chromoxyd, welches in der Schwefelsäure gelöst wird.

Es ist indessen zu bemerken, dass alle sogenannten constanten Elemente nicht vollkommen constant sind, da in keinem die Polarisation vollständig gleich Null ist.

§. 301.

Anwendungen der Polarisation. 1. Capillarelektrometer. — Die Capillarconstante an der Berührungsgrenze von Quecksilber und verdünnter Schwefelsäure wird durch die Polarisation des Quecksilbers mittelst Wasserstoff bedeutend geändert. Dieses Verhalten hat Lippmann [1]) zur Construction eines empfindlichen Elektrometers benutzt, welches dazu geeignet ist, kleine Potentialdifferenzen zu messen.

Ein mit Quecksilber gefülltes Rohr AB (1 m lang, 7 mm Durchmesser), Fig. 500 (a. f. S.), endigt unten in einer kurzen capillaren Spitze C. Obwohl das Rohr AC beiderseits offen ist, fliesst das Quecksilber aus der engen Röhre, in Folge der Capillardepression, nicht aus. Das Ende C des Rohres befindet sich in einem Glasgefässe DD, welches etwas Quecksilber enthält, im Uebrigen mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt ist. Von dem Quecksilber in dem Rohre AB und in dem Gefässe D gehen zwei Platindrähte α und β aus. Das Rohr AB ist oben mit einem Kautschukschlauche verbunden, welcher zu dem mit Quecksilber gefüllten Manometer F führt. Auf diesem Wege ist ein Sack EE von Kautschuk eingeschaltet, welcher zwischen zwei Brettern liegt, die durch die Schraube G den Sack zusammenpressen lassen.

Die Benutzung des Elektrometers geschieht in folgender Weise. Nachdem man etwas Quecksilber aus der Spitze C gedrückt hat, um die eventuell dort vorhandene Luft zu entfernen, verbindet man die Drähte α und β mit einander und stellt das Manometer F durch Drehung der Schraube G auf Null ein. Dann fixirt man durch ein Mikroskop den Meniscus des Quecksilbers in C. Wird jetzt der Draht α mit dem negativen, β mit dem positiven Pole eines Elektromotors verbunden, so tritt eine Vorschiebung des Quecksilbermeniscus in C ein; durch einen Druck auf die Quecksilbersäule AB, welcher durch die Schraube G hervorgebracht

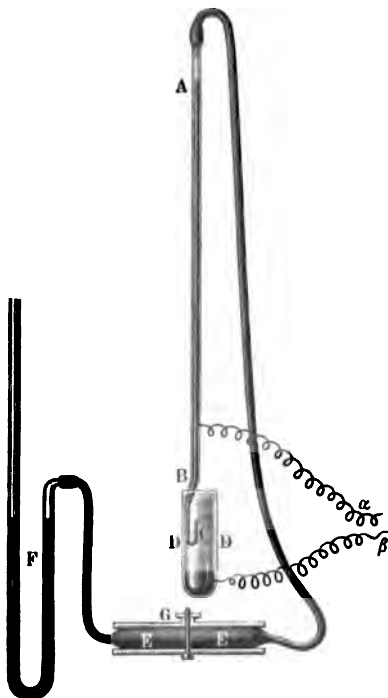
---

[1]) Lippmann, Pogg. Ann. **149**, 1873. Ann. de Chim. et de Phys. **5**, 1875.

und durch das Manometer F gemessen wird, kann man den Meniscus wieder an seine frühere Stelle zurückführen. Der so bestimmte Druck ist ein Maass für die Potentialdifferenz von α und β.

Das Capillarelektrometer giebt für kleine Potentialdifferenzen schon bedeutende Druckänderungen (bei 1 Daniell bis zu 260 mm), und die letzteren sind auch nur für kleine Potentialdifferenzen (bis zu 0,8 Daniell) diesen selbst proportional.

Fig. 500.



2. Accumulator. — Sind in einem Voltameter die Platinplatten polarisirt, so liefern sie nach ihrer Verbindung einen kurz dauernden Strom. Es ist nun möglich, aus polarisirten Platten ein Element zu bilden, welches einen längere Zeit dauernden Strom liefert. Solche Elemente nennt man Accumulatoren oder secundäre Elemente.

Nachdem Ritter schon im Jahre 1803 secundäre Elemente aus einer leitenden Flüssigkeit und einem der Metalle Kupfer, Eisen oder Gold gebildet hatte, welche durch den Strom einer galvanischen Batterie polarisirt waren, wurde in neuerer Zeit dieser Zweig der Elektricität besonders durch Planté und Faure gefördert.

Der Planté'sche Accumulator besteht aus zwei Bleiplatten, welche durch zwei Kautschukstreifen zum Zweck der Isolirung von einander getrennt sind, und dann zu einem Cylinder aufgerollt werden. Der letztere wird in ein Gefäss mit verdünnter Schwefelsäure getaucht.

Verbindet man die eine Bleiplatte mit dem positiven, die andere mit dem negativen Pole einer galvanischen Batterie, so bildet sich auf der positiven Platte durch den sich ausscheidenden Sauerstoff ein brauner Ueberzug, der aus Bleisuperoxyd, PbO_2, besteht; die negative Platte, an welcher sich Wasserstoff ausscheidet, wird dagegen ganz blank, indem die etwa dort vorhandene Oxydschicht durch den Wasserstoff reducirt wird. Die Ladung des Accumulators ist vollendet, wenn die positive Platte den bei ihr entwickelten Sauerstoff entweichen lässt. Verbindet man dann die beiden Platten durch eine Leitung mit einander, so erhält man den secundären Strom des Elementes. Die Wirkung dieses Stromes besteht darin, dass das Bleisuperoxyd desoxydirt wird und hierbei einen schwammigen Ueberzug zurücklässt; gleichzeitig bildet der Strom auf der früheren negativen Platte jetzt Bleisuperoxyd. Nach einer einmaligen Ladung ist der secundäre Strom nur von kurzer Dauer. Man ladet und entladet deshalb das Element mehrere Male und erreicht hierdurch, dass sich auf

den Bleiplatten ein dickerer schwammiger Bleiüberzug bildet, welcher sie für eine grössere Sauerstoffaufnahme und daher stärkere Ladung empfänglich macht. Die Dauer des secundären Stromes eines so vorgebildeten Elementes hängt natürlich von dem Widerstande der Leitung ab; je grösser der Widerstand, um so grösser die Stromesdauer.

Faure verbesserte das Planté'sche Element dadurch, dass er die Bleiplatte von vornherein mit einem zweckdienlichen Ueberzuge, den Planté erst durch oftmaliges Laden und Entladen erzielte, herstellte. Faure bedeckte nämlich beide Platten mit einem Brei aus Mennige (Pb_3O_4) und verdünnter Schwefelsäure, und rollte dann die bestrichenen Platten mit einer Zwischenlage von Pergamentpapier und Flanell, ebenso wie Planté, zu einem Cylinder auf.

Die Bedeutung der Accumulatoren besteht darin, dass sie ein Mittel darbieten, Elektricität und hierdurch eine Kraft, welche augenblicklich nicht verwendbar ist, aufzuspeichern und zu transportiren.

§. 302.

Passivität des Eisens. — Ersetzt man in dem Wasserzersetzungsapparat die eine Platinelektrode durch Eisen, und leitet den Strom so durch denselben, dass das Eisen die positive Elektrode bildet, so wird das Eisen dauernd verändert. Gegen gewöhnliches Eisen ist das so veränderte Eisen negativ elektrisch. Auch in chemischer Beziehung zeigt das Eisen eine Veränderung; denn während gewöhnliches Eisen in verdünnter Salpetersäure, deren specifisches Gewicht kleiner als 1,35 ist, lebhaft angegriffen und aufgelöst wird, vermag die Säure auf das veränderte Eisen keine Einwirkung auszuüben. Das Eisen verhält sich der Säure gegenüber vollständig passiv und eben deshalb nennt man das so veränderte Eisen passiv [1]). Diese Passivität des Eisens lässt sich auch noch in anderer Weise hervorbringen.

Taucht man das Eisen in concentrirte Salpetersäure, so wird es passiv; es wird dann beim Eintauchen in verdünnte Säure nicht angegriffen.

Hat man das eine Ende eines Drahtes passiv gemacht, so kann man das andere Ende in folgender Art ebenfalls passiv erhalten. Man tauche das passive Ende in verdünnte Salpetersäure, biege den Draht so weit um, dass auch das andere Ende in dieselbe Säure taucht, so wird auch dieses Ende sofort passiv. In diesem Falle entsteht im Moment des Eintauchens ein Strom, weil das passive Ende gegen das nicht passive Ende elektrisch negativ ist; es wird daher das früher nicht passive Ende zur positiven Elektrode.

Glüht man das Eisen in der Luft, so wird es passiv; glüht man dagegen das Eisen in einem Raume, welcher keinen Sauerstoff enthält, z. B. in Wasserstoff, so wird dasselbe nicht passiv.

Der Grund der Passivität ist die Bildung einer Oxydschicht auf der Oberfläche des Eisens, welche so dünn ist, dass sie dem Auge meistens nicht bemerkbar ist. Alle Methoden, das Eisen passiv zu machen, werden hierdurch erklärt. Wird das Eisen als positive Elektrode verwendet, so

---

[1]) Schönbein, Pogg. Ann. 37, 1836.

scheidet sich an demselben Sauerstoff ab, welcher im activen Zustande (als Ozon) auf das Eisen einwirkt. Beim Erhitzen an der Luft überzieht sich das Eisen mit einer Schicht von Oxyduloxyd. In concentrirter Salpetersäure giebt letztere ebenfalls einen Theil ihres Sauerstoffs an das Eisen ab.

Jede Methode, welche die oberflächliche Oxydschicht dem passiven Eisen nimmt, führt dasselbe in den gewöhnlichen Zustand zurück [1]). Benutzt man das passive Eisen als negative Elektrode bei der Wasserzersetzung, oder glüht man dasselbe in einem Strome von Wasserstoff, oder endlich feilt man die Oberfläche ab, so verliert das Eisen seine Passivität.

Ausser dem Eisen zeigen noch einige andere Metalle, wenn auch in viel geringerem Grade, das Vermögen passiv zu werden; es sind dies Wismuth, Zinn, Aluminium, Nickel und Kobalt.

§. 303.

Elektrische Endosmose. — Wird in einem Zersetzungsapparat die Flüssigkeit durch eine poröse Scheidewand in zwei Theile zerlegt, so übt der Strom ausser der Zersetzung und Fortführung der Ionen auch noch eine mechanische Wirkung dadurch aus, dass er die unzersetzte Flüssigkeit in der Richtung des positiven Stromes durch die Scheidewand fortführt. In die gebogene Glasröhre, Fig. 501, werde an der Biegungsstelle ein Pfropf von Thon angebracht und dann beide Röhrenhälften bis zu gleicher Höhe mit Wasser gefüllt. Ein durch das Wasser geleiteter Strom bewirkt jetzt, dass das Wasser an der positiven Elektrode sinkt und an der negativen Elektrode steigt. Diese Höhendifferenz erreicht ein Maximum, welches für jede Flüssigkeit verschieden ist. Lässt man die übertretende Flüssigkeit abfliessen, so ist die Menge derselben der Zeitdauer des Stromes proportional. G. Wiedemann [2]) hat dabei folgendes Gesetz gefunden: Die Menge der in gleichen Zeiten durch die Thonwand übergeführten Flüssigkeit ist der Intensität des Stromes direct proportional und unter sonst gleichen Bedingungen von der Dicke und der Oberfläche der Thonwand unabhängig. Ferner zeigte sich, dass unter sonst gleichen Umständen die übergeführte Flüssigkeitsmenge um so grösser war, je geringer das Leitungsvermögen der Flüssigkeit ist.

Fig. 501.



Quincke [3]) hat ferner beobachtet, dass auch ohne Einschaltung einer porösen Wand in engen Röhren durch den Strom eine Ueberführung erfolgt.

---

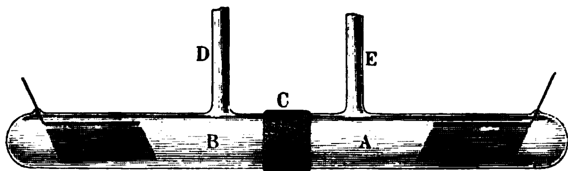
[1]) Beetz, Pogg. Ann. 67, 1846. — [2]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 87, 1852. — [3]) Quincke, Pogg. Ann. 113, 1861.

Die Erklärung dieser Erscheinung ist nach Quincke die folgende. Die an der Röhrenwand anliegenden Wassertheilchen werden durch die Berührung mit dem Glase positiv elektrisch; diese positive Elektricität wird in der Richtung des positiven Stromes fortgetrieben. Da aber das Wassertheilchen die Elektricität nicht augenblicklich abgeben kann, so wird es mit dieser fortbewegt. Hieraus geht hervor, warum eine Flüssigkeit um so stärker bewegt wird, je schlechter sie die Elektricität leitet. Ferner ergiebt sich, dass die Fortführung zunächst nur in der das Rohr berührenden Wandschicht stattfindet; dass aber noch weitere Theilchen an der Bewegung theilnehmen, beruht auf der Cohäsion der Flüssigkeit.

§. 304.

Diaphragmenströme. — Diese Ströme, welche von Quincke[1]) beobachtet wurden, entstehen in folgender Weise. Zwei Glasröhren *A* und *B*, Fig. 502, welche an ihren geschlossenen Enden Platindrähte, die in Platinblechen endigen, eingeschmolzen haben, werden mit ihren abgeschliffenen Enden an eine Thonplatte *C* festgekittet. Durch die seit-

Fig. 502.



lichen Oeffnungen *D* und *E* wird der Apparat vollständig mit Wasser gefüllt. Drückt man dann das Wasser durch das Diaphragma, so entsteht ein elektrischer Strom, welcher durch die Thonwand geht, wie sich dadurch nachweisen lässt, dass man die Platindrähte mit einem Galvanometer verbindet. Die Richtung dieses Stromes ist der Richtung des strömenden Wassers gleich.

Die elektromotorische Kraft dieser Ströme ist unabhängig von der Grösse und Dicke des Diaphragmas, aber proportional dem Drucke, mit welchem das Wasser durchgepresst wird. Die Substanz des Diaphragmas ist von der grössten Einwirkung auf die elektromotorische Kraft. Wird das Wasser mit dem Ueberdrucke von einer Atmosphäre durch das Diaphragma gepresst, so ist die elektromotorische Kraft gleich:

Substanz des Diaphragmas	Elektromotorische Kraft Daniell = 1
Schwefel	9,7707
Quarzsand	6,2049
Seide	1,4545
Thon	0,3615

[1]) Quincke, Pogg. Ann. **107**, 1859; **110**, 1860; **113**, 1861.

Werden dem Wasser nur geringe Mengen von Säuren oder Salzen zugesetzt, so wird der Strom bedeutend geschwächt.

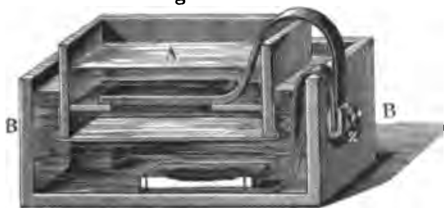
§. 305.

Anwendung der Elektrolyse in der Praxis. — Das elektrolytisch niedergeschlagene Kupfer ist von der Platte, auf welcher es abgesetzt wurde, ablösbar und zeigt einen ganz genauen Abdruck der Platte. Jacobi benutzte diese Thatsache, um Abdrücke von beliebigen Formen herzustellen, und nannte die Methode Galvanoplastik.

Zur Herstellung eines Kupferabdruckes kann man die Platte, z. B. eine Münze, als negative Elektrode in eine Kupfervitriollösung hängen und als positive Elektrode eine Kupferplatte benutzen, durch deren Auflösung die Kupferlösung gesättigt bleibt. Auf diese Weise erhält man ein Negativ des Originals. Je nach der Stärke der angewandten Batterie dauert die Herstellung des Kupferabdruckes längere oder kürzere Zeit.

Es ist indess eine besondere Batterie nicht nothwendig, sondern man kann auch die Abscheidung in dem zu bildenden Elemente selbst vor sich gehen lassen. Das Gefäss *A*, Fig. 503, dessen Boden aus einer Schweinsblase gebildet ist, wird mit verdünnter Schwefelsäure angefüllt und hängt in dem weiteren Gefässe *B*, welches mit concentrirter Kupfervitriollösung gefüllt ist. In das Gefäss *A* wird eine amalgamirte Zinkplatte, in das Gefäss *B* die Form eingehängt, von der ein Abdruck hergestellt werden soll; beide werden bei *z* metallisch verbunden und bilden so ein Element.

Fig. 503.



Um einen positiven Abdruck, also eine vollständige Nachbildung des Gegenstandes zu erhalten, verfertigt man zunächst einen negativen Abdruck des Gegenstandes in Guttapercha oder Wachs, und macht die so erhaltene Form durch Auftragen von feinem Graphitpulver auf ihrer Oberfläche mittelst eines Pinsels leitend. Diese Form resp. ihre leitende Oberfläche wird durch einen isolirten Kupferdraht mit dem Zink des Gefässes *A* verbunden. Wenn die Form nicht aus Guttapercha, Wachs oder einem ähnlichen Material, sondern aus einem Metall besteht, so ist es nothwendig, dieselbe mit etwas Oel einzureiben, weil das galvanisch abgesetzte Metall auf reinem Metall sehr fest haftet.

Um metallische Gegenstände mit einem dünnen Ueberzuge von Gold, Silber oder Nickel zu versehen, werden die Gegenstände in eine passende Lösung gehängt und als negative Elektroden eines durch die Lösung fliessenden Stromes verwandt. Als positive Elektrode wird den Gegenständen eine Platte des abzuscheidenden Metalls gegenüber gestellt.

Wärmewirkungen des Stromes.

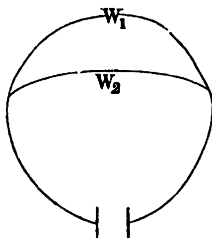
§. 306.

Gesetz von Joule. Resultate von Braun. — Der Strom erwärmt jeden Leiter, den er durchfliesst. Die erzeugte Wärmemenge hängt von der Stärke des Stromes und dem Widerstande des Leiters ab. Joule[1]) hat gefunden, dass die durch den Strom von der Intensität J in einem Leiter von dem Widerstande w in der Zeit t erzeugte Wärmemenge q gleich ist:

$$q = c \,.\, J^2 \,.\, w \,.\, t.$$

Die Grösse c hängt von der Wahl der Einheiten für J und w ab. Es giebt c die Wärmemenge an, welche ein Strom von der Intensität 1 in einem Leiter von dem Widerstande 1 während der Zeit 1 erzeugt.

Fig. 504.



Joule ermittelte die in obigem Gesetze ausgesprochene Abhängigkeit der erzeugten Wärme von der Stromintensität und dem Widerstande dadurch, dass er die Erwärmung bestimmte, welche ein Wasserbad durch eine vom Strome durchflossene Drahtspirale, deren Widerstand bekannt war, erfuhr.

Schaltet man nach einander mehrere Widerstände verschiedener Grösse in den Stromkreis ein, so wird in dem grösseren Widerstande auch die grössere Wärme entwickelt; denn die Stromstärke ist überall dieselbe.

Schaltet man dagegen neben einander zwei Widerstände w_1 und w_2 ein, wie in Fig. 504, und ist in w_1 die Intensität i_1, in w_2 gleich i_2, so ist

$$i_1 \, w_1 = i_2 \, w_2.$$

Daher die in w_1 erzeugte Wärmemenge

$$q_1 = c \,.\, i_1^2 \, w_1 \,.\, t.$$

Die in w_2 erzeugte Wärmemenge

$$q_2 = c \cdot i_2^2 \cdot w_2 \cdot t = c \cdot i_1^2 \, \frac{w_1^2}{w_2^2} \cdot w_2 \cdot t = q_1 \cdot \frac{w_1}{w_2}.$$

Die in den Zweigen w_1 und w_2 erzeugten Wärmemengen verhalten sich daher umgekehrt wie die Widerstände der Zweige.

Wendet man das Joule'sche Gesetz auf den ganzen Stromkreis an und nimmt man an, dass der Gesammtwiderstand desselben gleich W sei, so ist die durch den Strom in der Zeit t producirte Gesammtwärme gleich

$$Q = c \,.\, J^2 \,.\, W \,.\, t.$$

Diese Wärme, welche der Strom hervorbringt, rührt her von den chemischen Processen, welche sich während des Stromes in dem Elemente vollziehen.

---

[1]) Joule, Philos. Magazin. 19, 1841. Dove's Repert. 8.

Lässt man die gleichen Processe vor sich gehen, ohne dass ein Strom entsteht, so entwickeln sie eine bestimmte Wärmemenge, die kurz chemische Wärme (Q_c) genannt werden möge. Nach W. Thomson setzt sich nun die gesammte durch die chemischen Processe im Elemente frei werdende Energie in Stromarbeit um. Wenn daher der Strom keine andere Arbeit leistet, als die Erwärmung des Stromkreises, so muss nach Thomson die durch den Strom producirte Gesammtwärme, welche wir kurz die gesammte Stromwärme nennen wollen, Q_s, gleich sein der vorhin als „chemische Wärme“ bezeichneten Wärmemenge Q_c. Dass beim Daniell'schen Elemente dieser von Thomson verlangte Zusammenhang wirklich vorhanden ist, wollen wir durch die von J. Thomsen ausgeführten Beobachtungen nachweisen [1]).

Der chemische Process im Daniell'schen Elemente besteht in der Bildung von $ZnSO_4$ und in der Zersetzung einer äquivalenten Menge von $CuSO_4$; bei dem ersten Processe wird Wärme frei, bei dem zweiten verbraucht. Bei der Bildung von $(65 + 32 + 4 \, . \, 16) = 161$ g $ZnSO_4$ werden

106 090 Wärmeeinheiten frei.

Bei der Zersetzung von $(63{,}4 + 32 + 4 \, . \, 16) = 159{,}4$ g $CuSO_4$ werden

55 960 Wärmeeinheiten verbraucht.

Durch beide Processe werden also im Ganzen $106\,090 - 55\,960 = 50\,130$ Wärmeeinheiten frei. Hierbei ist diejenige Wärmemenge gleich 1, welche 1 g Wasser um 1° C. erwärmt.

Denkt man sich in den Stromkreis des Daniell'schen Elementes ein Wasservoltameter eingeschaltet, so wird derselbe Strom, welcher 159,4 g $CuSO_4$ zersetzt, in der gleichen Zeit 18 g Wasser im Voltameter zersetzen, oder 33 515 ccm Knallgas liefern.

Thomsen bestimmte nun die Wärmemenge, welche ein Strom willkürlicher Stärke in einer Platinspirale von willkürlichem Widerstande pro Minute erzeugte. Die Wärmemenge war gleich 387,2 Einheiten.

Eine Vergleichung des Widerstandes des Daniell'schen Elementes mit der Spirale ergab, dass der Widerstand des Elementes gleich 0,17105 von dem Widerstande der Spirale war. Die gleiche Stromstärke, welche in der Platinspirale 387,2 Wärmeeinheiten erzeugte, würde daher in dem Elemente die Wärmemenge 0,17105 . 387,2 pro Minute liefern.

Endlich bestimmte Thomsen diese Stromstärke; dieselbe war gleich 44,138, d. h. der Strom lieferte pro Minute 44,138 ccm Knallgas.

Das Resultat ist daher folgendes. Ein Strom von der Stärke 44,138, welcher durch ein Daniell'sches Element erzeugt wird, liefert in allen Theilen eines geschlossenen Daniell'schen Elementes zusammengenommen, pro Minute

$$0{,}17105 \, . \, 387{,}2 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Damit ein Strom der genannten Stärke 33 515 ccm Knallgas liefere, muss er

$$\frac{33\,515}{44{,}138} \text{ Minuten}$$

1) J. Thomsen, Wied. Ann. 11, 1880.

wirken. In dieser Zeit ist die vom Strome erzeugte Wärmemenge gleich

$$0{,}17105 \cdot 387{,}2 \cdot \frac{33\,515}{44{,}138} = 50\,292 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

In gleicher Zeit werden aber im Daniell'schen Elemente 161 g $ZnSO_4$ gebildet, und 159,4 g $CuSO_4$ zersetzt; hierdurch werden 50 130 Wärmeeinheiten frei. Die Werthe (50 292 und 50 130) stimmen so nahe überein, dass der Schluss berechtigt ist:

In dem geschlossenen Daniell'schen Elemente ist die totale durch den chemischen Process entbundene Energie der galvanischen Wärmeentwickelung äquivalent; oder die chemische Wärme Q_c ist gleich der Stromwärme Q_s.

Hieraus geht hervor, dass ebenso viel Wärme wie die chemischen Processe ohne Strom liefern würden, auch durch den Strom, welcher durch die gleichen chemischen Processe im Daniell'schen Elemente erzeugt wird, zum Vorschein kommt. Schliesst man daher ein Daniell'sches Element durch einen beliebigen Stromkreis, so erzeugt das Element immer die gleiche Wärmemenge Q_s in der Zeit, in welcher 159,4 g $CuSO_4$ zersetzt werden. Vorausgesetzt ist hierbei nur, dass der Strom keine sonstige Arbeit auf seinem Wege zu leisten hat, dass also nicht etwa Zersetzungszellen in dem Strome sich finden, oder dass der Strom eine magnetische Wirkung ausübt u. s. w. Da mit wachsendem Widerstande der Leitung die Stromintensität abnimmt, so wächst die Zeit, welche zur Zersetzung der gleichen Menge von $CuSO_4$ nothwendig ist, gleichzeitig mit dem Widerstande. Schliesst man daher das Element durch eine Leitung von sehr geringem Widerstande, so wird die Wärmemenge Q_s schnell geliefert und der Hauptantheil dieser Wärmemenge fällt in das Element selbst. Je grösser der Widerstand der Leitung wird, um so länger dauert es bis die Wärmemenge Q_s von dem Strome geliefert wird, und ein um so grösserer Bruchtheil derselben kommt in der Leitung zum Vorschein.

Wie Thomsen gezeigt hat, verhalten sich auch manche andere Elemente, wie z. B. das Bunsen'sche, dem Daniell'schen ganz ähnlich. Auch bei diesen Elementen ist mit sehr grosser Annäherung $Q_c = Q_s$.

Es fragt sich nun, ob diese Beziehung nothwendig ist, ob also die ganze chemische Wärme in Stromarbeit und damit in Stromwärme umgesetzt werden muss. Die Antwort darauf ist: nein. Das Princip von der Erhaltung der Energie erfordert nur, dass von der chemischen Wärme nichts verloren gehe. Es ist daher möglich, dass ein Theil der chemischen Energie nicht als Strom, sondern direct als Wärme auftritt. In diesem Falle wird also

$$\frac{Q_s}{Q_c}$$

nicht gleich 1, sondern kleiner als 1 sein. F. Braun[1]) hat nachgewiesen, dass dieser Fall wirklich eintritt, wie folgende Zahlen zeigen:

---

[1]) F. Braun, Elektrochemische Untersuchungen. Sitzungsberichte der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften zu Marburg 1882. Wied. Ann. 16, 1882.

Elemente	$\frac{Q_s}{Q_c}$
$Zn \mid ZnSO_4 \mid Ag_2SO_4 \mid Ag$ . . .	0,86
$Cd \mid CdSO_4 \mid Ag_2SO_4 \mid Ag$ . . .	0,75
$Cu \mid CuSO_4 \mid Ag_2SO_4 \mid Ag$ . . .	0,47

Ferner wurde durch Braun gezeigt, dass auch der umgekehrte Fall vorkommen kann, in welchem $\frac{Q_s}{Q_c}$ grösser als 1 ist.

Denkt man sich die ganze Stromenergie in mechanische Arbeit umgesetzt, so dass der Strom selbst zur Erwärmung des Elementes und der Leitung nichts beiträgt, so ist das Resultat der Stromwirkung verschieden, je nach dem Verhältniss von Q_s zu Q_c. Ist, wie W. Thomson irrthümlich für alle Elemente verlangt, $Q_s = Q_c$, so wird unter der gedachten Voraussetzung bei geschlossenem Elemente die Temperatur desselben unverändert bleiben; ist Q_s kleiner als Q_c, so wird das Element sich erwärmen, weil nur ein Theil von Q_c in elektrische Energie umgesetzt wird; ist endlich Q_s grösser als Q_c, so wird das Element sich abkühlen, weil ausser Q_c noch eine weitere Grösse erforderlich ist, um die elektrische Energie des Stromes zu liefern.

Aus dem Joule'schen Gesetze lassen sich noch folgende Beziehungen ableiten. Die Gleichung

$$Q = c \,.\, J^2 \,.\, W \,.\, t,$$

wo Q die durch den Strom im ganzen Stromkreise erzeugte Wärme darstellt, liefert in Verbindung mit der Gleichung

$$J = \frac{E}{W}$$

$$Q = c \cdot J \cdot \frac{E}{W} \cdot W \cdot t = c \cdot J \cdot E \cdot t.$$

Für zwei Elemente mit den elektromotorischen Kräften E_1 und E_2, welche die gleiche Stromstärke J liefern, hat man daher

$$Q_1 = c \,.\, J \,.\, E_1 \,.\, t$$
$$Q_2 = c \,.\, J \,.\, E_2 \,.\, t$$

daher

$$Q_1 : Q_2 = E_1 : E_2.$$

Oder: Bei zwei Elementen, welche die gleiche Stromstärke liefern, verhalten sich die von den Strömen in der gleichen Zeit erzeugten Wärmemengen wie die elektromotorischen Kräfte der Elemente. Da z. B. die elektromotorische Kraft des Bunsen'schen Elementes gleich 1,7 Daniell ist, so erzeugt das Bunsen'sche Element bei gleicher Stromstärke in der gleichen Zeit eine 1,7 mal grössere Wärmemenge als das Daniell'sche Element.

Für diejenigen Elemente (z. B. das Daniell'sche und Bunsen'sche), bei welchen die chemische Wärme gleich der Stromwärme ist, folgt aus der letzten Proportion der weitere Satz: Die elektromotorischen Kräfte verhalten sich wie die chemischen Energien der Elemente.

Aus der Gleichung

$$Q = c \,.\, J \,.\, E \,.\, t$$

lässt sich nach den Angaben Thomsen's endlich auch die Constante c berechnen. Wir haben gesehen, dass das Daniell'sche Element in $\frac{33\,515}{44,138}$ Minuten 50 292 Wärmeeinheiten entwickelt, wenn es von einem Strome von der Stärke 44,138 durchflossen wird. Es ist daher

$$50\,292 = c \cdot 44,138 \cdot E \cdot \frac{33\,515}{44,138}$$

oder

$$c = \frac{50\,292}{33\,515} \cdot \frac{1}{E}.$$

Nun ist die elektromotorische Kraft E des Daniell'schen Elementes gleich 12, wenn die Siemens'sche Einheit als Einheit des Widerstandes und die chemische Einheit (1 ccm Knallgas pro Minute) als Einheit der Stromstärke genommen wird. Daher

$$c = \frac{50\,292}{33\,515} \cdot \frac{1}{12} = 0,125.$$

Es giebt daher die Einheit der Stromstärke in einer Minute in der Widerstandseinheit eine Wärmeentwickelung von 0,125 Wärmeeinheiten (1 g Wasser um 1^0 C. erwärmt).

§. 307.

Glühen von Drähten. Elektrisches Licht. — Die vom Strome in einem starren Leiter erzeugte Wärmemenge kann so weit gesteigert werden, dass ein Glühen des Leiters eintritt. Da die Temperaturerhöhung, durch welche das Glühen bedingt wird, dem Widerstande des Leitungsstückes und dem Quadrate der Stromstärke proportional ist, so folgt, dass bei gleicher Stromstärke ein Leiter um so leichter glühend wird, je schlechter er leitet. Bildet man daher eine Kette aus dicken und dünneren Drahtstücken desselben Metalls (z. B. Platin), so werden bei gesteigerter Stromstärke zunächst die dünneren Stücke die Glüherscheinung zeigen, während die dickeren noch dunkel sind.

Bei Anwendung eines hinreichend starken Stromes kann man durch Einhaltung gewisser Bedingungen die Leitung an einer Stelle unterbrechen, ohne dass hierdurch der Strom aufhört. Man hat nämlich nur dafür zu sorgen, dass die Enden des Leiters an der Unterbrechungsstelle hinreichend genähert bleiben; in diesem Falle bildet sich aus dem Unterbrechungsfunken ein dauernder Lichtbogen (elektrisches Licht), welcher den Durchgang der Elektricität und damit den Strom fortdauern lässt. Zur Erzeugung dieses Lichtbogens wendet man Kohlenstäbe an, zwischen deren Enden sich der Lichtbogen bildet. Soll dieser eine längere Zeit eine constante Helligkeit darbieten, so muss die Entfernung der Kohlenenden eine unveränderliche sein. Da aber diese Enden allmälig

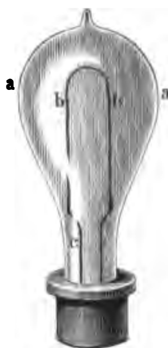
verbrennen, hat man durch speciell für diesen Zweck eingerichtete Regulatoren dafür Sorge zu tragen, dass die Kohlen sich auf eine constante Entfernung erhalten.

Die Kohlenspitzen, zwischen denen der Lichtbogen sich bildet, verhalten sich nicht gleich, wie man leicht dadurch sehen kann, dass man mittelst einer Linse ein vergrössertes Bild derselben auf einem Schirme entwirft. Aus der Fig. 505, welche das Bild der Kohlen darstellt, erkennt man, dass die positive Kohle ihre Spitze verloren hat und dass an deren Stelle eine kraterförmige Höhlung getreten ist. Ferner ist die positive Kohle stärker und auf einer längeren Strecke glühend, als die negative Kohle; es ist dies in der höheren Temperatur der ersteren begründet. Von beiden Kohlen werden intensiv leuchtende Theilchen fortgeschleudert, welche zum Theil zur gegenüber befindlichen Kohle übergehen. Die positive Kohle ist hieran aber stärker betheiligt, als die negative, so dass erstere in der gleichen Zeit sich etwa doppelt so stark abnutzt.

Fig. 505.



Fig. 506.



Ausser dem Lichtbogen wendet man in neuerer Zeit auch **Glühlampen** zur elektrischen Beleuchtung an. Die Glühlampen bestehen aus einem luftleeren birnförmigen Glasgefässe *aa* (Fig. 506), in welchem eine verkohlte Bambusfaser (Edison) oder ein verkohlter Baumwollfaden (Swan) *bb* durch den elektrischen Strom bis zur Weissgluth erhitzt wird. Der Kohlenfaden wird von den Platindrähten *cc*, welche in das Glas eingeschmolzen sind und den Strom zuführen, getragen.

Zur Erzeugung der für den Lichtbogen oder für die Glühlampen erforderlichen Ströme benutzt man gewöhnlich keine galvanische Batterien, sondern dynamoelektrische Maschinen, deren Besprechung später folgt.

§. 308.

Thermoströme. — Wenn man zwei Leiter, z. B. einen Kupferdraht mit einem Eisendraht, zu einem geschlossenen Ringe vereinigt, so kann, so lange alle Theile des Ringes gleiche Temperatur besitzen, eine elektrische Strömung nicht zu Stande kommen, weil die an den beiden Berührungsstellen dieser Leiter allerdings vorhandenen elektro-

motorischen Kräfte an Grösse gleich und in der Richtung entgegengesetzt sind.

Dieses Gleichgewicht hört auf, so wie die beiden Berührungsstellen der Metalle ungleichen Temperaturen ausgesetzt werden. Man verbinde die Drahtenden eines Galvanometers, dessen Multiplicatorgewinde aus einem kurzen dicken Drahte gebildet ist, durch einen Eisendraht und erwärme die eine Verbindungsstelle. Die Nadel wird abgelenkt und beweist durch den Sinn ihrer Ablenkung einen Strom, der vom Kupfer durch die erwärmte Berührungsstelle zum Eisen geht. Ist das Galvanometer empfindlich genug, so genügt es, die eine Verbindungsstelle mit dem Finger zu berühren, um eine Ablenkung der Nadel zu bewirken. Der Strom dauert so lange, als die Temperaturdifferenz der beiden Berührungsstellen besteht. Wenn man eine Berührungsstelle der beiden Metalle unter die Temperatur der anderen abkühlt, so entsteht ebenfalls ein Strom, welcher durch die abgekühlte Stelle vom Eisen zum Kupfer geht, also in umgekehrter Richtung fliesst, wie wenn die Stelle erwärmt würde. Werden beide Verbindungsstellen zugleich bis zu derselben Temperatur abgekühlt oder erwärmt, so entsteht kein Strom.

Man nennt die in Folge eines Temperaturunterschiedes der Berührungsstellen zweier Leiter erzeugten elektrischen Ströme thermoelektrische Ströme oder kürzer Thermoströme. Eine zum Zwecke der Erzeugung thermoelektrischer Ströme hergestellte Verbindung zweier Metalle nennt man ein Thermoelement.

Für geringe Temperaturgrenzen sind die elektromotorischen Kräfte der Thermoströme den Temperaturdifferenzen der beiden Berührungsstellen (Löthstellen) proportional; für verschiedene Körper bei gleicher Temperaturdifferenz aber verschieden. Man kann alle Metalle in einer solchen Reihe anordnen, dass jedes Metall mit einem der nachfolgenden Metalle zur Berührung gebracht, an der erwärmten Stelle positiv elektrisch wird, so dass der Strom durch die erwärmte Stelle zum nachfolgenden Metall geht. Diese von Seebeck[1]) zuerst aufgestellte thermoelektrische Spannungsreihe ist die folgende: Wismuth, Platin, Kupfer, Blei, Zinn, Gold, Silber, Zink, Eisen, Antimon.

Für die thermoelektrische Spannungsreihe gilt dasselbe Gesetz, wie für die Volta'sche Reihe, nämlich: Die elektromotorische Kraft zweier Metalle der Spannungsreihe ist gleich der Summe der elektromotorischen Kräfte aller zwischen liegenden Metalle bei gleicher Temperaturdifferenz der Löthstellen. Es ist daher die elektromotorische Kraft zwischen den Metallen 1 und 3, nämlich $E_{1,3}$ gleich

$$E_{1,3} = E_{1,2} + E_{2,3}.$$

Die elektromotorische Kraft der Thermoelemente ist sehr klein im Verhältniss zu jener der Hydroelemente. So ist z. B. für eine Temperaturdifferenz von 100° die elektromotorische Kraft von:

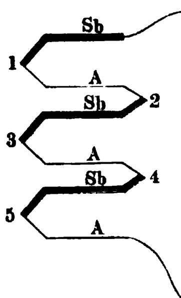
Wismuth-Kupfer	= 0,004	Daniell
Wismuth-Antimon	= 0,005	„
Neusilber-Stahl	= 0,002	„
Neusilber-Kupfer	= 0,001	„

---

[1]) Seebeck, Pogg. Ann. 6 (1816).

Zur Untersuchung der Thermoströme wendet man daher Galvanometer an, deren Drahtwindungen weniger zahlreich und aus dickerem Drahte bestehen, damit der Widerstand nicht gross werde.

Fig. 507.



Um kräftigere Thermoströme zu erzeugen, verbindet man mehrere Thermoelemente zu einer Thermosäule und erhitzt die Löthstellen direct durch Flammen. Werden, wie in Fig. 507 angedeutet, drei Wismuthstäbe mit drei Antimonstäben verbunden, und werden die Löthstellen 1, 3, 5 erwärmt, so wird in jeder Löthstelle die gleiche elektromotorische Kraft erzeugt. Die elektromotorische Kraft einer Thermosäule ist also der Anzahl ihrer Elemente proportional. Besonders kräftig wirkende Thermosäulen sind die von Noë construirten. Die Metalle sind Neusilber und eine Zinkantimonlegirung; ein Element dieser Säule hat bei einer Temperaturdifferenz der Löthstellen, wie sie eine Flamme hervorbringt, ungefähr eine elektromotorische Kraft von 0,1 Daniell.

§. 309.

Abkühlung durch den Strom. Versuch von Peltier. — Die Löthstelle zweier Metalle verhält sich in Bezug auf die Temperaturänderungen gegenüber einem durchgehenden Strome anders, als der übrige Stromkreis. Führt man durch die Löthstelle einen nicht zu starken Strom in derselben Richtung, in welcher der Thermostrom gehen würde, wenn die Löthstelle erwärmt wird, so findet an der Löthstelle eine Abkühlung statt; führt man den Strom in entgegengesetzter Richtung, so wird die Löthstelle erwärmt. Diese Beobachtung wurde zuerst von Peltier gemacht [1]). Leitet man also durch eine Löthstelle von Wismuth-Antimon einen Strom in der Richtung vom Wismuth zum Antimon, so findet eine Abkühlung der Löthstelle statt. Um dieses nachzuweisen, bediente sich Peltier eines Differentialluftthermometers (Fig. 508), dessen eine Kugel eine Löthstelle von Wismuth und Antimon enthält. Wird der Strom in der Richtung vom Wismuth zum Antimon durch das Stäbchen geleitet, so steigt auf der rechten Seite des Apparates die Flüssigkeit, ein Beweis, dass die Luft abgekühlt ist.

Die Abkühlung lässt sich auch durch den Thermostrom nachweisen, welcher eben in Folge der Abkühlung entsteht. Bildet man ein Kreuz aus zwei gleichen Metallstäben, Fig. 509, und verbindet man die Arme A', W' mit einem Elemente, die Arme A, W mit einem Galvanometer, so geht durch das Galvanometer kein Strom. Bestehen dagegen die beiden Arme aus zwei verschiedenen Metallen, z. B. aus Wismuth und Antimon, so zeigt das Galvanometer einen Strom in Folge der Erwärmung oder Abkühlung der Löthstelle m. Geht der Strom des Elementes durch m von W_1 nach A_1, so zeigt das Galvanometer einen Strom, der durch m von A nach W geht. Ein Thermostrom dieser Richtung entsteht aber, wenn die

[1]) Peltier, Annales de chemie et de physique **56**; Pogg. Ann. **43** (1838).

Löthstelle Wismuth-Antimon abgekühlt wird. Geht dagegen der Strom des Elementes von A_1 nach W_1, so zeigt das Galvanometer einen Strom,

Fig. 508.

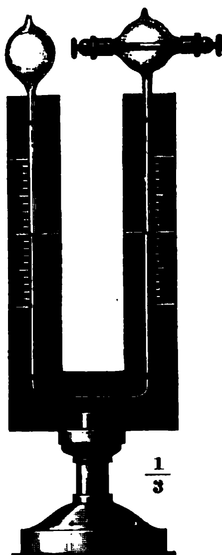
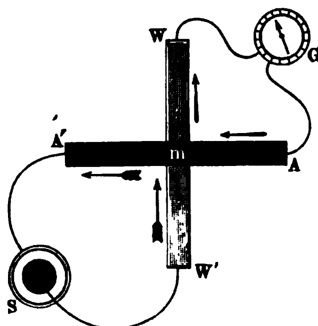


Fig. 509.



welcher von W nach A geht, ein Beweis, dass die Löthstelle erwärmt wurde.

Die Temperaturänderung, welche die Löthstelle zweier Metalle in Folge eines durchgehenden Stromes erfährt, setzt sich aus zwei Theilen zusammen. Der eine Theil entspricht dem Joule'schen Gesetze und würde auch eintreten wenn keine Löthstelle da wäre. Die erzeugte Wärmemenge ist proportional dem Quadrate der Stromstärke, sie werde mit Q_1 bezeichnet:

$$Q_1 = A \,.\, J^2.$$

Der zweite Theil ist für die Löthstelle charakteristisch; er ist positiv oder negativ je nach der Richtung des Stromes. Die erzeugte Wärmemenge, welche der Stromstärke direct proportional ist, werde mit Q_2 bezeichnet:

$$Q_2 = B \,.\, J.$$

Das Resultat ist daher

$$Q = Q_1 + Q_2 = J\,(A\,J + B).$$

Je nach der Richtung des Stromes ist B positiv oder negativ, während A immer positiv ist. Aus der letzten Gleichung sieht man, dass bei negativem B, Q sowohl positiv wie negativ, als auch Null sein kann.

Ist $A\,J < B$, so ist Q negativ, es findet Abkühlung statt,
" $A\,J > B$, " " Q positiv, es findet Erwärmung statt,
" $A\,J = B$, " " Q Null.

Damit daher Abkühlung stattfindet, darf die Stromstärke eine gewisse Grösse nicht überschreiten [1]).

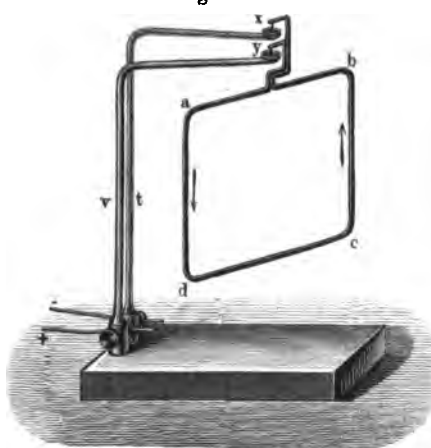
[1]) Ueber die Theorie der Thermoströme s. Clausius, Pogg. Ann. 90 (1853).

Wirkung elektrischer Ströme auf einander. Elektrodynamik.

§. 310.

Ampère's Gesetz. — Um die mechanische Einwirkung zweier Ströme auf einander zu beweisen, muss man einen beweglichen Stromleiter herstellen. Ampère gelang dies in folgender Weise. Auf einem Holzstücke (Fig. 510) sind zwei metallene Träger *v* und *t* befestigt, welche oben zwei Näpfchen tragen, in die Quecksilber gegossen wird. In diese Näpfchen tauchen die Spitzen des rechteckigen Stromleiters *abcd*. Wird der Strom in *v* eingeführt, so durchläuft er in der Richtung *adcb* das Viereck und kehrt durch *t* zur Batterie zurück. Das Viereck ist um die Verbindungslinie der eingetauchten Spitzen als Axe drehbar. Führt man nun einen festen Stromleiter parallel zu *cb* an *cb* vorbei, so wird *cb* angezogen, wenn der Strom in dem festgehaltenen Leiter in derselben Richtung wie in *cb* (also von unten nach oben) sich bewegt; dagegen wird *cb* abgestossen, wenn der Strom in dem festen Leiter in entgegengesetzter Richtung wie in *cb* (also von oben nach unten) sich bewegt. Hieraus folgt: Zwei parallele Stromleiter ziehen einander an, wenn die Ströme in ihnen gleich gerichtet sind; sie stossen einander ab, wenn die Ströme entgegengesetzt gerichtet sind.

Fig. 510.



Führt man unterhalb *dc* einen festen Stromleiter in horizontaler Richtung, und lässt man durch den Leiter einen Strom gehen, so bewegt sich *cd* so, dass es parallel zu dem Stromleiter wird und dass der Strom in *cd* die gleiche Richtung hat, wie in dem festen Leiter. Zwei Stromleiter, welche nicht parallel sind, nennt man gekreuzt. Man hat daher den Satz: Zwei gekreuzte Stromleiter suchen sich einander parallel zu stellen, so dass ihre Ströme gleich gerichtet werden.

Auch zwei in derselben Geraden liegende Stromleiter üben eine Wirkung auf einander aus; sie ziehen sich nämlich an, wenn die Ströme in ihnen entgegengesetzte Richtung haben, und stossen sich ab, wenn die Ströme gleich gerichtet sind.

Die Wirkung zweier beliebig gerichteter Stromelemente s und s', welche von den Strömen mit der Intensität i resp. i' durchflossen werden, lässt sich, wie Ampère gezeigt hat, durch folgendes Gesetz aussprechen.

Die Anziehung oder Abstossung, mit welcher die beiden Stromelemente auf einander wirken, ist gleich:

$$\frac{s\,.\,s'\,.\,i\,.\,i'}{r^2}\left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\delta\,.\,\cos\delta'\right).$$

Ist dieser Ausdruck positiv, so ziehen sich die Stromelemente an; ist derselbe negativ, so stossen sie sich ab.

Es bedeutet r den Abstand der beiden Stromelemente,
„ „ δ den Winkel, welchen das Element s mit der Verbindungslinie r der beiden Stromelemente bildet,
„ „ δ' „ „ welchen das Element s' mit r bildet,
„ „ ε „ „ welchen die durch die Elemente s und s' gelegten Stromrichtungen im Raume mit einander bilden.

Dass die früher betrachteten Fälle durch das obige Gesetz wiedergegeben werden, lässt sich leicht zeigen. Sind die Stromelemente parallel

Fig. 511.

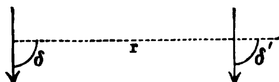
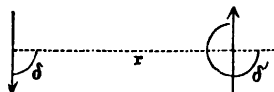


Fig. 512.



und sind die Ströme gleich gerichtet, Fig. 511, so ist $\delta = \delta' = 90^0$, $\varepsilon = 0$; daher $\cos\delta = \cos\delta' = 0$, $\cos\varepsilon = 1$. Der Ausdruck wird

$$\frac{s\,.\,s'\,.\,i\,.\,i'}{r^2}.$$

Sind die Ströme parallel aber entgegengesetzt gerichtet, Fig. 512, so ist $\delta = 90^0$, $\delta' = 270^0$, $\varepsilon = 180^0$; daher $\cos\delta = \cos\delta' = 0$, $\cos\varepsilon = -1$. Der Ausdruck wird

$$-\frac{s\,.\,s'\,.\,i\,.\,i'}{r^2}.$$

Liegen die Ströme in derselben Geraden und sind gleich gerichtet, Fig. 513, so ist $\delta = \delta' = 0$, $\varepsilon = 0$; daher $\cos\delta = \cos\delta = \cos\varepsilon = 1$. Der Ausdruck wird

$$\frac{s\,.\,s'\,.\,i\,.\,i'}{r^2}\left(1 - \frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}\,\frac{s\,.\,s'\,.\,i\,.\,i'}{r^2}.$$

Liegen die Ströme in derselben Geraden und sind entgegengesetzt gerichtet, Fig. 514, so ist $\delta = 0$, $\delta' = 180$, $\varepsilon = 180$; daher $\cos\delta$

Fig. 513.

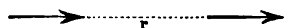
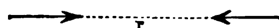


Fig. 514.

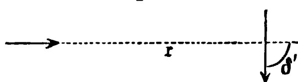


$= 1$, $\cos\delta' = -1$, $\cos\varepsilon = -1$. Der Ausdruck wird

$$\frac{s\,.\,s'\,.\,i\,.\,i'}{r^2}\left(-1 + \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{s\,.\,s'\,.\,i\,.\,i'}{r^2}.$$

Liegt endlich ein Stromelement in der Verbindungslinie *r*, das andere senkrecht dazu, wie in Fig. 515, so ist $\delta = 0$, $\delta' = 90$, $\varepsilon = 90$; daher $\cos\delta = 1$, $\cos\delta' = 0$, $\cos\varepsilon = 0$. Der Ausdruck wird Null. In diesem Falle üben daher die Ströme keine anziehende oder abstossende Wirkung auf einander aus.

Fig. 515.



W. Weber hat das von Ampère aufgestellte elektrodynamische Gesetz einer genauen Prüfung unterzogen und gefunden, dass dasselbe vollständig mit der Erfahrung übereinstimmt. Weber hat dann ferner ein neues Grundgesetz aufgestellt [1]), welches das Ampère'sche als speciellen Fall in sich schliesst; es würde uns zu weit führen, hierauf einzugehen.

§. 311.

Richtung beweglicher Stromleiter unter dem Einflusse der Erde. Solenoide. — Lässt man durch das bewegliche Drahtviereck, welches in Fig. 510 des vorigen Paragraphen dargestellt ist, einen Strom fliessen, so nimmt dasselbe eine bestimmte Lage im Raume ein. Es stellt sich so, dass seine Ebene senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridians steht, und dass in dem unteren Theile *cd* der Strom von Osten nach Westen fliesst. Diese Erscheinung wird durch die Annahme erklärt, dass die Erde selbst von Strömen, welche von Osten nach Westen gehen, umkreist wird (siehe §. 315). Denn da die Ströme sich parallel zu stellen suchen, so wird bei dieser Annahme der bewegliche Stromleiter die vorhin angegebene Lage annehmen.

Man kann einem beweglichen Stromleiter eine solche Form geben, dass er astatisch wird, d. h. keine Einwirkung von Seiten der Erde erfährt. In Fig. 516 ist ein solcher Stromleiter dargestellt. Die horizontalen Theile desselben werden je zur Hälfte von entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen.

Die Einwirkung der Erde auf bewegliche Ströme lässt sich besonders deutlich mittelst der Solenoide zeigen. Nach Ampère versteht man

Fig. 516.

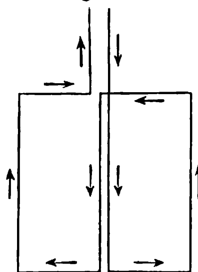
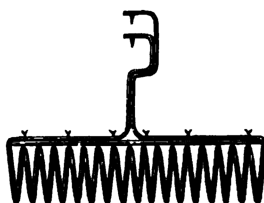


Fig. 517.



unter einem Solenoid ein System von Kreisströmen, welche in gleichem Sinne fliessen, und deren Ebenen auf einer die Mittelpunkte der Kreise

[1]) W. Weber, Berichte der Sächs. Akad. der Wissenschaften (1846).

verbindenden Linie senkrecht stehen. Diese Linie nennt man die Axe des Solenoids. Die Axe des Solenoids sucht sich unter dem Einflusse der Erde in die Ebene des magnetischen Meridians zu stellen, weil jeder Kreisstrom für sich senkrecht zu dieser Ebene sich zu stellen sucht.

Windet man einen Draht in gleichem Sinne und versieht man die Drahtenden mit Spitzen, wie in Fig. 517, so kann man denselben auf das Stativ Fig. 510 hängen; die Axe der Windungen richtet sich dann von Nord nach Süd, sobald ein Strom die Windungen durchfliesst. Es verhält sich demnach die Drahtspirale wie ein Solenoid. Die Stromesrichtung ist nach der Ampère'schen Regel leicht zu bestimmen. Denkt man sich in der Richtung des Stromes schwimmend, das Gesicht der Axe zugewandt, so hat man den magnetischen Nordpol zur Linken. Hat sich daher das Solenoid eingestellt, so bewirkt die Umkehr des Stromes eine Drehung des Solenoids um 180^0.

§. 312.

Verhalten der Solenoide gegen einander, gegen Magnete und gegen Ströme. Elektrodynamometer. — Nach dem vorigen Paragraphen richten sich die Solenoide unter dem Einfluss der Erde gerade so wie Magnete; man nennt deshalb das Ende des Solenoids, welches nach Norden zeigt, den Nordpol, dasjenige, welches nach Süden zeigt, den Südpol des Solenoids. Stellt man sich dem Nordpol des Solenoids gegenüber, so kreist der Strom im entgegengesetzten Sinne, wie der Zeiger einer Uhr sich dreht; stellt man sich dem Südpol gegenüber, so kreist der Strom in gleichem Sinne wie der Uhrzeiger.

Die Pole zweier Solenoide verhalten sich gegen einander, ebenso wie Magnetpole: gleichnamige Pole stossen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an. Die Erklärung dieser Erscheinung bei den Solenoiden wird durch das Ampère'sche Gesetz gegeben. Stehen sich zwei Solenoide so gegenüber, dass ihre Axen in einer Geraden liegen, so sind die Stromleiter in beiden einander parallel. Sind die sich zugewandten Pole gleichnamig, so sind die Richtungen der Ströme, welche auf einander wirken, entgegengesetzt; sind die sich zugewandten Pole ungleichnamig, so sind die Richtungen der Ströme, welche auf einander wirken, gleich. Daher erfolgt im ersten Falle Abstossung, im zweiten Anziehung. Sind die Stromleiter nicht parallel, so tritt das Gesetz für gekreuzte Ströme ein, wodurch sich ebenfalls die Anziehung oder Abstossung der beiden Pole leicht erklärt.

Ein Solenoid verhält sich einem Magneten gegenüber ebenso wie ein Magnet. Gleichnamige Pole eines Solenoids und eines Magnets stossen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.

Ein Solenoid verhält sich einem Strome gegenüber ebenso wie ein Magnet. Führt man in der Nähe eines Solenoids einen Strom parallel der Axe und denkt man sich in der Richtung dieses Stromes schwimmend das Gesicht dem Solenoide zugewandt, so wird der Nordpol des Solenoids zur Linken abgelenkt.

In §. 283 wurde die Ablenkung, welche eine Magnetnadel durch den Strom erfährt, näher betrachtet und gezeigt, wie diese Eigenschaft des

Stromes dazu dient, die Stärke verschiedener Ströme mit einander zu vergleichen. Die damals beschriebenen Galvanometer können nicht dazu benutzt werden, die Intensität von schnell wechselnden Strömen zu messen, weil die Nadel von verschieden gerichteten Strömen in verschiedenem Sinne abgelenkt wird und daher schnell alternirende Ströme gleicher Stärke keine Ablenkung der Nadel hervorrufen. Zur Messung dieser Ströme dient das von W. Weber construirte Elektrodynamometer. Dasselbe besteht aus einem Multiplicator, in welchem an Stelle der Magnetnadel ein Solenoid bifilar aufgehängt ist. Der Apparat wird so aufgestellt, dass die Windungen des Multiplicators im magnetischen Meridian liegen, und dass die Windungen des Solenoids, so lange kein Strom dieselben durchfliesst, senkrecht zum magnetischen Meridian stehen. Die zu messenden Ströme werden gleichzeitig durch die Multiplicator- und Solenoidwindungen geleitet, und aus der Ablenkung der letzteren, welche durch Spiegelablesung bestimmt wird, ergiebt sich die Stärke des Stromes. Es verhalten sich die Tangenten des Ablenkungswinkels wie die Quadrate der Stromstärke. Da der Strom gleichzeitig durch den Multiplicator und das Solenoid geht, so bringt eine Umkehr des Stromes keine Aenderung im Sinne der Ablenkung des Solenoids hervor. Das Dynamometer ist deshalb zur Messung von alternirenden Strömen (besonders Inductionsströmen) geeignet.

§. 313.

Elektromagnetismus. — Legt man einen Stab von weichem Eisen in ein Solenoid, so wird der Stab magnetisch, sobald ein Strom das Solenoid durchströmt. Der Nordpol des Stabes erscheint an jenem Ende des Solenoids, wo dessen Nordpol sich befindet. Zieht man den Stab aus dem Solenoide heraus, oder unterbricht man den Strom, welcher das Solenoid durchfliesst, so verliert der Stab seinen Magnetismus um so vollständiger, je weicher das Eisen ist. Man nennt den Magnetismus, welchen der Stab nach aufgehobener Einwirkung des Stromes behält, remanent; dagegen bezeichnet man den Magnetismus, welchen der Stab während der Stromesdauer besitzt, als temporär; einen temporär magnetisirten Eisenstab nennt man Elektromagnet.

Fig. 518.



Um kräftige Elektromagnete herzustellen, verwendet man dicke Eisenmassen, welche man mit zahlreichen Windungen eines Drahtes umgiebt. Damit der Strom bei unmittelbar sich berührenden Windungen alle einzelnen Windungen durchläuft, müssen dieselben von einander isolirt werden; dies geschieht dadurch, dass man zu den Windungen einen Draht benutzt, welcher mit Seide oder Wolle übersponnen ist. Anstatt die Drahtwindungen direct um den Eisenstab zu legen, windet man häufig den Draht

auf eine Spule von Holz und schiebt den Eisenstab in die Höhlung der Spule hinein. In Fig. 518 ist ein hufeisenförmiger Elektromagnet dargestellt, auf welchen zwei Magnetisirungsspiralen geschoben und befestigt sind.

Die Magnetisirungsspiralen können auch dazu benutzt werden, um Stahlstäbe dauernd zu magnetisiren. Zweckmässig ist es hierbei eine Spirale anzuwenden, die länger ist, als der zu magnetisirende Stab, und den letzteren, während der Strom durch die Windungen geht, in der Spirale mehrfach hin und her zu schieben.

§. 314.

Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke. — Der durch eine Magnetisirungsspirale in einem Eisenstabe erzeugte Magnetismus hängt ab von der Stromstärke J und von der Anzahl n der Windungen der Spirale. Für schwache Ströme und dicke Eisenstäbe ist das magnetische Moment m der Stromstärke und der Anzahl der Windungen direct proportional, so dass

$$m = a \,.\, J \,.\, n,$$

wo a eine constante Grösse bezeichnet [1]). Die Weite der Windungen ist also ohne Einfluss auf das erregte magnetische Moment.

Wie erwähnt, gilt die obige Beziehung nur für schwache Ströme; dass sie nicht für beliebige Stromintensitäten gelten kann, folgt aus der einfachen Ueberlegung, dass es für jeden Stab ein Maximum des erreichbaren Magnetismus geben muss, welches nicht überschritten werden kann. Denn wenn alle Elementarmagnete parallel gerichtet sind, kann keine weitere Vermehrung des Magnetismus mehr eintreten. Würde nun die vorige Gleichung ohne Einschränkung bestehen, so müsste mit wachsender Stromintensität auch das magnetische Moment ohne Aufhören zunehmen, was nicht möglich ist.

Wenn d den Durchmesser des Eisenkernes bezeichnet, so ist nach Müller die Beziehung zwischen Stromintensität J und magnetischem Moment m durch folgende Gleichung ausgedrückt [2]):

$$J = A \cdot d^{3/2}\, tang\, \frac{m}{B \,.\, d^2} \quad \dots\dots\dots \quad 2)$$

wo A und B zwei constante Grössen bezeichnen.

Setzt man in obiger Gleichung 2) die Stromstärke ∞, so wird

$$tang\, \frac{m}{B d^2} = \infty, \text{ oder } \frac{m}{B d^2} = \frac{\pi}{2},$$

daher

$$m = \frac{\pi}{2} \cdot B d^2 \quad \dots\dots\dots\dots \quad 3)$$

Dieser Werth von m ist das Maximum, welches erreicht werden kann; wie man sieht, ist dasselbe dem Quadrate des Stabdurchmessers proportional.

---

[1]) Lenz und Jacobi, Pogg. Ann. 47 (1839). — [2]) Müller, Pogg. Ann. 79 (1850); 80 (1851.)

Lässt man daher bei einem Elektromagneten die Stromstärke von Null anfangend allmälig wachsen, so ist anfangs der erregte Magnetismus der jeweiligen Stromstärke proportional; je mehr aber die Stromstärke wächst, um so mehr bleibt der Magnetismus hinter der Proportionalität zurück, um einem constanten Werthe, seinem Maximum, zuzustreben.

Untersucht man den Magnetismus eines Elektromagneten in den einzelnen Theilen seines Querschnitts, so findet man, wie Feilitzsch gezeigt, dass die äusseren Schichten einen stärkeren Magnetismus zeigen als die inneren. Bei schwachen magnetisirenden Kräften ist es möglich, dass die innerste Schicht gar keinen Magnetismus erhält. Der Magnetismus dringt aber um so tiefer in das Eisen ein, je stärker die magnetisirende Kraft der Spirale, das Product aus Stromstärke und Windungszahl, ist.

§. 315.

Theorie des Magnetismus von Ampère. — In den vorigen Paragraphen ist eine innige Beziehung zwischen Elektricität und Magnetismus dargelegt; es ist gezeigt, dass Magnete durch Solenoide und umgekehrt ersetzt werden können. Dies veranlasste Ampère, eine neue Theorie des Magnetismus aufzubauen. Derselben liegt der Gedanke zu Grunde, dass der Magnetismus auf dem Dasein elektrischer Ströme (Elementarströme) beruhe, welche die kleinsten Theile des Magneten umkreisen, ohne irgend einen Leitungswiderstand zu erfahren, und darum auch ununterbrochen fortdauern. Im natürlichen unmagnetischen Zustande sind die Ebenen der verschiedenen Elementarströme nach den verschiedensten Richtungen orientirt. Der Act des Magnetismus besteht darin, die Ebenen der Ströme mehr oder weniger parallel zu richten, und das Maximum des Magnetismus ist erreicht, wenn alle Ebenen einander parallel geworden sind und die Ströme in dem gleichen Sinne um die kleinsten Theilchen herumkreisen.

Nach dieser Vorstellung wird die Wirkung des Stromes auf einen Eisenkern sofort verständlich. Die den Kern umgebende Spirale sucht nach dem elektrodynamischen Gesetze die Ebenen der Elementarströme parallel der Ebene der Windungen zu richten; sobald dies aber geschieht, verhält sich der Eisenkern wie ein Bündel von Solenoiden und wird daher die gleichen Eigenschaften wie dieses besitzen.

Ebenso leicht erklärt sich die Eigenschaft, dass gleichnamige Pole sich abstossen, ungleichnamige sich anziehen. Bei den ungleichnamigen Polen (Fig. 519, die Pfeile geben die Richtung der Elementarströme an) sind die Ströme gleich gerichtet, ziehen sich also an; bei den gleichnamigen Polen dagegen sind die Ströme entgegengesetzt gerichtet, stossen sich also ab.

Endlich wird auch die Ablenkung eines Magnets durch einen Strom nach der Ampère'schen Theorie in einfachster Weise erklärt. Fliesst ein Strom in der Richtung von Süden nach Norden über einen Magneten (man betrachte einen der Magnete in Fig. 519), so wird der Magnet so abgelenkt, dass die oberen Theile der Elementarströme dem ablenkenden Strome parallel und gleichgerichtet werden.

Es ist klar, dass nach der Ampère'schen Theorie des Magnetismus die elektromagnetischen Erscheinungen nichts Anderes sind, als elektrodynamische, d. h. Wirkungen elektrischer Ströme auf einander. Diese

Fig. 519.



Beziehung ist es vorzugsweise, welche den Werth der Hypothese begründet, indem sie das Mittel bietet, die magnetischen, elektromagnetischen und elektrodynamischen Erscheinungen unter einem gemeinsamen Gesichtspunkte aufzufassen.

§. 316.

Rotation von Elektromagneten. Elektromagnetische Maschine. — Durch die Anziehung und Abstossung, welche Elektromagnete durch permanente Magnete erfahren, und die Aenderung der Polarität, welche je nach der Stromesrichtung eintritt, ist es möglich, Rotationen hervorzurufen und hierdurch Elektricität in Arbeit umzuwandeln. Apparate, welche dies mit Hülfe von Magneten leisten, nennt man elektromagnetische Maschinen. Von den zahlreichen Constructionen möge nur eine näher beschrieben werden [1]), um das Princip darzulegen. In Fig. 520 (a. f. S.) stellt NS einen unbeweglichen Stahlmagneten in Hufeisenform dar. AB ist ein Elektromagnet, welcher an einer verticalen Stahlaxe befestigt ist. Ueber AB befindet sich eine Scheibe von Hartgummi, die von zwei Halbringen h und i aus Messing umgeben ist. Diese beiden Ringe sind von einander isolirt. Die Enden der Drahtwindungen des Elektromagneten führen zu den Halbringen, nämlich o zu h und p zu i.

Die Elektricität wird durch die Klemmschrauben über zwei Metallfedern g und f, welche auf den Halbringen schleifen, zu den Windungen der Elektromagneten geführt.

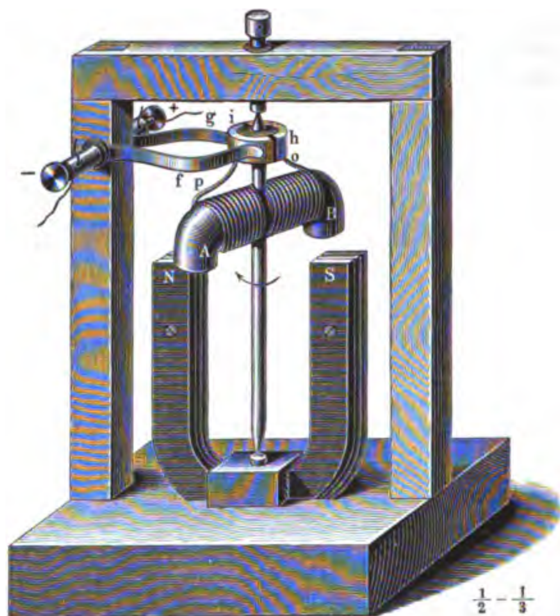
Geht der positive Strom über die Feder g, so wird bei der in der Figur angenommenen Stellung B ein Nordpol, A ein Südpol. B wird also von dem Südpol S, A von dem Nordpol N angezogen. Hat sich der Elektromagnet so weit gedreht, dass B über S, A über N steht, so wechseln die Federn g und f ihre Berührungsflächen in Bezug auf die Halbringe. f berührt h und g berührt i. Dadurch wird B ein Südpol, A ein Nordpol. Es wird daher B von S abgestossen und von N angezogen; in Folge dessen rotirt der Elektromagnet in dem durch den Pfeil angegebenen Sinne.

Das Wesentliche der Einrichtung besteht, wie man sieht, in dem Polwechsel des Elektromagneten. Jedesmal, wenn die Pole des letzteren

[1]) Ritchie, Pogg. Ann. 39 (1836).

die Pole des Stahlmagneten überschreiten, findet ein solcher Polwechsel statt. Um den Magnetismus des Stahlmagneten NS zu verstärken, kann

Fig. 520.



man ihn auch zu einem Elektromagneten machen und denselben Strom, welcher für AB dient, auch hierfür benutzen.

Bringt man an der Axe ein Triebrad an, so ist es möglich, durch den Apparat kleine Arbeiten leisten zu lassen.

§. 317.

Drehung der Polarisationsebene des Lichtes durch den Strom. — Legt man in eine Magnetisirungsspirale ein massives Glasstück und sendet durch dasselbe einen polarisirten Lichtstrahl, so findet, wie Faraday zuerst gezeigt hat, eine Drehung der Polarisationsebene des Lichtes statt, sobald ein Strom durch die Spirale geht. Die Drehung erfolgt in demselben Sinne, in welchem der Strom die Spirale durchfliesst; die Grösse derselben ist der magnetisirenden Kraft der Spirale proportional und wächst mit der Brechbarkeit des Lichtes.

Ausser dem Glase zeigen auch andere durchsichtige starre und flüssige Körper die gedachte Erscheinung; die Grösse der Drehung ist aber unter sonst gleichen Umständen für verschiedene Körper sehr verschieden.

Lange Zeit hindurch konnte bei den Gasen und Dämpfen eine Drehung der Polarisationsebene des Lichtes nicht nachgewiesen werden; endlich gelang auch dies durch Kundt und Röntgen, welche fanden, dass für dasselbe Gas die Drehung angenähert der Dichte des Gases proportional

ist. Wie gering die Drehung durch Gase ist, geht aus folgender Vergleichung hervor. Setzt man die Drehung durch flüssigen Schwefelkohlenstoff gleich 1, so ist unter gleichen Umständen die Drehung durch Sumpfgas, welches unter dem Drucke einer Atmosphäre steht, gleich 0,0004031. Während von den untersuchten Gasen Sumpfgas die stärkste Drehung bewirkt, war jene durch Wasserstoff hervorgerufene am schwächsten.

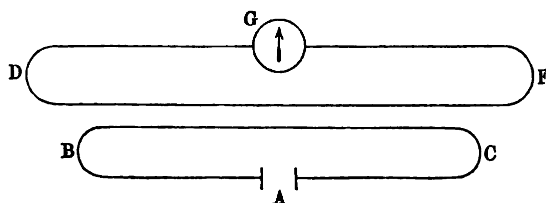
Induction.

§. 318.

Galvanische Induction. — Jeder elektrische Strom, der an einem Leiter der Elektricität vorübergeht, bewirkt in demselben im Augenblicke seines Entstehens oder Anwachsens und ebenso im Augenblicke seiner Abnahme oder seines Verschwindens eine Störung des elektrischen Gleichgewichtes und das Auftreten eines Stromes von sehr kurzer Dauer.

Stellt in Fig. 521 *A* eine Batterie und *B C* den die Pole verbindenden Draht dar, und befindet sich in der Nähe von *B C* ein durch das Galvano-

Fig. 521.



meter *G* geschlossener Stromkreis *D F*, so zeigt das Galvanometer die oben erwähnte Erscheinung. Wird der Strom in *B C* geschlossen, so wird die Galvanometernadel im Momente des Stromschlusses abgelenkt, kehrt sogleich in ihre Ruhelage zurück, und bleibt dort so lange der Strom ungeschwächt in *B C* fortdauert. Wird dann die Batterie *A* geöffnet, der Strom in *B C* also unterbrochen, so entsteht wiederum in *D F* ein Strom, der, wie das Galvanometer zeigt, die entgegengesetzte Richtung hat, wie der beim Stromschluss erregte.

Ein in dieser Art erzeugter Strom (in *D F*) heisst Inductionsstrom, inducirter oder secundärer Strom, während der erzeugende Strom (in *B C*) der Hauptstrom, inducirender oder primärer Strom genannt wird. Der durch das Schliessen der Batterie inducirte Strom heisst Schliessungsstrom, die Richtung desselben ist der Richtung des inducirenden Stromes entgegengesetzt; der durch das Oeffnen der Batterie inducirte Strom heisst Oeffnungsstrom, seine Richtung ist der Richtung des inducirenden Stromes gleich.

Durch abwechselndes Schliessen und Oeffnen der Batterie erhält man also in dem Nebendrahte je zwei Ströme nach einander, deren Richtungen einander entgegengesetzt sind. Beide Ströme haben die gleiche ab-

lenkende Kraft, so dass eine Galvanometernadel, deren Spitze genau gegen den Nullpunkt ihrer Theilung gerichtet ist, bei rasch auf einander folgenden Schliessungen und Unterbrechungen des Hauptstromes durch die dadurch erregten Inductionsströme nicht bewegt wird.

Zur Erregung von Inductionsströmen reicht schon eine Aenderung der Stromintensität des primären Stromes aus, sei es, dass dieselbe durch Aenderung der elektromotorischen Kraft oder des Widerstandes hervorgebracht wird. Eine Verminderung der Stromintensität bewirkt einen Inductionsstrom von der gleichen Richtung, wie der Hauptstrom; eine Vermehrung der Intensität einen Strom von entgegengesetzter Richtung. Je grösser die Aenderung der Stromstärke ist, um so stärker ist auch der Inductionsstrom. Es ist klar, dass man auch das Schliessen und Oeffnen des Stromes als eine Aenderung der Stromstärke von resp. bis Null auffassen kann.

Ausser durch Aenderung der Stromstärke (im weitesten Sinne aufgefasst) entstehen auch Inductionsströme, wann und so lange der primäre und secundäre Stromleiter gegen einander in Bewegung sind. Hat man zwei parallele Stromleiter, Fig. 521, von denen der eine *BC* einen constanten Strom enthält, der andere *DF* aber neutral ist, so entsteht ein dem primären Strome gleich gerichteter Inductionsstrom in *DF*, wenn die beiden Stromleiter von einander entfernt, ein entgegengesetzt gerichteter Inductionsstrom dagegen, wenn die beiden Stromleiter einander genähert werden.

Die Inductionsströme wurden von Faraday[1]) im Jahre 1831 entdeckt. Das allgemeine Gesetz, nach welchem die durch die relative Bewegung von Stromleitern erzeugten Inductionsströme verlaufen, rührt von Lenz[2]) her und lautet: Wenn zwei geschlossene Stromleiter, von denen der eine einen Strom enthält, der andere neutral ist, in relativer Bewegung sind, so wird in dem neutralen Leiter ein Strom von solcher Richtung inducirt, dass durch die elektrodynamische Wirkung des secundären und primären Stromes auf einander eine Bewegung zu entstehen sucht, welche derjenigen entgegengesetzt ist, die den Inductionsstrom veranlasst hat.

Dass die beiden eben betrachteten Specialfälle diesem Gesetze folgen, ergiebt sich leicht. Damit in parallelen Stromleitern ein dem primären Strome gleich gerichteter Inductionsstrom entstehe, müssen die beiden Leiter von einander entfernt werden; nach dem elektrodynamischen Gesetze ziehen sich aber parallel und gleich gerichtete Ströme einander an. Umgekehrt stossen entgegengesetzt gerichtete Ströme sich einander ab; ein entgegengesetzt gerichteter Inductionsstrom entsteht aber, wenn die beiden Stromleiter einander genähert werden.

§. 319.

Intensität und elektromotorische Kraft der Inductionsströme. — Die Induction ist um so stärker, je länger die Drahtstücke sind, welche auf einander wirken und je geringer die Entfernung des

[1]) Faraday, Pogg. Ann. 25 (1832). — [2]) Lenz, Pogg. Ann. 31 (1834).

Inductions- vom inducirten Drahte ist. Man verwendet daher, um starke Inductionsströme zu erhalten, zwei Drahtrollen, von denen die eine für den primären, die andere für den secundären Strom dient, und welche über einander geschoben sind. In Fig. 522 sind zwei solche Rollen nebst Element und Galvanometer abgebildet. Durch die innere Rolle *B* wird der Hauptstrom geleitet, in der äusseren Rolle *A* entsteht der Inductionsstrom. Je nachdem man den Draht des Poles *p* in das Quecksilbernäpfchen *q* eintaucht, oder aus demselben herauszieht, erhält man den Schliessungs- oder Oeffnungsstrom. Ebenso lassen sich auch durch die beiden Rollen bei geschlossenem Hauptstrome die Inductionsströme nachweisen, welche entstehen, wenn die Rolle *B* aus *A* herausgezogen oder in *A* hineingeschoben wird.

Die Dauer der besprochenen Inductionsströme ist nur eine sehr kurze. Bezeichnet man dieselbe mit t, und mit i die Intensität des

Fig. 522.

Inductionsstromes, so ist die Menge der im Strome bewegten Elektricität gleich

$$i \,.\, t,$$

weil die Intensität i eines Stromes gleich der in der Zeiteinheit bewegten Elektricitätsmenge ist. Diese Menge $i \,.\, t$ ist proportional der Intensität J des Hauptstromes, und dem Producte aus der Zahl n der Windungen der inducirenden und der Zahl n_1 der Windungen der inducirten Rolle, dagegen umgekehrt proportional dem Widerstande w der Leitung, welche der inducirte Strom durchläuft. Man hat daher

$$i \cdot t = C \cdot \frac{J \,.\, n \,.\, n'}{w} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

wo C eine constante Grösse bezeichnet.

Nennt man E die elektromotorische Kraft des inducirten Stromes, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze

$$i = \frac{E}{w},$$

daher ist

$$E = C \cdot \frac{J \,.\, n \,.\, n'}{t} \quad \text{. . . . .} \quad 2)$$

Die elektromotorische Kraft und die Intensität des inducirten Stromes sind also umgekehrt proportional seiner Zeitdauer t.

Aus der Gleichung 1) lassen sich zwei wichtige Folgerungen ziehen. Ist die inducirte Rolle in sich selbst geschlossen, ist also in die Leitung des inducirten Stromes kein weiterer Widerstand eingeschaltet, so ist bei überall gleicher Weite der Windungen die Anzahl n' der Windungen dem Widerstande w proportional. Denn wenn die Anzahl der Windungen z. B. verdoppelt wird, so wird, da die Drahtlänge sich in gleichem Maasse vergrössert, auch der Widerstand w verdoppelt. Setzt man $\frac{n'}{w} = c$, so wird die Gleichung 1):

$$i \,.\, t = C \,.\, c \,.\, J \,.\, n.$$

In diesem Falle ist also die Stromstärke i von der Anzahl n' der Windungen der inducirten (secundären) Stelle unabhängig.

Ist dagegen ausserhalb der secundären Spirale noch ein Widerstand eingeschaltet, welchen der inducirte Strom zu durchlaufen hat, so wird die Intensität i um so grösser, je zahlreicher die Windungen der secundären Rolle sind. Angenommen, der Gesammtwiderstand w setze sich aus den Widerständen w_1 und w_2 zusammen, wo w_1 den Widerstand der Rolle bezeichnet, so ist

$$\frac{n'}{w} = \frac{n'}{w_1 + w_2}.$$

Wird nun n' verdoppelt, so verdoppelt sich nur w_1 und man erhält für den Quotienten den grösseren Werth:

$$\frac{2\,n'}{2\,w_1 + w_2} = \frac{n'}{w_1 + \frac{w_2}{2}}.$$

Da nun fast immer äussere Widerstände bei der Verwendung der Inductionsströme auftreten, so bildet man die secundäre Rolle aus zahlreichen Windungen dünnen Kupferdrahtes; die primäre Rolle enthält dagegen viel weniger Windungen dickeren Drahtes, damit die Stromstärke des Hauptstromes nicht zu sehr abgeschwächt werde.

In Betreff der durch Bewegung von Stromleitern erzeugten Inductionsströme gelten folgende Sätze. Führt man einen Leiter aus einer Lage, in welcher in ihm kein Strom inducirt wird, in eine andere über, so wird in demselben die gleiche Elektricitätsmenge bewegt, wie wenn man den Leiter in der letzteren Lage belässt und nun den inducirenden Strom schliesst oder öffnet. Wird ein Leiter aus einer Lage in der Nähe eines inducirenden Stromes in eine andere übergeführt, so ist die in Bewegung

gesetzte Elektricitätsmenge unabhängig von der Geschwindigkeit, mit welcher diese Ueberführung geschieht. Da aber die Elektricitätsmenge gleich dem Producte $i.t$ ist, so wird die Intensität des inducirten Stromes um so grösser, je kleiner t, je grösser also die Geschwindigkeit der Bewegung ist.

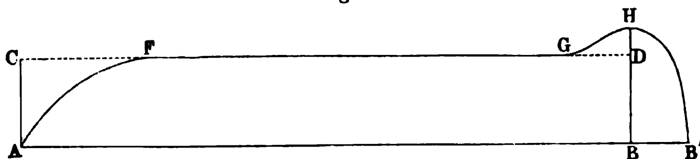
§. 320.

Induction eines Stromes auf sich selbst. Extrastrom. — Beim Schlusse eines Elementes durch eine Leitung wird der Gleichgewichtszustand der Elektricität in dem Leiter nicht vollkommen gleichzeitig an allen Stellen gestört; in Folge dessen tritt durch diejenigen Drahtstücke, in welchen die Elektricität zuerst in Bewegung kommt, eine Induction auf die übrigen Drahttheile ein, welche so lange dauert, bis der Strom gleichmässig durch alle Querschnitte des Leiters hindurchgeht. Ebenso tritt auch eine Induction des Leiters auf sich selbst beim Oeffnen der Batterie auf. Der Inductionsstrom, welcher beim Stromschlusse entsteht, ist dem Hauptstrome entgegen gerichtet; derjenige, welcher beim Oeffnen des Stromes eintritt, ist dem Hauptstrome gleich gerichtet. Diese Inductionsströme, welche in der Leitung des Hauptstromes durch diesen selbst erzeugt werden, nennt man Extraströme.

In Folge der Induction eines Stromes auf sich selbst wird die Intensität des Hauptstromes bei seinem Entstehen und Verschwinden in verschiedener Weise geändert, was durch die Fig. 523 dargestellt ist.

In derselben stellt die Abscisse AB die Zeit dar, die Ordinaten sollen die Intensität des Stromes zeigen. Würde der Strom sofort mit seiner

Fig. 523.



ganzen Stärke auftreten und in einem bestimmten Zeitmoment vollständig verschwinden, so würde seine Intensität während der Zeit AB durch die Parallele CD sich darstellen. Statt dessen wird in Folge des beim Stromschlusse sich ausbildenden entgegengesetzt gerichteten Extrastromes die Intensität nur allmälig ansteigen, wie es durch AF ausgedrückt ist. Im Moment der Stromöffnung bildet sich ein dem Hauptstrome gleich gerichteter Extrastrom, wodurch die Intensität des ersteren sehr kurze Zeit noch eine Vergrösserung erfährt, um dann schnell bis auf Null herabzugehen; dieser Intensitätsverlauf ist durch GHB dargestellt. Die Intensitätscurve steigt daher im Anfange verhältnissmässig langsam an, und fällt am Ende von einer grösseren Höhe steil ab.

Die Induction eines Drahtes auf sich selbst wird bedeutend verstärkt, wenn in die Leitung eine Drahtrolle eingeschaltet ist. In diesem Falle beobachtet man beim Oeffnen des Stromes einen lebhaften Funken, den Oeffnungsfunken, welcher nur schwach ist, wenn keine Rolle in den Stromkreis eingeschaltet war. Der Funke rührt her von dem Extrastrome.

§. 321.

Intensitätsverhältniss des Oeffnungs- und Schliessungsstromes. — Der in dem vorigen Paragraphen dargelegte Intensitätsverlauf des Hauptstromes hat einen bedeutenden Einfluss auf die in secundären Spiralen entstehenden Inductionsströme. Die in den beiden Strömen, dem Schliessungs- und Oeffnungsstrome, bewegte Elektricitätsmenge ist gleich, wie sich aus der chemischen Einwirkung desselben auf Lösungen ergiebt. Lässt man beide Ströme z. B. durch eine Lösung von Kupfervitriol gehen, so erhält man an keiner der beiden Elektroden einen Kupferniederschlag; dies ist nur dadurch möglich, dass durch jeden der beiden Ströme die gleiche Elektricitätsmenge (in umgekehrter Richtung) bewegt wird. Hieraus folgt aber nicht, dass auch die Intensität der beiden Ströme gleich sei, sondern nur, dass das Product der Intensität eines Stromes und seiner Zeitdauer bei dem einen Strome ebenso gross ist wie bei dem anderen. Die Zeitdauer der beiden Ströme ist aber verschieden und dies beruht eben in dem Intensitätsverlaufe des Hauptstromes. Da der Hauptstrom beim Beginn verhältnissmässig langsam an Intensität wächst und bei seinem Verschwinden schnell abnimmt, so dauert der Schliessungsstrom längere Zeit als der Oeffnungsstrom. Daher ist die Intensität des ersteren nicht unbedeutend schwächer, als die des letzteren. Da ferner nach §. 319 die elektromotorische Kraft des Inductionsstromes umgekehrt proportional seiner Zeitdauer ist, so ist aus demselben Grunde auch die elektromotorische Kraft des Schliessungsstromes geringer, als jene des Oeffnungsstromes.

§. 322.

Magnet-Induction. — Wenn eine vom elektrischen Strome durchflossene Drahtrolle einen Eisenkern oder ein Bündel dünner Stäbe von Eisendraht umschliesst, so verstärkt sich ihre inducirende Kraft sehr bedeutend, während die Richtung des erzeugten Inductionsstromes die gleiche bleibt, wie vor der Gegenwart des weichen Eisens.

Die Ampère'sche Theorie giebt von dieser Thatsache folgende Erklärung. Die Theilchen des Eisenkernes werden, so lange derselbe unter dem Einflusse des primären Stromes magnetisch ist, von elektrischen Strömen umkreist, welche den in der Drahtrolle befindlichen parallel sind und in gleichem Sinne verlaufen. Durch den Zutritt des Eisenkernes ist also gleichsam die inducirende Spirale durch eine neue Anzahl Windungen vermehrt worden.

Die Richtung, welche den Molecularströmen des weichen Eisens durch einen äusseren Strom ertheilt und auch nur durch diesen erhalten wird, ist in den Stahlmagneten dauernd vorhanden. In der That kann man mittelst eines Stahlmagnetes auch ohne Beihülfe eines primären Stromes Inductionsströme erzeugen, so oft man den Magneten einem geschlossenen Stromleiter nähert oder ersteren von dem letzteren entfernt. Die Richtung dieser Ströme lässt sich in ganz ähnlicher Weise bestimmen, wie bei der Bewegung von Strömen gegenüber geschlossenen neutralen Leitern.

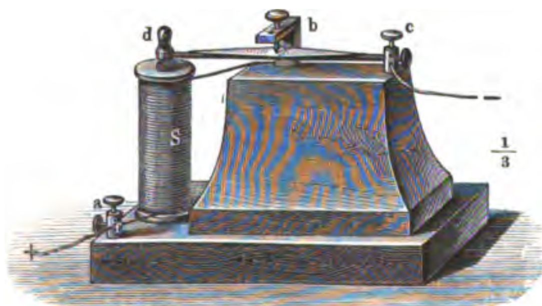
Wird nämlich ein Leiter in der Nähe eines Magnetes oder umgekehrt ein Magnet in der Nähe eines Leiters in Bewegung gesetzt, so hat der in dem letzteren erzeugte Inductionsstrom eine Richtung, welche derjenigen entgegengesetzt ist, die ein durch denselben Leiter gehender Strom haben müsste, um in Folge seiner Wechselwirkung auf den Magneten eben die Bewegung hervorbringen zu können, welche unter dem Einflusse äusserer mechanischer Kräfte wirklich stattgefunden hat.

Ein sehr einfaches Verfahren, Magnetelektricität zu entwickeln, besteht darin, eine hohle Drahtrolle über den einen Pol eines Magnetstabes bis zur Mitte desselben zu schieben. Die Richtung des so inducirten Stromes ist derjenigen der hypothetischen Ströme im Magneten entgegengesetzt. Wird dann die Rolle weiter fort über den anderen Pol hinausgeschoben, oder auch, wird sie in die frühere Lage zurückgezogen, so entsteht der zweite Inductionsstrom, welcher mit den hypothetischen Strömen im Magnete in gleichem Sinne verläuft.

§. 323.

Inductionsapparat mit Unterbrecher. — Dieser Apparat besteht aus zwei Drahtrollen, der einen, welche den Hauptstrom aufnimmt, und der anderen, welche die erstere Rolle einschliesst, und in welche der secundäre Strom inducirt wird. Zur Erzielung schnell folgender Inductionsströme bedarf es einer Vorrichtung, um den Hauptstrom häufig zu schliessen und zu öffnen und dies geschieht durch den Unterbrecher. In Fig. 524 ist ein solcher dargestellt, welcher den Namen „Neeff'scher Hammer“ führt. Die innere Höhlung einer Holzspule *S* enthält einen

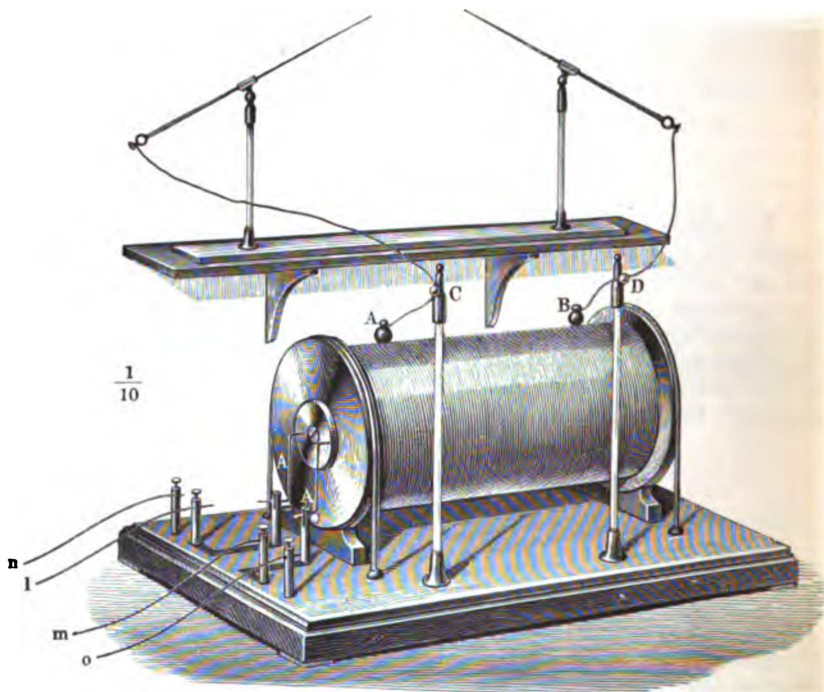
Fig. 524.



Eisenkern, gebildet aus Drahtstäben. Der Raum zwischen den beiden Holzscheiben ist mit einem Drahtgewinde ausgefüllt, dessen Enden an den Metallstücken *a* und *b* festgeklemmt sind. *dc* ist ein federnder Messingstreifen, der bei *c* festgehalten wird und bei *d* einen Knopf von weichem Eisen trägt. Die Feder *dc* ist in ihrer Mitte mit einem Platinplättchen belegt und an dieser Stelle drückt dieselbe gegen eine Schraube, die durch *b* geht, und deren Ende ebenfalls mit einem Platinplättchen belegt ist. Die Schraube in *b* dient dazu, den Knopf *d* auf verschiedene Abstände von der oberen Fläche des Eisenkernes zu richten.

Wird nun ein Strom in *a* eingeführt, so durchläuft derselbe die Windungen der Spirale *S*, geht nach *b*, dann durch die Schraube von *b* auf den Messingstreifen nach *c* und von da zur Batterie zurück. Der Strom macht den Eisenkern in *S* magnetisch, letzterer zieht *d* an und entfernt so die Messingfeder resp. deren Platinplättchen von der Schraube in *b*, wodurch der Strom unterbrochen ist. In Folge davon verliert aber der Eisenkern in *S* seinen Magnetismus, das Platinplättchen wird durch die Federkraft des Messingstreifens von Neuem gegen die Schraube in *b* gedrückt und der Strom kommt wieder in Gang, um unmittelbar darauf abermals unterbrochen zu werden u. s. f. Durch geeignete Stellung der

Fig. 525.



Schraube in *b* hat man es in der Hand, die Unterbrechungen zu vermehren oder zu vermindern.

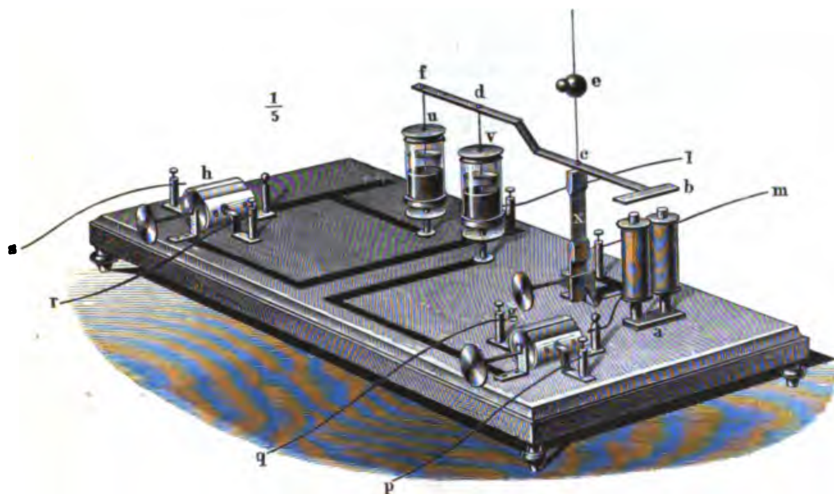
In Fig. 525 ist ein grösserer Inductionsapparat nach Ruhmkorff abgebildet. Die Drahtenden der primären Spirale sieht man in *A′ A″*, dieselben sind zu zwei Klemmschrauben geführt; die Drahtenden der secundären Spirale sind in *BB*. Oberhalb des Inductionsapparates ist noch ein allgemeiner Auslader gezeichnet, welcher mit den Enden der secundären Spirale in Verbindung gesetzt ist.

Um den Inductionsapparat in Thätigkeit zu setzen, verbindet man den Draht *l* mit der Schraube *c* des Neeff'schen Hammers (Fig. 524), führt *m* zu dem einen Pole und verbindet die Klemmschraube *a* (Fig. 524) mit dem anderen Pole der Batterie.

Würde man die Rolle *S* des Neeff'schen Hammers mit einer secundären Spirale umgeben, so hätte man ebenfalls einen Inductionsapparat. Es ist daher nicht nothwendig, die Einrichtung des Neeff'schen Hammers von dem Inductionsapparate zu trennen, sondern man kann die elektromagnetische Wirkung der primären Spirale direct benutzen.

Der primäre Strom wird durch die Entstehung von Extraströmen, wie in §. 320 gezeigt wurde, in seinem Intensitätsverlaufe modificirt. Dieser Einfluss der Extraströme, welcher sich auch auf die Inductionsströme kundgiebt, wird durch den von Fizeau eingeführten Condensator in seinem einen Theile, nämlich in Bezug auf den Oeffnungsstrom, bedeutend geschwächt. Der Condensator befindet sich in dem Holzkasten des Inductionsapparates Fig. 525 und besteht aus mehreren Lagen von Stanniol, die durch Wachstaffet getrennt sind. Die eine Belegung des Condensators ist mit der Klemmschraube von *l*, die andere mit der Klemm-

Fig. 526.



schraube von *m* verbunden, so dass hierdurch gleichsam eine Nebenschliessung des primären Stromes hergestellt ist. Im Moment der Stromunterbrechung wird der sich bildende Extrastrom von dem Condensator aufgenommen. Würde der Condensator nicht vorhanden sein, so würde der Extrastrom gegen die Enden der Unterbrechungsstelle hinströmen und hier durch Verstärkung des Oeffnungsfunkens für eine längere Dauer die getrennten Theile leitend verbinden. Hierdurch würde aber der Oeffnungsstrom der secundären Spirale geschwächt. Ist dagegen der Condensator da, so dient der bei der Oeffnung entstehende Extrastrom dazu, den Condensator zu laden. Bei der folgenden Schliessung entladet sich alsdann der Condensator und bewirkt das Entstehen eines Schliessungsfunkens.

Bei den grösseren Inductionsapparaten wird der Foucault'sche Interruptor angewandt, welcher in Fig. 526 abgebildet ist. Derselbe unterscheidet sich von dem Neeff'schen Hammer dadurch, dass die

Spitze, welche den Uebergang der Elektricität vermitteln und wieder unterbrechen soll, abwechselnd in Quecksilber taucht und sich daraus erhebt, und dass diese Unterbrechung durch einen besonderen Strom und nicht durch den inducirenden Strom ausgeführt wird.

Die Pole eines Elementes werden mit *p* und *q* verbunden. Der Strom geht von *p* durch den Commutator nach dem kleinen Elektromagnete *a*, durchläuft dessen Windungen, gelangt dann in den links daneben stehenden federnden Messingständer und in die damit verbundene Messingschiene über *c* nach *d*. Von *d* geht der Strom durch den vertical abwärts stehenden Stahlstift in das Quecksilbergefäss *v* und von da durch einen auf dem Holzkasten des Apparates liegenden Messingstreifen zum Elemente zurück. Ist der Strom geschlossen, so zieht der Elektromagnet *a* den Anker *b* an und bewirkt dadurch, dass der Stahlstift bei *d* aus dem Quecksilber in *v* sich erhebt, wodurch der Strom unterbrochen wird. Nach der Unterbrechung hört die anziehende Wirkung des Elektromagnetes auf, der Messingständer geht zurück und schliesst den Strom wieder, indem der Stahlstift in das Quecksilber eintaucht, um von Neuem unterbrochen zu werden u. f. f. Die Schnelligkeit der Unterbrechungen kann durch Verschieben der Metallkugel *e* regulirt werden.

Durch die oben beschriebene Vorrichtung wird nun gleichzeitig der Hauptstrom unterbrochen. Die Pole der grösseren Batterie werden mit *r* und *s* verbunden, gleichzeitig werden *l* und *m* des Interruptors mit *l* und *m* des Inductionsapparates, Fig. 525, verbunden. Der Strom geht von *r* durch den Commutator, dann durch eine Messingschiene nach *l*, durchläuft die mit *l* verbundene Hauptspirale des Inductionsapparates und kehrt über *m* zum Interruptor zurück. Von der mit *m* verbundenen Klemmschraube geht der Strom weiter über den federnden Messingständer und die Messingschiene *cf* in das Quecksilbergefäss *u*, um von da durch eine auf dem Brette befindliche Schiene nach dem Commutator und über *s* zur Batterie zurückzukehren. Sobald der Stahlstift aus dem Quecksilber in *u* gehoben wird, wird der Hauptstrom unterbrochen. Die Hebung dieses Stahlstiftes erfolgt gleichzeitig mit der Hebung desjenigen bei *d*, welche, wie erwähnt, durch den Elektromagnet *a* bewirkt wird.

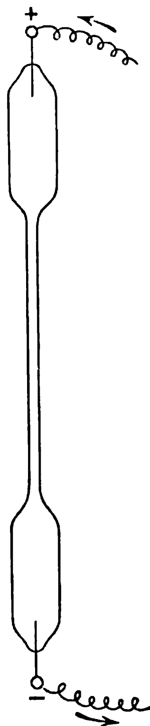
§. 324.

Inductionserscheinungen. — In dem Inductionsapparate (Fig. 525) stellen *BB* die Drahtenden der secundären Spirale dar. Werden diese Enden nicht leitend mit einander verbunden, so wächst die Spannung der Elektricität so stark in denselben, dass man aus jedem Ende Funken ziehen kann. Sobald man aber die Enden durch Leitungen, wie in Fig. 525, hinreichend weit nähert, entsteht zwischen denselben eine schnell auf einander folgende Reihe von Funken. Der Uebergang der Elektricität durch die Luft, die Ursache der Funkenbildung, wird aber für etwas grössere Strecken nur durch den Oeffnungsstrom bewirkt; der Schliessungsstrom vermag, weil an Intensität viel schwächer, die Luft nicht zu durchbrechen. Die durch den Schliessungsstrom bewegten Elektricitäten strömen nur bis zur Unterbrechungsstelle und kehren dann zurück, um sich innerhalb des Leitungsdrahtes selbst auszugleichen.

Die eben beschriebene Eigenschaft des Schliessungsstromes kann dazu dienen, nur einen der beiden Ströme zu Stande kommen zu lassen; zu dem Zwecke braucht man in der Leitung nur eine nicht zu kleine Luftschicht einzuschalten.

Untersucht man den Inductionsfunken genauer, was am besten mit einem rotirenden Spiegel geschieht, dessen Rotationsaxe parallel der Funkenbahn steht, so findet man, dass derselbe aus zwei Theilen besteht, aus einer hellleuchtenden Lichtlinie und aus einer weniger leuchtenden orangefarbenen Umhüllung, welche man Aureole nennt. In dem rotirenden Spiegel zeigen sich Erscheinungen, welche zeitlich hinter einander folgen, räumlich neben einander. Der Funke erscheint nun im Spiegel zusammengesetzt aus einer scharf begrenzten, schmalen Lichtlinie, gefolgt von einem matten Lichtstreifen, dessen Breite mit der Rotationsgeschwindigkeit wächst. Hieraus geht hervor, dass der eigentliche Funke nur momentan leuchtet, während die Lichtwirkung der Aureole von längerer Dauer ist.

Fig. 527.



Viel grössere Strecken durchbricht der Inductionsfunke, wenn das Gas hinreichend verdünnt ist. Es geschieht dies in den Geissler'schen Röhren, von denen eine in Fig. 527 dargestellt ist. Dieselben bestehen aus einer Glasröhre, welche mit verdünntem Gase gefüllt ist, und an deren Enden zwei Platinelektroden eingeschmolzen sind.

Die Farbe des Lichtes in den Röhren hängt von dem eingeschlossenen Gase ab, wie das bei der Spectralanalyse näher betrachtet wurde. Hier soll nur noch auf den Unterschied des Lichtes an der positiven und negativen Elektrode hingewiesen werden. So zeigt sich z. B. bei einer mit Stickstoff oder Luft gefüllten Röhre an der positiven Elektrode ein röthliches Licht, welches bis nahe an die negative Elektrode hinreicht, die negative Elektrode ist dagegen von einem blauvioletten, dem sogenannten Glimmlichte umhüllt. Ist die Glasröhre, durch welche der Strom hindurchgeht, gekrümmt, so folgt das Licht diesen Krümmungen, wenn nicht die Dichte des Gases zu gering geworden ist.

Vermindert man den Druck des Gases beträchtlich (unter 1 mm), so breitet sich das Glimmlicht, welches früher nur die negative Elektrode umgab, weiter aus und füllt schliesslich die ganze Röhre an, wenn dieselbe gerade ist. Ist die Röhre aber gekrümmt, so geht das Licht nur bis zur Krümmung und geht nicht um die Ecke; das Licht hat also die Eigenschaft, sich nur geradlinig auszubreiten, wie Hittorf zuerst gezeigt hat. An der Stelle der Krümmung, wo das Licht die gegenüberstehende Glaswand trifft, bewirkt dasselbe eine Erleuchtung des Glases im Fluorescenzlichte. Es lässt sich dieser Versuch mit einer jeden unter einem rechten Winkel gebogenen Glasröhre ausführen. Sehr anschaulich wird die genannte Eigenschaft des Lichtes durch eine von Crookes angegebene Einrichtung gemacht. In Fig. 528 (a. f. S.) sind zwei Glasgefässe A und B gezeichnet, von

denen das Gefäss *A* noch einen Gasdruck von etwa 2 mm besitzt, während das Gefäss *B* soweit ausgepumpt ist, als es möglich war und nach Crookes der Druck nur mehr 0,00076 mm betrug. Die Elektrode *a* trägt in beiden Gefässen einen kleinen metallenen Hohlspiegel. Verbindet man nun *a* mit dem negativen Pole des Inductionsapparates und eine der anderen Elektroden, *b*, *c* oder *d*, mit dem positiven Pole, so zeigen die beiden Gefässe ganz verschiedene Erscheinungen. In dem Gefässe *A* verbindet das Licht in jedem Falle die wirksamen Elektroden, das Licht geht also z. B. von *a* nach *d*, wenn *a* und *d* mit den Polen des Inductionsapparates verbunden sind. In dem Gefässe *B* ist es dagegen für die Lichtausbreitung ganz gleichgültig, mit welcher der Elektroden *b*, *c*, *d*

Fig. 528.



der positive Pol verbunden wird, immer breitet sich das Licht in der durch die Figur dargestellten Weise aus, und erregt auf der gegenüberstehenden Glaswand das schon erwähnte Fluorescenzlicht.

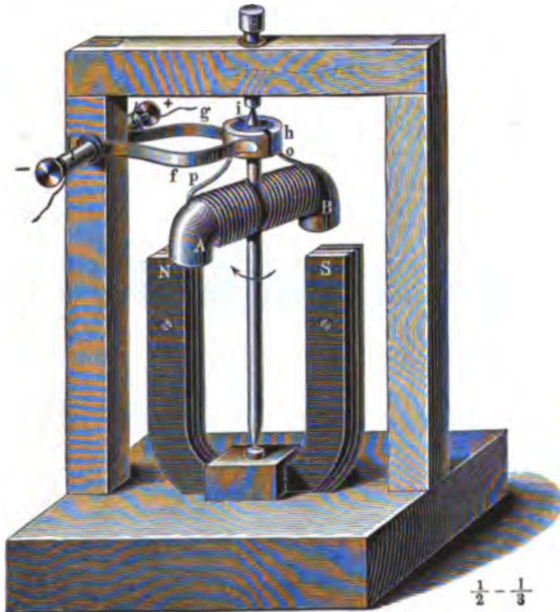
Eine Erklärung der oben beschriebenen Erscheinung ist bisher noch nicht endgültig gegeben. Crookes glaubt, dass ein Körper in dem höchsten Verdünnungszustande („strahlende Materie") ganz neue Eigenschaften erhält, und er führt die beobachteten Phänomene auf diese Eigenschaften zurück. Puluj ist dagegen der Ansicht, dass die Erscheinung nicht von den Gasresten, welche das Gefäss enthält, herrührt, sondern dass von der Oberfläche der negativen Elektrode Theilchen abgelöst werden, welche mit Elektricität geladen in geradliniger Richtung

und mit grosser Geschwindigkeit von der Elektrode fortgestossen werden und ihre Richtung nebst ihrer Geschwindigkeit festhalten, bis sie an eine Wand anstossen. Erwiesen ist in dieser Hinsicht, dass in der That die negative Elektrode angegriffen wird und dass Theile derselben sich gerade an der Stelle des Gases ablagern, wo das Fluorescenzlicht erregt wird.

§. 325.

Magnet-elektrische Maschinen. — Dieselben dienen dazu, Arbeit in Elektricität umzuwandeln. In §. 316 wurde gezeigt, dass man durch die Wirkung eines Stromes eine Bewegung erzeugen und somit Elektri-

Fig. 529.



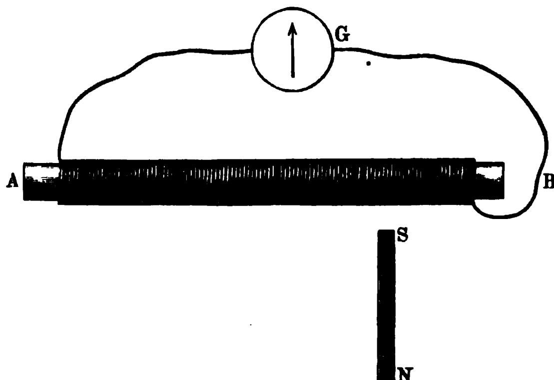
cität in Arbeit verwandeln könne. Wird der Strom einer Batterie durch die Feder f (Fig. 529) eingeführt, so durchläuft derselbe die Drahtwindungen des Elektromagneten und verlässt den Apparat durch die Feder g, um zur Batterie zurückzukehren. Hierdurch wird A ein Südpol und B ein Nordpol; es wird daher A von N und B von S angezogen. Sobald A und B die Pole N resp. S passirt haben, kehrt sich die Polarität von A und B um, in Folge dessen die Rotation von AB in dem von dem Pfeile angegebenen Sinne weiter fortschreitet.

Die Rotation des Elektromagneten AB über dem feststehenden Magneten NS bewirkt in der Spirale von AB die Entstehung von Inductionsströmen. Die Richtung dieser Ströme ist verschieden, je nach der Stellung, welche AB gegenüber von NS einnimmt; die Richtung ist aber

in jedem Falle so, dass die Ströme die thatsächliche Bewegung von AB zu hemmen trachten. Da diese Bewegung durch den Batteriestrom hervorgebracht wird, so sind die Inductionsströme in der Spirale dem Batteriestrome entgegengesetzt. Die in der Spirale verschieden gerichteten Ströme werden aber durch die Halbringe mittelst der Schleifcontacte in gleichem Sinne durch die Federn f und g geleitet, und zwar sind sie auch hier dem Batteriestrome entgegengesetzt.

Man denke sich jetzt die Batterie ausgeschaltet und die Federn f und g mittelst der Klemmschrauben durch eine äussere Leitung metallisch verbunden. Dreht man dann AB in dem von dem Pfeile angegebenen Sinne, so entstehen die eben besprochenen Inductionsströme in der Spirale von AB und man erhält in dem Verbindungsdrahte von f und g gleich gerichtete Ströme, deren Richtung aber jener des früheren Batteriestromes entgegengesetzt ist. Will man Ströme haben, welche dem früheren Batteriestrome gleich gerichtet sind, so muss man AB in entgegengesetztem Sinne drehen, wie der Pfeil es angiebt.

Fig. 530.



Der Apparat Fig. 529 (a. v. S.) ist also zu einem doppelten Zwecke verwendbar. Man kann durch denselben Elektricität in Bewegung und damit in Arbeit umsetzen, wenn man einen Batteriestrom durch den Apparat leitet; ferner kann man aber auch Arbeit in Elektricität umwandeln, indem man die Spirale dreht und hierdurch Inductionsströme hervorbringt. Alle Maschinen, welche nach Art der eben besprochenen mechanische Arbeit in Elektricität mit Hülfe der Magnetinduction verwandeln, nennt man magnet-elektrische Maschinen.

Die in Fig. 529 dargestellte Maschine ist sehr unvollkommen und nicht geeignet, um kräftige elektrische Ströme zu erzeugen. Erst durch die neueren Constructionen, insbesondere von Siemens und Gramme, haben die Maschinen eine praktische Bedeutung erlangt.

Um das Princip der Gramme'schen Maschine zu erläutern [1]), stelle AB (Fig. 530) einen Stab weichen Eisens dar, welcher von einer Spirale umgeben ist. Die Spirale sei durch ein Galvanometer G geschlossen.

[1]) Gramme, Pogg. Ann. 158 (1876).

Ein Magnetstab *NS* befinde sich senkrecht zu *AB* in der Nähe desselben. Der Pol *S* erzeugt in dem weichen Eisen von *AB* einen Magnetpol. Bewegt man *NS* parallel mit sich selbst an *AB* entlang, so verschiebt sich der in dem weichen Eisen entwickelte Pol gleichzeitig mit dem Magnetstabe *NS*. Diese Verschiebung des Poles im Inneren des Eisens erzeugt in dem Leitungsdrahte einen Inductionsstrom, welcher an dem Galvanometer *G* sichtbar wird. Gleichzeitig inducirt der Magnetstab *NS* auch ohne Vermittelung des Eisens einen Strom in der Spirale, wenn *NS* in der oben angegebenen Weise bewegt wird. Die direct und indirect in der Spirale inducirten Ströme summiren ihre Intensität.

Die Induction und daher auch der Strom dauert so lange, als *NS* bewegt wird; nur würde sich die Richtung des Stromes umkehren, wenn *NS* über das Ende der Spirale hinauskäme. In der Gramme'schen Maschine hat nun der Eisenstab *AB* eine kreisförmige Gestalt und ist mit einer in sich selbst zurücklaufenden Spirale umwickelt. Hierdurch

Fig. 531.

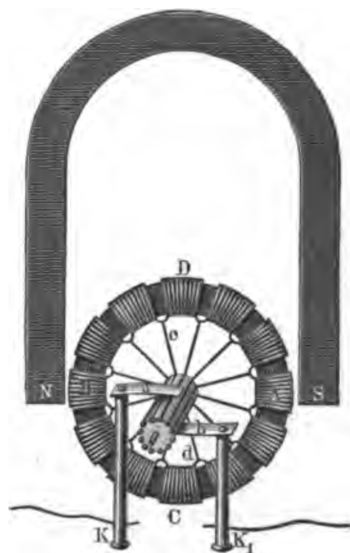
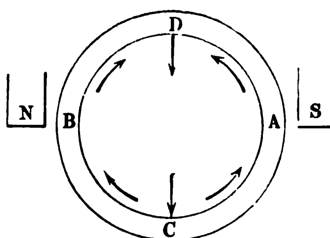


Fig. 532.



ist es möglich, durch die Rotation des Ringes continuirliche Ströme zu erhalten, welche so lange dauern wie die Rotation dauert.

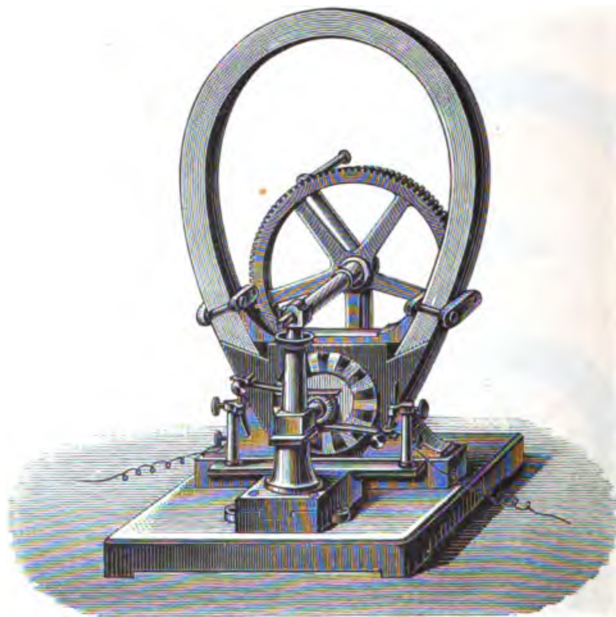
Die wesentliche Einrichtung der Gramme'schen Maschine ist aus Fig. 531 ersichtlich. Zwischen den Polen *N* und *S* eines feststehenden Magneten befindet sich ein drehbarer eiserner Ring, welcher mit Draht umwunden ist. Die Drahtwindungen bilden mehrere Abtheilungen, — in der Figur sind deren zwölf gezeichnet — von der Beschaffenheit, dass von jeder Abtheilung eine metallische Verbindung nach der Mitte geführt und dort auf einer Walze, isolirt von einander, befestigt ist; jede Abtheilung ist aber auch mit der folgenden metallisch verbunden. Auf der Walze schleifen die Metallfedern *a* und *b* und berühren nach einander die einzelnen schon erwähnten metallischen Ableitungen der Ringabtheilungen. Die Metallfedern sind mit Metallsäulen verbunden, welche unten zwei Klemmschrauben tragen.

Der Pol *S* erzeugt in dem ihm zunächst liegenden Theile *A* des Eisenringes einen Nordpol, der Pol *N* in *B* einen Südpol, so dass der Eisenring aus zwei Magneten besteht, deren gleichnamige Pole in *A* resp. *B* zusammenstossen und deren Indifferenzpunkte in *C* resp. *D* liegen.

Durch die Rotation des Eisenringes schreitet die magnetische Polarität des Eisens im Kreise fort, indem die magnetischen Pole immer gegenüber *S* und *N* sich befinden. Durch diese Bewegung der Polarität werden in den Windungen des Ringes Inductionsströme erzeugt, und zwar ist die Richtung der Ströme in beiden Ringhälften entgegengesetzt, so dass, wenn auf der rechten Seite der Strom die Windungen von *C* über *A* nach *D* durchläuft, auf der linken Seite die Stromesrichtung von *C* über *B* nach *D* geht. Ausser dieser indirecten Induction werden auch direct durch die Pole *N* und *S* in den Drahtwindungen Ströme in Folge der Rotation inducirt, deren Richtung mit den schon angegebenen Strömen übereinstimmt.

Um den weiteren Verlauf der Ströme zu zeigen, diene Fig. 532 (a. v. S.), in welcher die Drahtwindungen nicht gezeichnet sind. Angenommen, der durch den Pol *S* erzeugte Strom bewege sich in den Drahtwindungen von

Fig. 533.



C über *A* nach *D*, so wird, wie schon angegeben, der durch den Pol *N* erzeugte Strom sich in den Windungen von *C* über *B* nach *D* bewegen. In *D* vereinigen sich beide Ströme und gelangen durch die metallische Ableitung zu der Schleiffeder *a* und von da zur Klemmschraube *K*. Dann durchfliesst der Strom die Leitung, kommt durch die Klemmschraube K_1 zur Feder *b* und schliesslich nach *C*, um sich bei seinem Eintritt in die Drahtwindungen des Ringes nach rechts und links zu theilen.

Durch die Rotation des Ringes tritt eine dauernde Strömung der Elektricität ein, indem die Pole *S* und *N* immerwährend und bei jeder Stellung des Ringes, abgesehen von den kleinen Zwischenräumen der einzelnen Abtheilungen, eine gleich starke Induction ausüben. Dies letztere ist der Hauptvortheil gegenüber der in Fig. 529 abgebildeten Vorrichtung;

denn dort war die Stärke der Induction ganz verschieden, je nach der Stellung der Pole *A* und *B* gegenüber den feststehenden Polen *N* und *S*. Daher traten dort Inductionsströme auf, deren Intensität mit einem kleinen Werthe begann, dann anwuchs, um bis auf Null abzunehmen und dann wieder von Neuem zu entstehen. Bei der Gramme'schen Maschine hat man dagegen fast keine Intensitätsschwankungen, so lange die Rotation constant und der äussere Widerstand unveränderlich ist. Fig. 533 zeigt eine vollständige Gramme'sche Maschine.

Indess ist zu bemerken, dass der von Gramme benutzte Ring zuerst von Paccinotti im Jahre 1860 angewandt worden ist.

Schon vor Paccinotti hatte im Jahre 1857 W. Siemens[1]) einen Cylinderinductor construirt, welcher zwar nicht continuirliche Ströme lieferte, und insofern hinter dem Paccinotti'schen Ringe zurückstand, welcher aber doch die Dauer der Stromunterbrechungen, welche die älteren Maschinen zeigten, ganz erheblich abkürzte.

Der Cylinderinductor, Fig. 534, besteht aus zwei Eisenstäben *a* und *b* (Fig. 535 im Querschnitt), welche der Länge nach durch einen Eisen-

Fig. 534.

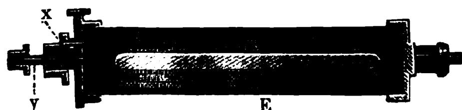


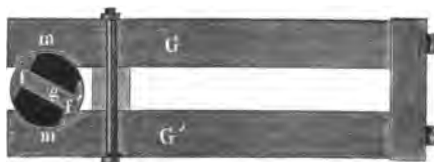
Fig. 535.



stab *c* verbunden sind. Diese Stäbe haben eine solche Gestalt, dass, wenn man sich die leeren Räume *dd* ausgefüllt denkt, ein Cylinder entsteht, dessen kreisförmigen Durchschnitt Fig. 535 zeigt. Die Räume *dd* werden durch Windungen von isolirtem Kupferdraht ausgefüllt, welche parallel der Cylinderaxe um *c* herumgewickelt werden, wie dies Fig. 534, welche einen Längsschnitt parallel der Cylinderaxe giebt, verdeutlicht. Das eine Ende der Drahtwindungen ist mit der Axe *y* des Cylinders verbunden, während das andere Ende zu einem Kupferringe *x* führt, welcher auf der Cylinderaxe, aber isolirt von derselben, befestigt ist.

Der Cylinderinductor wird zwischen den entgegengesetzten Polen eines oder mehrerer Magnete gedreht. Die Stellung des Cylinders zu den Polen ist aus der Fig. 536 ersichtlich. Die Pole des Magneten haben

Fig. 536.

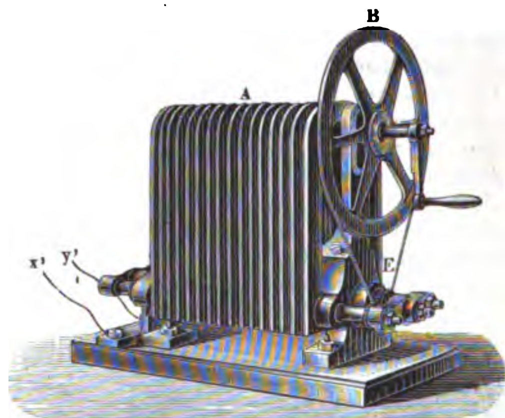


einen segmentförmigen Ausschnitt, um die Windungen den Polen näher zu bringen und so die Inductionswirkung zu verstärken. In Fig. 537 (a. f. S.) ist eine kleine Siemens'sche Maschine mit 16 hufeisenförmigen Magneten, welche einander parallel sind und denselben Cylinderinductor umgeben,

[1]) W. Siemens, Pogg. Ann. **101**, 1857.

dargestellt [1]). Die Rotation des Inductors wird mit der Hand durch das Kurbelrad *B* bewirkt. Auf der anderen Seite des Inductors sind zwei Schleifcontacte (in der Figur nicht sichtbar) angebracht, von denen der eine die Axe *y* des Conductors und der andere den Kupferring berührt.

Fig. 537.



Diese Contacte sind in Verbindung mit Klemmschrauben, welche zur Aufnahme der Leitungsdrähte x' und y' dienen. Denkt man sich die Leitungsdrähte geschlossen, so haben die in den Windungen des Conductors erzeugten Ströme eine unterbrochene Leitung.

Durch eine vollständige Umdrehung des Cylinders entstehen zwei Inductionsströme, deren Richtung in den Windungen entgegengesetzt ist, und welche durch eine Stromunterbrechung von einander getrennt sind. Wenn daher kein besonderer Commutator eingeschaltet wird, so liefert diese Siemens'sche Maschine alternirende oder Wechselströme. Die Intensität eines jeden Stromes wächst von einem Minimum bis zu einem Maximum an, um dann wieder bis Null zu fallen. Man erhält daher auch bei Einschaltung eines Commutators nicht einen Strom mit constanter Intensität, sondern vielmehr einen solchen, welcher Intensitäts-Maxima und -Minima hat, die sich zwar sehr schnell folgen.

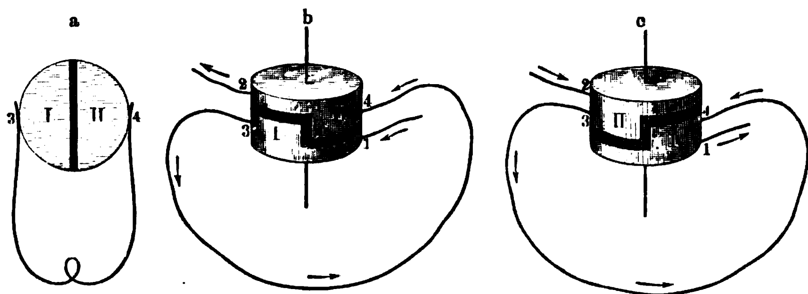
Wie erwähnt, entstehen bei der Siemens'schen Maschine während einer vollständigen Umdrehung zwei entgegengesetzt gerichtete Inductionsströme. Um dieselben gleich zu richten, kann man einen Commutator anwenden, wie in Fig. 538 gezeichnet ist. Derselbe besteht aus zwei Halbcylindern I und II, welche durch eine isolirende Zwischenschicht von einander getrennt sind, und welche auf der Axe des Inductors befestigt sind. An diesem Cylinder schleifen in zwei gegenüberstehenden Punkten die Federn 3 und 4, welche gleich gerichtete Ströme in die weitere Leitung führen sollen. Die Enden des Inductordrahtes der Maschine führen durch zwei Schleiffedern 1 und 2 zu den den Halbcylindern I und II (Fig. *b* und *c*) oben und unten angefügten ganzen Cylindern.

---

[1]) Schellen, Die magnet- und dynamo-elektrischen Maschinen, 1882.

Nimmt man an, dass bei der Stellung *b* der Inductionsstrom der Maschine von der Feder 1 in I eingeführt werde, so wird bei der um 180° verschiedenen Stellung *c* der Strom der Maschine umgekehrt sein, also von 2 in II eingeführt. Der Commutator bewirkt aber, dass trotz dieses

Fig. 538.



Stromwechsels der Strom in beiden Fällen in gleicher Richtung durch die Leitung geht. Denn bei der Stellung *b* geht der Strom von 1 durch I nach 3, dann durch die Leitung nach 4 und von da durch II nach 2. Bei der Stellung *c* geht der Strom von 2 durch II nach 3, dann durch die Leitung nach 4 und von da durch I nach 1. In beiden Fällen geht der Strom also in gleicher Richtung von 3 nach 4 durch die Leitung.

In denjenigen Momenten, wo die Federn 3 und 4 die isolirende Zwischenschicht berühren, ist der Strom der Leitung unterbrochen. Diese Momente fallen mit jenen zusammen, in denen in 1 und 2 der Stromwechsel eintritt.

§. 326.

Dynamo-elektrische Maschine. — Bei den im vorigen Paragraphen beschriebenen magnet-elektrischen Maschinen wird mechanische Arbeit durch die Vermittelung von permanenten Magneten in elektrische Strömung umgesetzt; die dynamo-elektrischen Maschinen leisten dasselbe — Umsetzung von Arbeit in Elektricität — ohne Hülfe von permanenten Magneten.

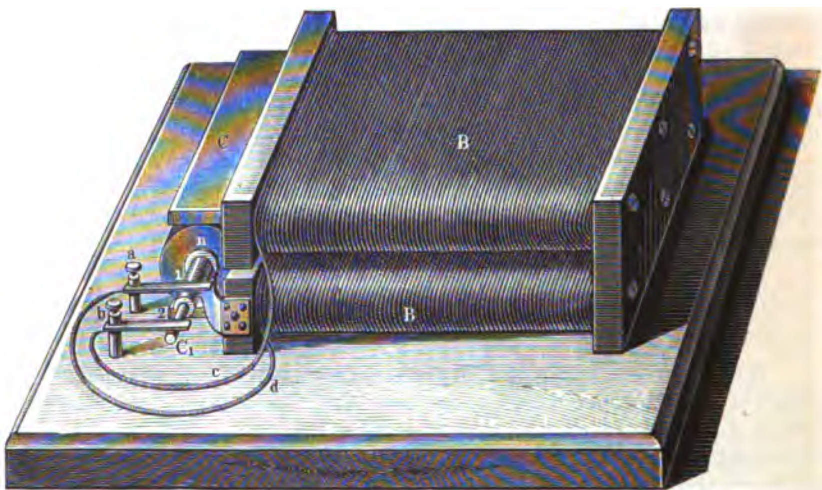
Denkt man sich in der magnet-elektrischen Maschine von Siemens die permanenten Magnete durch zwei Eisenplatten ersetzt und um diese Platten Drahtwindungen gelegt, so erhält man zwei Elektromagnete, sobald durch die Drahtwindungen ein Strom gesendet wird. Wird dann der Cylinderinductor gedreht, so entstehen die Inductionsströme in der früher beschriebenen Weise. Ist aber einmal durch die Windungen der Elektromagnete ein Strom geleitet, so bleibt auch nach Aufhören des Stromes immer etwas remanenter Magnetismus in dem Eisen zurück. Wird daher der Inductor in Rotation versetzt, so entstehen in Folge des remanenten Magnetismus schwache Inductionsströme, auch wenn durch die Windungen des Elektromagnetes kein Strom geführt wird. Führt man nun diese durch den Inductor erzeugten Ströme in passender Richtung durch die Windungen des Elektromagneten, so verstärkt sich deren Magnetismus.

Dieses hat zur Folge, dass die Inductionsströme an Intensität gewinnen, welche ihrerseits wieder den Magnetismus vermehren u. s. f. Der Strom wächst also bei dieser Einrichtung mit einer geringen Intensität beginnend weiter an, bis ein Maximum erreicht ist.

Das eben dargelegte Princip der dynamo-elektrischen Maschine wurde von Siemens im Jahre 1867 zuerst ausgesprochen [1]). Aus Fig. 539 ist die Einrichtung der einfachsten Form einer dynamo-elektrischen Maschine von Siemens ersichtlich [2]).

BB sind zwei Platten von weichem Eisen von 60 cm Länge, 50 cm Breite und 10 cm Dicke, welche rechts mit einander durch eine Eisenplatte verbunden sind. Jede Platte ist mit dickem isolirtem Kupferdrahte derartig umwickelt, dass wenn man einen Strom durch die Windungen hindurchsendet, entgegengesetzte Pole an den Enden der Platten (links) erregt werden. Die Enden *c* und *d* des Windungsdrahtes sind mit den Klemmschrauben *a* und *b* verbunden. Zu diesen Schrauben werden auch die durch den Cylinderinductor erzeugten Ströme, nachdem sie einen

Fig. 539.



Commutator (in der Figur nicht dargestellt) passirt haben, geführt. Die Windungen des Inductors, welcher zwischen den äussersten Enden der Platten *BB* liegt, sind daher mit den Windungen der Elektromagneten in leitender Verbindung.

Enthalten nun die weichen Eisenplatten *BB* nur geringe Spuren von remanentem Magnetismus, so kann die Maschine zur Erzeugung von elektrischen Strömen dienen. Wie schon erwähnt, werden durch die Rotation des Inductors zunächst schwache Ströme erzeugt; diese gehen durch die Windungen von *BB* und verstärken den Magnetismus der Eisenplatten. Hierdurch werden die Inductionsströme stärker, diese verstärken wieder den Magnetismus und es tritt eine Intensitätsvermehrung

---

1) W. Siemens, Pogg. Ann. **130**, 1867. — 2) Schellen, l. c.

der Ströme so lange ein, bis der Magnetismus sein Maximum erreicht hat. Bei einer neuen Maschine, die noch nicht in Thätigkeit war, ist es nur nothwendig, den Strom von einigen Elementen durch die Windungen von *BB* zu senden, um den für die spätere Wirksamkeit der Maschine nothwendigen geringen Vorrath von remanentem Magnetismus zu erzeugen. Um den Strom der Maschine zu benutzen, wird zwischen *c* und *b* oder zwischen *d* und *a* der Leiter eingeschaltet, der vom Strome durchflossen werden soll.

Es ist klar, dass auch die magnet-elektrische Maschine von Gramme (Fig. 533) in eine dynamo-elektrische umgewandelt werden kann, indem man den permanenten Stahlmagnet durch einen Elektromagneten ersetzt, welcher von dem Strome der Maschine umkreist wird.

Nachdem Siemens das Princip der dynamo-elektrischen Maschine aufgestellt hatte, sind zahlreichere neuere Constructionen sowohl von Siemens als auch von Anderen ausgeführt worden. Es würde uns zu weit führen, auf dieselben einzugehen und möge dieserhalb auf das specielle Werk von Schellen „Die magnet- und dynamo-elektrischen Maschinen" verwiesen werden.

§. 327.

Elektrische Kraftübertragung. — Wird durch eine dynamo- oder eine magnet-elektrische Maschine ein Strom geleitet, so setzt sich dieselbe in Bewegung, wie dies schon in den §§. 316 und 325 erwähnt wurde. Man kann daher diese Maschinen dazu benutzen, um auf grössere Entfernungen Kraft zu übertragen. Zu dem Zwecke hat man zwei dynamo- oder magnet-elektrische Maschinen und einen mechanischen Motor (z. B. eine Dampfmaschine oder eine Wasserkraft) nöthig. Der Motor setzt eine elektrische Maschine in Rotation und erzeugt dadurch einen kräftigen Strom, welcher mittelst einer passenden Leitung durch die zweite elektrische Maschine geleitet wird. Diese wird hierdurch in Rotation versetzt und kann so die verschiedensten Arten der Arbeit leisten. Wir haben hier also eine doppelte Umsetzung: Die erste elektrische Maschine, welche durch den Motor getrieben wird, setzt Arbeit in Elektricität um, und die zweite elektrische Maschine, welche durch den elektrischen Strom getrieben wird, verwandelt umgekehrt Elektricität wieder in Arbeit.

Bei dieser doppelten Verwandlung wird indess nicht die ursprüngliche Arbeitsmenge, welche der Betriebsmotor abgiebt, wieder gewonnen. Denn jeder Durchgang der Elektricität durch einen Körper erwärmt auch denselben; die zu dieser Erwärmung nöthige Arbeit wird daher am Schlusse der Operation für die Verwendung verloren sein. Schon hieraus ergiebt sich, dass nur ein Theil der ursprünglichen Kraft übertragen werden kann. Dazu kommt aber noch ein weiterer Umstand. Die secundäre Maschine, welche durch den Strom der primären in Bewegung gesetzt wird, erzeugt in Folge ihrer Bewegung selbst einen Strom, dessen Richtung dem die Bewegung bewirkenden Strome entgegengesetzt ist. Dieser Gegenstrom bewirkt eine Abschwächung des primären Stromes und hängt in seiner Intensität von der Geschwindigkeit ab, mit welcher die secundäre Maschine bewegt wird.

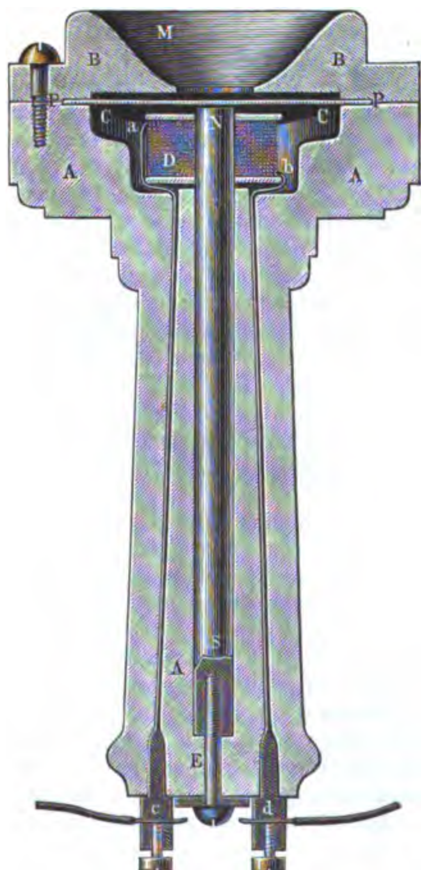
Das Verhältniss der nutzbaren zur verbrauchten Arbeit hängt bei der elektrischen Kraftübertragung in erster Linie von der Grösse der Widerstände ab, welche der elektrische Strom in den Maschinen selbst und in der Leitung zu überwinden hat.

Der Vortheil der elektrischen Kraftübertragung vor allen anderen Arten (z. B. durch Riemen, durch Wasserdruck etc.) besteht darin, dass die Uebertragung auf viel grössere Entfernungen möglich ist. Eben hierdurch können Naturkräfte nutzbar gemacht werden, welche mit anderen Uebertragungsmitteln nicht zur Arbeitsleistung heranzuziehen waren. Ferner ist eine Vertheilung eines gegebenen Kraftvorrathes in einer so ausgedehnten Weise durchführbar, wie sie auch in anderer Art nicht erreichbar ist.

§. 328.

Das Telephon. — Dasselbe dient dazu, mittelst Inductionsströme den Schall von einem Orte zum anderen zu übertragen. Nachdem schon Reiss im Jahre 1860 ein Telephon construirt hatte, welches eine geringe Vollkommenheit besass, hat später Bell dem Telephon eine brauchbare Gestalt gegeben, die in Fig. 540 abgebildet ist. Der Magnetstab *NS* ist an seinem einen Pole von einer Drahtspirale *D* umgeben, deren beide Enden *a* und *b* nach unten zu den Klemmschrauben *c* und *d* führen. Nahe an *N* befindet sich eine dünne Eisenplatte *PP*, welche auf dem Holzrahmen *AA* aufliegt. *BB* ist ein trichterförmiges Mundstück von Holz, welches in der Mitte nahe an *PP* eine kreisförmige Oeffnung hat und welches auf *AA* aufgeschraubt wird.

Fig. 540.



Werden zwei Telephone durch Leitungsdrähte verbunden, so können sie dazu dienen, den Schall von einer Station zur anderen zu übertragen.

Die Erklärung hierfür ist folgende. Der Pol *N* des Magneten macht die Eisenplatte *PP* magnetisch und erzeugt in einem *N* gegenüber liegenden Punkte einen Südpol. Wird jetzt die Platte *PP* dem Pole *N* und damit der Spirale genähert oder von derselben entfernt, so entstehen

in der Spirale Inductionsströme und zwar ist die Richtung des Stromes, welcher durch Annäherung entsteht, demjenigen entgegengesetzt, welcher durch Entfernung der Platte entsteht. Diese Inductionsströme pflanzen sich durch die Leitung fort und durchfliessen die Spirale an der zweiten Station. Je nach der Richtung dieses Stromes wird der Magnetismus in dem Pole des zweiten Magneten verstärkt oder abgeschwächt und in Folge dessen die Eisenplatte des zweiten Telephons mehr oder weniger stark angezogen, d. h. dem Pole des Magneten genähert oder von demselben entfernt. Jede Bewegung, welche also auf der ersten Station der Eisenplatte mitgetheilt wird, bewirkt durch die Vermittelung des Inductionsstromes eine ähnliche Bewegung der Platte auf der zweiten Station. Spricht man daher gegen die Platte des ersten Telephons, so geräth diese in bestimmte Schwingungen und überträgt diese getreu auf die Platte des zweiten Telephons, welche ihrerseits sie der angrenzenden Luft übermittelt, wodurch sie von dem in der Nähe befindlichen Ohre gehört werden.

Lässt man schnell alternirende Ströme durch das Telephon gehen, so hört man einen Ton; je schwächer die Ströme werden, um so schwächer wird auch der Ton. Man kann daher das Telephon anwenden, um zu constatiren, dass die Intensität von alternirenden gleich starken Strömen abnimmt und gleich Null wird, eine Anwendung, welche im §. 289 erwähnt wurde, um nach der Methode von Kohlrausch den elektrischen Widerstand von Flüssigkeiten zu bestimmen.

ALPHABETISCHES SACHREGISTER.

(Die Zahlen geben die Seite an.)

A.

B.

C.

D.

K.

L.

M.

N.

O.

P.

Q.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

Z.